CÂU HỎI

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là vuông cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Vẽ đường cao AH của tam giác SAB.Vẽ đường cao AK của tam giác SAD. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$BC \perp AH$		
b)	Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{2}$		
c)	Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng: $\frac{a\sqrt{2}}{7}$		
d)	Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (AHK) bằng: $\frac{a\sqrt{5}}{5}$		

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{2}$, $AC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$AD // (SBC)$		
b)	Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{3}$		
c)	Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD, AB bằng: $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$		
d)	Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng: $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$		

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy và tam giác SAB đều cạnh $2a$. Biết tam giác ABC vuông tại C và cạnh $AC = a\sqrt{3}$. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$SH \perp (ABC)$		
b)	$d(S,(ABC)) = a\sqrt{3}$		
c)	$d(C,(SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$		
d)	Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{6}$		

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AB và $SCH = 45^\circ$. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$BC \perp (SAB)$		
b)	$d(H,(SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{3}$		
c)	Gọi K là trung điểm CD khi đó: $CD \perp (SHK)$		
d)	$d(H,(SCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{2}$		

Câu 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = b, AA' = c$. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$AB \perp \left(ADD'A'\right)$		
b)	Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BD' bằng: $\dfrac{\sqrt{b^2+c^2}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$		
c)	Gọi I, J theo thứ tự là tâm của các hình chữ nhật $ADD'A', BCC'B'$. Khi đó IJ là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AD' và $B'C$.		
d)	Khoảng cách hai đường thẳng AD' và $B'C$ bằng $2a$		

Câu 6. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, gọi O là tâm của đáy và $SO = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$AO = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$		
b)	$d(O, SA) = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.		
c)	Kẻ đường cao AI của tam giác ABC, khi đó: $OI = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$		
d)	$d(O,(SBC)) = \dfrac{a\sqrt{15}}{12}$		

Câu 7. Cho lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có $AC = a, BC = 2a, ACB = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm của BB'. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$d\left(CC', \left(ABB'A'\right)\right) = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$		
b)	$d\left(CC', AM\right) = \dfrac{a\sqrt{21}}{12}$		
c)	$AA' \perp (ABC), AA' \perp \left(A'B'C'\right)$		
d)	Biết khoảng cách giữa hai mặt đáy lăng trụ bằng $2a$. Khi đó thể tích khối lăng trụ là: $a^3\sqrt{3}$.		

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD), SA = a\sqrt{3}, ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$d(A,(SBC)) = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a$		
b)	$AD // (SBC)$		
c)	$d(D,(SBC)) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$		
d)	Gọi M là trung điểm SA. Khi đó: $d(M,(SBC)) = \dfrac{\sqrt{3}}{4}a$		

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B có $AB = 1, ACB = 30^{\circ}$. Biết SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2$. Gọi H là hình chiếu của A trên SB. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$d(A, SB) = AH$		
b)	$d(B,(SAC)) = \frac{\sqrt{3}}{3}$		
c)	$BC = \sqrt{3}$		
d)	Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng: $\frac{\sqrt{3}}{6}$		

Câu 10. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Trong mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$, kẻ $A'H \perp B'C'$ tại H. Khi đó: $B'C' \perp (AA'H)$		
b)	$d\left((ABC),\left(A'B'C'\right)\right) = a.$		
c)	Diện tích đáy của lăng trụ là: $a^2\sqrt{5}$		
d)	Thể tích khối lăng trụ là: $a^3\sqrt{3}$		

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là vuông cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Vẽ đường cao AH của tam giác SAB.Vẽ đường cao AK của tam giác SAD. Khi đó:

a) $BC \perp AH$

b) Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng: $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

c) Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng: $\dfrac{a\sqrt{2}}{7}$

d) Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (AHK) bằng: $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

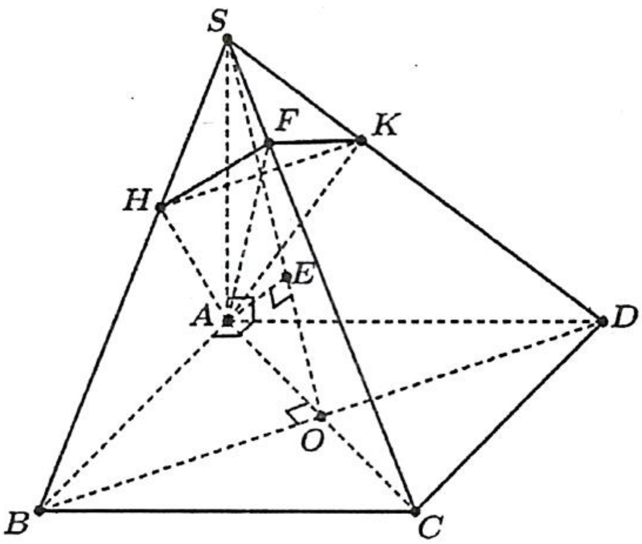
Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA(\text{ do } SA \perp (ABCD)) \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$,

mà $SB \perp AH$ nên $AH \perp (SBC)$ hay $d(A,(SBC)) = AH$.

Tam giác SAB vuông tại A có đường cao AH nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{SA^2} \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot SA}{\sqrt{AB^2 + SA^2}} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + 3a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $d(A,(SBC)) = AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ thì $AO \perp BD$, ta lại có $SA \perp BD$ nên $BD \perp (SAC)$. (*)

Kẻ đường cao AE của ΔSAO thì $AE \perp BD(\text{ do } (*))$.

Vậy $AE \perp (SBD)$ hay $d(A,(SBD)) = AE$.

Ta có: $AC = a\sqrt{2}$ (đường chéo hình vuông), suy ra $OA = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SAO vuông tại A có: $AE = \frac{SA \cdot AO}{\sqrt{SA^2 + AO^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{3a^2 + \frac{2a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Vậy $d(A,(SBD)) = AE = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Ta chứng minh được $AK \perp (SCD)$. Khi đó: $\begin{cases} SC \perp AH \\ SC \perp AK \end{cases} \Rightarrow SC \perp (AHK)$.

Gọi $F = SC \cap (AHK)$ thì $SC \perp AF$.

Khi đó: $d(C,(AHK)) = CF$.

Ta có: $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{3a^2 + 2a^2} = a\sqrt{5}$.

Tam giác SAC vuông tại A có đường cao AF nên:

$CF.CS = AC^2 \Rightarrow CF = \frac{AC^2}{CS} = \frac{2a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Vậy d $(C,(AHK)) = CF = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{2}$, $AC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Khi đó:

a) $AD//(SBC)$

b) Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD, AB bằng: $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

d) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng: $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Lời giải

a) Đúng	**b) Sai**	**c) Đúng**	**d) Sai**

a) Ta có: $AD//BC \Rightarrow AD//(SBC) \Rightarrow d(D,(SBC)) = d(A,(SBC))$.

Trong mặt phẳng (SAB), kẻ $AH \perp SB$ tại H. (1)

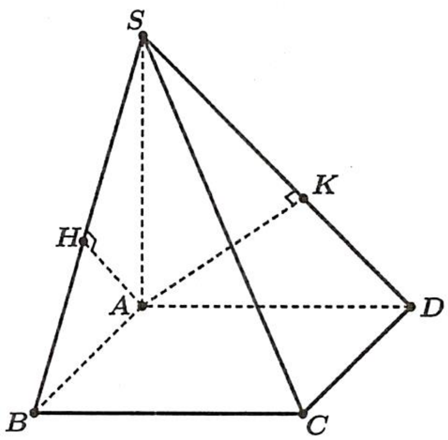
Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow AH \perp BC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SBC)$ hay $d(A,(SBC)) = AH$.

Tam giác SAB vuông tại A có đường cao AH nên:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{2a \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{4a^2 + 2a^2}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy $d(D,(SBC)) = d(A,(SBC)) = AH = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.



b) Trong mặt phẳng (SAD), kẻ $AK \perp SD$ tại K. (3)

Ta có: $\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp AK$.(4)

Từ (3) và (4) suy ra AK là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau AB, SD.

Tam giác ACD vuông tại D nên $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{3a^2 - 2a^2} = a$.

Tam giác SAD vuông tại A có đường cao AK nên

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AK = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{4a^2 + a^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Vậy $d(AB, SD) = AK = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

c) Diện tích đáy hình chóp là: $S_{ABCD} = a \cdot a\sqrt{2} = a^2\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp cần tìm là:

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot 2a \cdot a^2\sqrt{2} = \dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ (đơn vị thể tích).

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy và tam giác SAB đều cạnh $2a$. Biết tam giác ABC vuông tại C và cạnh $AC = a\sqrt{3}$. Khi đó:

a) $SH \perp (ABC)$

b) $d(S,(ABC)) = a\sqrt{3}$

c) $d(C,(SAB))=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

d) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{a^3}{6}$

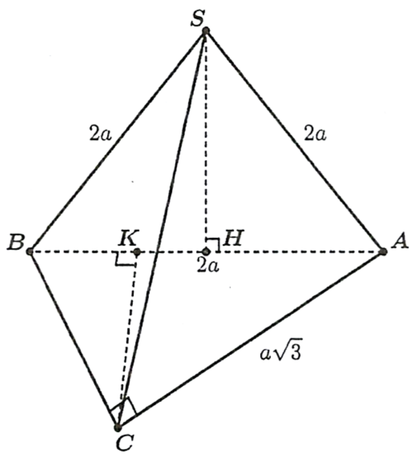
Lời giải

a) Đúng	**b) Đúng**	**c) Sai**	**d) Sai**

a) Gọi H là trung điểm AB, mà tam giác SAB đều nên $SH\perp AB$.

Ngoài ra $(SAB)\perp(ABC)$ nên $SH\perp(ABC)$.

Ta có: $d(S,(ABC))=SH=\dfrac{2a\cdot\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$(do tam giác SAB đều cạnh $2a$).



Kẻ đường cao CK của tam giác ABC.

Ta có: $\begin{cases} CK\perp AB \\ CK\perp SH \end{cases}\Rightarrow CK\perp(SAB)\Rightarrow d(C,(SAB))=CK$.

Xét tam giác ABC vuông tại C có:

$$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{4a^2-3a^2}=a;CK=\frac{CA\cdot CB}{AB}=\frac{a\sqrt{3}\cdot a}{2a}=\frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $d(C,(SAB))=CK=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích đáy hình chóp là: $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AC\cdot BC=\dfrac{1}{2}a\sqrt{3}\cdot a=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp là: $V_{S\cdot ABC}=\dfrac{1}{3}SH\cdot S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}\cdot a\sqrt{3}\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2a$, $AD=a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AB và $SCH=45^{\circ}$. Khi đó:

a) $BC\perp(SAB)$

b) $d(H,(SBC))=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

c) Gọi K là trung điểm CD khi đó: $CD\perp(SHK)$

d) $d(H,(SCD))=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

Lời giải

a) Đúng	**b) Đúng**	**c) Đúng**	**d) Sai**

a) Kẻ đường cao HE trong tam giác SBH. (1)

Ta có: $\begin{cases} BC\perp AB \\ BC\perp SH(\text{ do } SH\perp(ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp HE$. (2)

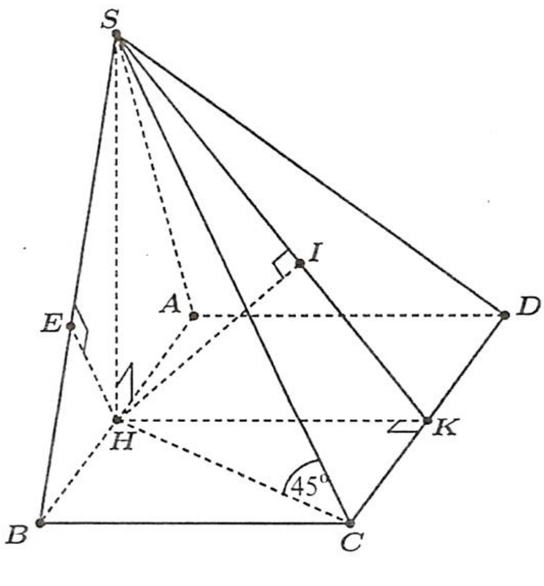
Từ (1) và (2) suy ra $HE\perp(SBC)$ hay $d(H,(SBC))=HE$.

Tam giác BCH vuông tại B có:

$$\begin{aligned} CH &= \sqrt{BC^2+BH^2} \\ &= \sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Tam giác SCH vuông tại H có:

$$\tan SCH=\frac{SH}{CH}\Rightarrow SH=a\sqrt{2}.$$



Tam giác SBH vuông tại H có đường cao HE nên

$$\begin{aligned} \frac{1}{HE^2} &= \frac{1}{SH^2}+\frac{1}{BH^2} \\ \Rightarrow HE &= \frac{SH\cdot BH}{\sqrt{SH^2+BH^2}} \\ &= \frac{a\sqrt{2}\cdot a}{\sqrt{2a^2+a^2}}=\frac{a\sqrt{6}}{3}. \end{aligned}$$

Vậy $d(H,(SBC)) = HE = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

b) Gọi K là trung điểm CD thì HK là đường trung bình của hình chữ nhật $ABCD$ nên $HK//BC//AD \Rightarrow HK \perp CD$.

Ta có: $\begin{cases} CD \perp HK \\ CD \perp SH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHK)$.

Kẻ đường cao HI của tam giác SHK.

Ta có: $\begin{cases} HI \perp SK \\ HI \perp CD(\text{ do } CD \perp (SHK), HI \subset (SHK)) \end{cases} \Rightarrow HI \perp (SCD)$.

Tam giác SHK vuông tại H có đường cao HI nên

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} \Rightarrow HI = \frac{SH \cdot HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a}{\sqrt{2a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Vậy $d(H,(SCD)) = HI = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = b, AA' = c$. Khi đó:

a) $AB \perp \left(ADD'A'\right)$

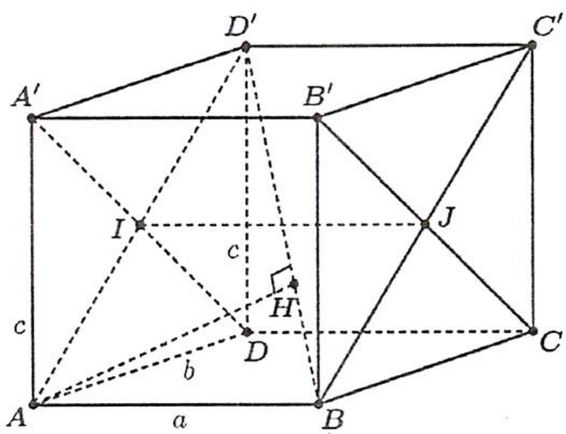
b) Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BD' bằng: $\dfrac{\sqrt{b^2+c^2}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

c) Gọi I, J theo thứ tự là tâm của các hình chữ nhật $ADD'A', BCC'B'$. Khi đó IJ là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AD' và $B'C$.

d) Khoảng cách hai đường thẳng AD' và $B'C$ bằng $2a$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai



Kẻ đường cao AH trong tam giác ABD', suy ra $d\left(A, BD'\right) = AH$.

Vì $ABCD\cdot A'B'C'$ là hình hộp chữ nhật nên $AB\perp\left(ADD'A'\right)$,

suy ra $AB\perp AD'$ hay tam giác ABD' vuông tại A.

Tam giác ADD' vuông tại D có: $AD'=\sqrt{AD^2+DD'^2}=\sqrt{b^2+c^2}$.

Tam giác ABD' vuông tại A có đường cao AH nên

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AD'^2}\Rightarrow AH=\frac{AB\cdot AD'}{\sqrt{AB^2+AD'^2}}=\frac{a\sqrt{b^2+c^2}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

Vậy $d\left(A,BD'\right)=\dfrac{a\sqrt{b^2+c^2}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.

Vì $ABCD\cdot A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $\begin{cases}AB//C'D'\\AB=C'D'\end{cases}$

$\Rightarrow ABC'D'$ là hình bình hành.

Dễ thấy I,J lần lượt là trung điểm của AD' và BC' suy ra IJ là đường trung bình của hình bình hành $ABC'D'\Rightarrow IJ//AB$, mà $AB\perp AD'$ nên $IJ\perp AD'$. (1)

Ta có: $AB\perp\left(BCC'B'\right)\Rightarrow AB\perp B'C\Rightarrow IJ\perp B'C$. (2)

Mặt khác IJ cắt cả hai đường thẳng $AD',B'C$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra IJ là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AD' và $B'C$. Ta có $IJ=AB=a$.

Câu 6. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, gọi O là tâm của đáy và $SO=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Khi đó:

a) $AO=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

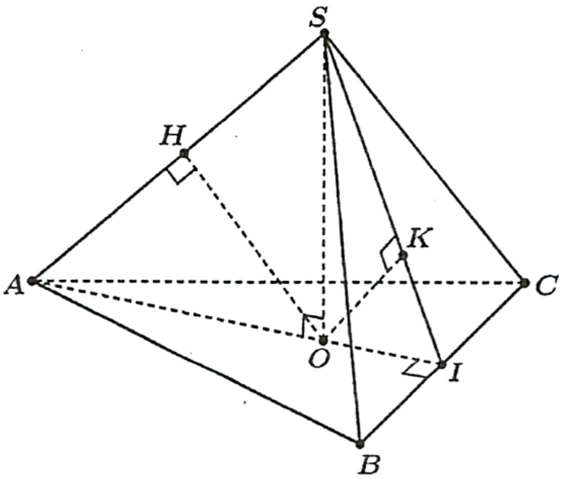
b) $d(O,SA)=\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

c) Kẻ đường cao AI của tam giác ABC, khi đó: $OI=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$

d) $d(O,(SBC))=\dfrac{a\sqrt{15}}{12}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai



Kẻ đường cao AI của tam giác ABC, ta có O thuộc AI.

Trong mặt phẳng (SAI), dựng $OH \perp SA$ tại $H \Rightarrow d(O,SA) = OH$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $AO = \frac{2}{3}AI = \frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} = SO$.

Tam giác SAO vuông cân tại O nên $OH = \frac{SA}{2} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Vậy $d(O,SA) = OH = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Ta xét khoảng cách từ O đến mặt bên (SBC).

Kẻ đường cao OK của tam giác SOI. (1)

Ta có: $\begin{cases} BC \perp SO(\text{ do } SO \perp (ABC)) \\ BC \perp AI \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp OK$.(2)

Từ (1) và (2) suy ra $OK \perp (SBC)$ hay $OK = d(O,(SBC))$.

Ta có: $OI = \frac{AI}{3} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Tam giác SOI vuông tại O có đường cao OK nên

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow OK = \frac{SO\cdot OI}{\sqrt{SO^2+OI^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{6}}{\sqrt{\frac{3a^2}{9}+\frac{3a^2}{36}}} = \frac{a\sqrt{15}}{15}$$

Vậy $d(O,(SBC)) = OK = \frac{a\sqrt{15}}{15}$.

Câu 7. Cho lăng trụ đứng $ABC\cdot A'B'C'$ có $AC = a, BC = 2a, ACB = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm của BB'. Khi đó:

a) $d\left(CC',\left(ABB'A'\right)\right)=\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$

b) $d\left(CC',AM\right)=\dfrac{a\sqrt{21}}{12}$

c) $AA'\perp(ABC), AA'\perp\left(A'B'C'\right)$

d) Biết khoảng cách giữa hai mặt đáy lăng trụ bằng $2a$. Khi đó thể tích khối lăng trụ là: $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

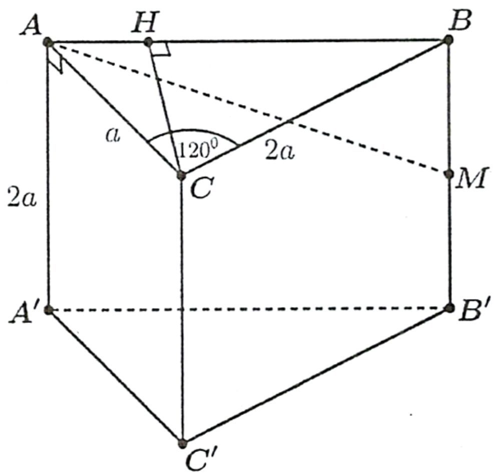
Ta có: $CC'//BB'\Rightarrow CC'//\left(ABB'A'\right)$ nên $d\left(CC',\left(ABB'A'\right)\right)=d\left(C,\left(ABB'A'\right)\right)$.

Trong mặt phẳng (ABC), kẻ $CH\perp AB$ tại H. (1)

Vì $ABC\cdot A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng nên $AA'\perp(ABC)\Rightarrow CH\perp AA'$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $CH\perp\left(ABB'A'\right)\Rightarrow d\left(C,\left(ABB'A'\right)\right)=CH$.

Xét tam giác ABC, có $AB^2=CA^2+CB^2-2CA\cdot CB\cdot\cos120^\circ=7a^2\Rightarrow AB=a\sqrt{7}$.



Diện tích tam giác ABC là: $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}CA\cdot CB\cdot\sin C=\dfrac{1}{2}AB\cdot CH$

$$\Rightarrow CH=\frac{CA\cdot CB\cdot\sin120^\circ}{AB}=\frac{a\cdot 2a\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{7}}=\frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Vậy $d\left(CC',\left(ABB'A'\right)\right)=CH=\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Ta có AM và CC' là hai đường thẳng chéo nhau mà $\begin{cases}CC'//\left(ABB'A'\right)\\ AM\subset\left(ABB'A'\right)\end{cases}$

nên $d\left(CC',AM\right)=d\left(CC',\left(ABB'A'\right)\right)=\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Vì $ABC\cdot A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng nên $AA'\perp(ABC), AA'\perp\left(A'B'C'\right)$.

Do vậy $d\left((ABC),\left(A'B'C'\right)\right)=AA'=2a$.

Khối lăng trụ $ABC\cdot A'B'C'$ có chiều cao $h=AA'=2a$, diện tích đáy là:

$$S=S_{ABC}=\frac{1}{2}CA\cdot CB\cdot\sin 120^{\circ}=\frac{1}{2}a\cdot 2a\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Thể tích khối lăng trụ là: $V=Sh=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}\cdot 2a=a^3\sqrt{3}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD), SA=a\sqrt{3}, ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Khi đó:

a) $d(A,(SBC))=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a$

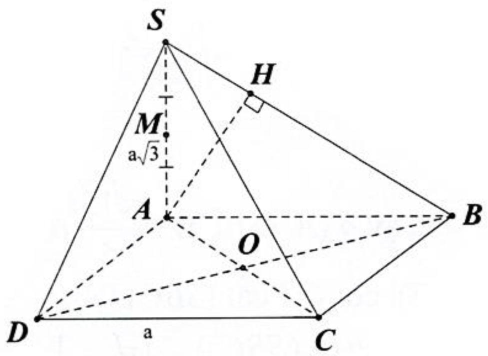
b) $AD//(SBC)$

c) $d(D,(SBC))=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

d) Gọi M là trung điểm SA. Khi đó: $d(M,(SBC))=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng



Kẻ $AH\perp SB$ tại H

Ta có: $\begin{cases}BC\perp SA\\BC\perp AB\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp AH$

Ta lại có: $AH\perp SB\Rightarrow AH\perp(SBC)\Rightarrow d(A,(SBC))=AH$

Ta có: $AH = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AB^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{(\sqrt{3}a)^2}+\dfrac{1}{a^2}}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

Vậy $d(A,(SBC)) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$.

Ta có: $AD//(SBC) \Rightarrow d(D,(SBC)) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$.

Ta có: MA cắt (SBC) tại S

$\Rightarrow \dfrac{d(M,(SBC))}{d(A,(SBC))} = \dfrac{MS}{AS} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow d(M,(SBC)) = \dfrac{1}{2}d(A,(SBC)) = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}a = \dfrac{\sqrt{3}}{4}a.$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B có $AB=1, ACB=30^\circ$. Biết SA vuông góc với mặt đáy và $SA=2$. Gọi H là hình chiếu của A trên SB. Khi đó:

a) $d(A,SB)=AH$

b) $d(B,(SAC)) = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

c) $BC=\sqrt{3}$

d) Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng: $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

Vì $AH \perp SB$ nên $d(A,SB)=AH$.

Tam giác SAB vuông tại A, đường cao AH nên $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AB^2}$

$\Rightarrow AH = \dfrac{SA\cdot AB}{\sqrt{SA^2+AB^2}} = \dfrac{2\cdot 1}{\sqrt{2^2+1^2}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

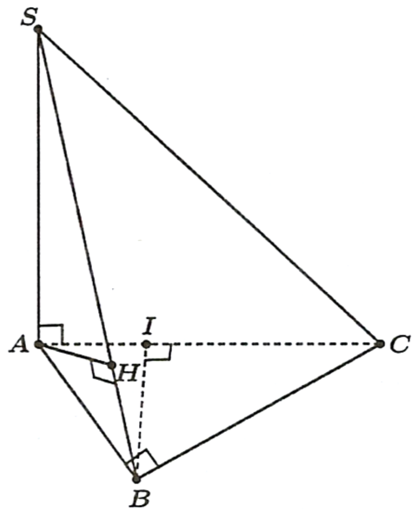
Trong mặt phẳng (ABC), kẻ $BI \perp AC$ tại I.

Mặt khác $BI \perp SA$ (do $SA \perp (ABC), BI \subset (ABC)$).

Vì vậy $BI \perp (SAC)$ hay $d(B,(SAC)) = BI$.

Tam giác ABI vuông tại I có: $\sin BAC = \dfrac{BI}{AB} \Rightarrow BI = AB\cdot \sin 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d(B,(SAC)) = BI = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.



Tam giác ABC vuông tại B có: $\tan ACB=\dfrac{AB}{BC}\Rightarrow BC=\dfrac{AB}{\tan 30^{\circ}}=\sqrt{3}$.

Diện tích đáy hình chóp là: $S=S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}BA.BC=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Chiều cao hình chóp $h=SA=2$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}Sh=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot 2=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (đơn vị thể tích).

Câu 10. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC\cdot A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Khi đó:

a) Trong mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$, kẻ $A'H\perp B'C'$ tại H. Khi đó: $B'C'\perp(AA'H)$

b) $d\left((ABC),\left(A'B'C'\right)\right)=a.$

c) Diện tích đáy của lăng trụ là: $a^2\sqrt{5}$

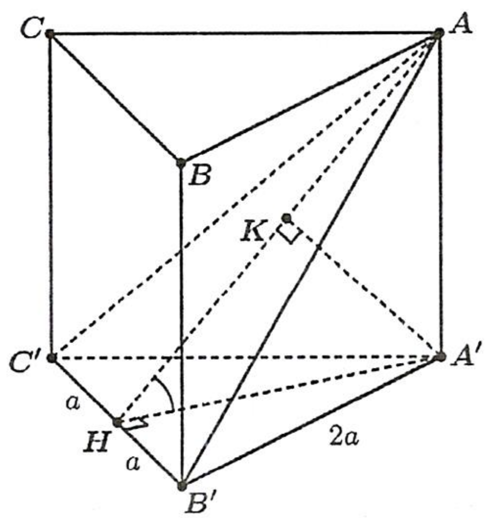
d) Thể tích khối lăng trụ là: $a^3\sqrt{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

Trong mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$, kẻ $A'H\perp B'C'$ tại H.

Trong mặt phẳng $\left(AA'H\right)$, kẻ $A'K\perp AH$ tại K. (1)



Ta có: $\begin{cases} B'C' \perp A'H \\ B'C' \perp AA' (\text{do } AA' \perp (A'B'C')) \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (AA'H) \Rightarrow A'K \perp B'C' (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $A'K \perp \left(AB'C'\right)$ hay $d\left(A', \left(AB'C'\right)\right) = A'K = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác $A'B'C'$ đều có đường cao $A'H = \dfrac{2a \cdot \sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Tam giác $AA'H$ vuông tại A' có đường cao $A'K$ nên

$$\frac{1}{A'K^2} = \frac{1}{A'H^2} + \frac{1}{A'A^2} \Rightarrow \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{A'A^2} \Rightarrow A'A = a.$$

Hai mặt đáy lăng trụ song song với nhau và có khoảng cách là: $d\left((ABC), \left(A'B'C'\right)\right) = AA' = a.$

Diện tích đáy của lăng trụ (đáy là tam giác đều) là: $S_{\Delta A'B'C'} = \dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$

Thể tích khối lăng trụ là: $V = AA' \cdot S_{\Delta A'B'C'} = a \cdot a^2\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$ (đơn vị thể tích).