

## CÂU HỎI

**Câu 1.** Cho các biểu thức sau:  $P = \log_2 8 + \log_3 27 - \log_5 5^3$ ;  $Q = \ln(2e) - \log 100$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$P + Q = 2 \ln 2$		
b)	$Q - P = \ln 2 - 4$		
c)	$3Q + P = 3 \ln 2$		
d)	$2Q + P = 2 \ln 2 + 1$		

**Câu 2.** Cho các biểu thức sau:  $A = \log_{2^{2030}} 4 - \frac{1}{1015} + \ln e^{2035}$ ;  $B = \log_5 3 \cdot \log_2 5 - \frac{\ln 9}{\ln 4}$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	A chia hết cho 5		
b)	$A - B = 2036$		
c)	$A + 2024B = 2035$		
d)	$A - 2024B = 2035$		

**Câu 3.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\log(x-3)$ có nghĩa khi và chỉ khi $x > 3$		
b)	$\log_2(4-x^2)$ có nghĩa khi và chỉ khi $x < 2$		
c)	$\ln(2x) - \lg(10-x)$ có nghĩa khi và chỉ khi $0 < x < 10$		
d)	$\log_x \frac{1}{x-2}$ có nghĩa khi và chỉ khi $x > 0$		

**Câu 4.** Cho các biểu thức sau:  $P = \frac{\log_a(a^3 b^2) - \log_b\left(\frac{b^3}{a^2}\right)}{\log_a^2 b + 1}$  và  $Q = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$  với  $a, b$  là các số dương và  $a$  khác 1. Vậy:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$Q = 6 \log_a b$		
b)	$P = 6 \log_b a$		
c)	$Q = 3P$		
d)	$Q \cdot P = 12$		

**Câu 5.** Cho biểu thức  $Q = 2^{\log_{16} x^4 + \log_2 x^2}$  với  $x$  là số thực khác 0. Vậy

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$Q > 0$		
b)	Khi $x = 2$ thì $Q = 8$		
c)	Khi $x = -2$ thì $Q = -8$		
d)	Khi $x = 3$ thì $Q = 9$		

**Câu 6.** Cho các biểu thức sau:  $A = (a^3\sqrt{a})^{\log_a b} + (\sqrt[3]{b^2})^{\log_b a}$  với  $\begin{cases} a, b > 0 \\ a \neq 1, b \neq 1 \end{cases}$  và

$$B = \log \frac{a}{b} + \log \frac{b}{c} + \log \frac{c}{d} - \log \frac{a}{d} \quad \text{với } a, b, c, d \text{ là các số dương. Khi đó:}$$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$A = \sqrt[3]{a} + \sqrt{b^4}$		
b)	$B = \frac{a}{b}$		
c)	$A + B\sqrt{a} = \sqrt[3]{a^2} + \sqrt{b^7}$ .		
d)	$A - B\sqrt{b} = 2\sqrt[3]{a^2} + \sqrt{b^7}$ .		

**Câu 7.** Cho biểu thức  $A = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + \log_4 x$ . Vậy:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Khi $\log_2 x = 1$ thì $A = -\frac{1}{2}$		
b)	Khi $\log_2 x = 2$ thì $A = 1$		
c)	Khi $\log_2 x = \sqrt{3}$ thì $A = -\frac{\sqrt{3}}{2}$		
d)	Khi $\log_2 x = \sqrt{2}$ thì $A = \frac{\sqrt{2}}{2}$		

**Câu 8.** Cho biểu thức  $B = 2 \ln \sqrt{ex} - \ln \frac{e^2}{\sqrt{x}} + \ln 3 \cdot \log_3 (ex^2)$ . Vậy:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Cho $\ln x = 2$ thì $B = 7$		
b)	Cho $\ln x = 4$ thì $B = 14$		
c)	Cho $\ln x = 3$ thì $B = \frac{15}{2}$		
d)	Cho $\ln x = 6$ thì $B = 18$		

**Câu 9.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\log(x+1)$ có nghĩa khi và chỉ khi $x > -1$ .		
b)	$\ln(x-1)^2$ có nghĩa khi và chỉ khi $x \neq 1$ .		
c)	$\log_{x-1} x$ có nghĩa khi và chỉ khi $\begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$ .		
d)	$\log^2 \frac{1}{x-x^2}$ có nghĩa khi và chỉ khi $0 < x < 1$ .		

**Câu 10.** biết  $a > 0, a \neq 1$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$A = 2^{\log_2 3} - \log_{\sqrt{3}} 3$ có $A > 2$		
b)	$B = \ln 2 \cdot \log_2 4 \cdot \log_4 3 \cdot \log_3 2 - 5^{\log_5 (\ln 2)}$ có $B = 0$		
c)	$C = \log_a \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$ có $C > 1$		
d)	$D = \log_a \frac{\sqrt{a^3}}{a^4 \sqrt{a}}$ có $D > 1$		

### LỜI GIẢI

**Câu 1.** Cho các biểu thức sau:  $P = \log_2 8 + \log_3 27 - \log_5 5^3$ ;  $Q = \ln(2e) - \log 100$ . Khi đó:

- a)  $P + Q = 2 \ln 2$
- b)  $Q - P = \ln 2 - 4$
- c)  $3Q + P = 3 \ln 2$
- d)  $2Q + P = 2 \ln 2 + 1$

#### Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Ta có:  $P = \log_2 8 + \log_3 27 - \log_5 5^3 = \log_2 2^3 + \log_3 3^3 - \log_5 5^3 = 3 + 3 - 3 = 3$ .

Ta có:  $Q = \ln(2e) - \log 100 = \ln 2 + \ln e - \log 10^2 = \ln 2 + 1 - 2 = \ln 2 - 1$ .

**Câu 2.** Cho các biểu thức sau:  $A = \log_{2^{2030}} 4 - \frac{1}{1015} + \ln e^{2035}$ ;  $B = \log_5 3 \cdot \log_2 5 - \frac{\ln 9}{\ln 4}$

- a)  $A$  chia hết cho 5
- b)  $A - B = 2036$
- c)  $A + 2024B = 2035$
- d)  $A - 2024B = 2035$

#### Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có:  $A = \log_{2^{2030}} 4 - \frac{1}{1015} + \ln e^{2035} = \log_{2^{2030}} 2^2 - \frac{1}{1015} + 2035$

$$= \frac{2}{2030} - \frac{1}{1015} + 2035 = 2035.$$

Ta có:  $B = \log_5 3 \cdot \log_2 5 - \frac{\ln 9}{\ln 4} = \log_2 5 \cdot \log_5 3 - \log_4 9$

$$= \log_2 3 - \log_2 3^2 = \log_2 3 - \log_2 3 = 0.$$

**Câu 3.** Tìm được  $x$  để các biểu thức sau có nghĩa. Vậy:

- a)  $\log(x-3)$  có nghĩa khi và chỉ khi  $x > 3$
- b)  $\log_2(4-x^2)$  có nghĩa khi và chỉ khi  $x < 2$
- c)  $\ln(2x) - \lg(10-x)$  có nghĩa khi và chỉ khi  $0 < x < 10$
- d)  $\log_x \frac{1}{x-2}$  có nghĩa khi và chỉ khi  $x > 0$

#### Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Biểu thức  $\log(x-3)$  xác định khi và chỉ khi  $x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$ .

b) Biểu thức  $\log_2(4-x^2)$  xác định khi và chỉ khi  $4-x^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$ .

c) Biểu thức  $\ln(2x) - \lg(10-x)$  xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2x > 0 \\ 10-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 10$$

d) Biểu thức  $\log_x \frac{1}{x-2}$  xác định khi và chỉ khi  $\begin{cases} x > 0, x \neq 1 \\ \frac{1}{x-2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$ .

Cho các biểu thức:  $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$  với  $a, b$  là các số dương và  $a$  khác 1 ;

**Câu 4.** Cho các biểu thức sau:  $P = \frac{\log_a(a^3 b^2) - \log_b\left(\frac{b^3}{a^2}\right)}{\log_a^2 b + 1}$  và  $Q = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$  với  $a, b$  là các số dương và  $a$  khác 1. Vậy:

a)  $Q = 6 \log_a b$

b)  $P = 6 \log_b a$

c)  $Q = 3P$

d)  $Q.P = 12$

**Lời giải**

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Ta có:  $Q = 3 \log_a b + 6 \cdot \frac{1}{2} \log_a b = 6 \log_a b$ .

$$P = \frac{\log_a a^3 + \log_a b^2 - (\log_b b^3 - \log_b a^2)}{\log_a^2 b + 1}$$

$$\text{Ta có: } = \frac{3 + 2 \log_a b - 3 + 2 \log_b a}{\log_a^2 b + 1} = \frac{2 \left( \log_a b + \frac{1}{\log_a b} \right)}{\log_a^2 b + 1}$$

$$= \frac{2 \left( \frac{\log_a^2 b + 1}{\log_a b} \right)}{\log_a^2 b + 1} = \frac{2}{\log_a b} = 2 \log_b a.$$

**Câu 5.** Cho biểu thức  $Q = 2^{\log_{16} x^4 + \log_2 x^2}$  với  $x$  là số thực khác 0. Vậy

a)  $Q > 0$

b) Khi  $x = 2$  thì  $Q = 8$

c) Khi  $x = -2$  thì  $Q = -8$

d) Khi  $x = 3$  thì  $Q = 9$

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	----------------	---------------	---------------

Ta có:  $Q = 2^{\log_2 x^4 + \log_2 x^2} = 2^{4 \cdot \frac{1}{4} \log_2 |x| + 2 \log_2 |x|} = 2^{3 \log_2 |x|} = (2^{\log_2 |x|})^3 = |x|^3$ .

**Câu 6.** Cho các biểu thức sau:  $A = (a^3 \sqrt{a})^{\log_a b} + (\sqrt[3]{b^2})^{\log_b a}$  với  $\begin{cases} a, b > 0 \\ a \neq 1, b \neq 1 \end{cases}$  và

$B = \log \frac{a}{b} + \log \frac{b}{c} + \log \frac{c}{d} - \log \frac{a}{d}$  với  $a, b, c, d$  là các số dương. Khi đó:

a)  $A = \sqrt[3]{a} + \sqrt{b^4}$

b)  $B = \frac{a}{b}$

c)  $A + B\sqrt{a} = \sqrt[3]{a^2} + \sqrt{b^7}$ .

c)  $A - B\sqrt{b} = 2\sqrt[3]{a^2} + \sqrt{b^7}$ .

**Lời giải**

<b>a) Sai</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
---------------	---------------	----------------	---------------

Ta có:  $A = \left(a^3 \cdot a^{\frac{1}{2}}\right)^{\log_a b} + \left(b^{\frac{2}{3}}\right)^{\log_b a} = \left(a^{\frac{7}{2}}\right)^{\log_a b} + \left(b^{\frac{2}{3}}\right)^{\log_b a}$   
 $= \left(a^{\log_a b}\right)^{\frac{7}{2}} + \left(b^{\log_b a}\right)^{\frac{2}{3}} = b^{\frac{7}{2}} + a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2} + \sqrt{b^7}$ .

Ta có:  $B = \log \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d}\right) - \log \frac{a}{d} = \log \left(\frac{a}{d} : \frac{a}{d}\right) = \log 1 = 0$ .

**Câu 7.** Cho biểu thức  $A = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + \log_4 x$ . Vậy:

a) Khi  $\log_2 x = 1$  thì  $A = -\frac{1}{2}$

b) Khi  $\log_2 x = 2$  thì  $A = 1$

c) Khi  $\log_2 x = \sqrt{3}$  thì  $A = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) Khi  $\log_2 x = \sqrt{2}$  thì  $A = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	---------------	----------------	---------------

Ta có:

$$A = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + \log_4 x$$

$$= 2\log_2 x + 3\log_{2^{-1}} x + \log_{2^2} x = 2\log_2 x - 3\log_2 x + \frac{1}{2}\log_2 x = -\frac{1}{2}\log_2 x$$

**Câu 8.** Cho biểu thức  $B = 2\ln\sqrt{ex} - \ln\frac{e^2}{\sqrt{x}} + \ln 3 \cdot \log_3(ex^2)$ . Vậy:

- a) Cho  $\ln x = 2$  thì  $B = 7$   
 b) Cho  $\ln x = 4$  thì  $B = 14$   
 c) Cho  $\ln x = 3$  thì  $B = \frac{15}{2}$   
 d) Cho  $\ln x = 6$  thì  $B = 18$

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	----------------	----------------	---------------

Ta có:

$$B = 2\ln(ex)^{\frac{1}{2}} - \left( \ln e^2 - \ln x^{\frac{1}{2}} \right) + \ln(ex^2)$$

$$= \ln(ex) - \left( 2 - \frac{1}{2}\ln x \right) + \ln(ex^2) = (\ln e + \ln x) - 2 + \frac{1}{2}\ln x + \ln e + \ln x^2$$

$$= 1 + \ln x - 2 + \frac{1}{2}\ln x + 1 + 2\ln x = \frac{7}{2}\ln x$$

**Câu 9.** Tìm được  $x$  để biểu thức sau có nghĩa. Vậy:

- a)  $\log(x+1)$  có nghĩa khi và chỉ khi  $x > -1$ .  
 b)  $\ln(x-1)^2$  có nghĩa khi và chỉ khi  $x \neq 1$ .  
 c)  $\log_{x-1} x$  có nghĩa khi và chỉ khi  $\begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$ .  
 d)  $\log^2 \frac{1}{x-x^2}$  có nghĩa khi và chỉ khi  $0 < x < 1$ .

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Đúng</b>
----------------	----------------	----------------	----------------

- a) Biểu thức  $\log(x+1)$  có nghĩa khi và chỉ khi  $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$ .  
 b) Biểu thức  $\ln(x-1)^2$  có nghĩa khi và chỉ khi  $(x-1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ .  
 c) Biểu thức  $\log_{x-1} x$  có nghĩa khi và chỉ khi  $\begin{cases} x > 0 \\ x-1 > 0 \\ x-1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$ .

d) Biểu thức  $\log^2 \frac{1}{x-x^2}$  có nghĩa khi và chỉ khi  $\frac{1}{x-x^2} > 0 \Leftrightarrow x-x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ .

**Câu 10.** Tính được giá trị của các biểu thức sau (biết  $a > 0, a \neq 1$ ). Vậy:

a)  $A = 2^{\log_2 3} - \log_{\sqrt{3}} 3$  có  $A > 2$

b)  $B = \ln 2 \cdot \log_2 4 \cdot \log_4 3 \cdot \log_3 2 - 5^{\log_5 (\ln 2)}$  có  $B = 0$

a)  $C = \log_a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}}$  có  $C > 1$

b)  $D = \log_a \frac{\sqrt{a^3}}{a^4 \sqrt{a}}$  có  $D > 1$

### Lời giải

<b>a) Sai</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Sai</b>
---------------	----------------	---------------	---------------

a) Ta có:  $2^{\log_2 3} - \log_{\sqrt{3}} 3 = 3 - \log_{\frac{1}{3^2}} 3 = 3 - 2 = 1$ .

b) Ta có:  $\ln 2 \cdot \log_2 4 \cdot \log_4 3 \cdot \log_3 2 - 5^{\log_5 (\ln 2)}$

$$= \ln 2 \cdot \log_2 3 \cdot \log_3 2 - \ln 2$$

$$= \ln 2 - \ln 2 = 0$$

c) Ta có:  $\log_a \sqrt{a \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt{a}}} = \log_a \left[ a \cdot \left( a \cdot a^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} = \log_a a^{\frac{7}{8}} = \frac{7}{8}$ .

d) Ta có:  $\log_a \frac{\sqrt{a^3}}{a^4 \sqrt{a}} = \log_a \frac{a^{\frac{3}{2}}}{a^4 \cdot a^{\frac{1}{4}}} = \log_a a^{\frac{3}{2} - \left(4 + \frac{1}{4}\right)} = \log_a a^{-\frac{11}{4}} = -\frac{11}{4}$ .