

CÂU HỎI

Câu 1. Cho $\sin x = \frac{1}{5}, \frac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính $\cot 2x$.

Trả lời:.....

Câu 2. Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi, \sin \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}$.

Tính $\sin(\alpha + \beta)$.

Trả lời:.....

Câu 3. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Tính $\cos \alpha$.

Trả lời:.....

Câu 4. Cho $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$, với $(180^\circ < \alpha < 270^\circ)$. Tính $\cos \alpha$.

Trả lời:.....

Câu 5. Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}; \cos b = \frac{1}{4}$. Tính giá trị của biểu thức:

$$P = \cos(a+b)\cos(a-b).$$

Trả lời:.....

Câu 6. Cho hai góc nhọn a và b với $\tan a = \frac{1}{7}$ và $\tan b = \frac{3}{4}$. Tính $a+b$.

Trả lời:.....

Câu 7. Cho tam giác ABC có: $\tan B \sin^2 C = \tan C \sin^2 B$. Khi đó tam giác ABC cân tại điểm nào?

Trả lời:.....

Câu 8. Rút gọn $C = \tan 3x - \tan x - \frac{2 \sin x}{\cos 3x}$

Trả lời:.....

Câu 9. Biến đổi thành tổng biểu thức sau: $4 \sin 3x \sin 2x \cos x$.

Trả lời:.....

Câu 10. Biết rằng $\cos x \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = k \cos 3x$, khi đó $k = ?$

Trả lời:.....

Câu 11. Biết rằng $\sin 5x - 2 \sin x (\cos 4x + \cos 2x) = k \sin x$, khi đó $k = ?$

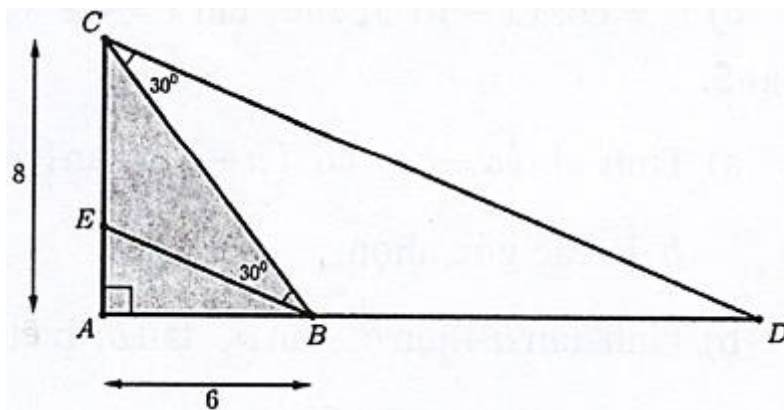
Trả lời:.....

Câu 12. Cho tam giác ABC vuông tại A có cạnh $AB = 6, AC = 8$. Điểm E thuộc đoạn AC sao cho $CBE = 30^\circ$, điểm D thuộc tia đối của tia BA sao cho $BCD = 30^\circ$.

a) Tìm $\tan ACD$, từ đó tính độ dài đoạn AD .

b) Tính $\tan ABE$, từ đó tính độ dài cạnh AE .

(Các kết quả trong bài được làm tròn đến hàng phần trăm).



Trả lời:.....

Câu 13. Cho $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$. Tính giá trị của biểu thức sau: $A = (\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2$

Trả lời:.....

Câu 14. Cho $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$. Tính giá trị của biểu thức sau: $B = (\cos \alpha + \sin \beta)^2 + (\cos \beta - \sin \alpha)^2$.

Trả lời:.....

Câu 15. Rút gọn biểu thức $\sin 6a \cot 3a - \cos 6a$;

Trả lời:.....

Câu 16. Rút gọn biểu thức $(\tan a - \tan b) \cot(a - b) - \tan a \tan b$.

Trả lời:.....

Câu 17. Biến đổi thành tích biểu thức $\frac{\sin 7a + \sin 5a}{\sin 7a - \sin 5a}$;

Trả lời:.....

Câu 18. Biến đổi thành tổng biểu thức $\sin x \sin 2x \sin 3x$.

Trả lời:.....

Câu 19. Biết $\tan^2 x + \cot^2 x + 2 = \frac{a}{\sin^2 2x}$ tìm a ?

Trả lời:.....

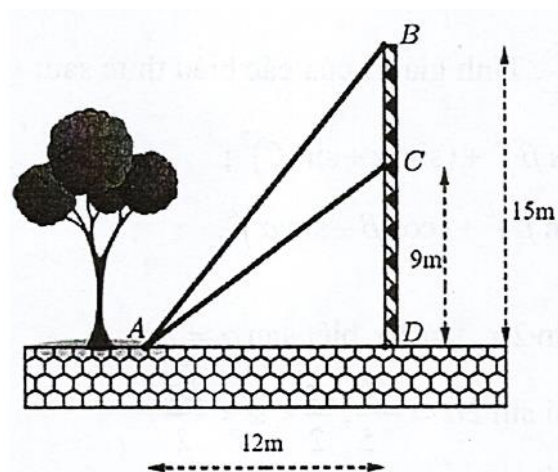
Câu 20. Biết $\sin^6 x + \cos^6 x = a + \frac{3}{8} \cos 4x$ tìm a ?

Trả lời:.....

Câu 21. Biết $\frac{3-4\cos 2a+\cos 4a}{3+4\cos 2a+\cos 4a}=k \tan^4 a$ tìm k ?

Trả lời:.....

Câu 22. Từ một vị trí A , người ta buộc hai sợi cáp AB và AC đến một cái trụ cao $15m$, được dựng vuông góc với mặt đất, chân trụ ở vị trí D . Biết $CD=9m$ và $AD=12m$. Tìm góc nhọn $\alpha = BAC$ tạo bởi hai sợi dây cáp đó, đồng thời tính gần đúng α (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị độ).



Trả lời:.....

Câu 23. Cho tam giác ABC . Biết $\sin A + \sin B + \sin C = k \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$, tìm k ?

Trả lời:.....

Câu 24. Rút gọn biểu thức sau: $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x}$

Trả lời:.....

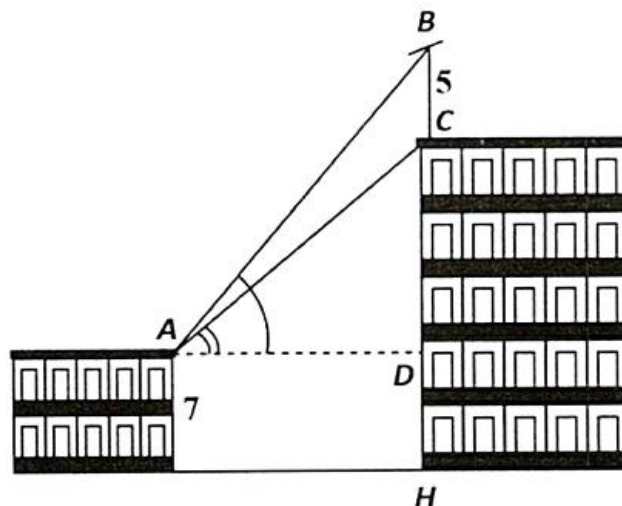
Câu 25. Rút gọn biểu thức sau: $B = \frac{\sin 2x + 2\sin 3x + \sin 4x}{\cos 3x + 2\cos 4x + \cos 5x}$.

Trả lời:.....

Câu 26. Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao $5m$. Từ vị trí quan sát A cao $7m$ so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc α và β so với phương nằm ngang. Biết chiều cao của tòa nhà là $18,9m$, hai tòa nhà cách nhau $10m$.

a) Tính $\tan \alpha$;

b) Tính góc α (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị độ).



Trả lời:.....

Câu 27. Trong Vật lí, phương trình tổng quát của một vật dao động điều hoà cho bởi công thức $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$, trong đó t là thời điểm (tính bằng giây), $x(t)$ là li độ của vật tại thời điểm t , A là biên độ dao động ($A > 0$) và $\varphi \in [-\pi; \pi]$ là pha ban đầu của dao động. Xét hai dao động điều hoà có phương trình: $x_1(t) = 3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{6}\right)(\text{cm})$, $x_2(t) = 3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{4}\right)(\text{cm})$. Tìm dao động tổng hợp $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ và sử dụng công thức biến đổi tổng thành tích để tìm biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp này.

Trả lời:.....

Câu 28. Cho $\cot \alpha = 3$. Tính $A = \frac{3\sin \alpha - 2\cos \alpha}{12\sin^3 \alpha + 4\cos^3 \alpha}$.

Trả lời:.....

Câu 29. Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $C = \frac{\sin \alpha}{\sin^3 \alpha + 2\cos^3 \alpha}$.

Trả lời:.....

Câu 30. Cho $\alpha + \beta = \frac{\pi}{3}$ và $\cos \alpha \neq \cos \beta$. Tính $\frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\cos \alpha - \cos \beta}$.

Trả lời:.....

Câu 31. Cho tam giác ABC có $AB = c, AC = b, AB = c$, thỏa $\frac{-1 + \cos(\pi + B)}{\sin(\pi - A - C)} = -\frac{2a + c}{\sqrt{4a^2 - c^2}}$.

Hỏi tam giác ABC là tam giác gì?

Trả lời:.....

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho $\sin x = \frac{1}{5}, \frac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính $\cot 2x$.

Trả lời: $-\frac{23\sqrt{6}}{120}$

Lời giải

Cho $\sin x = \frac{1}{5}, \frac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính $\cot 2x$.

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{2} < 2x < 2\pi \Rightarrow \pi < 2x < 2\pi \Rightarrow \begin{cases} \cos 2x < 0 \\ \tan 2x < 0 \end{cases}$$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x = 1 - 2 \cdot \frac{1}{25} = \frac{23}{25}$$

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \cos x < 0$$

$$\sin x = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = -\frac{2\sqrt{6}}{5}.$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{2\sqrt{6}}{5}\right) = -\frac{4\sqrt{6}}{5}$$

$$\cot 2x = \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = \frac{\frac{23}{25}}{-\frac{4\sqrt{6}}{5}} = -\frac{23\sqrt{6}}{120}$$

Câu 2. Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi, \sin \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}$.

Tính $\sin(\alpha + \beta)$.

Trả lời: $-\frac{2+2\sqrt{10}}{9}$

Lời giải

$$\text{Do } \frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha < 0 \\ \sin \beta > 0 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}; \sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = -\frac{2+2\sqrt{10}}{9}.$$

$$\text{Vậy } \sin(\alpha + \beta) = -\frac{2+2\sqrt{10}}{9}.$$

Câu 3. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Tính $\cos \alpha$.

Trả lời: $-\frac{4}{5}$

Lời giải

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$. $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha < 0$. Vậy $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Câu 4. Cho $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$, với $(180^\circ < \alpha < 270^\circ)$. Tính $\cos \alpha$.

Trả lời: $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Lời giải

Ta có $\sin \alpha = -\frac{1}{3} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$. Vì $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ nên $\cos \alpha > 0$ do đó $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Câu 5. Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}$; $\cos b = \frac{1}{4}$. Tính giá trị của biểu thức:

$$P = \cos(a+b)\cos(a-b).$$

Trả lời: $-\frac{119}{144}$

Lời giải

Ta có: $\sin^2 a = 1 - \cos^2 a = \frac{8}{9}$; $\sin^2 b = 1 - \cos^2 b = \frac{15}{16}$.

$$\begin{aligned} P &= (\cos a \cos b - \sin a \sin b)(\cos a \cos b + \sin a \sin b) \\ &= (\cos a \cos b)^2 - (\sin a \sin b)^2 = \cos^2 a \cos^2 b - \sin^2 a \sin^2 b \\ &= \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{16} - \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} = -\frac{119}{144} \end{aligned}$$

Câu 6. Cho hai góc nhọn a và b với $\tan a = \frac{1}{7}$ và $\tan b = \frac{3}{4}$. Tính $a+b$.

Trả lời: 45°

Lời giải

Ta có: $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} = \frac{\frac{1}{7} + \frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{4}} = 1$, suy ra $a+b = 45^\circ$

Câu 7. Cho tam giác ABC có: $\tan B \sin^2 C = \tan C \sin^2 B$. Khi đó tam giác ABC cân tại điểm nào?

Trả lời: tam giác ABC cân tại A .

Lời giải

Ta có $0 < A, B, C < 180^\circ$.

Từ giả thiết, ta có: $\frac{\sin B}{\cos B} \sin^2 C = \frac{\sin C}{\cos C} \sin^2 B \Leftrightarrow \frac{1}{\cos B} \sin C = \frac{1}{\cos C} \sin B$

$$\Leftrightarrow \sin C \cos C = \sin B \cos B \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 2C = \frac{1}{2} \sin 2B$$

$$\Leftrightarrow 2C = 2B + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow 2C = 2B \text{ (do } B, C \text{ là các góc của tam giác)} \Leftrightarrow B - C = 0 \Leftrightarrow B = C.$$

Vậy tam giác ABC cân tại A .

Câu 8. Rút gọn $C = \tan 3x - \tan x - \frac{2 \sin x}{\cos 3x}$

Trả lời: 0

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } C &= \tan 3x - \tan x - \frac{2 \sin x}{\cos 3x} = \frac{\sin 3x}{\cos 3x} - \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{2 \sin x}{\cos 3x} \\ &= \frac{\sin 3x \cos x - \sin x \cos 3x}{\cos 3x \cos x} - \frac{2 \sin x}{\cos 3x} = \frac{\sin 2x}{\cos 3x \cos x} - \frac{2 \sin x}{\cos 3x} \\ &= \frac{2 \sin x \cos x}{\cos 3x \cos x} - \frac{2 \sin x}{\cos 3x} = \frac{2 \sin x}{\cos 3x} - \frac{2 \sin x}{\cos 3x} = 0. \end{aligned}$$

Câu 9. Biến đổi thành tổng biểu thức sau: $4 \sin 3x \sin 2x \cos x$.

Trả lời: $\cos 2x - \cos 4x - \cos 6x + 1$

Lời giải

$$\begin{aligned} 4 \sin 3x \sin 2x \cos x &= 4(\sin 3x \cos x) \sin 2x = 4 \cdot \frac{1}{2} (\sin 4x + \sin 2x) \sin 2x \\ &= 2 \sin 4x \sin 2x + 2 \sin^2 2x = (\cos 2x - \cos 6x) + 2 \left(\frac{1 - \cos 4x}{2} \right) = \cos 2x - \cos 4x - \cos 6x + 1. \end{aligned}$$

Câu 10. Biết rằng $\cos x \cos \left(\frac{\pi}{3} - x \right) \cos \left(\frac{\pi}{3} + x \right) = k \cos 3x$, khi đó $k = ?$

Trả lời: $\frac{1}{4}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \cos x \cos \left(\frac{\pi}{3} - x \right) \cos \left(\frac{\pi}{3} + x \right) &= \frac{1}{2} \cos x \left(\cos \frac{2\pi}{3} + \cos 2x \right) \\ &= \frac{1}{2} \cos x \cos 2x - \frac{1}{4} \cos x = \frac{1}{4} (\cos 3x + \cos x) - \frac{1}{4} \cos x = \frac{1}{4} \cos 3x \end{aligned}$$

Câu 11. Biết rằng $\sin 5x - 2 \sin x (\cos 4x + \cos 2x) = k \sin x$, khi đó $k = ?$

Trả lời: 1

Lời giải

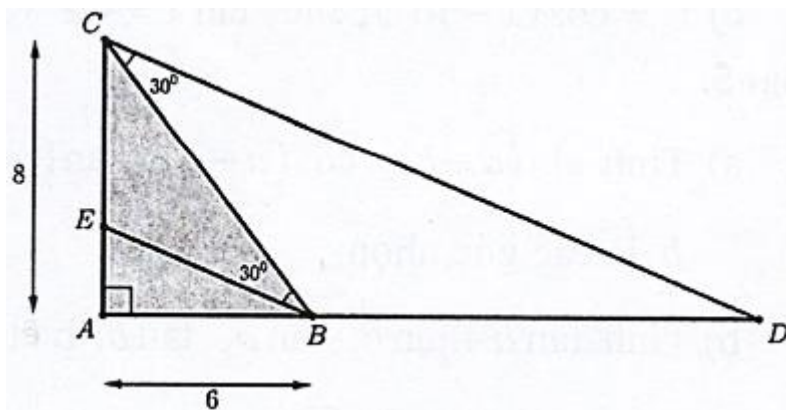
$$\begin{aligned}\sin 5x - 2 \sin x (\cos 4x + \cos 2x) &= \sin 5x - 2 \sin x \cos 4x - 2 \sin x \cos 2x \\ &= \sin 5x - (\sin 5x - \sin 3x) - (\sin 3x - \sin x) = \sin x\end{aligned}$$

Câu 12. Cho tam giác ABC vuông tại A có cạnh $AB = 6, AC = 8$. Điểm E thuộc đoạn AC sao cho $CBE = 30^\circ$, điểm D thuộc tia đối của tia BA sao cho $BCD = 30^\circ$.

a) Tìm $\tan ACD$, từ đó tính độ dài đoạn AD .

b) Tính $\tan ABE$, từ đó tính độ dài cạnh AE .

(Các kết quả trong bài được làm tròn đến hàng phần trăm).



Trả lời: a) $\approx 18,73$ b) $\approx 2,56$

Lời giải

$$\text{a) } \tan ACD = \tan(ACB + 30^\circ) = \frac{\tan ACB + \tan 30^\circ}{1 - \tan ACB \tan 30^\circ} = \frac{\frac{6}{8} + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{6}{8} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{48 + 25\sqrt{3}}{39}$$

$$\text{Tam giác } ACD \text{ vuông tại } A \text{ có: } AD = AC \tan ACD = 8 \cdot \frac{48 + 25\sqrt{3}}{39} \approx 18,73.$$

$$\text{b) } \tan ABE = \tan(ABC - 30^\circ) = \frac{\tan ABC - \tan 30^\circ}{1 + \tan ABC \tan 30^\circ} = \frac{\frac{8}{6} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{8}{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{48 - 25\sqrt{3}}{11}$$

$$\text{Tam giác } ABE \text{ vuông tại } A \text{ có: } AE = AB \tan ABE = 6 \cdot \frac{48 - 25\sqrt{3}}{11} \approx 2,56.$$

Câu 13. Cho $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$. Tính giá trị của biểu thức sau: $A = (\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2$

Trả lời: 3

Lời giải

$$\begin{aligned}
 A &= \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta + \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + 2 \sin \alpha \sin \beta \\
 &= 2 + 2 \cos \alpha \cos \beta + 2 \sin \alpha \sin \beta = 2 + 2 \cos(\alpha - \beta) = 2 + 2 \cos \frac{\pi}{3} = 3
 \end{aligned}$$

Câu 14. Cho $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$. Tính giá trị của biểu thức sau: $B = (\cos \alpha + \sin \beta)^2 + (\cos \beta - \sin \alpha)^2$.

Trả lời: $2 - \sqrt{3}$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 B &= \cos^2 \alpha + \sin^2 \beta + 2 \cos \alpha \sin \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \beta \\
 &= 2 + 2 \sin \beta \cos \alpha - 2 \cos \beta \sin \alpha \\
 &= 2 + 2 \sin(\beta - \alpha) = 2 + 2 \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 2 - \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Câu 15. Rút gọn biểu thức $\sin 6a \cot 3a - \cos 6a$;

Trả lời: 1

Lời giải

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có: } \sin 6a \cot 3a - \cos 6a &= 2 \sin 3a \cos 3a \frac{\cos 3a}{\sin 3a} - (2 \cos^2 3a - 1) \\
 &= 2 \cos^2 3a - (2 \cos^2 3a - 1) = 1 \text{ (không phụ thuộc } a \text{)}.
 \end{aligned}$$

Câu 16. Rút gọn biểu thức $(\tan a - \tan b) \cot(a - b) - \tan a \tan b$.

Trả lời: 1

Lời giải

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có: } (\tan a - \tan b) \cot(a - b) - \tan a \tan b &= \frac{\tan a - \tan b}{\tan(a - b)} - \tan a \tan b \\
 &= \frac{\tan a - \tan b}{\frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}} - \tan a \tan b = 1 + \tan a \tan b - \tan a \tan b = 1
 \end{aligned}$$

(không phụ thuộc a).

Câu 17. Biến đổi thành tích biểu thức $\frac{\sin 7a + \sin 5a}{\sin 7a - \sin 5a}$;

Trả lời: $\tan 6a \cot a$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{\sin 7a + \sin 5a}{\sin 7a - \sin 5a} = \frac{2 \sin 6a \cos a}{2 \cos 6a \sin a} = \tan 6a \cot a.$$

Câu 18. Biến đổi thành tổng biểu thức $\sin x \sin 2x \sin 3x$.

Trả lời: $\frac{1}{4}(\sin 4x - \sin 6x + \sin 2x)$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin x \sin 2x \sin 3x = (\sin 3x \sin x) \sin 2x = \frac{1}{2}(\cos 2x - \cos 4x) \sin 2x$$

$$= \frac{1}{2}(\sin 2x \cos 2x - \sin 2x \cos 4x) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \sin 4x - \frac{1}{2}(\sin 6x - \sin 2x) \right]$$

$$= \frac{1}{4}(\sin 4x - \sin 6x + \sin 2x)$$

Câu 19. Biết $\tan^2 x + \cot^2 x + 2 = \frac{a}{\sin^2 2x}$ tìm a ?

Trả lời: 4

Lời giải

$$\tan^2 x + \cot^2 x + 2 = \frac{4}{\sin^2 2x} \Leftrightarrow (\tan^2 x + 1) + (\cot^2 x + 1) = \frac{4}{\sin^2 2x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{4}{\sin^2 2x} \Leftrightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} = \frac{4}{\sin^2 2x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} = \frac{4}{\sin^2 2x} \Leftrightarrow \frac{1}{(\sin x \cos x)^2} = \frac{4}{\sin^2 2x} \Leftrightarrow \frac{1}{\frac{1}{4} \sin^2 2x} = \frac{4}{\sin^2 2x}$$

Câu 20. Biết $\sin^6 x + \cos^6 x = a + \frac{3}{8} \cos 4x$ tìm a ?

Trả lời: $\frac{5}{8}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$= 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x = 1 - \frac{3}{8}(1 - \cos 4x) = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4x.$$

Câu 21. Biết $\frac{3 - 4 \cos 2a + \cos 4a}{3 + 4 \cos 2a + \cos 4a} = k \tan^4 a$ tìm k ?

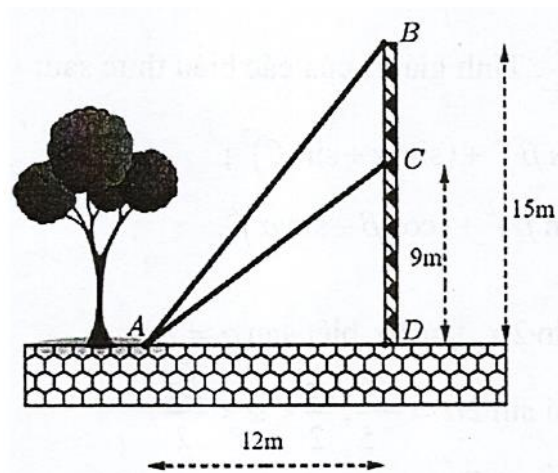
Trả lời: 1

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{3 - 4 \cos 2a + \cos 4a}{3 + 4 \cos 2a + \cos 4a} = \frac{2 \cos^2 2a - 4 \cos 2a + 2}{2 \cos^2 2a + 4 \cos 2a + 2} = \frac{2(\cos^2 2a - 2 \cos 2a + 1)}{2(\cos^2 2a + 2 \cos 2a + 1)}$$

$$= \frac{(1 - \cos 2a)^2}{(1 + \cos 2a)^2} = \frac{\left[1 - (1 - 2 \sin^2 a)\right]^2}{\left[1 + (2 \cos^2 a - 1)\right]^2} = \frac{4 \sin^4 a}{4 \cos^4 a} = \tan^4 a.$$

Câu 22. Từ một vị trí A , người ta buộc hai sợi cáp AB và AC đến một cái trụ cao $15m$, được dựng vuông góc với mặt đất, chân trụ ở vị trí D . Biết $CD = 9m$ và $AD = 12m$. Tìm góc nhọn $\alpha = \angle BAC$ tạo bởi hai sợi dây cáp đó, đồng thời tính gần đúng α (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị độ).



Trả lời: $\alpha \approx 14,47^\circ$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \tan(\angle BAD - \angle CAD) \\ &= \frac{\tan \angle BAD - \tan \angle CAD}{1 + \tan \angle BAD \tan \angle CAD} = \frac{\frac{15}{12} - \frac{9}{12}}{1 + \frac{15}{12} \cdot \frac{9}{12}} = \frac{8}{31}. \end{aligned}$$

Vì vậy $\alpha \approx 14,47^\circ$.

Câu 23. Cho tam giác ABC . Biết $\sin A + \sin B + \sin C = k \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$, tìm k ?

Trả lời: 4

Lời giải

$$\begin{aligned} VT &= \sin A + \sin B + \sin C \\ &= 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} + 2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2} \\ &= 2 \sin \frac{\pi-C}{2} \cos \frac{A-B}{2} + 2 \cos \frac{\pi-C}{2} \cos \frac{C}{2} \\ &= 2 \cos \frac{C}{2} \cos \frac{A-B}{2} + 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{C}{2} \\ &= 2 \cos \frac{C}{2} \left(\cos \frac{A-B}{2} + \cos \frac{A+B}{2} \right) \\ &= 2 \cos \frac{C}{2} \cdot 2 \cos \frac{A-B+A+B}{4} \cdot \cos \frac{A-B-A-B}{4} \\ &= 4 \cos \frac{C}{2} \cos \frac{A}{2} \cos \frac{-B}{2} = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} \end{aligned}$$

Vậy $\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$.

Câu 24. Rút gọn biểu thức sau: $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x}$

Trả lời: $\tan \frac{5x}{2}$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x} \\ &= \frac{(\sin 3x + \sin x) + (\sin 4x + \sin 2x)}{(\cos 3x + \cos x) + (\cos 4x + \cos 2x)} = \frac{2 \sin 2x \cos x + 2 \sin 3x \cos x}{2 \cos 2x \cos x + 2 \cos 3x \cos x} \\ &= \frac{2 \cos x (\sin 2x + \sin 3x)}{2 \cos x (\cos 2x + \cos 3x)} = \frac{2 \sin \frac{5x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \cos \frac{5x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \tan \frac{5x}{2} \end{aligned}$$

Câu 25. Rút gọn biểu thức sau: $B = \frac{\sin 2x + 2 \sin 3x + \sin 4x}{\cos 3x + 2 \cos 4x + \cos 5x}$.

Trả lời: $\frac{\sin 3x}{\cos 4x}$

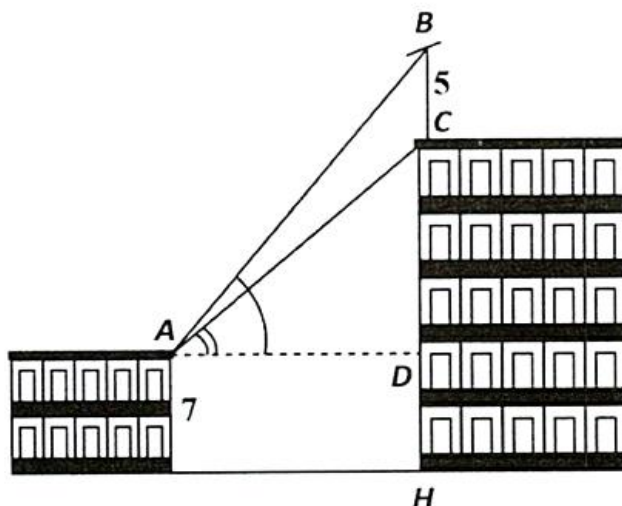
Lời giải

$$B = \frac{\sin 2x + 2 \sin 3x + \sin 4x}{\cos 3x + 2 \cos 4x + \cos 5x} = \frac{2 \sin 3x \cos x + 2 \sin 3x}{2 \cos 4x \cos x + 2 \cos 4x} = \frac{2 \sin 3x (\cos x + 1)}{2 \cos 4x (\cos x + 1)} = \frac{\sin 3x}{\cos 4x}$$

Câu 26. Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao $5m$. Từ vị trí quan sát A cao $7m$ so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc α và β so với phương nằm ngang. Biết chiều cao của toà nhà là $18,9m$, hai toà nhà cách nhau $10m$.

a) Tính $\tan \alpha$;

b) Tính góc α (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị độ).



Trả lời: a) $\frac{16,9}{10}$ b) $\alpha = 59^\circ$

Lời giải

a) Ta có: $AD = 10m$

$$CD = 18,9 - 7 = 11,9m$$

$$BD = BC + CD = 11,9 + 5 = 16,9m$$

$$\tan \alpha = \frac{BD}{AD} = \frac{16,9}{10}$$

b) $\tan \alpha = \frac{16,9}{10} \Rightarrow \alpha = 59^\circ$.

Câu 27. Trong Vật lí, phương trình tổng quát của một vật dao động điều hoà cho bởi công thức $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, trong đó t là thời điểm (tính bằng giây), $x(t)$ là li độ của vật tại thời điểm t , A là biên độ dao động ($A > 0$) và $\varphi \in [-\pi; \pi]$ là pha ban đầu của dao động. Xét hai dao động điều hoà có phương trình: $x_1(t) = 3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{6}\right)(cm)$, $x_2(t) = 3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{4}\right)(cm)$. Tìm dao động tổng hợp $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ và sử dụng công thức biến đổi tổng thành tích để tìm biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp này.

Trả lời: $x(t) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{6}\right) + 3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{4}\right); 6 \cos\left(\frac{\pi}{24}\right); \frac{5\pi}{24}$

Lời giải

$$\text{Ta có } x(t) = x_1(t) + x_2(t) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{6}\right) + 3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= 3 \cdot 2 \left(\cos\left(\frac{\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cos\left(\frac{\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \right)$$

$$= 6 \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{5\pi}{24}\right) \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{24}\right) = 6 \cos\left(\frac{\pi}{24}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{5\pi}{24}\right)$$

Vậy biên độ của dao động là $6 \cos\left(\frac{\pi}{24}\right)$. Pha ban đầu của chuyển động là $\frac{5\pi}{24}$.

Câu 28. Cho $\cot \alpha = 3$. Tính $A = \frac{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{12 \sin^3 \alpha + 4 \cos^3 \alpha}$.

Trả lời: $-\frac{1}{4}$

Lời giải

$$A = \frac{3\sin\alpha - 2\cos\alpha}{12\sin^3\alpha + 4\cos^3\alpha} = \frac{\frac{1}{\sin^2\alpha}(3 - 2\cot\alpha)}{12 + 4\cot^3\alpha} = \frac{(1 + \cot^2\alpha)(3 - 2\cot\alpha)}{12 + 4\cot^3\alpha} = -\frac{1}{4}$$

Câu 29. Cho $\tan\alpha = 2$. Tính $C = \frac{\sin\alpha}{\sin^3\alpha + 2\cos^3\alpha}$.

Trả lời: 1

Lời giải

$$C = \frac{\sin\alpha}{\sin^3\alpha + 2\cos^3\alpha} = \frac{\tan\alpha \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha}}{\tan^3\alpha + 2} = \frac{\tan\alpha(1 + \tan^2\alpha)}{\tan^3\alpha + 2} = \frac{2(1 + 2^2)}{2^3 + 2} = 1.$$

Câu 30. Cho $\alpha + \beta = \frac{\pi}{3}$ và $\cos\alpha \neq \cos\beta$. Tính $\frac{\sin\alpha - \sin\beta}{\cos\alpha - \cos\beta}$.

Trả lời: $-\sqrt{3}$

Lời giải

$$\frac{\sin\alpha - \sin\beta}{\cos\alpha - \cos\beta} = \frac{2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}{-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}} = -\cot\frac{\alpha+\beta}{2} = -\cot\frac{\pi}{6} = -\sqrt{3}.$$

Câu 31. Cho tam giác ABC có $AB = c, AC = b, AB = c$, thỏa $\frac{-1 + \cos(\pi + B)}{\sin(\pi - A - C)} = -\frac{2a + c}{\sqrt{4a^2 - c^2}}$.

Hỏi tam giác ABC là tam giác gì?

Trả lời: cân

Lời giải

$$\begin{aligned} \frac{-1 + \cos(\pi + B)}{\sin(\pi - A - C)} &= -\frac{2a + c}{\sqrt{4a^2 - c^2}} \Leftrightarrow \frac{-1 - \cos B}{\sin(\pi - (A + C))} = -\frac{2a + c}{\sqrt{4a^2 - c^2}} \\ \Leftrightarrow \frac{1 + \cos B}{\sin B} &= \frac{2a + c}{\sqrt{4a^2 - c^2}} \Leftrightarrow \frac{1 + \cos B}{\sin B} = \frac{2a + c}{\sqrt{4a^2 - c^2}} \Leftrightarrow \left(\frac{1 + \cos B}{\sin B}\right)^2 = \left(\frac{2a + c}{\sqrt{4a^2 - c^2}}\right)^2 \\ \Leftrightarrow \frac{(1 + \cos B)^2}{\sin^2 B} &= \frac{(2a + c)^2}{4a^2 - c^2} \Leftrightarrow \frac{(1 + \cos B)^2}{1 - \cos^2 B} = \frac{(2a + c)^2}{4a^2 - c^2} \Leftrightarrow \frac{1 + \cos B}{1 - \cos B} = \frac{2a + c}{2a - c} \\ \Leftrightarrow \frac{1 + \cos B}{1 - \cos B} - 1 &= \frac{2a + c}{2a - c} - 1 \Leftrightarrow 2ac \cdot \cos B = c^2 \Leftrightarrow a^2 + c^2 - b^2 = c^2 \Leftrightarrow a^2 = b^2 \Leftrightarrow a = b. \end{aligned}$$