CÂU HỎI

Câu 1. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Hai mặt phẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.		
b)	Nếu mặt phẳng này chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng kia thì hai mặt phẳng đó song song với nhau.		
c)	Hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.		
d)	Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.		

Câu 2. Trong mặt phẳng (P), cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các nửa đường thẳng song song nhau, nằm về một phía đối với mặt phẳng (P) và đi qua các điểm A, B, C, D. Một mặt phẳng (Q) cắt bốn nửa đường thẳng nói trên tại A', B', C', D'.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$mp\left(AA', BB'\right)$ song song với $mp\left(CC', DD'\right)$.		
b)	$A'B' // C'D'$		
c)	Tứ giác $A'B'C'D'$ là hình thang		
d)	Gọi O và O' lần lượt là giao điểm của hai đường chéo của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Khi đó $OO' // AA'$.		

Câu 3. Cho lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$ có I, K, G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C', ACC'$. Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$AMM'A'$ là hình bình hành		
b)	$\dfrac{AI}{AM} = \dfrac{AG}{AN} = \dfrac{1}{3}$		
c)	(IKG) cắt $\left(BCC'B'\right)$		
d)	$\left(A'KG\right) // \left(AIB'\right)$		

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC. Gọi M là giao điểm của AI và KD, N là giao điểm của DH và CI. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$HI // (ABCD)$		
b)	$(HIK) // (ABCD)$		
c)	SM và HI chéo nhau		
d)	(SMN) cắt (HIK)		

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và SD. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$MN//(SBC)$		
b)	$(OMN)//(SBC)$		
c)	Gọi E là trung điểm đoạn AB và F là một điểm thuộc đoạn ON. Khi đó EF cắt với mặt phẳng (SBC).		
d)	Gọi G là một điểm trên mặt phẳng $(ABCD)$ cách đều AB và CD. Khi đó GN cắt (SAB)		

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Gọi G_1,G_2 là trọng tâm của các tam giác $A'BD,B'D'C$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$A'D'CB$ là hình bình hành		
b)	$\left(A'BD\right)//\left(B'D'C\right)$		
c)	G_1,G_2 cùng thuộc AC'		
d)	$G_1G_2=\frac{2}{3}AC'$		

Câu 7. Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm ở hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là trọng tâm ΔABE. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt (ADF). Lấy N là giao điểm của (P) và AC. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$EFDC$ là hình thang		
b)	$FD//EC$		
c)	$(ADF)//(BCE)$		
d)	$\frac{AN}{NC}=3$		

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có các cạnh AA',BB',CC',DD' song song với nhau. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\left(BDA'\right)//\left(B'D'C'\right)$		
b)	Đường chéo AC' đi qua trọng tâm G_1,G_2 của tam giác BDA' và $B'D'C$.		
c)	$AG_1=2G_1G_2$		
d)	Mặt phẳng $\left(A'B'G_2\right)$ cắt hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$ tạo thành một tứ giác là hình bình hành		

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và SD. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	ON chéo nhau với SB		
b)	$(OMN)//(SBC)$		
c)	Gọi P và Q là trung điểm của AB và ON. Khi đó PQ cắt (SBC)		
d)	Gọi R là trung điểm AD. Khi đó $(MOR)//(SCD)$.		

Câu 10. Cho lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$. Gọi I và I' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	$II'//BB'$		
b)	$AA'I'I$ là hình bình hành		
c)	IA' song song $\left(AB'C'\right)$.		
d)	Giao tuyến của $\left(AB'C'\right)$ và $\left(A'BC'\right)$ là đường thẳng đi qua giao điểm của hai đường thẳng AI', $A'I$		

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho biết tính đúng sai của mỗi phát biểu sau:
a) Hai mặt phẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.

b) Nếu mặt phẳng này chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng kia thì hai mặt phẳng đó song song với nhau.

c) Hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

d) Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải

a) Đúng	**b) Sai**	**c) Sai**	**d) Sai**

Phát biểu A đúng.

Phát biểu B sai vì trong giả thiết đã thiếu đi một yếu tố cần thiết là hai đường thẳng phải cắt nhau, khi đó ta mới kết luận hai mặt phẳng song song với nhau.

Phát biểu C sai vì hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng vẫn có thể trùng nhau.

Phát biểu D sai vì hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì chúng có thể cắt nhau hoặc song song với nhau.

Câu 2. Trong mặt phẳng (P), cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các nửa đường thẳng song song nhau, nằm về một phía đối với mặt phẳng (P) và đi qua các điểm A, B, C, D. Một mặt phẳng (Q) cắt bốn nửa đường thẳng nói trên tại A', B', C', D'.

a) $mp\left(AA', BB'\right)$ song song với $mp\left(CC', DD'\right)$.

b) $A'B'//C'D'$

c) Tứ giác $A'B'C'D'$ là hình thang

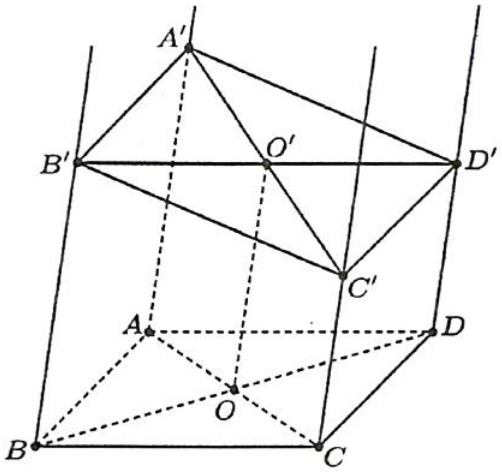
d) Gọi O và O' lần lượt là giao điểm của hai đường chéo của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Khi đó $OO'//AA'$.

Lời giải

a) Đúng	**b) Đúng**	**c) Sai**	**d) Đúng**

a) Chứng minh $mp\left(AA', BB'\right)$ và $mp\left(CC', DD'\right)$ song song:

Ta có $AA'//DD'$ và $AB//CD$ nên $mp\left(AA', BB'\right)//mp\left(CC', DD'\right)$.



b) Chứng minh $A'B'C'D'$ là hình bình hành:

Ta có: $\begin{cases} \text{mp}\left(AA',BB'\right)//mp\left(CC',DD'\right) \\ (Q)\cap mp\left(AA',BB'\right)=A'B' \\ (Q)\cap mp\left(CC',DD'\right)=C'D' \end{cases} \Rightarrow A'B'//C'D'$.(1)

Hoàn toàn tương tự, ta chứng minh được $A'D'//B'C'$. (2)

c) Từ (1) và (2) suy ra $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

d) Chứng minh $OO'//AA'$:

Ta có: $\begin{cases} \left(ACC'A'\right)\cap\left(BDD'B'\right)=OO' \\ AA'\subset\left(ACC'A'\right),BB'\subset\left(BDD'B'\right) \\ AA'//BB' \end{cases}$

$\Rightarrow OO'//AA'//BB'$ hay $OO'//AA'$.

Câu 3. Cho lăng trụ tam giác $ABC\cdot A'B'C'$ có I,K,G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC,A'B'C',ACC'$. Gọi M,M' lần lượt là trung điểm của $BC,B'C'$. Khi đó:

a) $AMM'A'$ là hình bình hành

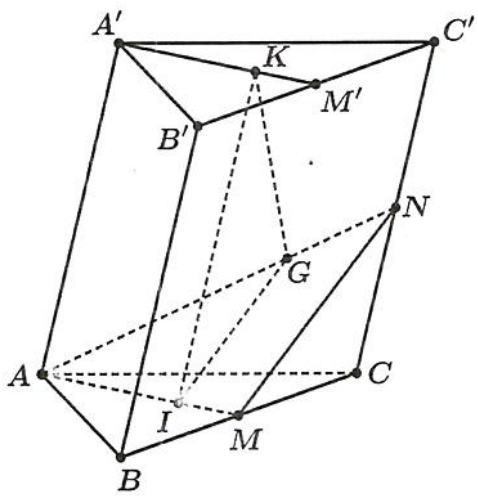
b) $\dfrac{AI}{AM}=\dfrac{AG}{AN}=\dfrac{1}{3}$

c) (IKG) cắt $\left(BCC'B'\right)$

d) $\left(A'KG\right)//\left(AIB'\right)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng



Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$.

MM' là đường trung bình của hình bình hành $BCC'B'$ nên

a) $\begin{cases} MM' // BB' \\ MM' = BB' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MM' // AA' \\ MM' = AA' \end{cases} \Rightarrow AMM'A'$ là hình bình hành.

Vì I, K theo thứ tự là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C'$ nên

$IM = KM' = \dfrac{1}{3}A'M' = \dfrac{1}{3}AM$, mà $IM // KM'$ nên $IKM'M$ là hình bình hành.

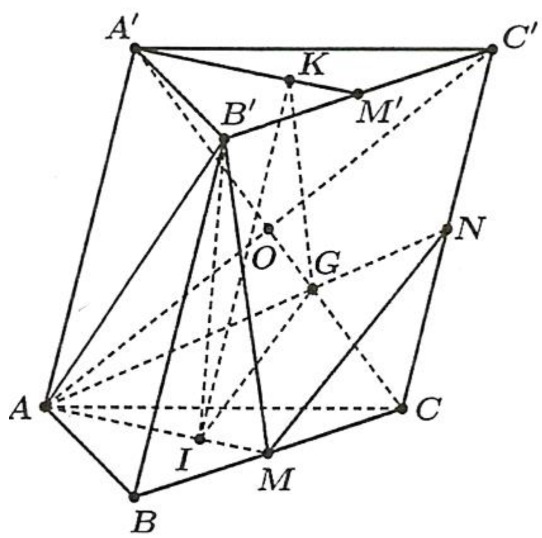
Suy ra $IK // MM', MM' \subset (BCC'B') \Rightarrow IK // (BCC'B')$.(1)

Gọi N là trung điểm của CC', tam giác AMN có

b) $\dfrac{AI}{AM} = \dfrac{AG}{AN} = \dfrac{2}{3}$ (tính chất trọng tâm)

Suy ra $IG // MN$ mà $MN \subset (BCC'B')$ nên $IG // (BCC'B')$.(2)

c) Từ (1) và (2) suy ra $(IKG) // (BCC'B')$.



Vì $(A'KG) \equiv (A'M'C), (AIB') \equiv (AMB')$, ta cần chứng minh

$\left(A'M'C\right)//\left(AMB'\right)$.

Dễ thấy $AMM'A'$ là hình bình hành nên $AM//A'M'$ mà $A'M' \subset \left(A'M'C\right)$ nên $AM//\left(A'M'C\right)$. (3)

Ta có : $\begin{cases} CM//B'M' \\ CM = B'M' \end{cases} \Rightarrow CMB'M'$ là hình bình hành, suy ra

$B'M//CM', CM' \subset \left(A'M'C\right) \Rightarrow B'M//\left(A'M'C\right)$.(4)

d) Từ (3) và (4) suy ra $\left(A'M'C\right)//\left(AMB'\right)$, hay $\left(A'KG\right)//\left(AIB'\right)$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC. Gọi M là giao điểm của AI và KD, N là giao điểm của DH và CI. Khi đó:

a) $HI//(ABCD)$

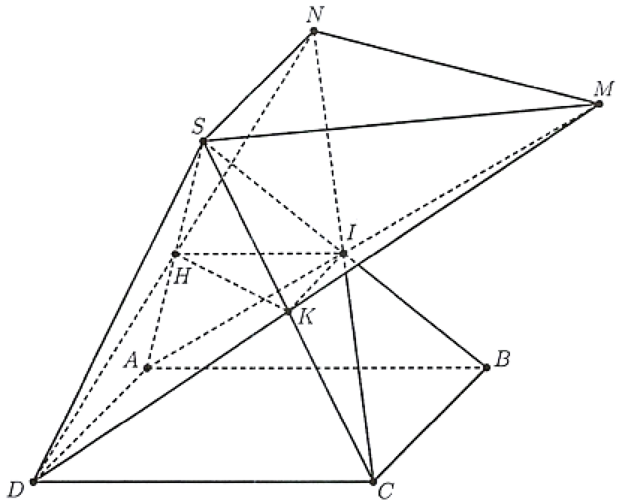
b) $(HIK)//(ABCD)$.

c) SM và HI chéo nhau

d) (SMN) cắt (HIK)

Lời giải

a) Đúng	**b) Đúng**	**c) Sai**	**d) Sai**



a) b) Vì HI là đường trung bình của tam giác SAB nên $HI//AB$,

mà $AB \subset (ABCD) \Rightarrow HI//(ABCD)$. (1)

Tương tự ta có: $KI//BC, BC \subset (ABCD) \Rightarrow KI//(ABCD)$. (2)

Mặt khác: $HI \subset (HKI), KI \subset (HKI), HI \cap KI = I$. (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $(HIK)//(ABCD)$.

c) d)

Vì $\begin{cases} M \in AI, AI \subset (SAB) \\ M \in DK, DK \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow M \in (SAB) \cap (SCD)$

$\Rightarrow SM = (SAB) \cap (SCD)$.

Khi đó: $\begin{cases} (SAB) \cap (SCD) = SM \\ AB \subset (SAB), CD \subset (SCD) \Rightarrow SM // AB // CD \Rightarrow SM // HI \ (1) \\ AB // CD \end{cases}$

Vì $\begin{cases} N \in DH, DH \subset (SAD) \\ N \in CI, CI \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow N \in (SAD) \cap (SBC)$

$\Rightarrow SN = (SAD) \cap (SBC)$.

Khi đó, ta có:

$\begin{cases} (SAD) \cap (SBC) = SN \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \Rightarrow SN // AD // BC \Rightarrow SN // KI \ (2) \\ AD // BC \end{cases}$

Mặt khác ba điểm S, M, N không thẳng hàng. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $(SMN) // (HIK)$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD. Khi đó:

a) $MN // (SBC)$

b) $(OMN) // (SBC)$.

c) Gọi E là trung điểm đoạn AB và F là một điểm thuộc đoạn ON. Khi đó EF cắt với mặt phẳng (SBC).

d) Gọi G là một điểm trên mặt phẳng $(ABCD)$ cách đều AB và CD. Khi đó GN cắt (SAB)

Lời giải

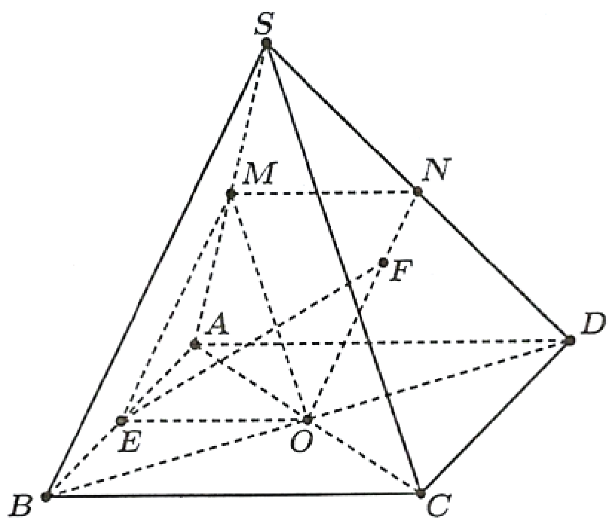
a) Đúng	**b) Đúng**	**c) Sai**	**d) Sai**

a) b) Vì MN là đường trung bình của tam giác SAD

nên $MN // AD \Rightarrow MN // BC \Rightarrow MN // (SBC)$. (1)

Tương tự, ta có O, N theo thứ tự là trung điểm của BD, SD nên ON là đường trung bình của tam giác $SBD \Rightarrow ON // SB \Rightarrow ON // (SBC)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(OMN) // (SBC)$.

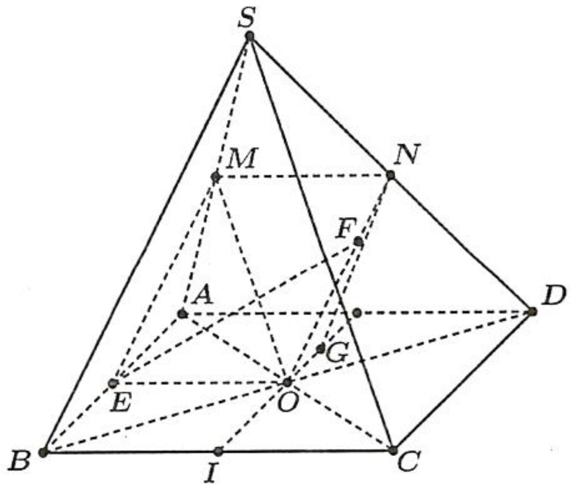


c) Ta có OE là đường trung bình của tam giác ABD nên $OE//AD \Rightarrow OE//MN$.

Do đó $E \in (OMN)$. Mặt khác $F \in ON, ON \subset (OMN) \Rightarrow F \in (OMN)$.

Ta có: $\begin{cases} EF \subset (OMN) \\ (OMN)//(SBC) \end{cases} \Rightarrow EF//(SBC)$.

d)



Vì G thuộc mặt phẳng $(ABCD)$ và cách đều AB, CD nên G thuộc đường trung bình của hình bình hành $ABCD$ (ứng với hai cạnh AB, CD).

Gọi I là trung điểm BC thì I, O, G thẳng hàng.

Ta có OI là đường trung bình của ΔABC nên $OI//AB \Rightarrow OI//(SAB)$.(3)

Tương tự, ta có $ON//SB \Rightarrow ON//(SAB)$.(4)

Từ (3), (4) suy ra $(OIN)//(SAB)$ mà $NG \subset (OIN)$ nên $NG//(SAB)$.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi G_1, G_2 là trọng tâm của các tam giác $A'BD, B'D'C$. Khi đó:

a) $A'D'CB$ là hình bình hành

b) $\left(A'BD\right)//\left(B'D'C\right)$

c) G_1, G_2 cùng thuộc AC'

d) $G_1G_2 = \frac{2}{3}AC'$

Lời giải

a) Đúng	**b) Đúng**	**c) Đúng**	**d) Sai**

a) b)

Vì $ABCD \cdot A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\begin{cases} A'D' // BC \\ A'D' = BC \end{cases} \Rightarrow A'D'CB$ là hình bình hành.

Suy ra $A'B // CD' \Rightarrow A'B // \left(B'D'C\right)$. (1)

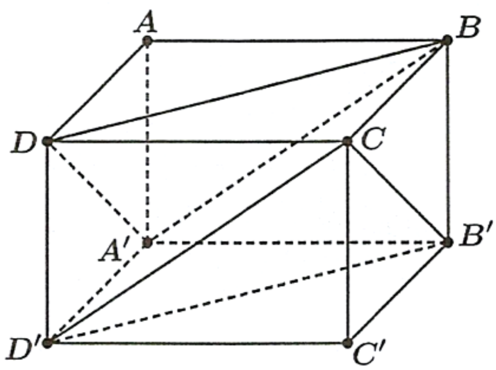
Tương tự, ta có: $\begin{cases} A'B' // CD \\ A'B' = CD \end{cases} \Rightarrow A'B'CD$ là hình bình hành.

Suy ra $A'D // B'C \Rightarrow A'D // \left(B'D'C\right)$.(2)

Từ (1) và (2) suy ra $\left(A'BD\right) // \left(B'D'C\right)$.

c) d)

Gọi O, O', I theo thứ tự là tâm của các hình bình hành $ABCD, A'B'C'D'$, $ACC'A'$.

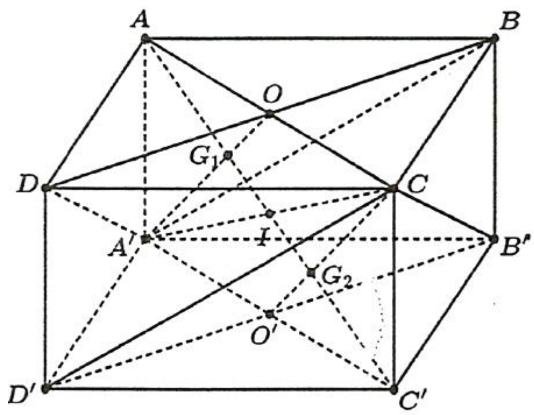


Vì G_1 là trọng tâm tam giác $AB'D$ nên $\frac{A'G_1}{A'O} = \frac{2}{3} \Rightarrow G_1$ là trọng tâm tam giác $A'AC$, suy ra $G_1 = AI \cap A'O$. (3)

Tương tự, G_2 là trọng tâm tam giác $B'D'C$ nên $\frac{CG_2}{CO'} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow G_2$ là trọng tâm tam giác $A'C'C$, suy ra $G_2 = C'I \cap CO'$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra G_1, G_2 cùng thuộc AC'.



Chứng minh $AG_1 = G_1G_2 = G_2C' = \frac{1}{3}AC'$:

Ta có: $\frac{AG_1}{AI} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AG_1}{AC'} = \frac{1}{3}; \frac{C'G_2}{C'I} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{C'G_2}{AC'} = \frac{1}{3}$.

Do vậy $AG_1 \doteq G_1G_2 = G_2C' = \frac{1}{3}AC'$.

Vậy G_1, G_2 cùng thuộc AC', đồng thời chia AC' thành ba phần bằng nhau.

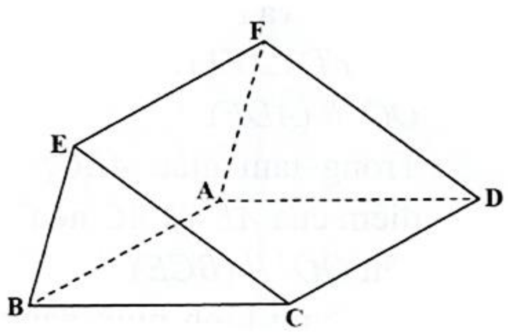
Câu 7. Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm ở hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là trọng tâm ΔABE. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt (ADF). Lấy N là giao điểm của (P) và AC. Khi đó:

a) $EFDC$ là hình thang
b) $FD//EC$
c) $(ADF)//(BCE)$.

d) $\frac{AN}{NC} = 3$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	c) Sai



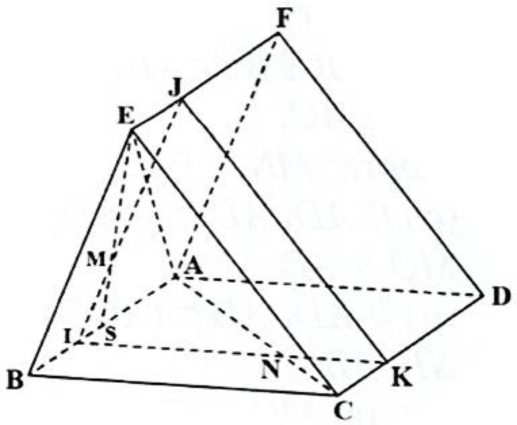
a) b) c) Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm ở hai mặt phẳng khác nhau. Chứng minh rằng: $(ADF)//(BCE)$.

Ta có $\begin{cases} EF//CD(//AB) \\ EF = CD(=AB) \end{cases} \Rightarrow EFDC$ là hình bình hành.

$\Rightarrow FD//EC$.

Ta có $\begin{cases} AD//BC; AF//BE \\ AD, AF \subset (ADF); AD \cap AF = A \Rightarrow (ADF)//(BCE) \\ BC, BE \subset (BEC); BC \cap BE = B \end{cases}$

d) Tính $\dfrac{AN}{NC}$.



Vẽ mp (P) chứa M và $(P)//(ADF)$ cắt AB, AC, CD, EF lần lượt tại I, N, K, J.

Ta có: $\dfrac{AI}{BI} = \dfrac{AN}{NC}(IN//BC)$

Ta có: $\dfrac{EJ}{IS} = \dfrac{ME}{MS} = 2(IS//JE)$

$BI = EJ$ (tứ giác BIJE là hình bình hành)

$\Rightarrow \dfrac{BI}{IS} = 2 \Rightarrow \dfrac{BI}{2} = \dfrac{IS}{1} = \dfrac{BI+IS}{2+1} = \dfrac{BS}{3}$

$\Rightarrow BI = \dfrac{2}{3}BS; IS = \dfrac{1}{3}BS$

Ta có: $AI = AS + AI = BS + \dfrac{1}{3}BS = \dfrac{4}{3}BS \Rightarrow > \dfrac{AI}{BI} = \dfrac{\frac{4}{3}BS}{\frac{2}{3}BS} = 2 \Rightarrow \dfrac{AN}{NC} = 2$

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có các cạnh AA', BB', CC', DD' song song với nhau. Khi đó:

a) $\left(BDA'\right)//\left(B'D'C'\right)$.

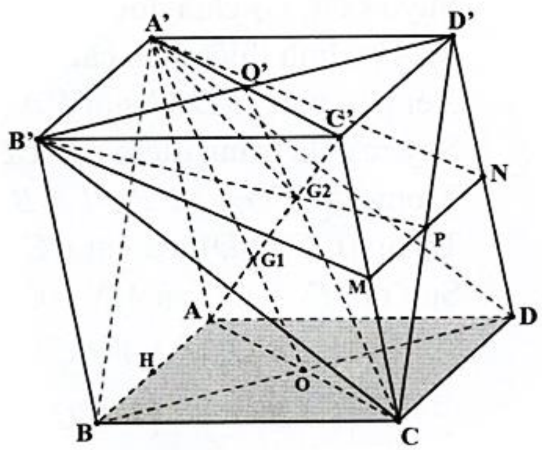
b) Đường chéo AC' đi qua trọng tâm G_1, G_2 của tam giác BDA' và $B'D'C$.

c) $AG_1 = 2G_1G_2$

d) Mặt phẳng $\left(A'B'G_2\right)$ cắt hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ tạo thành một tứ giác là hình bình hành

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng



a) Chứng minh: $\left(BDA'\right)//\left(B'D'C\right)$.

Ta có $BA'D'C$ là hình bình hành nên $BA'//D'C$.

Ta có $BB'D'D$ là hình bình hành nên $B'D'//BD$.

Ta có $\begin{cases} BA'//D'C \\ BD//B'D' \\ BA', BD \subset \left(BA'D\right); BA' \cap BD = B \\ B'D', D'C \subset \left(B'D'C\right); B'D' \cap D'C = D' \end{cases}$

$\Rightarrow \left(BDA'\right)//\left(B'D'C\right)$.

b) Chứng minh đường chéo AC' qua trọng tâm G_1, G_2 của tam giác BDA' và $B'D'C$.

Trong $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$.

$\Rightarrow \begin{cases} O \in AC; AC \subset \left(ACC'A'\right) \\ O \in BD; BD \subset \left(BDA'\right) \end{cases} \Rightarrow O \in \left(ACC'A'\right) \cap \left(BDA'\right)$.

Mà $A' \in \left(ACC'A'\right) \cap \left(BDA'\right)$ nên $A'O = \left(ACC'A'\right) \cap \left(BDA'\right)$

Trong $\left(ACC'A'\right)$, gọi $E = A'O \cap AC'$.

Ta có $\dfrac{A'E}{EO} = \dfrac{A'C'}{AO} = 2$ (Thales)

Suy ra E trùng với trọng tâm G_1 của tam giác BDA'.(1)

Trong $\left(A'B'C'D'\right)$, gọi $O' = A'C' \cap B'D'$.

$\Rightarrow \begin{cases} O' \in A'C'; A'C' \subset \left(ACC'A'\right) \\ O' \in B'D; B'D' \subset \left(B'D'C\right) \end{cases} \Rightarrow O' \in \left(ACC'A'\right) \cap \left(B'D'C\right)$.

Mà $C \in \left(ACC'A'\right) \cap \left(B'D'C\right)$ nên $CO = \left(ACC'A'\right) \cap \left(B'D'C\right)$.

Trong $\left(ACC'A'\right)$, gọi $F = CO \cap AC'$.

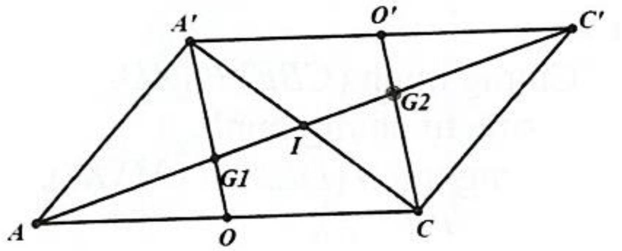
Ta có $\dfrac{CF}{FO'} = \dfrac{AC}{C'O'} = 2$ (Thales)

Suy ra F trùng với trọng tâm G_2 của tam giác $B'D'C$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra AC' qua trọng tâm G_1, G_2 của tam giác BDA' 'và $B'D'C$.

c) Chứng minh G_1, G_2 chia đoạn AC' thành ba phần bằng nhau.

Trong $\left(AA'C'C\right)$, gọi $I = A'C \cap AC'$.



Ta có G_1 là trọng tâm của tam giác $A'AC$ nên $AG_1 = \dfrac{2}{3}AI = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{2}AC' = \dfrac{1}{3}AC'$.

Ta có G_2 là trọng tâm của tam giác $A'CC'$ nên $AG_2 = \dfrac{2}{3}C'I = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{2}AC' = \dfrac{1}{3}AC'$.

Ta có $G_1G_2 = AC' - AG_1 - C'G_2 = AC' - \dfrac{1}{3}AC' - \dfrac{1}{3}AC' = \dfrac{1}{3}AC'$.

Từ đó ta có $AG_1 = G_1G_2 = G_2C' \left(= \dfrac{1}{3}AC' \right)$.

Suy ra G_1, G_2 chia đoạn AC' ' thành ba phần bằng nhau.

d) Xác định thiết diện cắt bởi mặt phẳng $\left(A'B'G_2\right)$. Thiết diện là hình gì?

Xét tam giác $B'D'C$, gọi $P = B'G_2 \cap CD'$.

Suy ra P là trung điểm của CD'.

Trong $\left(A'B'G_2\right)$, vẽ $Px // A'B'$.

Trong $\left(CC'D'D\right), Px$ cắt CC', DD' lần lượt tại M và N.

Suy ra $MN // CD$ và $MN = CD$.

Ta có $\begin{cases} \left(A'B'G_2\right) \cap \left(A'B'C'D'\right) = A'B' \\ \left(A'B'G_2\right) \cap \left(B'C'CB\right) = B'M \\ \left(A'B'G_2\right) \cap \left(CC'D'D\right) = MN \\ \left(A'B'G_2\right) \cap \left(AA'D'D\right) = NA' \end{cases}$

$\Rightarrow$ thiết diện của $\left(A'B'G_2\right)$ và hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ là tứ giác $A'B'MN$.

Ta có $\begin{cases} MN // A'B' \\ MN = A'B' (= CD) \end{cases} \Rightarrow$ thiết diện $A'B'MN$ là hình bình hành.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD. Khi đó:

a) ON chéo nhau với SB

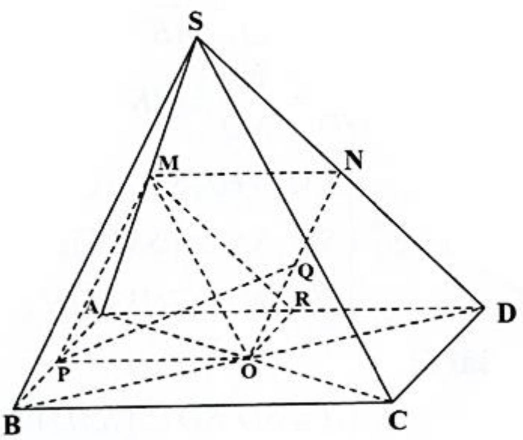
b) $(OMN) // (SBC)$.

c) Gọi P và Q là trung điểm của AB và ON. Khi đó PQ cắt (SBC)

d) Gọi R là trung điểm AD. Khi đó $(MOR) // (SCD)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng



a) b) Ta có $OM // SC$ (đường trung bình tam giác SAC). Ta có $ON // SB$ (đường trung bình tam giác SBD).

Ta có $\begin{cases} ON // SB; OM // SC \\ OM, ON \subset (OMN), OM \cap ON = O \\ SB, SC \subset (SBC), SB \cap SC = S \end{cases}$

$\Rightarrow (OMN) // (SBC)$

c) Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của AB và ON. Chứng minh: $PQ // (SBC)$

Ta có $\begin{cases} OP // AB \\ AB // MN \end{cases}$

$\Rightarrow OP//MN \Rightarrow OMPN$ là hình thang $\Rightarrow P \in (OMN)$.

Ta có $\begin{cases} NP \subset (OMN) \\ (OMN)//(SBC) \end{cases} \Rightarrow NP//(SBC)$

d) Gọi R là trung điểm AD. Chứng minh: $(MOR)//(SCD)$.

Ta có $OR//CD$ (đường trung bình của tam giác ACD)

Ta có $\begin{cases} OM//SC(cmt) \\ OR//CD(cmt) \\ OM, OR \subset (MOR), OM \cap OR = O \\ SC, SD \subset (SCD), SC \cap SD = S \end{cases} \Rightarrow (MOR)//(SCD)$

Câu 10. Cho lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$. Gọi I và I' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Khi đó:

a) $II'//BB'$

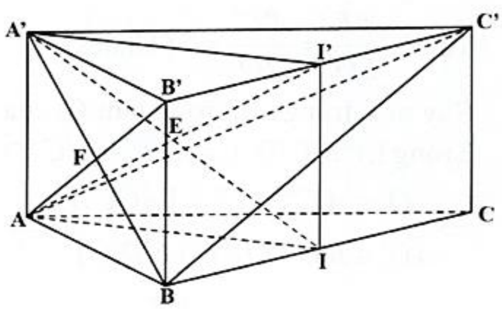
b) $AA'I'I$ là hình bình hành

c) IA' song song $(AB'C')$.

d) Giao tuyến của $(AB'C')$ và $(A'BC')$ là đường thẳng đi qua giao điểm của hai đường thẳng $AI', A'I$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng



a) b) Ta có I', I là trung điểm của $B'C'$ và BC.

Suy ra II' là đường trung bình của hình bình hành $BB'C'C$.

Suy ra $II' = BB'$ và $II'//BB'$.

Ta có $\begin{cases} II'//AA'\left(//BB'\right) \\ II' = AA'\left(=BB'\right) \end{cases}$

$\Rightarrow AA'I'I$ là hình bình hành. $\Rightarrow AI//A'I'$.

c) Trong ($IAA'I'\big)$, gọi $E = AI' \cap A'I$.

Suy ra $\begin{cases} E \in AI'; AI' \subset (AB'C') \\ E \in A'I \end{cases} \Rightarrow$ Suy ra $E = A'I \cap (AB'C')$.

d) Tìm giao tuyến của $(AB'C')$ và $(A'BC')$.

Trong $(AA'B'B)$, gọi $F = AB' \cap A'B$.

$$\Rightarrow \begin{cases} F \in AB'; AB' \subset (AB'C') \\ F \in A'B; A'B \subset (A'BC') \end{cases} \Rightarrow F \in (AB'C') \cap (A'BC') \quad (1)$$

Ta có $E = AI' \cap A'I$.

$$\Rightarrow \begin{cases} E \in AI'; AI' \subset (AB'C') \\ E \in A'I; A'I \subset (A'BC') \end{cases} \Rightarrow E \in (AB'C') \cap (A'BC') (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $EF = (AB'C') \cap (A'BC')$.