

CÂU HỎI

Câu 1. Cho hàm số $y = -4x^3 + \frac{x^2}{2} - 2x + 3$, biết $y' = ax^2 + bx + c$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$a + b + c = -10$		
b)	Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt		
c)	Đồ thị hàm số y' cắt trục tung tại điểm $(0; -2)$		
d)	Đồ thị hàm số y' cắt đường thẳng $y = 3$ tại hai điểm phân biệt		

Câu 2. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3\sqrt{x} + 2 - \frac{1}{x}$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$y'(1) = -\frac{3}{2}$		
b)	Đồ thị của hàm số y' đi qua điểm $A\left(1; \frac{3}{2}\right)$		
c)	$y'(4) = \frac{3597}{16}$		
d)	Điểm M thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3\sqrt{x} + 2 - \frac{1}{x}$ có hoành độ $x_0 = 1$. Khi đó, phương trình tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với đường thẳng $y = \frac{2}{3}x$		

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{2x+1}$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$y'(0) = 7$		
b)	Đồ thị của hàm số y' đi qua điểm $A\left(1; \frac{7}{3}\right)$		
c)	$y'(1) < y'(2)$		
d)	Điểm M thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x-3}{2x+1}$ có hoành độ $x_0 = 0$. Khi đó, phương trình tiếp tuyến của (C) tại M song song với đường thẳng $y = 7x + 2024$		

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x - 3}$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$y'(1) = \frac{3}{2}$		
b)	Tổng các nghiệm của phương trình $y' = 0$ bằng -6		
c)	Đồ thị của hàm số y' đi qua điểm $A\left(1; -\frac{3}{2}\right)$		
d)	$y'(1) < y'(2)$		

Câu 5. Cho hàm số $y = (-2x - 3)(x^2 + 3x - 1)$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$y'(1) = -31$		
b)	Tổng các nghiệm của phương trình $y' = 0$ bằng -3		
c)	Đồ thị của hàm số y' đi qua điểm $A(0; 7)$		
d)	$y'(1) > y'(2)$		

Câu 6. Cho hàm số $y = (2\sqrt{x} + 3)(4\sqrt{x} - 1)$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$y'(1) = 13$		
b)	$y'(1) + y'(25) = 22$		
c)	Đồ thị của hàm số y' đi qua điểm $A(25; -9)$		
d)	$y'(1) > y'(2)$		

Câu 7. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$y = 2 \sin x - 3 \cos x$ có $y' = 2 \cos x - 3 \sin x$		
b)	$y = 3 \cot x - \tan x$ có $y' = -\frac{2}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x}$		
c)	$y = x \cos x$ có $y' = \cos x + x \sin x$		
d)	$y = 2x \sin^2 x$ có $y' = 2 \sin^2 x + 2x \sin 2x$		

Câu 8. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$y = \log_2(9x - 5)$ có $y' = \frac{9}{(9x - 5) \ln 2}$		
b)	$y = 2e^{3x+1}$ có $y' = 6e^{3x+1}$		
c)	$y = 3^{x^3-1}$ có $y' = 3 \cdot \ln 3 \cdot x^2 \cdot 3^{x^3-1}$		
d)	$y = \ln \sqrt{x}$ có $y' = -\frac{1}{2x}$		

Câu 9. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$y = x^3 - x^2 + 9x - 5$ có $y''(-2) = 14$		
b)	$y = 2 \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ có $y''\left(\frac{\pi}{6}\right) = 9\sqrt{2}$		
c)	$y = 2e^{2x-1}$ có $y''(1) = 8e$		
d)	$y = \ln(1-2x)$ có $y''(-3) = \frac{-4}{49}$		

Câu 10. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$y = (x^2 + x)e^x$ có $y' = (x^2 + 3x + 1)e^x$		
b)	$y = \frac{x^3}{\ln x}$ có $y' = \frac{3x^2 \ln x - x^2}{(\ln x)^2}$		
c)	$y = \frac{2x^2}{2^x}$ có $y' = \frac{4x - 2 \cdot \ln 2 \cdot x^2}{2^x}$		
d)	$y = 3x \cdot \log_3 x$ có $y' = 3 \log_3 x + \frac{3}{\ln 3}$		

Câu 11. Một vật chuyển động trên đường thẳng được xác định bởi công thức $s(t) = t^3 - 3t^2 + 7t - 2$, trong đó $t > 0$ và tính bằng giây và s là quãng đường chuyển động được của vật trong t giây tính bằng mét. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tốc độ của vật tại thời điểm $t = 2$ là $7(m/s)$		
b)	Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 2$ là $6(m/s^2)$		
c)	Gia tốc của vật tại thời điểm mà vận tốc của chuyển động bằng $16m/s^2$ là $10(m/s^2)$		
d)	Thời điểm $t = 1$ (giây) tại đó vận tốc của chuyển động đạt giá trị nhỏ nhất		

Câu 12. Chuyển động của một vật có phương trình $s(t) = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)(m)$, với t là thời gian tính bằng giây. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$s'(t) = -8\pi \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$		
b)	$s''(t) = 16\pi^2 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$		
c)	Vận tốc của vật tại thời điểm khi $t = 5(s)$ là $\approx 6,505(m/s)$.		
d)	Gia tốc của vật tại thời điểm khi $t = 5(s)$ là $\approx 152,533(m/s^2)$		

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho hàm số $y = -4x^3 + \frac{x^2}{2} - 2x + 3$, biết $y' = ax^2 + bx + c$. Khi đó:

- a) $a + b + c = -10$
- b) Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt
- c) Đồ thị hàm số y' cắt trục tung tại điểm $(0; -2)$
- d) Đồ thị hàm số y' cắt đường thẳng $y = 3$ tại hai điểm phân biệt

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

Lời giải

$$y' = -4 \cdot 3 \cdot x^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot x - 2 + 0 = -12x^2 + x - 2$$

Câu 2. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3\sqrt{x} + 2 - \frac{1}{x}$. Khi đó:

- a) $y'(1) = -\frac{3}{2}$
- b) Đồ thị của hàm số y' đi qua điểm $A\left(1; \frac{3}{2}\right)$
- c) $y'(4) = \frac{3597}{16}$
- d) Điểm M thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3\sqrt{x} + 2 - \frac{1}{x}$ có hoành độ $x_0 = 1$. Khi đó, phương trình tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với đường thẳng $y = \frac{2}{3}x$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$$y' = 4 \cdot x^3 - 4 \cdot 2 \cdot x + 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} + 0 - \left(-\frac{1}{x^2}\right) = 4x^3 - 8x + \frac{3}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}.$$

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{2x+1}$. Khi đó:

- a) $y'(0) = 7$
- b) Đồ thị của hàm số y' đi qua điểm $A\left(1; \frac{7}{3}\right)$
- c) $y'(1) < y'(2)$
- d) Điểm M thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x-3}{2x+1}$ có hoành độ $x_0 = 0$. Khi đó, phương trình tiếp tuyến của (C) tại M song song với đường thẳng $y = 7x + 2024$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

$$y' = \frac{(x-3)'(2x+1) - (2x+1)'(x-3)}{(2x+1)^2} = \frac{2x+1-2(x-3)}{(2x+1)^2} = \frac{7}{(2x+1)^2}.$$

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x^2+1}{x-3}$. Khi đó:

- a) $y'(1) = \frac{3}{2}$
- b) Tổng các nghiệm của phương trình $y' = 0$ bằng -6
- c) Đồ thị của hàm số y' đi qua điểm $A\left(1; -\frac{3}{2}\right)$
- d) $y'(1) < y'(2)$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

$$y' = \frac{(x^2+1)'(x-3) - (x-3)'(x^2+1)}{(x-3)^2} = \frac{2x(x-3) - 1(x^2+1)}{(x-3)^2} = \frac{x^2-6x-1}{(x-3)^2}.$$

Câu 5. Cho hàm số $y = (-2x-3)(x^2+3x-1)$. Khi đó:

- a) $y'(1) = -31$
- b) Tổng các nghiệm của phương trình $y' = 0$ bằng -3
- c) Đồ thị của hàm số y' đi qua điểm $A(0; 7)$
- d) $y'(1) > y'(2)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

$$\begin{aligned} y' &= (-2x-3)'(x^2+3x-1) + (x^2+3x-1)'(-2x-3) \\ &= -2(x^2+3x-1) + (2x+3)(-2x-3) = -6x^2-18x-7 \end{aligned}$$

Câu 6. Cho hàm số $y = (2\sqrt{x}+3)(4\sqrt{x}-1)$. Khi đó:

- a) $y'(1) = 13$
- b) $y'(1) + y'(25) = 22$
- c) Đồ thị của hàm số y' đi qua điểm $A(25; -9)$
- d) $y'(1) > y'(2)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

$$y' = (2\sqrt{x} + 3)'(4\sqrt{x} - 1) + (4\sqrt{x} - 1)'(2\sqrt{x} + 3)$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}(4\sqrt{x} - 1) + 4 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}(2\sqrt{x} + 3) = 8 + \frac{5}{\sqrt{x}}$$

Câu 7. Tính được đạo hàm của các hàm số sau. Khi đó:

a) $y = 2\sin x - 3\cos x$ có $y' = 2\cos x - 3\sin x$

b) $y = 3\cot x - \tan x$ có $y' = -\frac{2}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x}$

c) $y = x\cos x$ có $y' = \cos x + x\sin x$

d) $y = 2x\sin^2 x$ có $y' = 2\sin^2 x + 2x\sin 2x$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) $y' = 2(\sin x)' - 3(\cos x)' = 2\cos x + 3\sin x$.

b) $y' = 2(\cot x)' - (\tan x)' = -\frac{2}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x}$.

c) $y' = x' \cdot \cos x + (\cos x)' \cdot x = \cos x - x\sin x$.

d)

$$y' = (2x)' \cdot \sin^2 x + (\sin^2 x)' \cdot 2x = 2\sin^2 x + 2\sin x(\sin x)' \cdot 2x$$

$$= 2\sin^2 x + 4x\sin x \cos x = 2\sin^2 x + 2x\sin 2x$$

Câu 8. Tính được đạo hàm của các hàm số sau. Khi đó:

a) $y = \log_2(9x - 5)$ có $y' = \frac{9}{(9x - 5)\ln 2}$

b) $y = 2e^{3x+1}$ có $y' = 6e^{3x+1}$

c) $y = 3^{x^3-1}$ có $y' = 3 \cdot \ln 3 \cdot x^2 \cdot 3^{x^3-1}$

d) $y = \ln \sqrt{x}$ có $y' = -\frac{1}{2x}$

Hướng dẫn giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) $y' = \frac{(9x-5)'}{(9x-5)\ln 2} = \frac{9}{(9x-5)\ln 2}$

b) $y' = 2(3x+1)' \cdot e^{3x+1} = 6e^{3x+1}$.

$$c) y' = (x^3 - 1)' \cdot 3^{x^3-1} \cdot \ln 3 = 3 \cdot \ln 3 \cdot x^2 \cdot 3^{x^3-1}.$$

$$d) y' = \frac{(\sqrt{x})'}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}\sqrt{x}} = \frac{1}{2x}.$$

Câu 9. Tính được đạo hàm cấp hai của các hàm số sau. Khi đó:

$$a) y = x^3 - x^2 + 9x - 5 \text{ có } y''(-2) = 14$$

$$b) y = 2\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \text{ có } y''\left(\frac{\pi}{6}\right) = 9\sqrt{2}$$

$$c) y = 2e^{2x-1} \text{ có } y''(1) = 8e$$

$$d) y = \ln(1-2x) \text{ có } y''(-3) = \frac{-4}{49}$$

Hướng dẫn giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

$$a) \text{ Ta có: } y' = 3x^2 - 2x + 9 \Rightarrow y'' = 6x - 2.$$

$$\text{Vậy } y''(-2) = -14.$$

$$b) \text{ Ta có: } y' = -6\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow y'' = -18\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right).$$

$$\text{Vậy } y''\left(\frac{\pi}{6}\right) = -9\sqrt{2}.$$

$$c) \text{ Ta có: } y' = 4e^{2x-1} \Rightarrow y'' = 8e^{2x-1}.$$

$$\text{Vậy } y''(1) = 8e.$$

$$d) \text{ Ta có: } y' = \frac{(1-2x)'}{1-2x} = -\frac{2}{1-2x} \Rightarrow y'' = 2 \frac{(1-2x)'}{(1-2x)^2} = -\frac{4}{(1-2x)^2}.$$

$$\text{Vậy } y''(-3) = \frac{-4}{49}.$$

Câu 10. Tính được đạo hàm của các hàm số sau. Khi đó:

$$a) y = (x^2 + x)e^x \text{ có } y' = (x^2 + 3x + 1)e^x$$

$$b) y = \frac{x^3}{\ln x} \text{ có } y' = \frac{3x^2 \ln x - x^2}{(\ln x)^2}$$

$$c) y = \frac{2x^2}{2^x} \text{ có } y' = \frac{4x - 2 \cdot \ln 2 \cdot x^2}{2^x}$$

$$d) y = 3x \cdot \log_3 x \text{ có } y' = 3\log_3 x + \frac{3}{\ln 3}$$

Hướng dẫn giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

$$a) y' = (x^2 + x)' \cdot e^x + (e^x)' \cdot (x^2 + x) = (2x + 1)e^x + e^x(x^2 + x) = (x^2 + 3x + 1)e^x.$$

$$b) y' = \frac{(x^3)' \cdot \ln x - (\ln x)' \cdot x^3}{(\ln x)^2} = \frac{3x^2 \ln x - \left(\frac{1}{x}\right)x^3}{(\ln x)^2} = \frac{3x^2 \ln x - x^2}{(\ln x)^2}$$

$$c) y' = \frac{(2x^2)' \cdot 2^x - (2^x)' \cdot 2x^2}{(2^x)^2} = \frac{4x \cdot 2^x - 2^x \cdot \ln 2 \cdot 2x^2}{2^{2x}} = \frac{4x - 2 \cdot \ln 2 \cdot x^2}{2^x}.$$

$$d) y' = (3x)' \cdot \log_3 x + (\log_3 x)' \cdot 3x = 3 \log_3 x + \frac{1}{x \ln 3} \cdot 3x = 3 \log_3 x + \frac{3}{\ln 3}$$

Câu 11. Một vật chuyển động trên đường thẳng được xác định bởi công thức

$s(t) = t^3 - 3t^2 + 7t - 2$, trong đó $t > 0$ và tính bằng giây và s là quãng đường chuyển động được của vật trong t giây tính bằng mét. Khi đó:

a) Tốc độ của vật tại thời điểm $t = 2$ là $7(m/s)$

b) Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 2$ là $6(m/s^2)$

c) Gia tốc của vật tại thời điểm mà vận tốc của chuyển động bằng $16m/s^2$ là $10(m/s^2)$

d) Thời điểm $t = 1$ (giây) tại đó vận tốc của chuyển động đạt giá trị nhỏ nhất

Hướng dẫn giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Ta có: $s'(t) = 3t^2 - 6t + 7$ và $s''(t) = 6t - 6$.

a) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 2$ là: $v(2) = s'(2) = 3 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 + 7 = 7(m/s)$.

b) Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 2$ là: $a(2) = v'(2) = s''(2) = 6 \cdot 2 - 6 = 6(m/s^2)$.

c) Vận tốc của chuyển động bằng $16m/s^2$ tại thời điểm t nghĩa là:

$$v(t) = s'(t) = 16 \Leftrightarrow 3t^2 - 6t + 7 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \text{ (thỏa mãn)} \\ t = -1 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 3$ là: $a(3) = v'(3) = s''(3) = 6 \cdot 3 - 6 = 12(m/s^2)$.

d) Vận tốc của chuyển động có phương trình $v(t) = 3t^2 - 6t + 7$ là một parabol, có đỉnh

$S\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow S(1; 4)$ và hệ số $a = 3 > 0$ nên hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $t = 1$.

Vậy tại thời điểm $t=1$ thì vận tốc của chuyển động đạt giá trị nhỏ nhất bằng $4(m/s)$.

Câu 12. Chuyển động của một vật có phương trình $s(t) = 4\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)(m)$, với t là thời gian tính bằng giây. Khi đó:

a) $s'(t) = -8\pi \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$

b) $s''(t) = 16\pi^2 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$

c) Vận tốc của vật tại thời điểm khi $t=5(s)$ là $\approx 6,505(m/s)$.

d) Gia tốc của vật tại thời điểm khi $t=5(s)$ là $\approx 152,533(m/s^2)$

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Hướng dẫn giải

a) b) Ta có $s'(t) = -8\pi \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$ và $s''(t) = -16\pi^2 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$.

c) Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t=5(s)$ là:

$$s'(5) = -8\pi \sin\left(10\pi - \frac{\pi}{12}\right) \approx 6,505(m/s).$$

d) Gia tốc tức thời của vật tại thời điểm $t=5(s)$ là:

$$s''(5) = -16\pi^2 \cos\left(10\pi - \frac{\pi}{12}\right) \approx -152,533(m/s^2)$$