

CÂU HỎI

Câu 1. Cho biểu thức $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = A$ và $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = B$, khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}}$		
b)	$9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = 3^k$ thì $k = 3$		
c)	$144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = 2^k$ thì $k = 3$		
d)	$A - B = 1$		

Câu 2. Cho biểu thức $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5}$, khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} = 5^2$		
b)	$\left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = (0,2)^{-3}$		
c)	$\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = 5^m + 5^n$ với m, n là các số tự nhiên chẵn		
d)	$\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = K$ với K chia hết cho 4		

Câu 3. Cho biểu thức $81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}}$, khi đó

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$81^{-0,75} = (3^4)^{-\frac{3}{4}}$		
b)	$\left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} = (5^{-4})^{\frac{1}{4}}$		
c)	$81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}} = 3^m + 5 - 2^n$, với $m + n = 0$		
d)	$81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}} = -\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$) và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, khi đó $a - b = 52$		

Câu 4. Cho biểu thức $\sqrt{\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10}}$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\sqrt[4]{\sqrt{5}} = 5^{\frac{1}{8}}$		
b)	$\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}} = 5^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 41$		
c)	$\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10} = 5^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 6$		
d)	$\sqrt{\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10}} = 5^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 12$		

Câu 5. Cho biểu thức $\sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \frac{2}{5}$ Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\sqrt[3]{\frac{2}{5}} - \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{3}} = 0$		
b)	$\sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}$, ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 24$		
c)	$\sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}$, ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 88$		
d)	$\sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}$, ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 151$		

Câu 6. Cho biểu thức $\sqrt[5]{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2}} = 2^{\frac{a}{b}}$ và $\sqrt[6]{3 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{3}} = 3^{\frac{m}{n}}$ trong đó ($\frac{a}{b}, \frac{m}{n}$ là các phân số tối giản), khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$a + b = 13$		
b)	$m - n = 3$		
c)	$\frac{a}{b} + \frac{m}{n} = \frac{11}{20}$		
d)	$\frac{a}{b} - \frac{m}{n} = \frac{1}{20}$		

Câu 7. Cho các biểu thức $A = (a^2)^{3+2\sqrt{2}} \cdot a^{1-\sqrt{2}} \cdot a^{-4-\sqrt{2}}$ với $a > 0$ và $B = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$ với $x > 0$.

Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Với $a = 2$ thì $A < 57$		
b)	Với $x = 2$ thì $B > 2$		
c)	Khi $x = a$ thì $A \cdot B = a^{\frac{39+26\sqrt{2}}{24}}$		
d)	Khi $x = a$ thì $A : B = a^{\frac{72+48\sqrt{2}}{13}}$		

Câu 8. Cho biểu thức $A = \left(\frac{a^{\sqrt{5}}}{b^{\sqrt{5}-2}} \right)^{\sqrt{5}+2} \cdot \frac{a^{-2-\sqrt{5}}}{b^{-1}}$ với $a, b > 0$. Vậy:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Sau khi rút gọn, thì biểu thức A chỉ chứa biến b		
b)	Với $a = 2, b = 1 + 5\sqrt{2}$ thì $A = \frac{113}{3}$		
c)	Khi $A = a^m \cdot b^n$ thì $m + n = 3 + \sqrt{5}$		
d)	Khi $A = a^m \cdot b^n$ thì $m - n = 2 + \sqrt{5}$		

Câu 9. Cho biểu thức $B = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}} \right)}$ với $a > 0$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Sau khi rút gọn, thì biểu thức $B = k + a^m, (k, m > 0)$		
b)	Với $a = 4 + \sqrt{5}$ thì $B = 6 + 3\sqrt{5}$		
c)	Với $a = 3 + \sqrt{5}$ thì $B = 4 + \sqrt{5}$		
d)	Với $a = a + 1$ thì $B = 3 + 2a$		

Câu 10. Cho biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab}$ với $a, b > 0$. Vậy:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$P = a + 2b$		
b)	Với $a = \sqrt{5}, b = \sqrt{3}$ thì $P = \sqrt{5} + 2\sqrt{3}$		
c)	$P = k$ (k là hằng số)		
d)	Với $a = \sqrt{22}, b = 4$ thì $P = 0$		

Câu 11. Cho biểu thức $Q = (\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} + 1)(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)$ với $x \geq 0$. Vậy:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Khi $x = 2$ thì $Q = 7$		
b)	Phương trình $Q = 0 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{2}$		
c)	Phương trình $Q = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt		
d)	Khi $x = 3$ thì Q là một số nguyên tố		

Câu 12. Cho các biểu thức $A = \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2}}, B = \sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}}$. Vậy:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$A = 2^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 41$		
b)	$B = 2^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 31$		
c)	$A - B\sqrt{5} = \sqrt{5}$		
d)	$A.B = 2^{\frac{m}{n}}$ ($\frac{m}{n}$ là phân số tối giản), khi đó: $m + n = 29$		

Câu 13. Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}; B = -\sqrt[4]{b}$; với $a > 0, b > 0, a \neq b$. Vậy:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Sau khi rút gọn, thì A chỉ chứa biến b		
b)	Biểu thức luôn $A > 0$		
c)	$A = B + \sqrt{a}$		
d)	$A - \sqrt{b} < B$		

Câu 14. Cho biểu thức $A = 3^{2x-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9^{x+1}$. Vậy:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Cho $3^x = 2$. Thì $A = 37$		
b)	Cho $3^x = 1$. Thì $A = 10$		
c)	Cho $3^x = 3$. Thì $A = 80$		
d)	Cho $3^x = 4$. Thì $A = 144$		

Câu 15. Cho biểu thức $A = (\sqrt{2} - 1)^{2x} + (3 + 2\sqrt{2})^x$. Vậy:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 3$. Thì $A = \frac{82}{9}$		
b)	Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 1$. Thì $A = 2$		
c)	Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 2$. Thì $A = \frac{17}{9}$		
d)	Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 4$. Thì $A = \frac{257}{16}$		

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho biểu thức $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = A$ và $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = B$, khi đó:

a) $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}}$

b) $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = 3^k$ thì $k = 3$

c) $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = 2^k$ thì $k = 3$

d) $A - B = 1$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có: $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}} = (3^2 \cdot 3^3)^{\frac{2}{5}} = (3^5)^{\frac{2}{5}} = 3^2 = 9$.

Ta có: $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = \left(\frac{144}{9}\right)^{\frac{3}{4}} = 16^{\frac{3}{4}} = (2^4)^{\frac{3}{4}} = 2^3 = 8$.

Câu 2. Cho biểu thức $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5}$, khi đó:

a) $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} = 5^2$

b) $\left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = (0,2)^{-3}$

c) $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = 5^m + 5^n$ với m, n là các số tự nhiên chẵn

d) $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = K$ với K chia hết cho 4

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có: $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = 5^2 + (0,2)^{-3} = 5^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 5^2 + 5^3 = 150$.

Câu 3. Cho biểu thức $81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}}$, khi đó

a) $81^{-0,75} = (3^4)^{-\frac{3}{4}}$

$$b) \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} = \left(5^{-4}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$c) 81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}} = 3^m + 5 - 2^n, \text{ với } m+n=0$$

$$d) 81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}} = -\frac{a}{b} (a, b \in \mathbb{N}^*) \text{ và } \frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản, khi đó } a-b=52$$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

$$\text{Ta có: } 81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}} = (3^4)^{-\frac{3}{4}} + (5^{-4})^{-\frac{1}{4}} - (2^{-5})^{-\frac{3}{5}} = 3^{-3} + 5 - 2^3 = -\frac{80}{27}.$$

Câu 4. Cho biểu thức $\sqrt{\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10}}$

$$a) \sqrt[4]{\sqrt{5}} = 5^{\frac{1}{8}}$$

$$b) \sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}} = 5^{\frac{a}{b}} \left(\frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản}\right), \text{ khi đó: } a+b=41$$

$$c) \sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10} = 5^{\frac{a}{b}} \left(\frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản}\right), \text{ khi đó: } a+b=6$$

$$d) \sqrt{\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10}} = 5^{\frac{a}{b}} \left(\frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản}\right), \text{ khi đó: } a+b=12$$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

$$\text{Ta có: } \sqrt{\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10}} = \sqrt{5^{\frac{1}{2}} \left(5^{\frac{1}{8}} : 5^{\frac{1}{10}}\right)^{10}}$$

$$= \sqrt{5^{\frac{1}{2}} \left(5^{\frac{1}{40}}\right)^{10}} = \sqrt{5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}} = \sqrt{5^{\frac{3}{4}}} = 5^{\frac{3}{8}}.$$

Câu 5. Cho biểu thức $\sqrt[3]{\frac{2}{5} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \frac{2}{5}}$

$$a) \sqrt[3]{\frac{2}{5}} - \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{3}} = 0$$

$$b) \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}, \left(\frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản}\right), \text{ khi đó: } a+b=24$$

$$c) \sqrt[3]{\frac{2}{5} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}, \left(\frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản}\right), \text{ khi đó: } a+b=88$$

d) $\sqrt[3]{\frac{2}{5} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}}} \cdot \frac{2}{5}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}$, ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a+b=151$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có: $\sqrt[3]{\frac{2}{5} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}}} \cdot \frac{2}{5}} = \sqrt[3]{\frac{2}{5} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{2}{5}} = \sqrt[3]{\frac{2}{5} \cdot \sqrt[7]{\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{4}{3}}} \cdot \frac{2}{5}}$

$$= \sqrt[3]{\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{4}{21}} \cdot \frac{2}{5}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{25}{63}} \cdot \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{88}{63}}.$$

Câu 6. Cho biểu thức $\sqrt[5]{2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \sqrt{2}}} = 2^{\frac{a}{b}}$ và $\sqrt[6]{3 \cdot \sqrt[3]{3 \cdot \sqrt{3}}} = 3^{\frac{m}{n}}$ trong đó ($\frac{a}{b}, \frac{m}{n}$ là các phân số tối giản), khi đó:

- a) $a+b=13$
b) $m-n=3$
c) $\frac{a}{b} + \frac{m}{n} = \frac{11}{20}$
d) $\frac{a}{b} - \frac{m}{n} = \frac{1}{20}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có: $\sqrt[5]{2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \sqrt{2}}} = \sqrt[5]{2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt[5]{2 \cdot \sqrt[3]{2^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt[5]{2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[5]{2^{\frac{5}{2}}} = 2^{\frac{3}{10}}.$

Ta có: $\sqrt[6]{3 \cdot \sqrt[3]{3 \cdot \sqrt{3}}} = \sqrt[6]{3 \cdot \sqrt[3]{3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt[6]{3 \cdot \sqrt[3]{3^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt[6]{3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[6]{3^{\frac{7}{2}}} = 3^{\frac{1}{4}}.$

Câu 7. Cho các biểu thức $A = (a^2)^{3+2\sqrt{2}} \cdot a^{1-\sqrt{2}} \cdot a^{-4-\sqrt{2}}$ với $a > 0$ và $B = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt{x^3}}}$ với $x > 0$. Khi đó:

- a) Với $a=2$ thì $A < 57$
b) Với $x=2$ thì $B > 2$
c) Khi $x=a$ thì $A \cdot B = a^{\frac{39+26\sqrt{2}}{24}}$
d) Khi $x=a$ thì $A : B = a^{\frac{72+48\sqrt{2}}{13}}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có: $A = a^{6+4\sqrt{2}} \cdot a^{1-\sqrt{2}} \cdot a^{-4-\sqrt{2}} = a^{6+4\sqrt{2}+1-\sqrt{2}-4-\sqrt{2}} = a^{3+2\sqrt{2}}.$

Ta có: $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot x^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^{\frac{7}{2}}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{7}{6}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{13}{6}}} = x^{\frac{13}{24}}.$

Câu 8. Cho biểu thức $A = \left(\frac{a^{\sqrt{5}}}{b^{\sqrt{5}-2}} \right)^{\sqrt{5}+2} \cdot \frac{a^{-2-\sqrt{5}}}{b^{-1}}$ với $a, b > 0$. Vậy:

- a) Sau khi rút gọn, thì biểu thức A chỉ chứa biến b
- b) Với $a = 2, b = 1 + 5\sqrt{2}$ thì $A = \frac{113}{3}$
- c) Khi $A = a^m \cdot b^n$ thì $m + n = 3 + \sqrt{5}$
- d) Khi $A = a^m \cdot b^n$ thì $m - n = 2 + \sqrt{5}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

Ta có: $A = \frac{(a^{\sqrt{5}})^{\sqrt{5}+2}}{(b^{\sqrt{5}-2})^{\sqrt{5}+2}} \cdot \frac{b}{a^{2+\sqrt{5}}} = \frac{a^{5+2\sqrt{5}} \cdot b}{b \cdot a^{2+\sqrt{5}}} = a^{3+\sqrt{5}}.$

Câu 9. Cho biểu thức $B = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}} \right)}$ với $a > 0$.

- a) Sau khi rút gọn, thì biểu thức $B = k + a^m, (k, m > 0)$
- b) Với $a = 4 + \sqrt{5}$ thì $B = 6 + 3\sqrt{5}$
- c) Với $a = 3 + \sqrt{5}$ thì $B = 4 + \sqrt{5}$
- d) Với $a = a + 1$ thì $B = 3 + 2a$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

Ta có: $B = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}} \right)} = \frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} (1 - a^2)}{a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{7}{12}} (1 - a)} = \frac{a^{\frac{5}{6}} (1 + a)}{a^{\frac{5}{6}}} = 1 + a.$

Câu 10. Cho biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}} \sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}} \sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab}$ với $a, b > 0$. Vậy:

- a) $P = a + 2b$
- b) Với $a = \sqrt{5}, b = \sqrt{3}$ thì $P = \sqrt{5} + 2\sqrt{3}$
- c) $P = k$ (k là hằng số)
- d) Với $a = \sqrt{22}, b = 4$ thì $P = 0$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

$$\text{Ta có: } P = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} - (ab)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}\left(b^{\frac{1}{6}} + a^{\frac{1}{6}}\right)}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = 0.$$

Câu 11. Cho biểu thức $Q = (\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} + 1)(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)$ với $x \geq 0$. Vậy:

- a) Khi $x = 2$ thì $Q = 7$
b) Phương trình $Q = 0 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{2}$
c) Phương trình $Q = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt
d) Khi $x = 3$ thì Q là một số nguyên tố

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

$$\text{Ta có: } Q = (\sqrt{x} + 1 - \sqrt[4]{x})(\sqrt{x} + 1 + \sqrt[4]{x})(x - \sqrt{x} + 1)$$

$$= \left[(\sqrt{x} + 1)^2 - (\sqrt[4]{x})^2 \right] (x + 1 - \sqrt{x}) = [(x + 2\sqrt{x} + 1) - \sqrt{x}](x + 1 - \sqrt{x})$$

$$= (x + 1 + \sqrt{x})(x + 1 - \sqrt{x}) = (x + 1)^2 - (\sqrt{x})^2 = x^2 + x + 1$$

Câu 12. Cho các biểu thức $A = \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2}}, B = \sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}}$. Vậy:

- a) $A = 2^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 41$
b) $B = 2^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 31$
c) $A - B\sqrt{5} = \sqrt{5}$
d) $A.B = 2^{\frac{m}{n}}$ ($\frac{m}{n}$ là phân số tối giản), khi đó: $m + n = 29$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

$$\text{Ta có: } \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2}} = \sqrt{2 \sqrt[3]{2 \cdot 2^{\frac{1}{4}}}} = \sqrt{2 \cdot 2^{\frac{5}{12}}} = 2^{\frac{17}{24}} \text{ và } \sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}} = 2^{\frac{5}{24}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{17}{24}}.$$

$$\text{Vì vậy } \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2}} = \sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}}$$

Câu 13. Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}; B = -\sqrt[4]{b}$; với $a > 0, b > 0, a \neq b$. Vậy:

- a) Sau khi rút gọn, thì A chỉ chứa biến b
b) Biểu thức luôn $A > 0$
c) $A = B + \sqrt{a}$
d) $A - \sqrt{b} < B$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
Ta có: $\frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \frac{(\sqrt[4]{a})^2 + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{(\sqrt[4]{a})^2 - (\sqrt[4]{b})^2}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$ $= \frac{\sqrt[4]{a}(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \sqrt[4]{a} - (\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}) = -\sqrt[4]{b}$			

Câu 14. Cho biểu thức $A = 3^{2x-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9^{x+1}$. Vậy:

- a) Cho $3^x = 2$. Thì $A = 37$
b) Cho $3^x = 1$. Thì $A = 10$
c) Cho $3^x = 3$. Thì $A = 80$
d) Cho $3^x = 4$. Thì $A = 144$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
Ta có: $A = \left(3 \cdot \frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9 \cdot 9^x = 1 + 9(3^x)^2$.			

Câu 15. Cho biểu thức $A = (\sqrt{2} - 1)^{2x} + (3 + 2\sqrt{2})^x$. Vậy:

- a) Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 3$. Thì $A = \frac{82}{9}$
b) Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 1$. Thì $A = 2$
c) Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 2$. Thì $A = \frac{17}{9}$
d) Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 4$. Thì $A = \frac{257}{16}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Ta có: $\sqrt{2} - 1 = \frac{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)}{\sqrt{2} + 1} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = (\sqrt{2} + 1)^{-1}$;

$3 + 2\sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2} + 1)^2$.

Do đó: $A = \left[(\sqrt{2} + 1)^{-1}\right]^{2x} + \left[(\sqrt{2} + 1)^2\right]^x = (\sqrt{2} + 1)^{-2x} + (\sqrt{2} + 1)^{2x}$

$$= \left[(\sqrt{2} + 1)^x \right]^{-2} + \left[(\sqrt{2} + 1)^x \right]^2$$