

CÂU HỎI

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của A trên các cạnh SB, SD . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tam giác SBC vuông.		
b)	Tam giác SCD vuông.		
c)	$SC \perp (AHK)$		
d)	$HK \perp SC$		

Câu 2. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi OK là đường cao của tam giác OBC và OH là đường cao của tam giác OAK . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$OA \perp (OBC)$		
b)	$OB \perp (OAC)$		
c)	Các cạnh đối nhau trong tứ diện $OABC$ thì vuông góc với nhau.		
d)	OH không vuông góc với mặt phẳng (ABC) .		

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC, SB = SD$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$SO \perp AC$		
b)	$SO \perp (ABCD)$		
c)	$AC \perp (SBD)$		
d)	$(AC, SB) = 60^\circ$		

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B . Gọi H, K là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB, SC . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tam giác SBC cân tại B .		
b)	AH vuông góc với mặt phẳng (SBC) .		
c)	$(SC, HK) = 90^\circ$		
d)	Giả sử HK cắt BC tại D . Khi đó $(AC, AD) = 90^\circ$.		

Câu 5. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Kẻ $OH \perp (ABC)$ tại H . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$OA \perp BC, OB \perp AC, OC \perp AB$		
b)	Tam giác ABC có ba góc nhọn.		
c)	H là trọng tâm của tam giác ABC .		
d)	$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$		

Câu 6. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A với cạnh huyền $BC = 2a$. Biết $A'H \perp (ABC)$ với H là trung điểm BC . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$BC \perp (AA'H)$		
b)	$B'C' \perp AA'$		
c)	Tìm được hình chiếu của tam giác $A'AB$ trên mặt phẳng (ABC) khi đó, diện tích hình chiếu đó theo a bằng: $\frac{a^2}{3}$.		
d)	Gọi I là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(BCC'B')$. Biết $A'I = \frac{a}{2}$. Khi đó độ dài $A'H$ theo a bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.		

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC, DB = DC$. Gọi I là trung điểm của BC . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$BC \perp AI$		
b)	$BC \perp (ADI)$		
c)	$BC \perp AD$		
d)	Nếu $AI = AD$, gọi H là trung điểm ID . Khi đó H là hình chiếu vuông góc của A trên (BCD) .		

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại C . Gọi d là đường thẳng vuông góc với (ABC) tại A , lấy điểm S nằm trên d không trùng với A . Hai điểm E và F lần lượt là hình chiếu của A trên các cạnh SC và SB . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$BC \perp (SAC)$		
b)	$AE \perp BC$		
c)	$BD \perp (SAC)$		
d)	$SB \perp (AEF)$		

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có tâm O . Cạnh bên SA vuông góc với đáy $ABCD$, H là hình chiếu vuông góc của A trên SO . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$BD \perp (SAC)$		
b)	$BD \perp SC$		
c)	$CD \perp (SAD)$		
d)	$AH \perp SB$		

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh a . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$A'D' \perp (ABB'A')$		
b)	$(A'D', AB') = 90^\circ$		
c)	$B'D' \perp (AA'O)$		
d)	Tìm được hình chiếu H của điểm A' trên mặt phẳng $(AB'D')$. Khi đó $A'H = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.		

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của A trên các cạnh SB, SD . Khi đó:

- a) Tam giác SBC vuông.
- b) Tam giác SCD vuông.
- c) $SC \perp (AHK)$
- d) $HK \perp SC$.

Lời giải

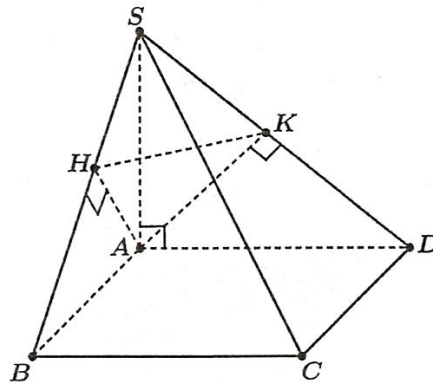
a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$

Vì $\begin{cases} BC \perp (SAB) \\ SB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$ hay $\triangle SBC$ vuông tại B .

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$

Vì $\begin{cases} CD \perp (SAD) \\ SD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow CD \perp SD$ hay $\triangle SCD$ vuông tại D .



Ta có: $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \text{ (do } BC \perp (SAB)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC. (1)$

Tương tự: $\begin{cases} AK \perp SD \\ AK \perp CD \text{ (do } CD \perp (SAD)) \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SCD) \Rightarrow AK \perp SC. (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $SC \perp (AHK)$, mà $HK \subset (AHK)$ nên $HK \perp SC$.

Câu 2. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi OK là đường cao của tam giác OBC và OH là đường cao của tam giác OAK . Khi đó:

- a) $OA \perp (OBC)$.
- b) $OB \perp (OAC)$.

c) Các cạnh đối nhau trong tứ diện $OABC$ thì vuông góc với nhau.

d) OH không vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có:

$$\begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC);$$

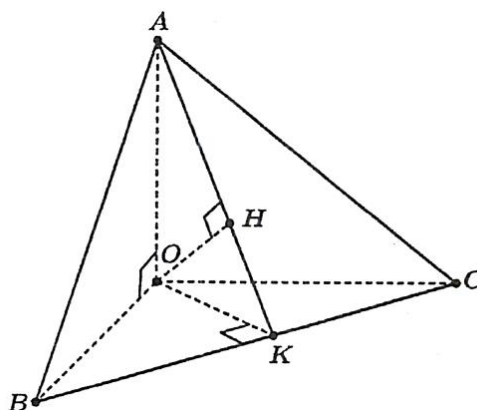
$$\begin{cases} OB \perp OA \\ OB \perp OC \end{cases} \Rightarrow OB \perp (OAC);$$

Vì $OA \perp (OBC)$ mà $BC \subset (OBC) \Rightarrow OA \perp BC$.

Vì $OB \perp (OAC)$ mà $AC \subset (OAC) \Rightarrow OB \perp AC$.

Ta có: $\begin{cases} OC \perp OA \\ OC \perp OB \end{cases} \Rightarrow OC \perp (OAB), \text{ mà } AB \subset (OAB) \Rightarrow OC \perp AB.$

Vậy các cặp cạnh đối nhau của tứ diện $OABC$ vuông góc với nhau.



Ta có: $\begin{cases} BC \perp OK \\ BC \perp OA (\text{do } OA \perp (OBC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAK);$

mà $OH \subset (OAK) \Rightarrow OH \perp BC$.

Khi đó: $\begin{cases} OH \perp AK \\ OH \perp BC \\ AK \cap BC = K \\ AK, BC \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABC).$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC, SB = SD$. Khi đó:

a) $SO \perp AC$

b) $SO \perp (ABCD)$

c) $AC \perp (SBD)$

d) $(AC, SB) = 60^\circ$.

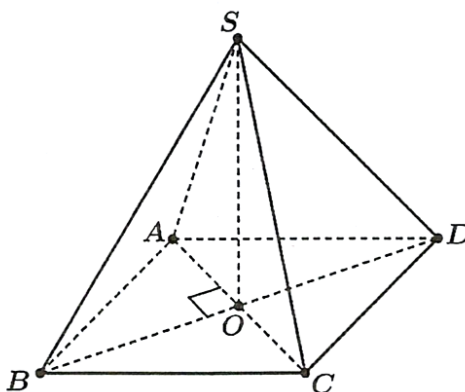
Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Tam giác SAC cân tại S (do $SA = SC$), mà O là trung điểm AC nên $SO \perp AC$. (1)

Tam giác SBD cân tại S (do $SB = SD$), mà O là trung điểm BD nên $SO \perp BD$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $SO \perp (ABCD)$.



Ta có: $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \text{ (do } SO \perp (ABCD)) \end{cases}$ mà $SB \subset (SBD)$ nên $AC \perp SB$.
 $\Rightarrow AC \perp (SBD)$;

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B . Gọi H, K là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB, SC . Khi đó:

a) Tam giác SBC cân tại B .

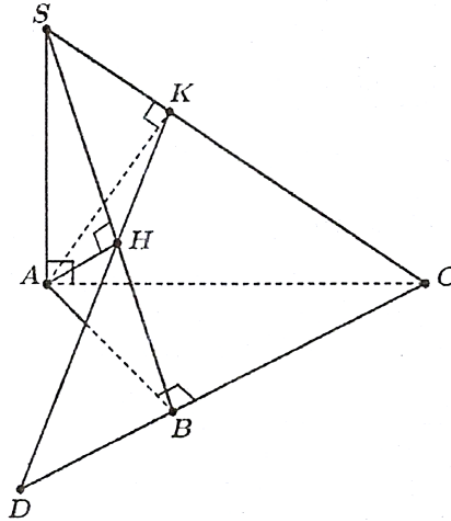
b) AH vuông góc với mặt phẳng (SBC) .

c) $(SC, HK) = 90^\circ$

d) Giả sử HK cắt BC tại D . Khi đó $(AC, AD) = 90^\circ$.

Hướng dẫn giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------



a) Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA (\text{do } SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB),$

mà $SB \subset (SAB)$ nên $BC \perp SB$ hay tam giác SBC vuông tại B .

b) Ta có: $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC (\text{do } BC \perp (SAB)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC).$

c) Ta có: $\begin{cases} SC \perp AK \\ SC \perp AH (\text{do } AH \perp (SBC)) \end{cases} \Rightarrow SC \perp (AHK),$

mà $HK \subset (AHK)$ nên $SC \perp HK$ hay $(SC, HK) = 90^\circ$.

d) Vì $(AHK) \equiv (ADK)$ mà $SC \perp (AHK)$ nên $SC \perp (ADK) \Rightarrow SC \perp AD$. (1)

Mặt khác $SA \perp AD$ (do $SA \perp (ABC), AD \subset (ABC)$). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AD \perp (SAC) \Rightarrow AD \perp AC$ hay $(AC, AD) = 90^\circ$

Câu 5. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Kẻ $OH \perp (ABC)$ tại H . Khi đó:

a) $OA \perp BC, OB \perp AC, OC \perp AB$.

b) Tam giác ABC có ba góc nhọn.

c) H là trọng tâm của tam giác ABC .

d) $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Ta có: $\begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp BC;$

$$\begin{cases} OB \perp OA \\ OB \perp OC \end{cases} \Rightarrow OB \perp (OAC) \Rightarrow OB \perp AC;$$

$$\begin{cases} OC \perp OA \\ OC \perp OB \end{cases} \Rightarrow OC \perp (OAB) \Rightarrow OC \perp AB.$$

b) Kẻ đường cao OK của tam giác vuông OBC thì K nằm giữa B và C .

$$\text{Vì } \begin{cases} BC \perp OK \\ BC \perp OA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAK) \Rightarrow BC \perp AK$$

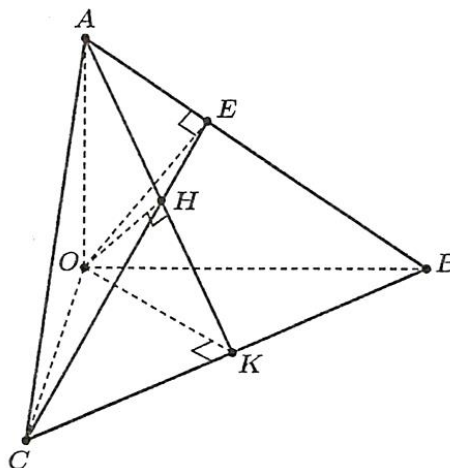
Do đó AK là đường cao của tam giác ABC , đồng thời K nằm giữa B và C nên các góc ABC, ACB là góc nhọn.

Tương tự, kẻ đường cao OE của tam giác vuông OAB thì E nằm giữa hai điểm A và B .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AB \perp OE \\ AB \perp OC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (OCE) \Rightarrow AB \perp CE.$$

Do đó CE là đường cao tam giác ABC , đồng thời E nằm giữa hai điểm A và B nên các góc ABC, CAB là góc nhọn.

Vậy tam giác ABC có ba góc đều là góc nhọn.



$$\text{c) Ta có: } \begin{cases} BC \perp OA \\ BC \perp OH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAH) \Rightarrow BC \perp AH. (1)$$

$$\text{Tương tự } \begin{cases} AB \perp OC \\ AB \perp OH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (OCH) \Rightarrow AB \perp CH. (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra H là trực tâm của tam giác ABC .

$$\text{d) Tam giác } OBC \text{ vuông tại } O \text{ có đường cao } OK \text{ nên } \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}. (3)$$

$$\text{Tam giác } OAK \text{ vuông tại } O \text{ có đường cao } OH \text{ nên } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OK^2}. (4)$$

$$\text{Thay (3) vào (4), ta được: } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}.$$

Câu 6. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A với cạnh huyền $BC = 2a$. Biết $A'H \perp (ABC)$ với H là trung điểm BC . Khi đó:

a) $BC \perp (AA'H)$

b) $B'C' \perp AA'$.

c) Tìm được hình chiếu của tam giác $A'AB$ trên mặt phẳng (ABC) khi đó, diện tích hình chiếu đó theo a bằng: $\frac{a^2}{3}$.

d) Gọi I là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(BCC'B')$. Biết $A'I = \frac{a}{2}$. Khi đó độ dài $A'H$ theo a bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có: $\begin{cases} BC \perp A'H \text{ (do } A'H \perp (ABC)) \\ BC \perp AH \text{ (do } \triangle ABC \text{ vuông tại } A, H \text{ là trung điểm } BC) \end{cases}$

$\Rightarrow BC \perp (AA'H)$.

Mặt khác $B'C' \parallel BC$ nên $B'C' \perp (AA'H) \Rightarrow B'C' \perp AA'$.

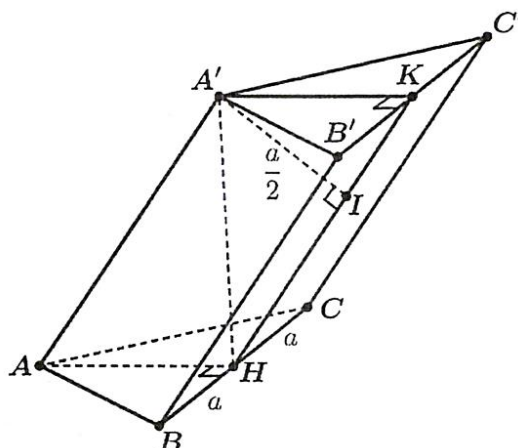
Vì $A'H \perp (ABC)$ nên hình chiếu của AA' trên (ABC) là AH , hình chiếu của $A'B$ trên (ABC) là BH .

Vậy hình chiếu của tam giác $A'AB$ trên mặt phẳng (ABC) chính là tam giác ABH .

Tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = 2a \Rightarrow AB = AC = a\sqrt{2}$.

Diện tích tam giác ABH là:

$$S_{\triangle ABH} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{4} (a\sqrt{2})^2 = \frac{a^2}{2}.$$



Gọi K là trung điểm $B'C'$. Dễ thấy $(A'AH) \equiv (AHKA')$.

Mà $B'C' \perp (AA'H)$ nên $B'C' \perp (AHKA')$.

Trong mặt phẳng $(AHKA')$, kẻ $A'I \perp HK$ tại I . (1)

Vì $B'C' \perp (AHKA')$, $A'I \subset (AHKA')$ nên $A'I \perp B'C'$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A'I \perp (BCC'B')$ hay I là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(BCC'B')$.

Tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại A' nên $A'K = \frac{B'C'}{2} = a$.

Tam giác $A'HK$ vuông tại A' có đường cao $A'I$ nên ta có:

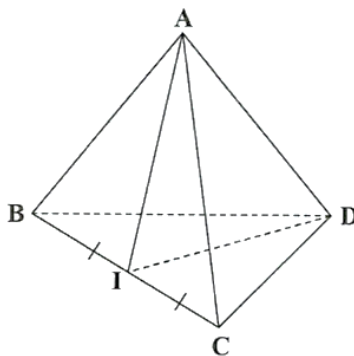
$$\frac{1}{A'I^2} = \frac{1}{A'H^2} + \frac{1}{A'K^2} \Rightarrow \frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC, DB = DC$. Gọi I là trung điểm của BC . Khi đó:

- a) $BC \perp AI$
- b) $BC \perp (ADI)$.
- c) $BC \perp AD$.
- d) Nếu $AI = AD$, gọi H là trung điểm ID . Khi đó H là hình chiếu vuông góc của A trên (BCD) .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------



Ta có $BC \perp AI$ (vì $AB = AC$)

$BC \perp DI$ (vì $BD = CD$) $\Rightarrow BC \perp (ADI)$

Ta có $\begin{cases} BC \perp (ADI) \\ AD \subset (ADI) \end{cases} \Rightarrow BC \perp AD$

Ta có $AI = AD \Rightarrow AH \perp DI$

Mặt khác $AH \perp BC$ (do $BC \perp (ADI)$) $\Rightarrow AH \perp (BCD)$

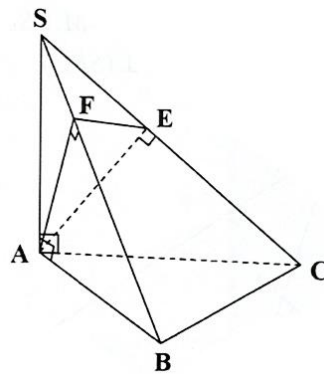
Vậy H là hình chiếu vuông góc của A trên (BCD) .

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại C . Gọi d là đường thẳng vuông góc với (ABC) tại A , lấy điểm S nằm trên d không trùng với A . Hai điểm E và F lần lượt là hình chiếu của A trên các cạnh SC và SB . Khi đó:

- a) $BC \perp (SAC)$.
- b) $AE \perp BC$.
- c) $BD \perp (SAC)$
- d) $SB \perp (AEF)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------



$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC)$$

$$\text{Ta có: } BC \perp (SAC)$$

$$\text{Mà } AE \subset (SAC) \Rightarrow BC \perp AE$$

$$\text{Ta có } SB \perp AF \quad (1)$$

$$\begin{cases} AE \perp SC \\ AE \perp BC \text{ (do } BC \perp (SAC)) \end{cases} \Rightarrow AE \perp (SCB) \quad (2)$$

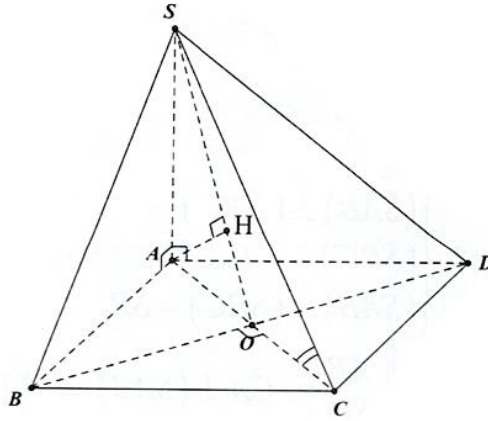
$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } SB \perp (AEF).$$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có tâm O . Cạnh bên SA vuông góc với đáy $ABCD$, H là hình chiếu vuông góc của A trên SO . Khi đó:

- a) $BD \perp (SAC)$
- b) $BD \perp SC$.
- c) $CD \perp (SAD)$.
- d) $AH \perp SB$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------



$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA (SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

$$\begin{cases} BD \perp (SAC) \\ SC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow BD \perp SC$$

$$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

$$\begin{cases} AH \perp SO \\ AH \perp BD (BD \perp (SAC)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow AH \perp SB$$

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh a . Khi đó:

a) $A'D' \perp (ABB'A')$

b) $(A'D', AB') = 90^\circ$

c) $B'D' \perp (AA'O)$

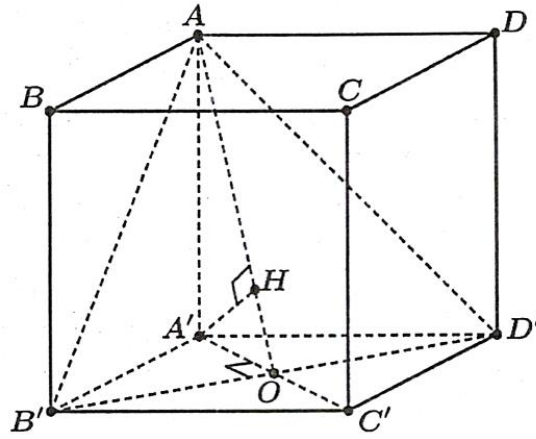
d) Tìm được hình chiếu H của điểm A' trên mặt phẳng $(AB'D')$. Khi đó $A'H = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Ta có: $\begin{cases} A'D' \perp AA' \\ A'D' \perp A'B' \end{cases} \Rightarrow A'D' \perp (ABB'A')$, mà $AB' \subset (ABB'A')$ nên $A'D' \perp AB'$.

Vậy $(A'D', AB') = 90^\circ$.



b) Gọi O là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ nên $A'O \perp B'D'$.

Mặt khác $AA' \perp B'D'$ nên $B'D' \perp (AA'O)$.

Kẻ đường cao $A'H$ trong tam giác $AA'O$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} A'H \perp AO \\ A'H \perp B'D' \end{cases}$$

$$\Rightarrow A'H \perp (AB'D').$$

Do vậy H là hình chiếu của A' lên mặt phẳng $(AB'D')$.

Hình vuông $A'B'C'D'$ có đường chéo $A'C' = a\sqrt{2} \Rightarrow A'O = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác $AA'O$ vuông tại A' có đường cao $A'H$ nên

$$\frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{A'O^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\frac{a^2}{2}} = \frac{3}{a^2}$$

$$\Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$