

CÂU HỎI

Câu 1. Cho dãy số hữu hạn gồm các số hạng: $-1; 2; 5; 8; 11; 14; 17$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Dãy số đã cho là không phải cấp số cộng.		
b)	Số hạng $u_1 = -1$		
c)	Nếu dãy số đã cho là một cấp số cộng thì công sai của cấp số cộng là $d = 2$		
d)	Tổng tất cả số hạng của dãy số bằng 56		

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Công thức cho số hạng tổng quát $u_n = 1 + \frac{n}{3}$		
b)	5 là số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho		
c)	$\frac{15}{4}$ một số hạng của cấp số cộng đã cho		
d)	Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2620		

Câu 3. Cho các dãy số có số hạng tổng quát $a_n = 4n - 3; b_n = \frac{2 - 3n}{4}; c_n = n^2$. Khi đó

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	(a_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $a_1 = 1$		
b)	(a_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 4$.		
c)	(b_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $b_1 = -\frac{1}{4}$ và công sai $d = \frac{3}{4}$		
d)	(c_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 2$		

Câu 4. Cho cấp số cộng $-2; x; 6; y$. Khi đó

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$x = 2$		
b)	$y = 8$		
c)	$P = y - x = 6$		
d)	$P = x^2 + y^2 = 104$.		

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) , biết rằng: $u_1 = -3, u_6 = 27$, khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Công sai của cấp số cộng bằng 7		
b)	Số hạng $u_{85} = 501$		
c)	Số hạng $u_{10} = 52$		
d)	Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 21165$		

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) , biết rằng: $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150, khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Công sai của cấp số cộng bằng 6		
b)	Số hạng $u_{85} = 341$		
c)	Số hạng $u_{10} = 42$		
d)	Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 14705$		

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$ (trong đó S_n, S_{2n} theo thứ tự là tổng của n và $2n$ số hạng đầu của cấp số cộng).

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2		
b)	Công sai của cấp số cộng (u_n) bằng 3		
c)	Số hạng $u_{15} = 58$		
d)	Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng bằng 350		

Câu 8. Cho cấp số cộng (u_n) , gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Số hạng $u_1 = 5$		
b)	Tổng $u_1 + u_3 = 14$		
c)	Công sai của cấp số cộng bằng 3		
d)	Số hạng $u_{11} = 25$		

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d < 0$ thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases}$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Số hạng $u_1 = 25$		
b)	Công sai $d = -3$		
c)	Số hạng $u_{10} = -11$		
d)	Số hạng $u_{2024} = -8067$		

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và $d = -7$. Khi đó

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$u_{11} = -65$		
b)	$u_5 + u_7 = -50$		
c)	Số -849 là số hạng thứ 123 của cấp số cộng		
d)	Số -114 là số hạng thứ 18 của cấp số cộng		

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases}$. Khi đó

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Số hạng $u_1 = 21$		
b)	Công sai của cấp số cộng bằng -2		
c)	Số hạng $u_{11} = -9$		
d)	Số -6048 là số hạng thứ 2024		

Câu 12. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Dãy số (u_n) với $\frac{-2}{3}; \frac{-1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}$ là cấp số cộng với $u_1 = \frac{-2}{3}; d = \frac{1}{3}$.		
b)	Dãy số (u_n) với $u_n = 7 - 3n$ là cấp số cộng với $u_1 = 4; d = -3$.		
c)	Dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + n + 1$ là cấp số cộng với $u_1 = 3; d = 1$.		
d)	Dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n + 3n$ không là cấp số cộng.		

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho dãy số hữu hạn gồm các số hạng: $-1; 2; 5; 8; 11; 14; 17$. Khi đó:

a) Dãy số đã cho là không phải cấp số cộng.

b) Số hạng $u_1 = -1$

c) Nếu dãy số đã cho là một cấp số cộng thì công sai của cấp số cộng là $d = 2$

b) Tổng tất cả số hạng của dãy số bằng 56

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

a) Đặt: $u_1 = -1; u_2 = 2; u_3 = 5; u_4 = 8; u_5 = 11; u_6 = 14; u_7 = 17$.

Ta có: $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = u_5 - u_4 = u_6 - u_5 = u_7 - u_6 = 3$.

Vậy dãy số hữu hạn đã cho là một cấp số cộng.

b) Công sai cấp số cộng là $d = 3$.

Với $u_1 = -1, n = 7, d = 3$ thì $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{7[2(-1) + 6.3]}{2} = 56$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Khi đó:

a) Công thức cho số hạng tổng quát $u_n = 1 + \frac{n}{3}$

b) 5 là số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho

c) $\frac{15}{4}$ một số hạng của cấp số cộng đã cho

d) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2620

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

a) Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = \frac{3}{2} + (n-1) \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}$.

b) Xét $5 = 1 + \frac{n}{2} \Rightarrow n = 8 \in \mathbb{N}^*$; suy ra 5 là số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho.

c) Xét $\frac{15}{4} = 1 + \frac{n}{2} \Rightarrow n = \frac{11}{2} \notin \mathbb{N}^*$; suy ra $\frac{15}{4}$ không là một số hạng của cấp số cộng đã cho.

d) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng là:

$$S_{100} = \frac{100 \left[2 \cdot \frac{3}{2} + (100-1) \cdot \frac{1}{2} \right]}{2} = 2625.$$

Câu 3. Cho các dãy số có số hạng tổng quát $a_n = 4n - 3$; $b_n = \frac{2-3n}{4}$; $c_n = n^2$. Khi đó

a) (a_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $a_1 = 1$

b) (a_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 4$.

c) (b_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $b_1 = -\frac{1}{4}$ và công sai $d = \frac{3}{4}$

d) (c_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 2$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) b) Ta có: $a_{n+1} - a_n = 4(n+1) - 3 - (4n - 3) = 4, \forall n \geq 1$.

Do đó (a_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $a_1 = 4 \cdot 1 - 3 = 1$ và công sai $d = 4$.

c) Ta có: $b_{n+1} - b_n = \frac{2-3(n+1)}{4} - \frac{2-3n}{4} = \frac{2-3n-3-2+3n}{4} = -\frac{3}{4}, \forall n \geq 1$.

Suy ra: (b_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $b_1 = \frac{2-3 \cdot 1}{4} = -\frac{1}{4}$ và công sai $d = -\frac{3}{4}$

d) Ta có: $c_{n+1} - c_n = (n+1)^2 - n^2 = 2n+1$ (phụ thuộc vào giá trị của n).

Suy ra (c_n) không phải là một cấp số cộng.

Câu 4. Cho cấp số cộng $-2; x; 6; y$. Khi đó

a) $x = 2$

b) $y = 8$

c) $P = y - x = 6$

c) $P = x^2 + y^2 = 104$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Theo tính chất của cấp số cộng, ta có: $x = \frac{-2+6}{2} = 2$ và $6 = \frac{x+y}{2}$.

Vì $x = 2$ nên $6 = \frac{2+y}{2} \Rightarrow y = 10$.

Vậy $P = y - x = 8$

Vậy $P = x^2 + y^2 = 2^2 + 10^2 = 104$.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) , biết rằng: $u_1 = -3, u_6 = 27$, khi đó:

- a) Công sai của cấp số cộng bằng 7
- b) Số hạng $u_{85} = 501$
- c) Số hạng $u_{10} = 52$
- d) Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 21165$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

Ta có: $u_6 = u_1 + 5d \Leftrightarrow 27 = -3 + 5d \Leftrightarrow d = 6$.

Vậy $u_n = u_1 + (n-1)d = -3 + (n-1) \cdot 6 = -9 + 6n$

$$S_{85} = \frac{85}{2}(2u_1 + 84d) = \frac{85}{2}[2 \cdot (-3) + 84 \cdot 6] = 21165$$

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) , biết rằng: $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150, khi đó:

- a) Công sai của cấp số cộng bằng 6
- b) Số hạng $u_{85} = 341$
- c) Số hạng $u_{10} = 42$
- d) Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 14705$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

Ta có: $S_{50} = \frac{50}{2}(2u_1 + 49d) = \frac{50}{2}(2 \cdot 5 + 49d) = 5150 \Rightarrow d = 4$.

Suy ra $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + (n-1)4 = 1 + 4n$.

$$S_{85} = \frac{85}{2}(2u_1 + 84d) = \frac{85}{2}(2 \cdot 5 + 84 \cdot 4) = 14705.$$

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$ (trong đó S_n, S_{2n} theo thứ tự là tổng của n và $2n$ số hạng đầu của cấp số cộng).

- a) Số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2
- b) Công sai của cấp số cộng (u_n) bằng 3
- c) Số hạng $u_{15} = 58$
- b) Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng bằng 350

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) b) Gọi d là công sai của cấp số cộng, ta có: $u_5 = 18 \Leftrightarrow u_1 + 4d = 18$;

$$4S_n = S_{2n} \Leftrightarrow \frac{4n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = \frac{2n}{2}[2u_1 + (2n-1)d]$$

$$\Leftrightarrow 4u_1 + (2n-2)d = 2u_1 + (2n-1)d \Leftrightarrow 2u_1 - d = 0.$$

Từ (1) và (2) suy ra $u_1 = 2, d = 4$.

c) Số hạng tổng quát $u_n = 2 + (n-1)4 = 4n - 2$ suy ra $u_{15} = 58$

d) Tổng 15 số hạng đầu cấp số cộng là:

$$S_{15} = \frac{15}{2}(2u_1 + 14d) = \frac{15}{2}(2 \cdot 2 + 14 \cdot 4) = 450.$$

Câu 8. Cho cấp số cộng (u_n) , gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$. Khi đó:

a) Số hạng $u_1 = 5$

b) Tổng $u_1 + u_3 = 14$

c) Công sai của cấp số cộng bằng 3

d) Số hạng $u_{11} = 25$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Gọi d là công sai của cấp số cộng.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S_7 = 77 \\ S_{12} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7}{2}(2u_1 + 6d) = 77 \\ \frac{12}{2}(2u_1 + 11d) = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + 21d = 77 \\ 12u_1 + 66d = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 2 \end{cases}.$$

Khi đó: $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + 2(n-1) = 3 + 2n$.

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d < 0$ thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases}$. Khi đó:

a) Số hạng $u_1 = 25$

b) Công sai $d = -3$

c) Số hạng $u_{10} = -11$

d) Số hạng $u_{2024} = -8067$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có:
$$\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 6d = 26 \\ (u_1 + d)^2 + (u_1 + 5d)^2 = 466 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 13 - 3d & (1) \\ (u_1 + d)^2 + (u_1 + 5d)^2 = 466 & (2) \end{cases}$$

Thay (1) vào (2), ta được: $(13 - 2d)^2 + (13 + 2d)^2 = 466 \Leftrightarrow 8d^2 + 338 = 466$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d = 4 \\ d = -4 \end{cases}$$

Vì $d < 0$ nên ta nhận $d = -4$, khi đó $u_1 = 25$

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = 25 + (n-1)(-4) = 29 - 4n$.

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và $d = -7$. Khi đó

- a) $u_{11} = -65$
- b) $u_5 + u_7 = -50$
- c) Số -849 là số hạng thứ 123 của cấp số cộng
- d) Số -114 là số hạng thứ 18 của cấp số cộng

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng là: $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + (n-1) \cdot (-7) = -7n + 12$

- a) Ta có: $u_{11} = -7 \cdot 11 + 12 = -65$.
- b) $u_5 + u_7 = -60$
- c) Ta có: $-849 = -7n + 12 \Rightarrow n = 123$.
- d) Ta có $-114 = -7n + 12 \Rightarrow n = 18$

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases}$. Khi đó

- a) Số hạng $u_1 = 21$
- b) Công sai của cấp số cộng bằng -2
- c) Số hạng $u_{11} = -9$
- d) Số -6048 là số hạng thứ 2024

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - (u_1 + 2d) + (u_1 + 4d) = 15 \\ u_1 + (u_1 + 4d) = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 15 \\ 2u_1 + 5d = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 21 \\ d = -3 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } u_n = u_1 + (n-1)d = 21 + (n-1)(-3) = -3n + 24$$

$$\text{Vậy } u_{11} = -9$$

$$\text{Ta có } -6048 = -3n + 24 \Rightarrow n = 2024$$

Câu 12. Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Dãy số (u_n) với $\frac{-2}{3}; \frac{-1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}$ là cấp số cộng với $u_1 = \frac{-2}{3}; d = \frac{1}{3}$.

b) Dãy số (u_n) với $u_n = 7 - 3n$ là cấp số cộng với $u_1 = 4; d = -3$.

c) Dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + n + 1$ là cấp số cộng với $u_1 = 3; d = 1$.

d) Dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n + 3n$ không là cấp số cộng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

a) Dãy số (u_n) với $\frac{-2}{3}; \frac{-1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}$

$$\text{Ta thấy: } u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = \dots = \frac{1}{3}$$

$$\text{Vậy } (u_n) \text{ là cấp số cộng với } u_1 = \frac{-2}{3}; d = \frac{1}{3}$$

b) Dãy số (u_n) với $u_n = 7 - 3n$.

$$\text{Ta có: } u_{n+1} - u_n = [7 - 3(n+1)] - (7 - 3n) = -3$$

$$\text{Vậy } (u_n) \text{ là cấp số cộng với } u_1 = 7 - 3 \cdot 1 = 4; d = -3$$

c) Dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + n + 1$.

$$\text{Ta có: } u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 + (n+1) + 1 - (n^2 + n + 1) = 2n + 2 \text{ phụ thuộc vào } n$$

$$\text{Vậy } (u_n) \text{ không là cấp số cộng.}$$

d) Dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n + 3n$.

$$\text{Ta có: } u_{n+1} - u_n = (-1)^{n+1} + 3(n+1) - [(-1)^n + 3n] = -(-1)^n + 3 - (-1)^n = 3 - 2(-1)^n \text{ phụ thuộc vào } n$$

$$\text{Vậy } (u_n) \text{ không là cấp số cộng.}$$