

## CÂU HỎI

**Câu 1.** Biết giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{-3n+2} = a$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Giá trị $a$ lớn hơn 0.		
b)	Ba số $-\frac{5}{3}; a; \frac{1}{3}$ tạo thành một cấp số cộng với công sai bằng 2		
c)	Trên khoảng $(-\pi; \pi)$ phương trình lượng giác $\sin x = a$ có 3 nghiệm		
d)	Cho cấp số nhân $(u_n)$ với công bội $q = 3$ và $u_1 = a$ , thì $u_3 = -6$		

**Câu 2.** Biết giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 2n + 1}{n - 2n^3} = a$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Giá trị $a$ nhỏ hơn 0.		
b)	$x = a$ là trục đối xứng của parabol $(P): y = x^2 + 5x + 2$		
c)	Phương trình lượng giác $\sin x = a$ vô nghiệm		
d)	Cho cấp số cộng $(u_n)$ với công sai $d = 3$ và $u_1 = a$ , thì $u_3 = 6$		

**Câu 3.** Biết giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 1}{3n^3 - 3n + 3} = a$  và  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{4n^4 - n^2 + 3}} = b$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Giá trị $a$ nhỏ hơn 0.		
b)	Giá trị $b$ lớn hơn 0.		
c)	Phương trình lượng giác $\cos x = a$ có một nghiệm là $x = \frac{\pi}{2}$		
d)	Cho cấp số cộng $(u_n)$ với công sai $d = b$ và $u_1 = a$ , thì $u_3 = \frac{3}{2}$		

**Câu 4.** Biết giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2n^3 - 5n + 9) = a$  và  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 3}{1 + 3 \cdot 4^{n+1}} = b$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Tích $ab = 3$		
b)	Hàm số $y = \sqrt{1-x}$ có tập xác định là $D(a; 1]$		
c)	Giá trị $b$ là số lớn hơn 0		
d)	Phương trình lượng giác $\cos x = b$ vô nghiệm		

**Câu 5.** Biết giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^3 + 1}{2n + 5} = a$  và  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \cdot 5^n}{2^n + 5^{2n}} = b$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-3n^2 + \frac{1}{n}\right) = a$		
b)	$x = b$ là hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 2x$ với trục hoành		
c)	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2024}\right)^n = b$		
d)	Cho cấp số cộng $(u_n)$ với công sai $d = \frac{1}{2}$ và $u_1 = b$ , thì $u_3 = 2$		

**Câu 6.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$		
b)	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(\sqrt{2})^n} = -\infty$		
c)	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} = 0$		
d)	$\lim_{n \rightarrow \infty} 4 = 0$		

**Câu 7.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{3})^n = -\infty$		
b)	$\lim_{n \rightarrow \infty} \pi^n = 0$		
c)	$\lim_{n \rightarrow \infty} (n^3 + 2n^2 - 4) = +\infty$		
d)	$\lim_{n \rightarrow \infty} (-n^4 + 5n^3 - 4n) = -\infty$		

**Câu 8.** Viết được các số thập phân vô hạn tuần hoàn dưới dạng phân số tối giản, ta được:

$0,212121\dots = \frac{a}{b}$ ;  $4,333\dots = \frac{c}{d}$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$a + b = 40$		
b)	Ba số $a; b; 58$ tạo thành một cấp số cộng		
c)	$c + d = 15$		
d)	$\lim_{n \rightarrow \infty} c = 13$		

**Câu 9.** Tìm được tổng của cấp số nhân lùi vô hạn sau:  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$  và

$$T = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots \text{ Khi đó:}$$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có công bội $q = -\frac{1}{2}$ .		
b)	$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có công bội $q = \frac{1}{3}$ .		
c)	$S > T$		
d)	$S = \frac{1}{T}$		

**Câu 10.** Cho  $u_n = \frac{7^n + 2^{2n-1} + 3^{n+1}}{7^{n+1} + 5^{n-1}}$ . Biết  $\lim u_n = \frac{a}{b}$  (với  $a, b \in \mathbb{Z}; \frac{a}{b}$  tối giản). Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$a + b = 8$		
b)	$a - b = -7$		
c)	Bộ ba số $a; b; 13$ tạo thành một cấp số cộng có công sai $d = 7$		
d)	Bộ ba số $a; b; 49$ tạo thành một cấp số nhân có công bội $q = 7$		

## LỜI GIẢI

**Câu 1.** Biết giới hạn  $\lim \frac{2n+1}{-3n+2} = a$ . Khi đó:

- a) Giá trị  $a$  lớn hơn 0.
- b) Ba số  $-\frac{5}{3}; a; \frac{1}{3}$  tạo thành một cấp số cộng với công sai bằng 2
- c) Trên khoảng  $(-\pi; \pi)$  phương trình lượng giác  $\sin x = a$  có 3 nghiệm
- d) Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với công bội  $q = 3$  và  $u_1 = a$ , thì  $u_3 = -6$

### Lời giải

<b>a) Sai</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Đúng</b>
---------------	---------------	---------------	----------------

a) Ta có: 
$$\lim \frac{2n+1}{-3n+2} = \lim \frac{n\left(2+\frac{1}{n}\right)}{n\left(-3+\frac{2}{n}\right)} = \lim \frac{2+\frac{1}{n}}{-3+\frac{2}{n}} = \frac{-2}{3}$$

- b) Ba số  $-\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{1}{3}$  tạo thành một cấp số cộng với công sai bằng 1
- c) Trên khoảng  $(-\pi; \pi)$  phương trình lượng giác  $\sin x = a$  có 2 nghiệm
- d) Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với công bội  $q = 3$  và  $u_1 = a$ , thì  $u_3 = -6$

**Câu 2.** Biết giới hạn  $\lim \frac{5n^3 - 2n + 1}{n - 2n^3} = a$ . Khi đó:

- a) Giá trị  $a$  nhỏ hơn 0.
- b)  $x = a$  là trục đối xứng của parabol  $(P): y = x^2 + 5x + 2$
- c) Phương trình lượng giác  $\sin x = a$  vô nghiệm
- d) Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với công sai  $d = 3$  và  $u_1 = a$ , thì  $u_3 = 6$

### Lời giải

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Ta có: 
$$\lim \frac{5n^3 - 2n + 1}{n - 2n^3} = \lim \frac{n^3\left(5 - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3}\right)}{n^3\left(\frac{1}{n^2} - 2\right)} = \lim \frac{5 - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3}}{\frac{1}{n^2} - 2} = -\frac{5}{2}$$

- b) parabol  $(P): y = x^2 + 5x + 2$  nhận  $x = -\frac{5}{2}$  làm trục đối xứng
- c) Phương trình lượng giác  $\sin x = -\frac{5}{2}$  vô nghiệm

d) Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với công sai  $d = 3$  và  $u_1 = a$ , thì  $u_3 = u_1 + (3-1)d = -\frac{5}{2} + 2 \cdot 3 = \frac{7}{2}$

**Câu 3.** Biết giới hạn  $\lim \frac{2n^2 + 1}{3n^3 - 3n + 3} = a$  và  $\lim \frac{n\sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{4n^4 - n^2 + 3}} = b$ . Khi đó:

a) Giá trị  $a$  nhỏ hơn 0.

b) Giá trị  $b$  lớn hơn 0.

c) Phương trình lượng giác  $\cos x = a$  có một nghiệm là  $x = \frac{\pi}{2}$

d) Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với công sai  $d = b$  và  $u_1 = a$ , thì  $u_3 = \frac{3}{2}$

**Lời giải**

<b>a) Sai</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
---------------	----------------	----------------	---------------

a) Ta có: 
$$\lim \frac{2n^2 + 1}{3n^3 - 3n + 3} = \lim \frac{n^3 \left( \frac{2}{n} + \frac{1}{n^3} \right)}{n^3 \left( 3 - \frac{3}{n^2} + \frac{3}{n^3} \right)} = \lim \frac{\frac{2}{n} + \frac{1}{n^3}}{3 - \frac{3}{n^2} + \frac{3}{n^3}} = \frac{0}{3} = 0.$$

b) Ta có: 
$$\lim \frac{n\sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{4n^4 - n^2 + 3}} = \lim \frac{n^2 \sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}}{n^2 \sqrt{4 - \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^4}}} = \lim \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}}{\sqrt{4 - \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^4}}} = \frac{1}{2}.$$

c) Phương trình lượng giác  $\cos x = 0$  có một nghiệm là  $x = \frac{\pi}{2}$

d) Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với công sai  $d = \frac{1}{2}$  và  $u_1 = 0$ , thì  $u_3 = 0 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$

**Câu 4.** Biết giới hạn  $\lim(-2n^3 - 5n + 9) = a$  và  $\lim \frac{4^n + 3}{1 + 3 \cdot 4^{n+1}} = b$ . Khi đó:

a) Tích  $a \cdot b = 3$

b) Hàm số  $y = \sqrt{1-x}$  có tập xác định là  $D(a;1]$

c) Giá trị  $b$  là số lớn hơn 0

d) Phương trình lượng giác  $\cos x = b$  vô nghiệm

**Lời giải**

<b>a) Sai</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
---------------	----------------	----------------	---------------

Ta có: 
$$\lim(-2n^3 - 5n + 9) = \lim n^3 \left( -2 - \frac{5}{n^2} + \frac{9}{n^3} \right) = -\infty,$$

$$\text{do } \begin{cases} \lim n^3 = +\infty \\ \lim \left( -2 - \frac{5}{n^2} + \frac{9}{n^3} \right) = -2 \end{cases}$$

$$\lim \frac{4^n + 3}{1 + 3 \cdot 4^{n+1}} = \lim \frac{4^n + 3}{1 + 12 \cdot 4^n} = \lim \frac{4^n \left( 1 + \frac{3}{4^n} \right)}{4^n \left( \frac{1}{4^n} + 12 \right)} = \lim \frac{1 + \frac{3}{4^n}}{\frac{1}{4^n} + 12} = \frac{1}{12}$$

a) Tích  $ab = -\infty$

b) Hàm số  $y = \sqrt{1-x}$  có tập xác định là  $D(-\infty; 1]$

c) Giá trị  $\frac{1}{12}$  là số lớn hơn 0

d) Phương trình lượng giác  $\cos x = \frac{1}{12}$  có nghiệm

**Câu 5.** Biết giới hạn  $\lim \frac{-3n^3 + 1}{2n + 5} = a$  và  $\lim \frac{(-1)^n \cdot 5^n}{2^n + 5^{2n}} = b$ . Khi đó:

a)  $\lim \left( -3n^2 + \frac{1}{n} \right) = a$

b)  $x = b$  là hoành độ giao điểm của đường thẳng  $y = 2x$  với trục hoành

c)  $\lim \left( \frac{1}{2024} \right)^n = b$

d) Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với công sai  $d = \frac{1}{2}$  và  $u_1 = b$ , thì  $u_3 = 2$

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có:  $\lim \frac{-3n^3 + 1}{2n + 5} = \lim \frac{n \left( -3n^2 + \frac{1}{n} \right)}{n \left( 2 + \frac{5}{n} \right)} = \lim \frac{-3n^2 + \frac{1}{n}}{2 + \frac{5}{n}} = -\infty,$

$$\text{do } \begin{cases} \lim \left( -3n^2 + \frac{1}{n} \right) = -\infty \\ \lim \left( 2 + \frac{5}{n} \right) = 2 \end{cases}$$

$$\lim \frac{(-1)^n \cdot 5^n}{2^n + 5^{2n}} = \lim \frac{(-1)^n \cdot 5^n}{2^n + 25^n} = \lim \frac{25^n \cdot \left( \frac{-1}{5} \right)^n}{25^n \left[ \left( \frac{2}{25} \right)^n + 1 \right]} = \lim \frac{\left( \frac{-1}{5} \right)^n}{\left( \frac{2}{25} \right)^n + 1} = 0$$

**Câu 6.** Tính được các giới hạn sau, khi đó:

a)  $\lim\left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$

b)  $\lim\frac{1}{(\sqrt{2})^n} = -\infty$

c)  $\lim\frac{1}{n^3} = 0$

d)  $\lim 4 = 0$

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	---------------	----------------	---------------

a)  $\lim\left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$  (do  $\frac{2}{3} < 1$ )

b)  $\lim\frac{1}{(\sqrt{2})^n} = \lim\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n = 0$  (do  $\frac{1}{\sqrt{2}} < 1$ )

c)  $\lim\frac{1}{n^3} = 0$

d)  $\lim 4 = 4$

**Câu 7.** Tính được các giới hạn sau, khi đó:

a)  $\lim(\sqrt{3})^n = -\infty$

b)  $\lim \pi^n = 0$

c)  $\lim(n^3 + 2n^2 - 4) = +\infty$

d)  $\lim(-n^4 + 5n^3 - 4n) = -\infty$

**Lời giải**

<b>a) Sai</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Đúng</b>
---------------	---------------	----------------	----------------

a)  $\lim(\sqrt{3})^n = +\infty$  (do  $\sqrt{3} > 1$ )

b)  $\lim \pi^n = +\infty$  (do  $\pi > 1$ )

c)  $\lim(n^3 + 2n^2 - 4) = \lim n^3 \cdot \left(1 + \frac{2}{n} - \frac{4}{n^3}\right) = +\infty$ .

Vì  $\begin{cases} \lim n^3 = +\infty \\ \lim\left(1 + \frac{2}{n} - \frac{4}{n^3}\right) = 1 > 0 \end{cases}$

$$d) \lim(-n^4 + 5n^3 - 4n) = \lim n^4 \cdot \left(-1 + \frac{5}{n} - \frac{4}{n^3}\right) = -\infty.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} \lim n^4 = +\infty \\ \lim\left(-1 + \frac{5}{n} - \frac{4}{n^3}\right) = -1 < 0 \end{cases}$$

**Câu 8.** Viết được các số thập phân vô hạn tuần hoàn dưới dạng phân số tối giản, ta được:

$$0,212121\dots = \frac{a}{b}; 4,333\dots = \frac{c}{d}. \text{ Khi đó:}$$

- a)  $a+b=40$
- b) Ba số  $a;b;58$  tạo thành một cấp số cộng
- c)  $c+d=15$
- d)  $\lim c=13$

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Đúng</b>
----------------	---------------	---------------	----------------

Ta có:  $0,212121\dots = 0,21 + 0,0021 + 0,000021 + \dots$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu  $0,21$  và công bội  $\frac{1}{100}$ .

$$\text{Vì vậy } 0,212121\dots = 0,21 + 0,0021 + 0,000021 + \dots = \frac{0,21}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{7}{33}.$$

Ta có:  $4,333\dots = 4,3 + 0,03 + 0,003 + \dots$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu là  $0,3$  và công bội là  $\frac{1}{10}$ .

$$\text{Vì vậy } 4,333\dots = 4 + 0,3 + 0,03 + 0,003 + \dots = 4 + \frac{0,3}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{13}{3}.$$

**Câu 9.** Tìm được tổng của cấp số nhân lùi vô hạn sau:  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$  và

$$T = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots \text{ Khi đó:}$$

a)  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$  là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có công bội  $q = -\frac{1}{2}$ .

b)  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$  là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có công bội  $q = \frac{1}{3}$ .

a)  $S > T$

b)  $S = \frac{1}{T}$

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu  $u_1 = 1$ , công bội

$$q = -\frac{1}{2}. \Rightarrow S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^n + \dots = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{2}{3}.$$

b) Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu  $u_1 = 1$ , công bội

$$q = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vì vậy } T = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2}.$$

**Câu 10.** Cho  $u_n = \frac{7^n + 2^{2n-1} + 3^{n+1}}{7^{n+1} + 5^{n-1}}$ . Biết  $\lim u_n = \frac{a}{b}$  (với  $a, b \in \mathbb{Z}; \frac{a}{b}$  tối giản). Khi đó:

- a)  $a + b = 8$
- b)  $a - b = -7$
- c) Bộ ba số  $a; b; 13$  tạo thành một cấp số cộng có công sai  $d = 7$
- d) Bộ ba số  $a; b; 49$  tạo thành một cấp số nhân có công bội  $q = 7$

**Lời giải**

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$$\text{Ta có } \lim u_n = \lim \frac{7^n + 2^{2n-1} + 3^{n+1}}{7^{n+1} + 5^{n-1}} = \lim \frac{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{4}{7}\right)^n + 3 \left(\frac{3}{7}\right)^n}{7 + \frac{1}{5} \left(\frac{5}{7}\right)^n} = \frac{1}{7}.$$

Do đó suy ra  $a = 1, b = 7 \Rightarrow a + b = 8$ .