

## CÂU HỎI

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , biết  $AB$  cắt  $CD$  tại  $E$ ,  $AC$  cắt  $BD$  tại  $F$  trong mặt phẳng đáy. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

|    | Mệnh đề                                                                                                             | Đúng | Sai |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a) | Đường thẳng $EF$ nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$ .                                                                     |      |     |
| b) | $AB$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAB)$ và $(ABCD)$ .                                                          |      |     |
| c) | $SF$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAB)$ và $(SCD)$ , $SE$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAC)$ và $(SBD)$ . |      |     |
| d) | Gọi $G = EF \cap AD$ khi đó, $SG$ giao tuyến của mặt phẳng $(SEF)$ và mặt phẳng $(SAD)$ .                           |      |     |

**Câu 2.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$ ,  $M$  là một điểm trên cạnh  $AB, N$  là một điểm trên cạnh  $AC$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

|    | Mệnh đề                                                                      | Đúng | Sai |
|----|------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a) | $IJ$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (JAD)$ .                        |      |     |
| b) | $ND$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MND), (ADC)$ .                        |      |     |
| c) | $BI$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCI), (ABD)$ .                        |      |     |
| d) | Giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (DMN)$ song song với đường thẳng $IJ$ . |      |     |

**Câu 3.** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  không đồng phẳng. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $BC$ . Trên đoạn  $BD$  lấy điểm  $P$  sao cho  $BP = 2PD$ ,  $E = CD \cap NP$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

|    | Mệnh đề                                                                                                    | Đúng | Sai |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a) | $NM$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ABC)$                                                        |      |     |
| b) | $DC$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCD), (ADC)$                                                        |      |     |
| c) | Giao điểm của đường thẳng $CD$ và mặt phẳng $(MNP)$ là điểm $E$                                            |      |     |
| d) | Giao điểm của đường thẳng $AD$ và mặt phẳng $(MNP)$ là giao điểm của đường thẳng $AD$ với đường thẳng $MP$ |      |     |

**Câu 4.** Cho tứ giác  $ABCD$  có  $AC$  và  $BD$  giao nhau tại  $O$  và một điểm  $S$  không thuộc mặt phẳng  $(ABCD)$ . Trên đoạn  $SC$  lấy một điểm  $M$  không trùng với  $S$  và  $C$ ,  $K = AM \cap SO$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

|    | Mệnh đề                                                                                 | Đúng | Sai |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a) | $SO$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAC), (ABC)$                                     |      |     |
| b) | $SO$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAC), (SBD)$                                     |      |     |
| c) | Giao điểm của đường thẳng $SO$ với mặt phẳng $(ABM)$ là điểm $K$                        |      |     |
| d) | Giao điểm của đường thẳng $SD$ với mặt phẳng $(ABM)$ là điểm $N$ thuộc đường thẳng $AK$ |      |     |

**Câu 5.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  với  $M$  là một điểm trên cạnh  $SC$ ,  $N$  là một điểm trên cạnh  $BC$ . Gọi  $O = AC \cap BD$  và  $K = AN \cap CD$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

|    | Mệnh đề                                                                          | Đúng | Sai |
|----|----------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a) | $SO$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAC)$ và $(SBD)$ .                        |      |     |
| b) | Giao điểm của đường thẳng $AM$ và mặt phẳng $(SBD)$ là điểm nằm trên cạnh $SO$ . |      |     |
| c) | $KM$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(AMN)$ và $(SCD)$ .                        |      |     |
| d) | Giao điểm của đường thẳng $SD$ và mặt phẳng $(AMN)$ là điểm nằm trên cạnh $KM$   |      |     |

**Câu 6.** Cho hình bình hành  $ABCD$  và một điểm  $S$  không thuộc mặt phẳng  $(ABCD)$ , các điểm  $M, N$  lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng  $AB, SC$ . Gọi  $O = AC \cap BD$ ;

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

|    | Mệnh đề                                                                                       | Đúng | Sai |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a) | $SO$ giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAC)$ và $(SBD)$ .                                        |      |     |
| b) | Giao điểm của $I$ của đường thẳng $AN$ và mặt phẳng $(SBD)$ là điểm nằm trên đường thẳng $SO$ |      |     |
| c) | Giao điểm của $J$ của đường thẳng $MN$ và mặt phẳng $(SBD)$ là điểm nằm trên đường thẳng $SD$ |      |     |
| d) | Ba điểm $I, J, B$ thẳng hàng.                                                                 |      |     |

**Câu 7.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  là điểm trên cạnh  $AB$ ,  $N$  là điểm thuộc cạnh  $AC$  sao cho  $MN$  không song song với  $BC$ . Gọi  $P$  là điểm nằm trong  $\triangle BCD$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

|    | Mệnh đề                                                                     | Đúng | Sai |
|----|-----------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a) | $MN = (MNP) \cap (ABC)$                                                     |      |     |
| b) | Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (BCD)$ là đường thẳng cắt $BC$         |      |     |
| c) | Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ABD)$ là đường thẳng cắt $AB$ và $DC$ |      |     |
| d) | Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ACD)$ là đường thẳng cắt $AB$ và $DC$ |      |     |

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Gọi  $I$  giao điểm của đường thẳng  $AM$  và mặt phẳng  $(SBD)$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

|    | Mệnh đề                                                                                                                                                         | Đúng | Sai |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a) | $AM \cap SO = I$                                                                                                                                                |      |     |
| b) | $IA = 3IM$                                                                                                                                                      |      |     |
| c) | Giao điểm $E$ của đường thẳng $SD$ và mặt phẳng $(ABM)$ là điểm thuộc đường thẳng $BI$                                                                          |      |     |
| d) | Gọi $N$ là một điểm tùy ý trên cạnh $AB$ . Khi đó giao điểm của đường thẳng $MN$ và mặt phẳng $(SBD)$ là điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng $(SBD), (SNC)$ |      |     |

**Câu 9.** Cho tứ diện  $SABC$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là hai điểm trên hai cạnh  $AB$  và  $BC$  sao cho  $MN$  không song song với  $AC$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

| Mệnh đề |                                                                                                    | Đúng | Sai |
|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a)      | Đường thẳng $MN$ cắt đường thẳng $AC$                                                              |      |     |
| b)      | Giao điểm của đường thẳng $MN$ và mặt phẳng $(SAC)$ là giao điểm của $MN$ và $AC$ .                |      |     |
| c)      | Giao tuyến của hai mặt phẳng $(SMN)$ và $(SAC)$ là đường thẳng đi qua giao điểm của $MN$ và $AC$ . |      |     |
| d)      | Giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAN)$ và $(SCM)$ là đường thẳng đi qua giao điểm của $MN$ và $AC$ . |      |     |

**Câu 10.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ ;  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SB, SD$ ;  $P$  thuộc đoạn  $SC$  và không là trung điểm của  $SC$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

| Mệnh đề |                                                                                                               | Đúng | Sai |
|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a)      | Giao điểm $E$ của đường thẳng $SO$ và mặt phẳng $(MNP)$ là giao điểm của $MN$ và $SO$ .                       |      |     |
| b)      | Giao điểm $Q$ đường thẳng $SA$ và mặt phẳng $(MNP)$ là giao điểm của $PE$ và $SO$ .                           |      |     |
| c)      | Gọi $I, J, K$ lần lượt là giao điểm của $QM$ và $AB, QP$ và $AC, QN$ và $AD$ . Vậy $I, J, K$ thẳng hàng.      |      |     |
| d)      | Gọi $I, J, K$ lần lượt là giao điểm của $QM$ và $AB, QP$ và $AC, QN$ và $AD$ . Vậy $I, J, K$ không thẳng hàng |      |     |

## LỜI GIẢI

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , biết  $AB$  cắt  $CD$  tại  $E$ ,  $AC$  cắt  $BD$  tại  $F$  trong mặt phẳng đáy. Khi đó:

- a) Đường thẳng  $EF$  nằm trong mặt phẳng  $(ABCD)$ .
- b)  $AB$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(ABCD)$ .
- c)  $SF$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$ ,  $SE$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .
- d) Gọi  $G = EF \cap AD$  khi đó,  $SG$  giao tuyến của mặt phẳng  $(SEF)$  và mặt phẳng  $(SAD)$ .

### Lời giải

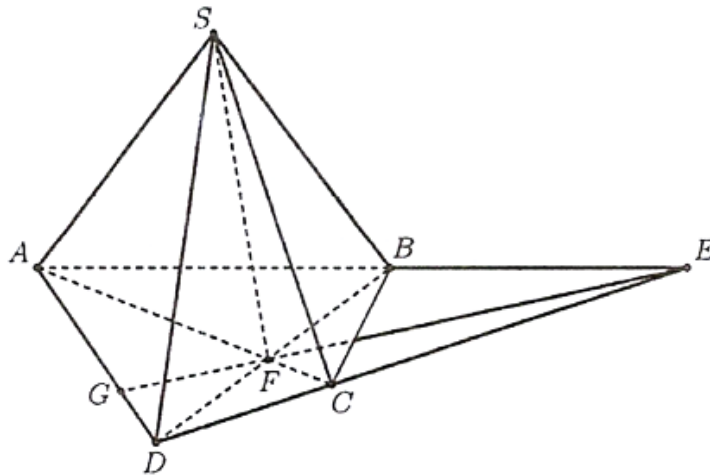
|         |         |        |         |
|---------|---------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|

a) Ta có:  $E = AB \cap CD \Rightarrow E \in AB, AB \subset (ABCD) \Rightarrow E \in (ABCD)$ .

Tương tự:  $F = AC \cap BD \Rightarrow F \in AC, AC \subset (ABCD) \Rightarrow F \in (ABCD)$ . Vậy  $EF \subset (ABCD)$ .

b) Dễ thấy  $A$  là điểm chung của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(ABCD)$ ,  $B$  cũng là điểm chung của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(ABCD)$ .

Suy ra  $AB = (SAB) \cap (ABCD)$ .



c) Tìm giao tuyến của  $(SAB)$  và  $(SCD)$  :

Dễ thấy  $S$  là điểm chung của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$ .

Ta có: 
$$\begin{cases} E \in AB, AB \subset (SAB) \\ E \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow E \in (SAB) \cap (SCD).$$

Vậy  $SE = (SAB) \cap (SCD)$ .

Tìm giao tuyến của  $(SAC)$  và  $(SBD)$  :

Dễ thấy  $S$  là điểm chung của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .

Ta có:  $\begin{cases} F \in AC, AC \subset (SAC) \\ F \in BD, BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow F \in (SAC) \cap (SBD).$

Vậy  $SF = (SAC) \cap (SBD).$

d) Tìm giao tuyến của  $(SEF)$  với  $(SAD)$  :

Dễ thấy  $S$  là điểm chung của hai mặt phẳng  $(SEF)$  và  $(SAD).$

Trong mặt phẳng  $(ABCD)$ , gọi  $G = EF \cap AD.$

Ta có:  $\begin{cases} G \in EF, EF \subset (SEF) \\ G \in AD, AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow G \in (SEF) \cap (SAD).$

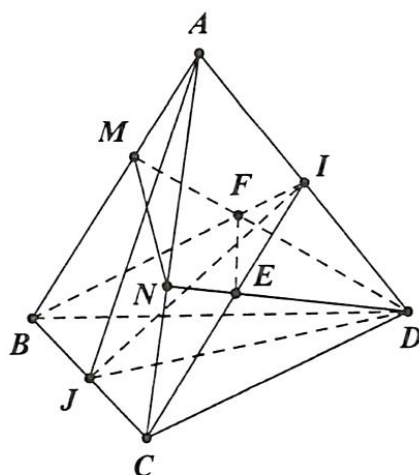
Vậy  $SG = (SEF) \cap (SAD).$

**Câu 2.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$ ,  $M$  là một điểm trên cạnh  $AB, N$  là một điểm trên cạnh  $AC$ . Khi đó:

- $IJ$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(IBC), (JAD).$
- $ND$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MND), (ADC).$
- $BI$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(BCI), (ABD).$
- Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(IBC), (DMN)$  song song với đường thẳng  $IJ$ .

**Lời giải**

|         |         |         |        |
|---------|---------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|---------|---------|---------|--------|



a) Ta có:  $I \in AD, AD \subset (JAD) \Rightarrow I \in (JAD) \Rightarrow IJ \subset (JAD);$   
 $J \in BC, BC \subset (IBC) \Rightarrow J \in (IBC) \Rightarrow IJ \subset (IBC).$  Vậy  $(IBC) \cap (JAD) = IJ.$

b)  $ND$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MND), (ADC).$

c)  $BI$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(BCI), (ABD).$

d) Gọi  $E = DN \cap CI$  ( trong  $mp(ACD)$ ) và  $F = DM \cap BI$  ( trong  $mp(ABD)$ ).

$$\text{Ta có: } \begin{cases} E \in DN, DN \subset (DMN) \\ E \in IC, IC \subset (IBC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow E \in (DMN) \cap (IBC). (1)$$

$$\text{Tương tự: } \begin{cases} F \in DM, DM \subset (DMN) \\ F \in BI, BI \subset (IBC) \end{cases} \Rightarrow F \in (DMN) \cap (IBC).$$

Từ (1) và (2) suy ra  $(DMN) \cap (IBC) = EF$ .

Khi đó  $EF$  cắt  $IJ$

**Câu 3.** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  không đồng phẳng. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $BC$ . Trên đoạn  $BD$  lấy điểm  $P$  sao cho  $BP = 2PD$ ,  $E = CD \cap NP$ . Khi đó:

- $NM$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MNP), (ABC)$
- $DC$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(BCD), (ADC)$
- Giao điểm của đường thẳng  $CD$  và mặt phẳng  $(MNP)$  là điểm  $E$
- Giao điểm của đường thẳng  $AD$  và mặt phẳng  $(MNP)$  là giao điểm của đường thẳng  $AD$  với đường thẳng  $MP$

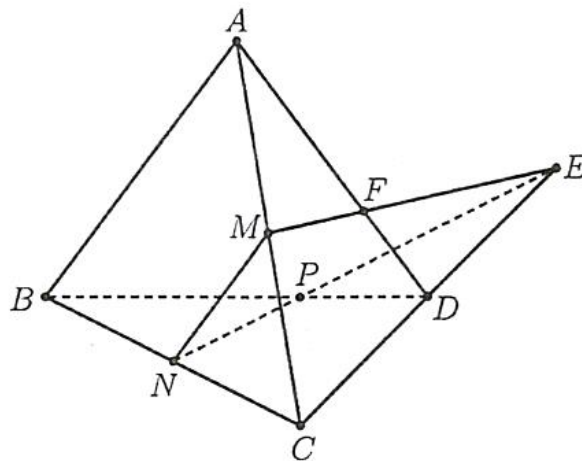
### Lời giải

|         |         |         |        |
|---------|---------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|---------|---------|---------|--------|

- $NM$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MNP), (ABC)$
- $DC$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(BCD), (ADC)$
- Tìm giao điểm của  $CD$  và mặt phẳng  $(MNP)$ :

Trong mặt phẳng  $(BCD)$ , vì  $NP$  và  $CD$  không song song nhau nên ta có thể gọi  $E = CD \cap NP$ .

$$\text{Vì } \begin{cases} E \in CD \\ E \in NP, NP \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow E = CD \cap (MNP).$$



- Tìm giao điểm của  $AD$  và  $(MNP)$ :

Xét mặt phẳng phụ là  $(ACD)$  chứa  $AD$ . Ta cần tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(MNP)$ .

Vì  $M \in AC, AC \subset (ACD) \Rightarrow M \in (ACD) \Rightarrow M \in (ACD) \cap (MNP)$ . (1)

Theo câu a), ta có  $\begin{cases} E \in CD, CD \subset (ACD) \\ E \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow E \in (ACD) \cap (MNP)$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $ME = (ACD) \cap (MNP)$ .

Trong mặt phẳng  $(ACD)$ , gọi  $F = AD \cap ME$ .

Vì  $\begin{cases} F \in AD \\ F \in ME, ME \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow F = AD \cap (MNP)$ .

**Câu 4.** Cho tứ giác  $ABCD$  có  $AC$  và  $BD$  giao nhau tại  $O$  và một điểm  $S$  không thuộc mặt phẳng  $(ABCD)$ . Trên đoạn  $SC$  lấy một điểm  $M$  không trùng với  $S$  và  $C$ ,  $K = AM \cap SO$ . Khi đó:

- a)  $SO$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC), (ABC)$
- b)  $SO$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC), (SBD)$
- c) Giao điểm của đường thẳng  $SO$  với mặt phẳng  $(ABM)$  là điểm  $K$
- d) Giao điểm của đường thẳng  $SD$  với mặt phẳng  $(ABM)$  là điểm  $N$  thuộc đường thẳng  $AK$

**Lời giải**

|               |                |                |               |
|---------------|----------------|----------------|---------------|
| <b>a) Sai</b> | <b>b) Đúng</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Sai</b> |
|---------------|----------------|----------------|---------------|

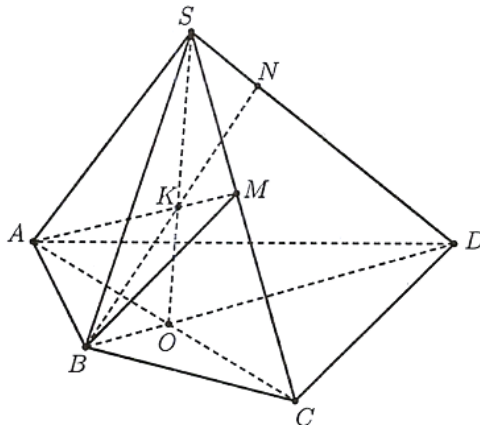
a)  $AC$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC), (ABC)$

b)  $SO$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC), (SBD)$

c) Tìm giao điểm của  $SO$  và  $(ABM)$  :

Trong mặt phẳng  $(SAC)$ , gọi  $K = AM \cap SO$ .

Vì  $\begin{cases} K \in AM, AM \subset (ABM) \\ K \in SO \end{cases} \Rightarrow K = SO \cap (ABM)$ .



d) Tìm giao điểm của  $SD$  và  $(ABM)$  :

Xét mặt phẳng phụ ( $SBD$ ) chứa  $SD$ .

Dễ thấy  $B$  là điểm chung của hai mặt phẳng ( $SBD$ ) và ( $ABM$ ).

Ta có:  $\begin{cases} K \in AM, AM \subset (ABM) \\ K \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow K \in (SBD) \cap (ABM).$

Do đó  $BK = (SBD) \cap (ABM)$ .

Trong mặt phẳng ( $SBD$ ), gọi  $N = BK \cap SD$ .

Vì  $\begin{cases} N \in SD \\ N \in BK, BK \subset (ABM) \end{cases} \Rightarrow N = SD \cap (ABM).$

**Câu 5.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  với  $M$  là một điểm trên cạnh  $SC$ ,  $N$  là một điểm trên cạnh  $BC$ . Gọi  $O = AC \cap BD$  và  $K = AN \cap CD$ . Khi đó:

a)  $SO$  là giao tuyến của hai mặt phẳng ( $SAC$ ) và ( $SBD$ ).

b) Giao điểm của đường thẳng  $AM$  và mặt phẳng ( $SBD$ ) là điểm nằm trên cạnh  $SO$ .

c)  $KM$  là giao tuyến của hai mặt phẳng ( $AMN$ ) và ( $SCD$ ).

d) Giao điểm của đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng ( $AMN$ ) là điểm nằm trên cạnh  $KM$

#### Lời giải

|         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|---------|---------|---------|

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng ( $SAC$ ) và ( $SBD$ ):

Dễ thấy  $S$  là điểm chung của hai mặt phẳng ( $SAC$ ) và ( $SBD$ ).

Trong mặt phẳng ( $ABCD$ ), gọi  $O = AC \cap BD$ .

Vì  $\begin{cases} O \in AC, AC \subset (SAC) \\ O \in BD, BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD).$

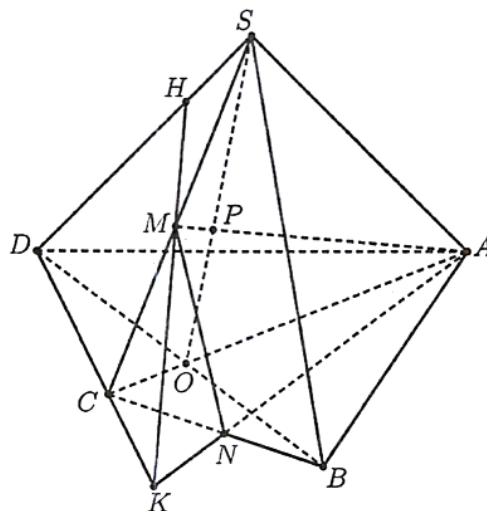
Vậy  $SO = (SAC) \cap (SBD)$ .

b) Tìm giao điểm của  $AM$  và mặt phẳng ( $SBD$ ):

Trong mặt phẳng ( $SAC$ ), gọi  $P = AM \cap SO$ .

Ta có:  $\begin{cases} P \in AM \\ P \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow P = AM \cap (SBD).$





c) Xét mặt phẳng phụ  $(SCD)$  chứa  $SD$ . Ta tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(AMN)$  và  $(SCD)$ .

Trong mặt phẳng  $(ABCD)$ , gọi  $K = AN \cap CD$ .

Khi đó:  $\begin{cases} K \in AN, AN \subset (AMN) \\ K \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow K \in (AMN) \cap (SCD)$ .

Mặt khác:  $M \in SC, SC \subset (SCD) \Rightarrow M \in (SCD) \Rightarrow M \in (SCD) \cap (AMN)$ .

Vậy  $KM = (SCD) \cap (AMN)$ .

d) Trong mặt phẳng  $(SCD)$ , gọi  $H = KM \cap SD$ .

Ta có:  $\begin{cases} H \in SD \\ H \in KM, KM \subset (AMN) \end{cases} \Rightarrow H = SD \cap (AMN)$ .

**Câu 6.** Cho hình bình hành  $ABCD$  và một điểm  $S$  không thuộc mặt phẳng  $(ABCD)$ , các điểm  $M, N$  lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng  $AB, SC$ . Gọi  $O = AC \cap BD$ ;

a)  $SO$  giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .

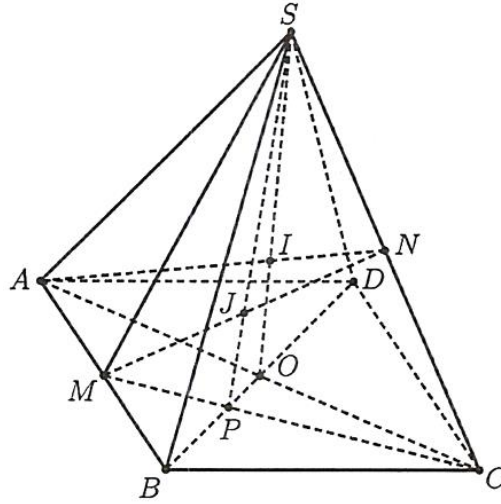
b) Giao điểm của  $I$  của đường thẳng  $AN$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là điểm nằm trên đường thẳng  $SO$

c) Giao điểm của  $J$  của đường thẳng  $MN$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là điểm nằm trên đường thẳng  $SD$

d) Ba điểm  $I, J, B$  thẳng hàng.

**Lời giải**

|         |         |        |         |
|---------|---------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|



a)  $SO$  giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .

b) Tìm giao điểm  $I$  của  $AN$  và mặt phẳng  $(SBD)$  :

Trong mặt phẳng  $(ABCD)$ , gọi  $O = AC \cap BD$ ;

Trong mặt phẳng  $(SAC)$ , gọi  $I = SO \cap AN$ .

Ta có:  $\begin{cases} I \in AN \\ I \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I = AN \cap (SBD).$

c) Tìm giao điểm  $J$  của  $MN$  và mặt phẳng  $(SBD)$  :

Trong mặt phẳng  $(ABCD)$ , gọi  $P = CM \cap BD$ ;

Trong mặt phẳng  $(SCM)$ , gọi  $J = MN \cap SP$ ;

Ta có:  $\begin{cases} J \in MN \\ J \in SP, SP \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J = MN \cap (SBD).$

d) Chứng minh  $I, J, B$  thẳng hàng:

Dễ thấy  $B \in (ABN) \cap (SBD)$ . (1)

Ta có:  $\begin{cases} I \in AN, AN \subset (ABN) \\ I \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in (ABN) \cap (SBD)$ . (2)

Tương tự:  $\begin{cases} J \in MN, MN \subset (ABN) \\ J \in SP, SP \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J \in (ABN) \cap (SBD)$ . (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra  $B, I, J$  cùng thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ABN)$  và  $(SBD)$  nên ba điểm này thẳng hàng.

**Câu 7.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  là điểm trên cạnh  $AB$ ,  $N$  là điểm thuộc cạnh  $AC$  sao cho  $MN$  không song song với  $BC$ . Gọi  $P$  là điểm nằm trong  $\triangle BCD$ . Khi đó:

a)  $MN = (MNP) \cap (ABC)$

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MNP), (BCD)$  là đường thẳng cắt  $BC$

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MNP)$ ,  $(ABD)$  là đường thẳng cắt  $AB$  và  $DC$

d) Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MNP)$ ,  $(ACD)$  là đường thẳng cắt  $AB$  và  $DC$

### Lời giải

|         |         |        |        |
|---------|---------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|---------|---------|--------|--------|

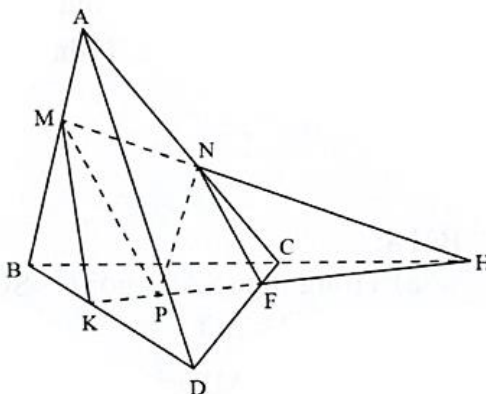
a)  $MN = (MNP) \cap (ABC)$

b) Trong  $(ABC)$  gọi  $H = MN \cap BC$ .

Ta có:  $\begin{cases} H \in MN \subset (MNP) \\ H \in BC \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow H \in (MNP) \cap (BCD) (1)$

Lại có:  $\begin{cases} P \in (MNP) \\ P \in (BCD) \end{cases} \Rightarrow P \in (MNP) \cap (BCD) (2)$

Từ (1) và (2) suy ra  $HP = (MNP) \cap (BCD)$



c) Trong  $(BCD)$  gọi  $K = HP \cap BD$

Ta có:  $\begin{cases} K \in BD \subset (ABD) \\ K \in HP \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow K \in (MNP) \cap (ABD) (1)$

Lại có:  $\begin{cases} M \in (MNP) \\ M \in AB \subset (ABD) \end{cases} \Rightarrow M \in (MNP) \cap (ABD) (2)$

Từ (1) và (2) suy ra  $MK \in (MNP) \cap (ABD)$ .

d) Trong  $(BCD)$  gọi  $F = HK \cap DC$ .

Trình bày tương tự như hai câu trên ta được  $NF = (MNP) \cap (ACD)$

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Gọi  $I$  giao điểm của đường thẳng  $AM$  và mặt phẳng  $(SBD)$ . Khi đó:

a)  $AM \cap SO = I$ .

b)  $IA = 3IM$ .

c) Giao điểm  $E$  của đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(ABM)$  là điểm thuộc đường thẳng  $BI$

d) Gọi  $N$  là một điểm tùy ý trên cạnh  $AB$ . Khi đó giao điểm của đường thẳng  $MN$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SBD), (SNC)$

### Lời giải

|         |        |         |         |
|---------|--------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|--------|---------|---------|

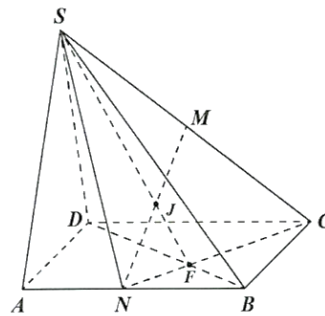
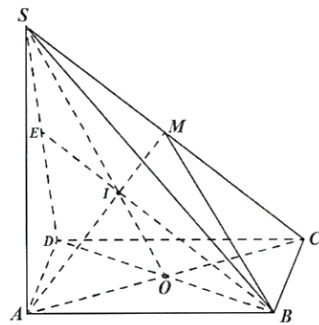
a) b) Trong  $(SAC): AM \cap SO = I$ .

Ta có  $\begin{cases} I \in AM \\ I \in SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in AM \cap (SBD)$ .

Tam giác  $SAC$  có hai đường trung tuyến  $AM$  và  $SO$  cắt nhau tại  $I$ , suy ra  $I$  là trọng tâm của tam giác  $SAC$ . Từ đó ta có  $IA = 2IM$ .

c) Trong  $(SBD): BI \cap SD = E$ .

Ta có  $\begin{cases} E \in SD \\ E \in BI \subset (ABM) \end{cases} \Rightarrow E \in SD \cap (ABM)$ .



d) Trong  $(ABCD): CN \cap BD = F$ .

Trong  $(SNC): SF \cap MN = J$ .

Ta có  $\begin{cases} J \in MN \\ J \in SF \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J \in MN \cap (SBD)$ .

**Câu 9.** Cho tứ diện  $SABC$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là hai điểm trên hai cạnh  $AB$  và  $BC$  sao cho  $MN$  không song song với  $AC$ . Khi đó:

a) Đường thẳng  $MN$  cắt đường thẳng  $AC$

b) Giao điểm của đường thẳng  $MN$  và mặt phẳng  $(SAC)$  là giao điểm của  $MN$  và  $AC$ .

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SMN)$  và  $(SAC)$  là đường thẳng đi qua giao điểm của  $MN$  và  $AC$ .

d) Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAN)$  và  $(SCM)$  là đường thẳng đi qua giao điểm của  $MN$  và  $AC$ .

### Lời giải

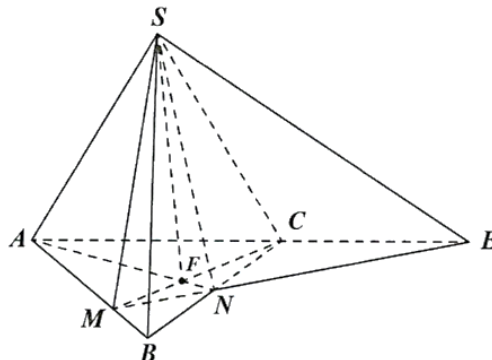
|         |         |         |        |
|---------|---------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|---------|---------|---------|--------|

b) Trong mặt phẳng  $(ABC)$ , vẽ giao điểm  $E$  của  $MN$  và  $AC$ .

Ta có  $E \in AC$ , suy ra  $E \in (SAC)$ .

Vậy  $E$  là giao điểm của đường thẳng  $MN$  và mặt phẳng  $(SAC)$ .

c) Ta có  $S$  và  $E$  là hai điểm chung của hai mặt phẳng  $(SMN)$  và  $(SAC)$ .



Suy ra  $(SMN) \cap (SAC) = SE$ .

d) Trong mặt phẳng  $(ABC)$ , vẽ giao điểm  $F$  của  $AN$  và  $MC$ .

Ta có  $S$  và  $F$  là hai điểm chung của hai mặt phẳng  $(SAN)$  và  $(SCM)$ .

Suy ra  $(SAN) \cap (SCM) = SF$ .

**Câu 10.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ ;  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SB, SD$ ;  $P$  thuộc đoạn  $SC$  và không là trung điểm của  $SC$ . Khi đó:

a) Giao điểm  $E$  của đường thẳng  $SO$  và mặt phẳng  $(MNP)$  là giao điểm của  $MN$  và  $SO$ .

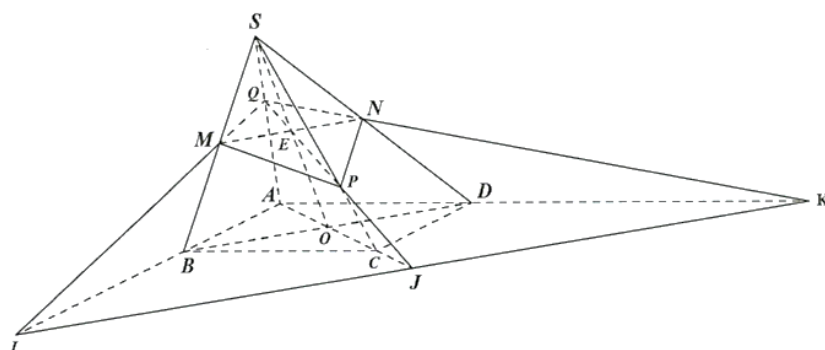
b) Giao điểm  $Q$  đường thẳng  $SA$  và mặt phẳng  $(MNP)$  là giao điểm của  $PE$  và  $SO$ .

c) Gọi  $I, J, K$  lần lượt là giao điểm của  $QM$  và  $AB, QP$  và  $AC, QN$  và  $AD$ . Vậy  $I, J, K$  thẳng hàng.

d) Gọi  $I, J, K$  lần lượt là giao điểm của  $QM$  và  $AB, QP$  và  $AC, QN$  và  $AD$ . Vậy  $I, J, K$  không thẳng hàng.

**Lời giải**

|         |        |         |        |
|---------|--------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|



a) Trong (SBD):  $SO \cap MN = E$ .

Ta có  $\begin{cases} E \in SO \\ E \in MN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow E \in SO \cap (MNP).$

b) Trong (SAC):  $PE \cap SA = Q$ .

Ta có  $\begin{cases} Q \in SA \\ Q \in PE \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow Q \in SA \cap (MNP).$

c) Từ giả thiết ta có  $\begin{cases} I \in QM \subset (MNP) \\ J \in QP \subset (MNP) \\ K \in QN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow I, J, K \in (MNP) (1)$

Mặt khác  $\begin{cases} I \in AB \subset (ABCD) \\ J \in AC \subset (ABCD) \\ K \in AD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow I, J, K \in (ABCD) (2)$

Từ (1) và (2) suy ra  $I, J, K \in (MNP) \cap (ABCD)$ .

Suy ra  $I, J, K$  thẳng hàng.