

CÂU HỎI

Câu 1. Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$.

Trả lời:

Câu 2. Biểu thức sau: $T = 2\sin\left(\frac{9\pi}{2} - x\right) + 3\cos(19\pi - x) = k\cos x$. Khi đó $k = ?$

Trả lời:

Câu 3. Biểu thức sau: $S = \frac{\sin\left(\frac{15\pi}{2} - x\right) - 2\cos(x - \pi)}{\cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)} = k\cot x$. Khi đó $k = ?$

Trả lời:

Câu 4. Cho tam giác ABC , khi đó biểu thức $\frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\cos\left(\frac{A+C}{2}\right)} + \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\sin\left(\frac{A+C}{2}\right)} - \frac{\cos(A+C)}{\sin B} \tan B$

bằng?

Trả lời:

Câu 5. Biểu thức $A = \tan\left(\frac{17\pi}{2} - x\right) + 2\cot(5\pi + x) = k\cot x$, khi đó: $k = ?$

Trả lời:

Câu 6. Biểu thức $B = \frac{2\sin(x - 4\pi) + \cos\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} = k\tan x$, khi đó: $k = ?$

Trả lời:

Câu 7. Cho $\cot \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{3\sin \alpha + 4\cos \alpha}{2\sin \alpha - 5\cos \alpha}$.

Trả lời:

Câu 8. Cho $\cos \alpha = \frac{3}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $B = \frac{\tan \alpha + 3\cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$.

Trả lời:

Câu 9. Cho $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $C = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha + 2\sin \alpha}$.

Trả lời:

Câu 10. Biết $\sin a + \cos a = \sqrt{2}$. Tính giá trị của $\sin^4 a + \cos^4 a$.

Trả lời:

Câu 11. Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Tìm m để $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 7$.

Trả lời:

Câu 12. Đơn giản các biểu thức sau (giả sử mỗi biểu thức sau luôn có nghĩa):

$$C = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \cot^2 x \cot^2 y.$$

Trả lời:

Câu 13. Trong tam giác ABC ta có: $\cos A + \cos(B + C) + \tan \frac{A + B}{2} = k \cot \frac{C}{2}$. Khi đó: $k = ?$

Trả lời:

Câu 14. Cho biểu thức $f(x) = 3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x)$ tính $f(1)$

Trả lời:

Câu 15. Cho biểu thức $g(x) = \frac{-2\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cos x}{\cot x}$ với $x \neq 0, x \neq \frac{\pi}{2}, x \neq \pi$.

Tính $g\left(\frac{2024\pi}{2023}\right)$

Trả lời:

Câu 16. Một bánh xe đạp quay được 25 vòng trong 10 giây.

a) Tính theo đơn vị radian độ lớn của góc mà một chất điểm trên bánh xe quay được sau 6 giây.

b) Tính độ dài quãng đường mà người đi xe thực hiện được trong 2,35 phút, biết rằng bán kính bánh xe bằng 340mm. (Tính theo đơn vị mét, kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 17. Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}$ và $\cos b = \frac{1}{4}$. Tính giá trị của:

$$P = (\cos a \cdot \cos b)^2 - (\sin a \cdot \sin b)^2.$$

Trả lời:

Câu 18. Cho $\tan x = -\frac{4}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{\sin^2 x - \cos x}{\sin x - \cos^2 x}$.

Trả lời:

Câu 19. Cho $3\cos \alpha - \sin \alpha = 1, 0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Tính giá trị của $\tan \alpha$.

Trả lời:

Câu 20. Cho $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Tính giá trị của $P = \sqrt{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha}$.

Trả lời:

Câu 21. Cho biểu thức $A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x}$ khi $x = \frac{2024\pi}{2023}$ thì A bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 22. Cho biểu thức $B = \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(10\pi + x) \right]^2 + \left[\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(8\pi - x) \right]^2$ khi $x = \frac{2024\pi}{2023}$ thì B bằng bao nhiêu?

Trả lời:

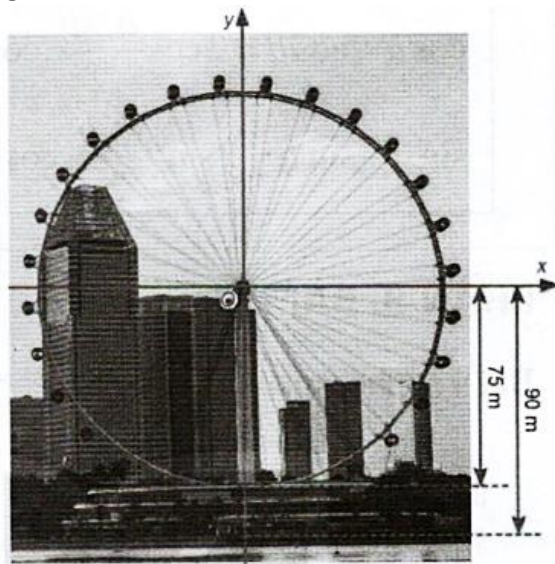
Câu 23. Cho biểu thức $C = \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ khi $x = \frac{2024\pi}{2023}$ thì C bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 24. Cho biểu thức $D = (\sin^4 x + \cos^4 x - 1)(\tan^2 x + \cot^2 x + 2)$ khi $x = \frac{2024\pi}{2023}$ thì D bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 25. Một chiếc đu quay có bán kính $75m$, tâm của vòng quay ở độ cao $90m$, thời gian thực hiện mỗi vòng quay của đu quay là 30 phút. Nếu một người vào cabin tại vị trí thấp nhất của vòng quay, thì sau 20 phút quay, người đó ở độ cao bao nhiêu mét?



Trả lời:

Câu 26. Tính $\cos x$ biết $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin \frac{\pi}{2} = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

Trả lời:

Câu 27. Tính $\sin x$ biết $\cot(x + 540^\circ) - \tan(x - 90^\circ) = \sin^2(725^\circ) + \cos^2(365^\circ)$.

Trả lời:

Câu 28. Tính $M = \sqrt{\sin^4 \alpha + 4\cos^2 \alpha} + \sqrt{\cos^4 \alpha + 4\sin^2 \alpha}$ khi $\alpha = \frac{8}{7}\pi$

Trả lời:

Câu 29. Tính $N = \sin^2 \alpha \cdot \tan^2 \alpha + 4\sin^2 \alpha - \tan^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha$ khi $\alpha = \frac{8}{7}\pi$

Trả lời:

Câu 30. Tính $S = \sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 15^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ + \sin^2 85^\circ$.

Trả lời:

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$.

Trả lời: $\frac{13}{4}$

Lời giải

Ta có: $\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Khi đó: $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x = 3 \cdot \frac{3}{4} + 4 \cdot \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$.

Câu 2. Biểu thức sau: $T = 2\sin\left(\frac{9\pi}{2} - x\right) + 3\cos(19\pi - x) = k\cos x$. Khi đó $k = ?$

Trả lời: -1

Lời giải

Ta có: $T = 2\sin\left(4\pi + \frac{\pi}{2} - x\right) + 3\cos(18\pi + \pi - x)$

$= 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 3\cos(\pi - x) = 2\cos x - 3\cos x = -\cos x$

Câu 3. Biểu thức sau: $S = \frac{\sin\left(\frac{15\pi}{2} - x\right) - 2\cos(x - \pi)}{\cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)} = k\cot x$. Khi đó $k = ?$

Trả lời: 1

Lời giải

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có: } S &= \frac{\sin\left(7\pi + \frac{\pi}{2} - x\right) - 2\cos(\pi - x)}{\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{2} - x\right)} \\
 &= \frac{\sin\left(\pi + \frac{\pi}{2} - x\right) + 2\cos x}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} \\
 &= \frac{-\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2\cos x}{\sin x} = \frac{-\cos x + 2\cos x}{\sin x} = \frac{\cos x}{\sin x} = \cot x
 \end{aligned}$$

Câu 4. Cho tam giác ABC , khi đó biểu thức $\frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\cos\left(\frac{A+C}{2}\right)} + \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\sin\left(\frac{A+C}{2}\right)} - \frac{\cos(A+C)}{\sin B} \tan B$

bằng?

Trả lời: 2

Lời giải

Vì $A + B + C = 180^\circ$ nên $A + C = 180^\circ - B$.

$$\begin{aligned}
 \text{VT} &= \frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\cos\left(\frac{180^\circ - B}{2}\right)} + \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\sin\left(\frac{180^\circ - B}{2}\right)} - \frac{\cos(180^\circ - B)}{\sin B} \cdot \tan B \\
 &= \frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\sin \frac{B}{2}} + \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\cos \frac{B}{2}} - \frac{-\cos B}{\sin B} \cdot \tan B \\
 &= \sin^2 \frac{B}{2} + \cos^2 \frac{B}{2} + \cot B \cdot \tan B = 1 + 1 = 2 = \text{VP}
 \end{aligned}$$

Câu 5. Biểu thức $A = \tan\left(\frac{17\pi}{2} - x\right) + 2\cot(5\pi + x) = k \cot x$, khi đó: $k = ?$

Trả lời: 3

Lời giải

$$A = \tan\left(8\pi + \frac{\pi}{2} - x\right) + 2\cot x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2\cot x = \cot x + 2\cot x = 3\cot x$$

Câu 6. Biểu thức $B = \frac{2\sin(x - 4\pi) + \cos\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} = k \tan x$, khi đó: $k = ?$

Trả lời: -3

Lời giải

$$B = \frac{2 \sin x + \cos \left(x - \frac{\pi}{2} - 2\pi \right)}{\sin \left(\pi + \frac{\pi}{2} - x \right)} = \frac{2 \sin x + \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right)}{-\sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right)} = \frac{2 \sin x + \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right)}{-\cos x}$$
$$= \frac{2 \sin x + \sin x}{-\cos x} = -3 \tan x.$$

Câu 7. Cho $\cot \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$.

Trả lời: 13

Lời giải

Vì $\cot \alpha = \frac{1}{3}$ nên $\sin \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của biểu thức A cho $\sin \alpha$, ta có:

$$A = \frac{3 + 4 \cot \alpha}{2 - 5 \cot \alpha} = \frac{3 + 4 \cdot \frac{1}{3}}{2 - 5 \cdot \frac{1}{3}} = 13.$$

Câu 8. Cho $\cos \alpha = \frac{3}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $B = \frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$.

Trả lời: $\frac{17}{8}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{16}{9} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{7}{9}.$$

$$\text{Khi đó: } B = \frac{\tan \alpha + \frac{3}{\tan \alpha}}{\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}} = \frac{\tan^2 \alpha + 3}{\tan^2 \alpha + 1} = \frac{\frac{7}{9} + 3}{\frac{7}{9} + 1} = \frac{17}{8}.$$

Câu 9. Cho $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $C = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin \alpha}$.

Trả lời: $\frac{3(\sqrt{2}-1)}{8\sqrt{2}+3}$

Lời giải

Vì $\tan \alpha = \sqrt{2}$ nên $\cos \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của biểu thức C cho $\cos^3 \alpha$, ta được:

$$C = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\cos^2 \alpha}}{\tan^3 \alpha + 3 + 2 \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{\tan \alpha (1 + \tan^2 \alpha) - (1 + \tan^2 \alpha)}{\tan^3 \alpha + 3 + 2 \tan \alpha (1 + \tan^2 \alpha)}$$

$$= \frac{(1 + \tan^2 \alpha)(\tan \alpha - 1)}{3 \tan^3 \alpha + 2 \tan \alpha + 3} = \frac{(1 + 2)(\sqrt{2} - 1)}{3 \cdot 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3} = \frac{3(\sqrt{2} - 1)}{8\sqrt{2} + 3}$$

Câu 10. Biết $\sin a + \cos a = \sqrt{2}$. Tính giá trị của $\sin^4 a + \cos^4 a$.

Trả lời: $\frac{1}{2}$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} \sin a + \cos a &= \sqrt{2} \Rightarrow 2 = (\sin a + \cos a)^2 = \sin^2 a + 2 \sin a \cos a + \cos^2 a \\ &= 1 + 2 \sin a \cos a \Rightarrow \sin a \cos a = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó: } \sin^4 a + \cos^4 a = (\sin^2 a + \cos^2 a)^2 - 2 \sin^2 a \cos^2 a = 1 - 2 \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{2}.$$

Câu 11. Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Tìm m để $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 7$.

Trả lời: $m = \pm 3$

Lời giải

$$\text{Ta có: } 7 = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 - 2 \tan \alpha \cot \alpha = m^2 - 2.$$

$$\text{Suy ra } m^2 = 9 \Rightarrow m = \pm 3.$$

Câu 12. Đơn giản các biểu thức sau (giả sử mỗi biểu thức sau luôn có nghĩa):

$$C = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \cot^2 x \cot^2 y.$$

Trả lời: -1

Lời giải

$$\begin{aligned} C &= \frac{\cos^2 x - \sin^2 y - \cos^2 x \cos^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{\cos^2 x (1 - \cos^2 y) - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} \\ &= \frac{\cos^2 x \sin^2 y - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{\sin^2 y (\cos^2 x - 1)}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{-\sin^2 x}{\sin^2 x} = -1 \end{aligned}$$

Câu 13. Trong tam giác ABC ta có: $\cos A + \cos(B + C) + \tan \frac{A + B}{2} = k \cot \frac{C}{2}$. Khi đó: $k = ?$

Trả lời: 1

Lời giải

$$\text{Vì } A + B + C = 180^\circ \text{ nên } B + C = 180^\circ - A \text{ và } \frac{A + B}{2} = \frac{180^\circ - C}{2}.$$

Do đó:

$$\begin{aligned}\cos A + \cos(B + C) + \tan \frac{A + B}{2} &= \cos A + \cos(180^\circ - A) + \tan \frac{180^\circ - C}{2} \\ &= \cos A - \cos A + \tan \left(90^\circ - \frac{C}{2} \right) = \cot \frac{C}{2}\end{aligned}$$

Câu 14. Cho biểu thức $f(x) = 3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x)$ tính $f(1)$

Trả lời: 1

Lời giải

Ta có: $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x$, $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$.

Suy ra: $f(x) = 3(1 - 2\sin^2 x \cos^2 x) - 2(1 - 3\sin^2 x \cos^2 x) = 1$.

Vậy biểu thức $f(x)$ không phụ thuộc vào x .

Câu 15. Cho biểu thức $g(x) = \frac{-2\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cos x}{\cot x}$ với $x \neq 0, x \neq \frac{\pi}{2}, x \neq \pi$.

Tính $g\left(\frac{2024\pi}{2023}\right)$

Trả lời: -2

Lời giải

$$\begin{aligned}g(x) &= -2 - \frac{\cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cos x}{\frac{\cos x}{\sin x}} \\ &= -2 - \frac{\cos^2 x}{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}} + \sin^2 x = -2 - \sin^2 x + \sin^2 x = -2.\end{aligned}$$

Vậy biểu thức $g(x)$ không phụ thuộc vào x .

Câu 16. Một bánh xe đạp quay được 25 vòng trong 10 giây.

a) Tính theo đơn vị radian độ lớn của góc mà một chất điểm trên bánh xe quay được sau 6 giây.

b) Tính độ dài quãng đường mà người đi xe thực hiện được trong 2,35 phút, biết rằng bán kính bánh xe bằng 340mm. (Tính theo đơn vị mét, kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: a) 30π b) 753,04(m)

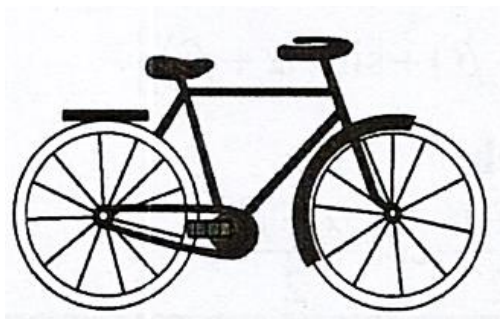
a) Số vòng bánh xe thực hiện được sau 6 giây là $\frac{6.25}{10} = 15$; góc thu được tương ứng là $15.2\pi = 30\pi$ (rad).

b) Sau 2,35 phút (= 141 giây), số vòng mà bánh xe thực hiện được là:

$$\frac{141.25}{10} = 352,5 \text{ vòng. Bán kính bánh xe: } R = 340 \text{ mm} = 0,34 \text{ m.}$$

Quãng đường mà người đi xe đạp thực hiện được sau 2,35 phút là:

$$352,5 \cdot 2\pi R = 352,5 \cdot 2\pi \cdot 0,34 = \frac{2397}{10} \pi \approx 753,04(m).$$



Câu 17. Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}$ và $\cos b = \frac{1}{4}$. Tính giá trị của:

$$P = (\cos a \cdot \cos b)^2 - (\sin a \cdot \sin b)^2.$$

Trả lời: $-\frac{119}{144}$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= (\cos a \cos b)^2 - (\sin a \sin b)^2 = (\cos a \cos b)^2 - (1 - \cos^2 a)(1 - \cos^2 b) \\ &= \left(\frac{1}{12}\right)^2 - \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} = -\frac{119}{144} \end{aligned}$$

Câu 18. Cho $\tan x = -\frac{4}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{\sin^2 x - \cos x}{\sin x - \cos^2 x}$.

Trả lời:

Lời giải

$$\text{Ta có: } \tan x = -\frac{4}{3} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{3}{5}.$$

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \cos x = -\frac{3}{5} \Rightarrow \sin x = \tan x \cdot \cos x = \frac{4}{5} \Rightarrow M = \frac{\sin^2 x - \cos x}{\sin x - \cos^2 x} = \frac{31}{11}.$$

Câu 19. Cho $3\cos \alpha - \sin \alpha = 1, 0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Tính giá trị của $\tan \alpha$.

Trả lời: $\frac{4}{3}$

Lời giải

$$\text{Ta có } 3\cos \alpha - \sin \alpha = 1 \Leftrightarrow 3\cos \alpha = \sin \alpha + 1 \rightarrow 9\cos^2 \alpha = (\sin \alpha + 1)^2$$

$$\Leftrightarrow 9\cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha + 2\sin \alpha + 1 \Leftrightarrow 9(1 - \sin^2 \alpha) = \sin^2 \alpha + 2\sin \alpha + 1$$

$$\Leftrightarrow 10\sin^2 \alpha + 2\sin \alpha - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \alpha = -1 \\ \sin \alpha = \frac{4}{5} \end{cases}.$$

- $\sin \alpha = -1$: không thỏa mãn vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

$$- \sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5} \rightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{4}{3}.$$

Câu 20. Cho $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Tính giá trị của $P = \sqrt{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha}$.

Trả lời: $\frac{\sqrt{17}}{5}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \rightarrow (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \frac{1}{5}$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2}{5}.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P &= \sqrt{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha} = \sqrt{(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} \\ &= \sqrt{1 - 2(\sin \alpha \cos \alpha)^2} = \frac{\sqrt{17}}{5}. \end{aligned}$$

Câu 21. Cho biểu thức $A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x}$ khi $x = \frac{2024\pi}{2023}$ thì A bằng bao nhiêu?

Trả lời: -1

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\left(1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x)^2}{4 \sin^2 x \cos^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x} \\ A &= \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x + 1)(\cos^2 x - \sin^2 x - 1)}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = \frac{2 \cos^2 x \cdot (-2 \sin^2 x)}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = -1. \end{aligned}$$

Câu 22. Cho biểu thức $B = \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(10\pi + x) \right]^2 + \left[\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(8\pi - x) \right]^2$ khi

$x = \frac{2024\pi}{2023}$ thì B bằng bao nhiêu?

Trả lời: 2

Lời giải

Ta có:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x, \sin(10\pi + x) = \sin x, \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\sin x, \cos(8\pi - x) = \cos x$$

$$\text{Thay vào } B = \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(10\pi + x) \right]^2 + \left[\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(8\pi - x) \right]^2$$

$$\text{Ta có: } B = (\cos x + \sin x)^2 + (-\sin x + \cos x)^2 = 2.$$

Câu 23. Cho biểu thức $C = \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ khi $x = \frac{2024\pi}{2023}$ thì C bằng bao nhiêu?

Trả lời: $\frac{3}{2}$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} C &= \cos^2 x + \frac{1 + \cos\left(\frac{2\pi}{3} - 2x\right)}{2} + \frac{1 + \cos\left(\frac{2\pi}{3} + 2x\right)}{2} \\ &= \cos^2 x + 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\cos(-2x) = \frac{1 + \cos 2x}{2} + 1 + \left(-\frac{1}{2}\right)\cos 2x = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

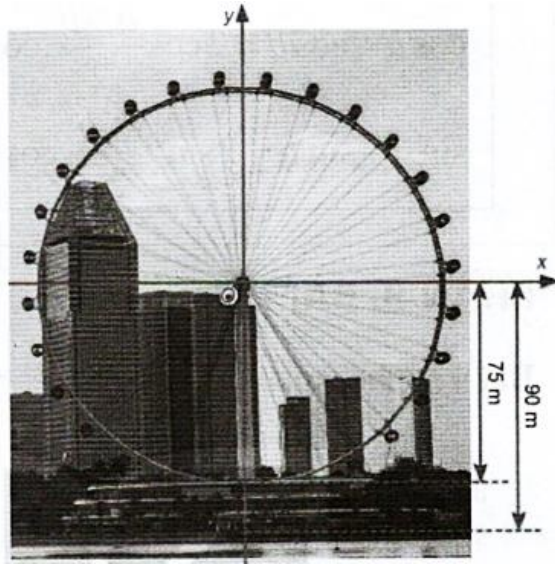
Câu 24. Cho biểu thức $D = (\sin^4 x + \cos^4 x - 1)(\tan^2 x + \cot^2 x + 2)$ khi $x = \frac{2024\pi}{2023}$ thì D bằng bao nhiêu?

Trả lời: -2

Lời giải

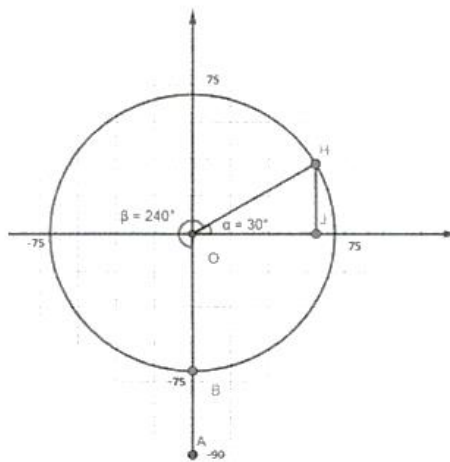
$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & (\sin^4 x + \cos^4 x - 1)(\tan^2 x + \cot^2 x + 2) \\ &= (1 - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x - 1)\left(\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + 2\right) \\ &= (-2\sin^2 x \cdot \cos^2 x)\left(\frac{\sin^4 x + \cos^4 x + 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x}\right) = (-2)(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 = -2 \end{aligned}$$

Câu 25. Một chiếc đu quay có bán kính $75m$, tâm của vòng quay ở độ cao $90m$, thời gian thực hiện mỗi vòng quay của đu quay là 30 phút. Nếu một người vào cabin tại vị trí thấp nhất của vòng quay, thì sau 20 phút quay, người đó ở độ cao bao nhiêu mét?



Trả lời: $127,5(m)$

Lời giải



Do tính đối xứng, dù đu quay chuyển động theo chiều kim đồng hồ hay ngược chiều kim đồng hồ, ta đều thấy rằng độ cao của người đó là như nhau sau cùng một khoảng thời gian. Ở đây ta xét đu quay chuyển động theo chiều kim đồng hồ. Giả sử đu quay có bán kính $75m$, tâm của vòng quay ở độ cao $90m$ vào hệ trục tọa độ Oxy ta được hình bên:

Sau 20 phút quay cabin đi được một góc là $\frac{20}{30} \cdot 360^\circ = 240^\circ$ tức là đến vị trí điểm H .

Khi đó góc $HOJ = 30^\circ$ và $HJ = 30^\circ \cdot OH = 37,5(m)$.

Vậy sau 20 phút quay, người đó ở độ cao $37,5 + 90 = 127,5(m)$.

Câu 26. Tính $\cos x$ biết $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\frac{\pi}{2} = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

Trả lời: $\frac{1}{2}$

Lời giải

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin \frac{\pi}{2} = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow -\cos\left(\frac{\pi}{2} + x - \frac{\pi}{2}\right) + 1 = \cos x$$

$$\Leftrightarrow -\cos x + 1 = \cos x \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2}.$$

Câu 27. Tính $\sin x$ biết $\cot(x + 540^\circ) - \tan(x - 90^\circ) = \sin^2(725^\circ) + \cos^2(365^\circ)$.

Trả lời: $\pm \frac{2}{\sqrt{5}}$

Lời giải

$$\cot(x + 540^\circ) - \tan(x - 90^\circ) = \sin^2(725^\circ) + \cos^2(365^\circ)$$

$$\Leftrightarrow \cot(x + 180^\circ + 360^\circ) - \tan(x - 90^\circ) = \sin^2(725^\circ + (-1) \cdot 360^\circ) + \cos^2(365^\circ)$$

$$\Leftrightarrow \cot(x + 180^\circ) + \cot(90^\circ + x - 90^\circ) = \sin^2(365^\circ) + \cos^2(365^\circ)$$

$$\Leftrightarrow \cot x + \cot x = 1 \Leftrightarrow \cot x = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = \pm \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}} = \pm \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Câu 28. Tính $M = \sqrt{\sin^4 \alpha + 4\cos^2 \alpha} + \sqrt{\cos^4 \alpha + 4\sin^2 \alpha}$ khi $\alpha = \frac{8}{7}\pi$

Trả lời: 3

Lời giải

$$\begin{aligned} M &= \sqrt{\sin^4 \alpha + 4\cos^2 \alpha} + \sqrt{\cos^4 \alpha + 4\sin^2 \alpha} \\ &= \sqrt{(2 - \sin^2 \alpha)^2} + \sqrt{(2 - \cos^2 \alpha)^2} = |2 - \sin^2 \alpha| + |2 - \cos^2 \alpha| \\ &= 2 - \sin^2 \alpha + 2 - \cos^2 \alpha = 4 - 1 = 3. \end{aligned}$$

Câu 29. Tính $N = \sin^2 \alpha \cdot \tan^2 \alpha + 4\sin^2 \alpha - \tan^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha$ khi $\alpha = \frac{8}{7}\pi$

Trả lời: 3

Lời giải

$$\begin{aligned} N &= \sin^2 \alpha \cdot \tan^2 \alpha + 4\sin^2 \alpha - \tan^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha = \tan^2 \alpha (\sin^2 \alpha - 1) + 4\sin^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha \\ &= -\tan^2 \alpha \cos^2 \alpha + 4\sin^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha = -\sin^2 \alpha + 4\sin^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha = 3. \end{aligned}$$

Câu 30. Tính $S = \sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 15^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ + \sin^2 85^\circ$.

Trả lời: $\frac{17}{2}$

Lời giải

Ta có

$$\sin^2 5^\circ + \sin^2 85^\circ = \cos^2 85^\circ + \sin^2 85^\circ = 1.$$

$$\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ = \cos^2 80^\circ + \sin^2 80^\circ = 1.$$

...

$$\sin^2 40^\circ + \sin^2 45^\circ = \cos^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ = 1.$$

Tổng số có 8 cặp dư ra $\sin^2 45^\circ$ nên $S = 8 + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}$.