CÂU HỎI

Câu 1. Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng song song a và b. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Có vô số mặt phẳng chứa đường thẳng a mà không chứa đường thẳng b		
b)	Nếu mặt phẳng (P) song song với đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng song song với đường thẳng b.		
c)	Nếu mặt phẳng (P) cắt đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng cắt đường thẳng b.		
d)	Nếu mặt phẳng (P) chứa đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng chứa đường thẳng b.		

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD, P là trung điểm cạnh SA. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$MN//(SBC)$		
b)	$MN//(SAD)$		
c)	SB cắt với mặt phẳng (MNP)		
d)	SC cắt với mặt phẳng (MNP)		

Câu 3. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng và có tâm lần lượt là O và O'. Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM=\frac{1}{3}AE$, $BN=\frac{1}{3}BD$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	OO' song song với mặt phẳng (ADF)		
b)	OO' cắt mặt phẳng (BCE)		
c)	$\frac{BN}{BD}=\frac{2}{3}$		
d)	MN song song với mặt phẳng $(CDFE)$		

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. Giả sử M thuộc đoạn thẳng BC. Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABC) là đường thẳng đi qua M và song song với AB		
b)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (BCD) là đường thẳng đi qua M và song song với CD		
c)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB		
d)	Hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của tứ diện (ta gọi là thiết diện) là hình thang		

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, điểm M di động trên cạnh AD. Một mặt phẳng (α) qua M và song song với hai đường thẳng CD, SA, cắt BC, SC và SD lần lượt tại N, P, Q. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng đi qua M và song song với AD		
b)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAD) là đường thẳng đi qua M và song song với SA		
c)	Tứ giác $MNPQ$ là hình thang có hai đáy là MN và PQ.		
d)	Gọi $I = MQ \cap NP$. Khi đó I thuộc đường thẳng đi qua S và song song với AB		

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và $SCD; E, F$ lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\frac{SJ}{SF} = \frac{2}{3}$		
b)	$IJ // (ABCD)$		
c)	BC song song với mặt phẳng $(SAD), (SEF)$		
d)	BC cắt mặt phẳng (AIJ)		

Câu 7. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2, M$ là một điểm thuộc cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD, cắt các mặt của hình chóp theo hình là một tứ giác. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAB) là đường thẳng đi qua M và song song với AB		
b)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAD) là đường thẳng đi qua M và song song với SD		
c)	$\frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}$		
d)	Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD, cắt các mặt của hình chóp theo hình là một tứ giác có diện tích bằng $\frac{16}{9}$		

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AD = 3AM$. Gọi G, N theo thứ tự là trọng tâm các tam giác SAB, ABC. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AC, BD		
b)	$\frac{DN}{DB} = \frac{1}{3}$		
c)	MN song song với mặt phẳng (SCD)		
d)	NG cắt với mặt phẳng (SAC)		

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của AB và BC. Gọi H,K lần lượt là trọng tâm của ΔSAB và ΔSBC. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	$AC//(SIJ)$		
b)	HK cắt IJ		
c)	$HK//(SAC)$		
d)	Giao tuyến của (BHK) và (ABC) là đường thẳng đi qua B và song song với AC		

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD và E là điểm trên cạnh DC sao cho $DC=3DE, I$ là trung điểm AD. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	OI song song với mặt phẳng (SAB)		
b)	OI song song với mặt phẳng (SCD)		
c)	IE song song với AC		
d)	$GE//(SBC)$		

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng song song a và b. Mỗi khẳng định sau đúng hay sai?

a) Có vô số mặt phẳng chứa đường thẳng a mà không chứa đường thẳng b

b) Nếu mặt phẳng (P) song song với đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng song song với đường thẳng b.

c) Nếu mặt phẳng (P) cắt đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng cắt đường thẳng b.

d) Nếu mặt phẳng (P) chứa đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng chứa đường thẳng b.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Có vô số mặt phẳng chứa đường thẳng a mà không chứa đường thẳng b

Khẳng định b sai vì nếu mặt phẳng (P) song song với đường thẳng a thì mặt phẳng (P) có thể song song hoặc chứa đường thẳng b.

Khẳng định c đúng.

Khẳng địnhh d sai. Có vô số mặt phẳng chứa đường thẳng a mà không chứa đường thẳng b (a,b là hai đường thẳng song song).

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD, P là trung điểm cạnh SA. Khi đó:

a) $MN//(SBC)$

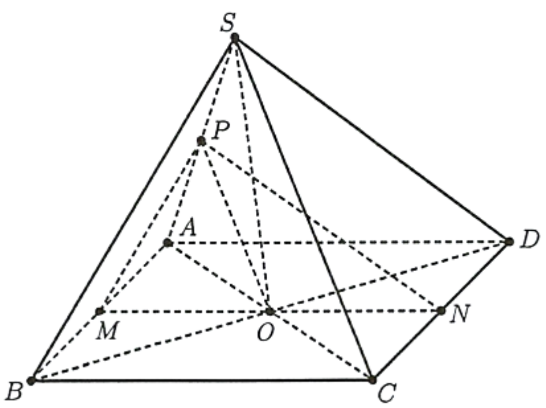
b) $MN//(SAD)$

c) SB cắt với mặt phẳng (MNP)

d) SC cắt với mặt phẳng (MNP)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai



a) b) Chứng minh $MN//(SBC), MN//(SAD)$:

Vì MN là đường trung bình của hình bình hành $ABCD$ nên $MN//BC$, mà $BC \subset (SBC) \Rightarrow MN//(SBC)$.

Tương tự: $MN//AD, AD\subset(SAD)\Rightarrow MN//(SAD)$.

c) d) Chứng minh $SB//(MNP), SC//(MNP)$:

Ta có MP là đường trung bình của tam giác SAB nên $SB//MP$, mà $MP\subset(MNP)$ nên $SB//(MNP)$.

Tương tự: OP là đường trung bình của tam giác SAC nên $SC//OP$, mà $OP\subset(MNP)$ nên $SC//(MNP)$.

Câu 3. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng và có tâm lần lượt là O và O'. Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM=\frac{1}{3}AE$, $BN=\frac{1}{3}BD$. Khi đó:

a) OO' song song với mặt phẳng (ADF)

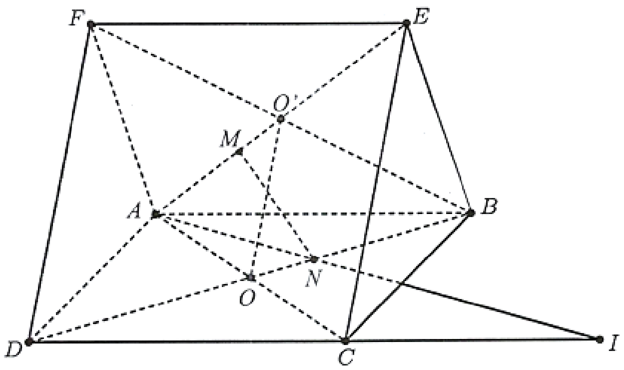
b) OO' cắt mặt phẳng (BCE)

c) $\frac{BN}{BD}=\frac{2}{3}$

d) MN song song với mặt phẳng $(CDFE)$.

Lời giải

a) Đúng	**b) Sai**	**c) Sai**	**d) Đúng**



a) b) Chứng minh OO' song song với mặt phẳng (ADF) và (BCE) : Ta có OO' là đường trung bình của tam giác BDF nên $OO'//DF$, mà $DF\subset(ADF)$ suy ra $OO'//(ADF)$

Tương tự, OO' là đường trung bình của tam giác ACE nên $OO'//CE$, mà $CE\subset(BCE)$ suy ra $OO'//(BCE)$

c) d) Chứng minh MN song song với mặt phẳng $(CDFE)$:

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $I=AN\cap CD$.

Do $AB//CD$ nên $\frac{AN}{AI}=\frac{BN}{BD}=\frac{1}{3}$.

Mặt khác: $\frac{AM}{AE}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{AN}{AI}=\frac{AM}{AE}\Rightarrow MN//IE$, mà $IE\subset(CDFE)$, suy ra $MN//(CDFE)$.

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. Giả sử M thuộc đoạn thẳng BC. Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD. Khi đó:

a) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABC) là đường thẳng đi qua M và song song với AB

b) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (BCD) là đường thẳng đi qua M và song song với CD

c) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB

d) Hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của tứ diện (ta gọi là thiết diện) là hình thang

Lời giải

a) Đúng	**b) Đúng**	**c) Đúng**	**d) Sai**

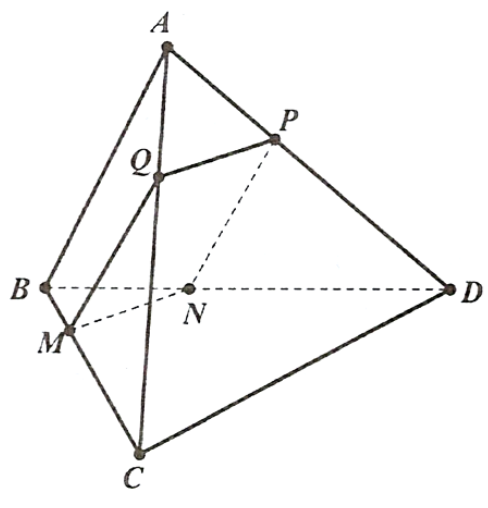
Vì $(\alpha)//AB$ nên giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABC) là đường thẳng đi qua M và song song với AB và cắt AC tại Q.

Vì $(\alpha)//CD$ nên giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (BCD) là đường thẳng đi qua M và song song với CD và cắt BD tại N.

Vì $(\alpha)//AB$ nên giao tuyến của mặt phẳng (α).với mặt phẳng (ABD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB và cắt AD tại P.

Ta có $MN//PQ//CD, MQ//PN//AB$.

Vậy hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của tứ diện (ta gọi là thiết diện) là hình bình hành $MNPQ$.



Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, điểm M di động trên cạnh AD. Một mặt phẳng (α) qua M và song song với hai đường thẳng CD, SA, cắt BC, SC và SD lần lượt tại N, P, Q. Khi đó:

a) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng đi qua M và song song với AD

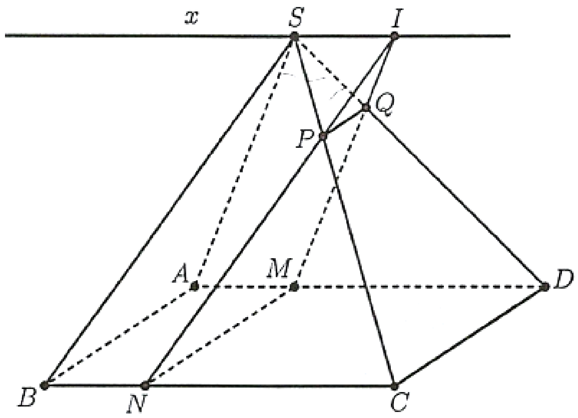
b) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAD) là đường thẳng đi qua M và song song với SA

c) Tứ giác $MNPQ$ là hình thang có hai đáy là MN và PQ.

b) Gọi $I = MQ \cap NP$. Khi đó I thuộc đường thẳng đi qua S và song song với AB

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai



a) b) c) Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?

Ta có: $\begin{cases} MN=(\alpha)\cap(ABCD) \\ CD//(\alpha) \\ CD\subset(ABCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha)\cap(ABCD)=MN//CD.(1)$

Tương tự: $\begin{cases} MQ=(\alpha)\cap(SAD) \\ SA//(\alpha) \\ SA\subset(SAD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha)\cap(SAD)=MQ//SA;$

$\begin{cases} PQ=(\alpha)\cap(SCD) \\ CD//(\alpha) \\ CD\subset(SCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha)\cap(SCD)=PQ//CD\,(2)$

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình thang có hai đáy là MN và PQ.

d) Xét $(SAD)\cap(SBC)$.

Ta có: $\begin{cases} S\in(SAD)\cap(SBC) \\ AD//BC \\ AD\subset(SAD), BC\subset(SBC) \end{cases} \Rightarrow (SAD)\cap(SBC)=Sx$

(với Sx qua S và $Sx//AD//BC$).

Vì $\begin{cases} I\in NP, NP\subset(SBC) \\ I\in MQ, MQ\subset(SAD) \end{cases} \Rightarrow I\in(SAD)\cap(SBC).$

Suy ra $I\in Sx$ (với Sx cố định).

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và $SCD; E, F$ lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khi đó:

a) $\dfrac{SJ}{SF}=\dfrac{2}{3}$

b) $IJ // (ABCD)$.

b) BC song song với mặt phẳng $(SAD), (SEF)$

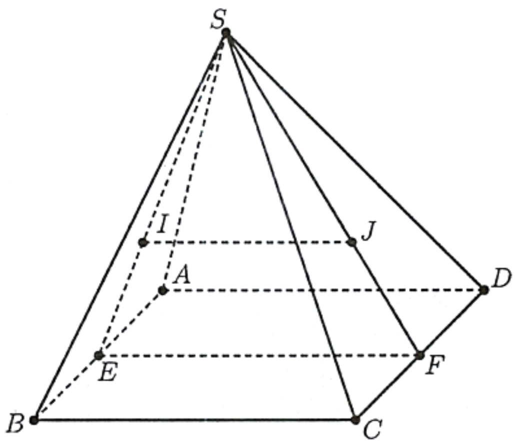
d) BC cắt mặt phẳng (AIJ)

Lời giải

a) Đúng	**b) Đúng**	**c) Đúng**	**d) Sai**

a) b) Do I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SCD nên

$\frac{SI}{SE} = \frac{SJ}{SF} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ // EF$ mà $EF \subset (ABCD) \Rightarrow IJ // (ABCD)$.



c) d) Vì $BC // AD, AD \subset (SAD) \Rightarrow BC // (SAD)$.

Vì EF là đường trung bình của hình bình hành $ABCD$ nên

$BC // EF, EF \subset (SEF) \Rightarrow BC // (SEF)$. Ta có: $IJ // EF, EF // BC \Rightarrow BC // IJ$ mà $IJ \subset (AIJ) \Rightarrow BC // (AIJ)$.

Câu 7. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2, M$ là một điểm thuộc cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD, cắt các mặt của hình chóp theo hình là một tứ giác. Khi đó:

a) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAB) là đường thẳng đi qua M và song song với AB

b) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAD) là đường thẳng đi qua M và song song với SD

c) $\frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}$

d) Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD, cắt các mặt của hình chóp theo hình là một tứ giác có diện tích bằng $\frac{16}{9}$

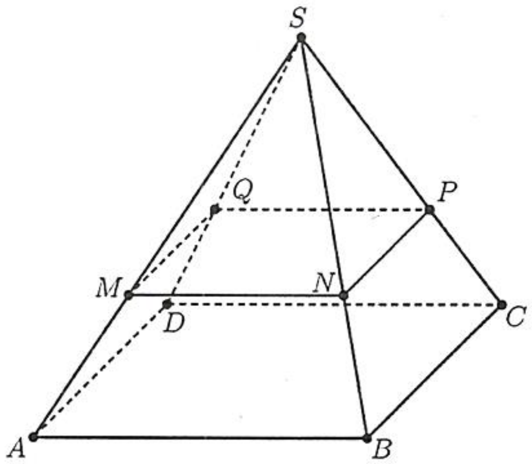
Lời giải

a) Đúng	**b) Sai**	**c) Sai**	**d) Đúng**

Vì $\begin{cases} M \in (SAB) \cap (\alpha) \\ (\alpha) // AB, AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (\alpha) = MN$ với $MN // AB, N \in SB$;

$\begin{cases} M \in (SAD) \cap (\alpha) \\ (\alpha) // AD, AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow (SAD) \cap (\alpha) = MQ$ với $MQ // AD, Q \in SD$.

Vì $BC // AD // MQ$ và $BC \not\subset (\alpha), MQ \subset (\alpha)$ nên $BC // (\alpha)$.



Khi đó, ta có: $\begin{cases} N \in (SBC) \cap (\alpha) \\ (\alpha) // BC, BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow (SBC) \cap (\alpha) = NP$ (với $NP // BC, P \in SC$).

Nối các đỉnh M, N, P, Q ta được một tứ giác.

Ta có: $MN // AB, MQ // AD, NP // BC, PQ // CD$ nên theo định lí Thalès, ta có:

$$\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{SQ}{SD} = \frac{MN}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{MQ}{AD} = \frac{2}{3}.$$

Suy ra $MN = NP = PQ = MQ = \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3}$ (đáy hình của chóp là hình vuông cạnh 2).

Dễ thấy $MNPQ$ là một hình vuông có cạnh bằng $\frac{4}{3}$ nên có diện tích bằng $\frac{16}{9}$ (đơn vị diện tích).

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AD = 3AM$. Gọi G, N theo thứ tự là trọng tâm các tam giác SAB, ABC. Khi đó:

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AC, BD

b) $\frac{DN}{DB} = \frac{1}{3}$

c) MN song song với mặt phẳng (SCD)

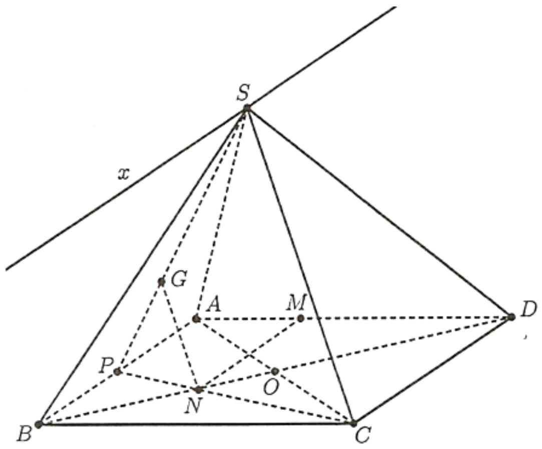
d) NG cắt với mặt phẳng (SAC).

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Ta có: $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB // CD \\ AB \subset (SAB), CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx$

(với Sx qua S và $Sx // AB // CD$).



c) Chứng minh MN song song với mặt phẳng (SCD):

Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$.

Vì N là trọng tâm của ΔABC nên $BN = \frac{2}{3}BO = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}BD = \frac{1}{3}BD \Rightarrow \frac{DN}{DB} = \frac{2}{3}$.

Mặt khác, ta có: $AD = 3AM \Rightarrow \frac{DM}{DA} = \frac{2}{3}$.

Xét tam giác ADB, ta có: $\frac{DM}{DA} = \frac{DN}{DB} = \frac{2}{3}$ nên $MN // AB \Rightarrow MN // CD$,

mà $CD \subset (SCD) \Rightarrow MN // (SCD)$.

d) Chứng minh NG song song (SAC) :

Gọi P là trung điểm AB. Tam giác SPC có:

$\frac{PG}{PS} = \frac{PN}{PC} = \frac{1}{3}$ (tính chất trọng tâm)

$\Rightarrow NG // SC, SC \subset (SAC) \Rightarrow NG // (SAC)$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và BC. Gọi H, K lần lượt là trọng tâm của ΔSAB và ΔSBC. Khi đó:

a) $AC // (SIJ)$.

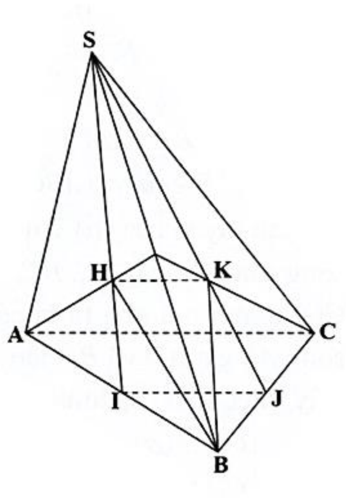
b) HK cắt IJ

c) $HK // (SAC)$.

d) Giao tuyến của (BHK) và (ABC) là đường thẳng đi qua B và song song với AC.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng



a) Vì IJ là đường trung bình ΔABC nên $IJ//AC$.

Ta có: $\begin{cases} AC//IJ \\ IJ \subset (SIJ) \\ AC \not\subset (SIJ) \end{cases} \Rightarrow AC//(SIJ)$.

b) Ta có $\dfrac{SH}{HI} = \dfrac{SK}{KJ} = 2(H, K$ lần lượt là trọng tâm ΔSAB và $\Delta SAC)$.

$\Rightarrow HK//IJ$

Lại có $\begin{cases} HK//AC(HK//IJ, AC//IJ) \\ AC \subset (SAC) \\ HK \not\subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow HK//(SAC)$

c) Ta có $\begin{cases} HK//AC \\ HK \subset (BHK) \\ AC \subset (ABC) \\ B \in (BHK) \cap (ABC) \end{cases}$

Vậy giao tuyến của (BHK) và (ABC) là đường thẳng Bx đi qua B và song song với AC và HK.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD và E là điểm trên cạnh DC sao cho $DC = 3DE, I$ là trung điểm AD. Khi đó:

a) OI song song với mặt phẳng (SAB)

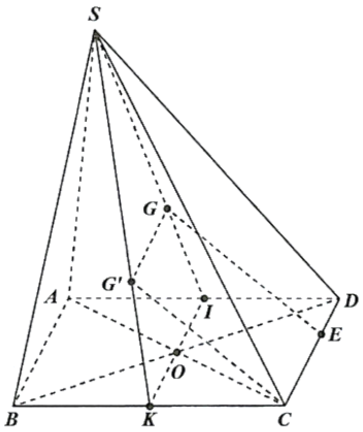
b) OI song song với mặt phẳng (SCD)

c) IE song song với AC

d) $GE//(SBC)$

Lời giải

a) Đúng	**b) Đúng**	**c) Sai**	**d) Đúng**



a) Ta có $\begin{cases} OI \not\subset (SAB), AB \subset (SAB) \\ OI \parallel AB \end{cases} \Rightarrow OI \parallel (SAB)$

Tương tự, $\begin{cases} OI \not\subset (SCD), CD \subset (SCD) \\ OI \parallel CD \end{cases} \Rightarrow OI \parallel (SCD)$.

b) Vì $\frac{DI}{DA} = \frac{1}{2} \neq \frac{1}{3} = \frac{DE}{DC}$ nên IE không song song với AC. Trong hình chữ nhật $ABCD$, gọi $P = IE \cap BC$

$\Rightarrow P = IE \cap (SBC)$.

Gọi K là trung điểm của BC, G' là trọng tâm tam giác SBC.

Khi đó $\frac{SG'}{SK} = \frac{SG}{SI} = \frac{G'G}{KI} = \frac{2}{3}$, suy ra $G'G \parallel KI \parallel CE$ và $\Rightarrow G'G = \frac{2}{3}KI = \frac{2}{3}CD = CE$.

Do đó tứ giác $G'GEC$ là hình bình hành, suy ra $CG' \parallel CE \Rightarrow CG \parallel (SBC)$.