

CÂU HỎI

Câu 1. Tìm nghiệm phương trình lượng giác: $\cos(x + 30^\circ) + 1 = 0$

Trả lời:

Câu 2. Tìm nghiệm phương trình lượng giác: $\cos(75^\circ - x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Trả lời:

Câu 3. Tìm nghiệm phương trình lượng giác: $\tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Trả lời:

Câu 4. Tìm nghiệm phương trình lượng giác: $\tan(3x - 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Trả lời:

Câu 5. Tìm nghiệm phương trình lượng giác: $\sqrt{3} \tan \frac{\pi x}{2} = 3.$

Trả lời:

Câu 6. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cot 3x = \cot(\pi - x);$

Trả lời:

Câu 7. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cot\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = -\sqrt{3}$

Trả lời:

Câu 8. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin\left(2x - \frac{1}{3}\right) + \sin x = 0$

Trả lời:

Câu 9. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin(\pi - x) - \cos x = 0;$

Trả lời:

Câu 10. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan 3x = \cot x$

Trả lời:

Câu 11. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin x \sin\left(x - \frac{\pi}{18}\right) = 0$

Trả lời:

Câu 12. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sqrt{3} \sin 3x - \cos 3x = 2;$

Trả lời:

Câu 13. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan x + 2 \cot x = 3;$

Trả lời:

Câu 14. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0;$

Trả lời:

Câu 15. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin 2x - \cos x - 2 \sin x + 1 = 0.$

Trả lời:

Câu 16. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 0;$

Trả lời:

Câu 17. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos 2x - 3 \cos x + 2 = 0;$

Trả lời:

Câu 18. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin 7x \cdot \sin x = \sin 5x \cdot \sin 3x;$

Trả lời:

Câu 19. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin^2 x - \sin 2x + 7 \cos^2 x = 3$.

Trả lời:

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x - m = 1$ có nghiệm.

Trả lời:

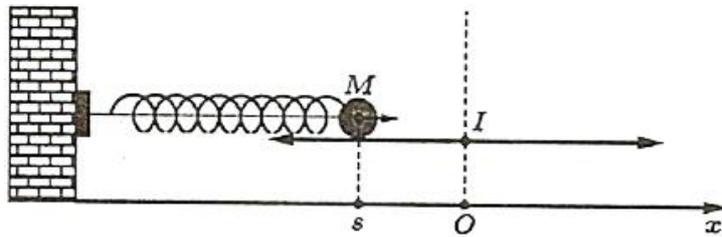
Câu 21. Một vật M được gắn vào đầu lò xo và dao động quanh vị trí cân bằng I , biết rằng O là hình chiếu vuông góc của I trên trục Ox , tọa độ điểm M trên Ox tại thời điểm t (giây) là đại

lượng s (đơn vị: cm) được tính bởi công thức $s = 8,6 \sin\left(8t + \frac{\pi}{2}\right)$

a) Tìm khoảng cách từ vật đến vị trí cân bằng tại thời điểm $t = 3$ giây.

b) Thời điểm nào trong khoảng 2 giây đầu tiên thì $s = 4,3 cm$?

(Các kết quả gần đúng trong bài được làm tròn đến hàng phần trăm)



Trả lời:

Câu 22. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin x = 0$

Trả lời:

Câu 23. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$;

Trả lời:

Câu 24. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos 2x = 0$;

Trả lời:

Câu 25. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

Trả lời:

Câu 26. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 0$;

Trả lời:

Câu 27. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \cot\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = 0$;

Trả lời:

Câu 28. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0$.

Trả lời:

Câu 29. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $4 \sin^2 x - 1 = 0$;

Trả lời:

Câu 30. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos^2 2x = \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$

Trả lời:

Câu 31. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $|\cos 2x| = 1$;

Trả lời:

Câu 32. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\left| \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Trả lời:

Câu 33. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $2 \sin 2x \cdot \cos 2x = 0$;

Trả lời:

Câu 34. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos^2 x = \sin^2 x$;

Trả lời:

Câu 35. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $3 \sin x = 4 \sin^3 x$;

Trả lời:

Câu 36. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos x = 1 + 4 \cos^3 x$;

Trả lời:

Câu 37. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$;

Trả lời:

Câu 38. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin^4 x - \cos^4 x + 1 = 0$;

Trả lời:

Câu 39. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin^4 x + \cos^4 x - \frac{1}{2} = 0$.

Trả lời:

Câu 40. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x = \frac{1}{2}$;

Trả lời:

Câu 41. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x = \sqrt{3} \cos x - \sin x$.

Trả lời:

Câu 42. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos^2 x + \cos x = 0$;

Trả lời:

Câu 43. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$;

Trả lời:

Câu 44. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan^2 x + (\sqrt{3} - 1) \tan x - \sqrt{3} = 0$

Trả lời:

Câu 45. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\frac{1}{\sin^2 x} = \cot x + 3$.

Trả lời:

Câu 46. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\left(\cot \frac{x}{3} - 1 \right) \left(\cot \frac{x}{2} + 1 \right) = 0$

Trả lời:

Câu 47. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan(x - 30^\circ) \cos(2x - 150^\circ) = 0$;

Trả lời:

Câu 48. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $(3 \tan x + \sqrt{3})(2 \sin x - 1) = 0$;

Trả lời:

Câu 49. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos 2x \cot \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$.

Trả lời:

Câu 50. Trong môn cầu lông, khi phát cầu, người chơi cần đánh cầu qua lưới sang phía sân đối phương và không được để cho cầu rơi ngoài biên.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , chọn điểm có tọa độ $(0; y_0)$ là điểm xuất phát thì phương trình quỹ đạo của cầu lông khi rời khỏi mặt vợt là: $y = \frac{-g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} + \tan(\alpha) \cdot x + y_0$; trong đó:

$$y = \frac{-g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} + \tan(\alpha) \cdot x + y_0$$

- g là gia tốc trọng trường (thường được chọn là $9,8 m/s^2$);

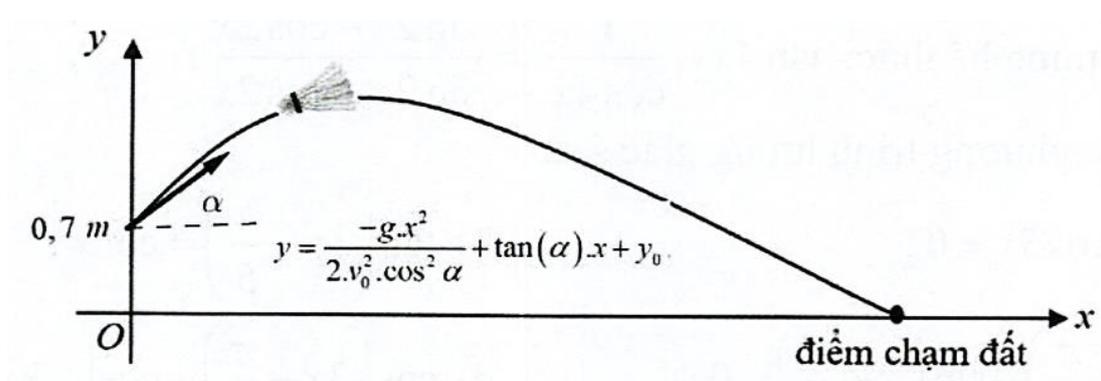
- α là góc phát cầu (so với phương ngang của mặt đất);

- v_0 là vận tốc ban đầu của cầu;

- y_0 là khoảng cách từ vị trí phát cầu đến mặt đất.

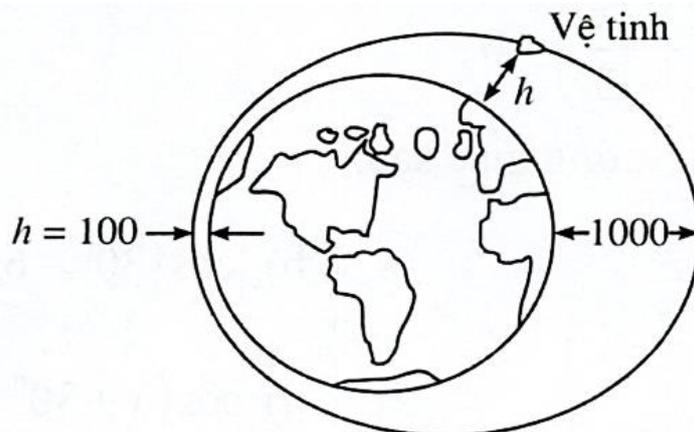
Đây là một hàm số bậc hai nên quỹ đạo chuyển động của cầu lông là một parabol.

Một người chơi cầu lông đang đứng khoảng cách từ vị trí người này đến vị trí cầu rơi chạm đất (tầm bay xa) là $6,68 m$. Quan sát hình bên dưới, hỏi người chơi đã phát cầu góc khoảng bao nhiêu độ so với mặt đất? (biết cầu rời mặt vợt ở độ cao $0,7 m$ so với mặt đất và vận tốc xuất phát của cầu là $8 m/s$, bỏ qua sức cản của gió và xem quỹ đạo của cầu luôn nằm trong mặt phẳng phẳng đứng).



Trả lời:

Câu 51. Một vệ tinh bay quanh Trái Đất theo một quỹ đạo hình Elip (như hình vẽ):



Độ cao h (tính bằng kilômet) của vệ tinh so với bề mặt Trái Đất được xác định bởi công thức $h = 550 + 450 \cdot \cos \frac{\pi}{50} t$. Trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo.

Người ta cần thực hiện một thí nghiệm khoa học khi vệ tinh cách mặt đất 250km . Trong khoảng 60 phút đầu tiên kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo, hãy tìm thời điểm để có thể thực hiện thí nghiệm đó ?

Trả lời:

Câu 52. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin 4x + \cos(180^\circ - 3x) = 0$.

Trả lời:

Câu 53. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $2 \cos 2x - 8 \cos x + 7 = \frac{1}{\cos x}$.

Trả lời:

Câu 54. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan x + \cot x = -\frac{2}{\sin x}$

Trả lời:

Câu 55. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cot x + \sin x \left(1 + \tan x \cdot \tan \frac{x}{4}\right) = 4$.

Trả lời:

Câu 56. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sqrt{3} \sin^2 x - \sin x \cos x = 0$.

Trả lời:

Câu 57. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin 2x = \sqrt{2} \sin(x + \pi) + \cos(2x + \pi)$.

Trả lời:

Câu 58. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $4 \cos^2 \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin x + 3 \sin^2 \frac{x}{2} = 3$.

Trả lời:

Câu 59. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos x \cdot \cos 5x = \cos 2x \cdot \cos 4x$.

Trả lời:

Câu 60. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $2 \cos x \cdot \cos 2x = 1 + \cos 2x + \cos 3x$.

Trả lời:

Câu 61. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan(2x + 30^\circ) + \tan 20^\circ = 0$.

Trả lời:

Câu 62. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos^3 2x - \sin^3 2x = \sin 2x - \cos 2x$.

Trả lời:

Câu 63. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $5 \tan x - 2 \cot x - 3 = 0$.

Trả lời:

Câu 64. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cot 3x = \tan \frac{2\pi}{5}$.

Trả lời:

Câu 65. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\frac{1}{\tan x + \cot 2x} = \frac{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}{\cot x - 1}$.

Trả lời:

Câu 66. Tìm m để các phương trình lượng giác sau có nghiệm: $2 \sin 3x = m - 1$.

Trả lời:

Câu 67. Tìm m để các phương trình lượng giác sau có nghiệm: $3 \sin^2 x + \sin 2x - m \cos^2 x = 0$.

Trả lời:

Câu 68. Tìm m để các phương trình lượng giác sau có nghiệm: $m \tan x + 2 = m$.

Trả lời:

LỜI GIẢI

Câu 1. Tìm nghiệm phương trình lượng giác: $\cos(x + 30^\circ) + 1 = 0$

Trả lời: $x = 150^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Ta có: $\cos(x + 30^\circ) + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos(x + 30^\circ) = -1$

$$\Leftrightarrow x + 30^\circ = 180^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = 150^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = 150^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 2. Tìm nghiệm phương trình lượng giác: $\cos(75^\circ - x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Trả lời: $x = -60^\circ - k360^\circ; x = 210^\circ - k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Ta có: $\cos(75^\circ - x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos(75^\circ - x) = \cos 135^\circ$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 75^\circ - x = 135^\circ + k360^\circ \\ 75^\circ - x = -135^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -60^\circ - k360^\circ \\ x = 210^\circ - k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm: $x = -60^\circ - k360^\circ; x = 210^\circ - k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3. Tìm nghiệm phương trình lượng giác: $\tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Trả lời: $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Ta có: $\tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \tan \frac{\pi}{6}$

$$\Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4. Tìm nghiệm phương trình lượng giác: $\tan(3x - 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Trả lời: $x = k60^\circ, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

Ta có: $\tan(3x - 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \tan(3x - 30^\circ) = \tan(-30^\circ)$

$$\Leftrightarrow 3x - 30^\circ = -30^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = k60^\circ (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = k60^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 5. Tìm nghiệm phương trình lượng giác: $\sqrt{3} \tan \frac{\pi x}{2} = 3$.

Trả lời: $x = \frac{2}{3} + 2k (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Ta có: $\sqrt{3} \tan \frac{\pi x}{2} = 3 \Leftrightarrow \tan \frac{\pi x}{2} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan \frac{\pi x}{2} = \tan \frac{\pi}{3}$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi x}{2} = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} + 2k (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = \frac{2}{3} + 2k (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 6. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cot 3x = \cot(\pi - x)$;

Trả lời: $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Điều kiện:
$$\begin{cases} \sin 3x \neq 0 \\ \sin(\pi - x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\frac{\pi}{3} \\ x \neq \pi - l\pi \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z}).$$

Ta có: $\cot 3x = \cot(\pi - x) \Leftrightarrow 3x = \pi - x + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$.

Kết hợp với điều kiện suy ra nghiệm phương trình là:

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 7. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cot\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = -\sqrt{3}$

Trả lời: $x = \frac{\pi}{30} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Ta có: $\cot\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \cot\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$$\Leftrightarrow x - \frac{\pi}{5} = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{30} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = \frac{\pi}{30} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 8. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin\left(2x - \frac{1}{3}\right) + \sin x = 0$

Trả lời: $x = \frac{1}{9} + k\frac{2\pi}{3}; x = \frac{1}{3} + \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

$$\sin\left(2x - \frac{1}{3}\right) + \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{1}{3}\right) = -\sin x \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{1}{3}\right) = \sin(-x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{1}{3} = -x + k2\pi \\ 2x - \frac{1}{3} = \pi + x + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{1}{3} + \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = \frac{1}{9} + k\frac{2\pi}{3}; x = \frac{1}{3} + \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 9. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin(\pi - x) - \cos x = 0$;

Trả lời: $x = \frac{\pi}{4} - k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

$$\sin(\pi - x) - \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin(\pi - x) = \cos x \Leftrightarrow \sin(\pi - x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \pi - x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ \pi - x = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - x\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \emptyset \\ x = \frac{\pi}{4} - k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = \frac{\pi}{4} - k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 10. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan 3x = \cot x$

Trả lời: $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \cos 3x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \ (k, l \in \mathbb{Z}). \\ x \neq l\pi \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \tan 3x = \cot x \Leftrightarrow \tan 3x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{2} - x + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4} \ (k \in \mathbb{Z}) \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

$$\text{Vậy phương trình có nghiệm là: } x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4} \ (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 11. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin x \sin\left(x - \frac{\pi}{18}\right) = 0$

Trả lời: $x = k\pi; x = \frac{\pi}{18} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

$$\sin x \sin\left(x - \frac{\pi}{18}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin\left(x - \frac{\pi}{18}\right) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x - \frac{\pi}{18} = k\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + k\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vậy phương trình có nghiệm là: } x = k\pi; x = \frac{\pi}{18} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 12. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sqrt{3} \sin 3x - \cos 3x = 2$;

Trả lời: $x = \frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

$$\text{Ta có: } a = \sqrt{3}, b = -1 \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 2.$$

Chia hai vế phương trình cho 2, ta được:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 3x - \frac{1}{2} \cos 3x = 1 \Leftrightarrow \sin 3x \cos \frac{\pi}{6} - \cos 3x \sin \frac{\pi}{6} = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow 3x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vậy phương trình có nghiệm là: } x = \frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 13. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan x + 2 \cot x = 3$;

Trả lời: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x \approx 1,1 + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + l\pi \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z}).$$

Phương trình tương đương

$$\tan x + 2 \frac{1}{\tan x} - 3 = 0 \Leftrightarrow \tan^2 x - 3 \tan x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = 2 \end{cases}.$$

Với $\tan x = 1$ thì $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ (thỏa mãn điều kiện).

Với $\tan x = 2$ thì $x \approx 1,1 + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x \approx 1,1 + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 14. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$;

Trả lời: $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Với $\sin x = 1$ thì $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

$$\text{Với } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm là:

$$x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 15. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin 2x - \cos x - 2 \sin x + 1 = 0$.

Trả lời: $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

$$\text{Phương trình đã cho } \Leftrightarrow 2 \sin x \cos x - \cos x - 2 \sin x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x(2 \sin x - 1) - (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\cos x - 1)(2 \sin x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x - 1 = 0 \\ 2 \sin x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Với $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$;

$$\text{Với } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 16. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 0$;

Trả lời: $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Ta có: $a = \sqrt{3}, b = -1 \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 2$.

Vậy phương trình tương đương:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x = 0 &\Leftrightarrow \sin x \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \sin \frac{\pi}{6} = 0 \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = 0 \\ &\Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 17. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos 2x - 3 \cos x + 2 = 0$;

Trả lời: $x = k2\pi; x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Ta có: $\cos 2x - 3 \cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow (2 \cos^2 x - 1) - 3 \cos x + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow 2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = k2\pi; x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 18. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin 7x \cdot \sin x = \sin 5x \cdot \sin 3x$;

Trả lời: $x = k \frac{\pi}{2}; x = k \frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Ta có: $\sin 7x \sin x = \sin 5x \sin 3x \Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos 6x - \cos 8x) = \frac{1}{2}(\cos 2x - \cos 8x)$

$$\Leftrightarrow \cos 6x = \cos 2x \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 2x + k2\pi \\ 6x = -2x + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = k \frac{\pi}{2} \\ x = k \frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = k \frac{\pi}{2}; x = k \frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 19. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin^2 x - \sin 2x + 7 \cos^2 x = 3$.

Trả lời: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x \approx -1,1 + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Ta có: $\sin^2 x - \sin 2x + 7 \cos^2 x = 3 \Leftrightarrow \sin^2 x - 2 \sin x \cos x + 7 \cos^2 x = 3$.

Trường hợp 1: $\cos x = 0 \Rightarrow \sin^2 x = 1$.

Thay $\begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin^2 x = 1 \end{cases}$ vào phương trình: $1 = 3$ (sai), suy ra $\cos x = 0$ không thoả mãn.

Trường hợp 2: $\cos x \neq 0$, chia hai vế phương trình cho $\cos^2 x$, ta được:

$$\tan^2 x - 2 \tan x + 7 = 3(1 + \tan^2 x)$$

$$\Leftrightarrow -2 \tan^2 x - 2 \tan x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x \approx -1,1 + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x \approx -1,1 + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x - m = 1$ có nghiệm.

Trả lời: $-2 \leq m \leq 0$

Lời giải

Ta có: $\sin x - m = 1 \Leftrightarrow \sin x = m + 1$.

Điều kiện để phương trình có nghiệm là: $-1 \leq m + 1 \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 0$.

Vậy $-2 \leq m \leq 0$ thoả mãn đề bài.

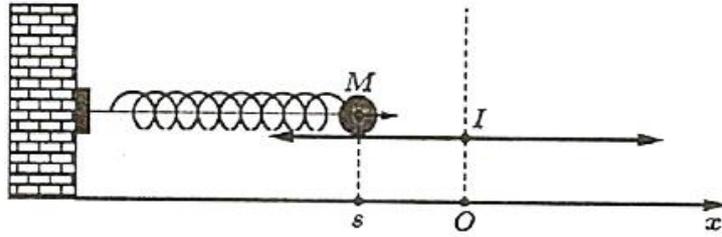
Câu 21. Một vật M được gắn vào đầu lò xo và dao động quanh vị trí cân bằng I , biết rằng O là hình chiếu vuông góc của I trên trục Ox , tọa độ điểm M trên Ox tại thời điểm t (giây) là đại

lượng s (đơn vị: cm) được tính bởi công thức $s = 8,6 \sin\left(8t + \frac{\pi}{2}\right)$

a) Tìm khoảng cách từ vật đến vị trí cân bằng tại thời điểm $t = 3$ giây.

b) Thời điểm nào trong khoảng 2 giây đầu tiên thì $s = 4,3 \text{ cm}$?

(Các kết quả gần đúng trong bài được làm tròn đến hàng phần trăm)



Trả lời: a) $3,65 \text{ cm}$ b) $t_1 \approx 0,65 \text{ s}; t_2 \approx 1,44 \text{ s}; t_3 \approx 0,13 \text{ s}; t_4 \approx 0,92 \text{ s}; t_5 \approx 1,7 \text{ s}.$

Lời giải

a) Khi $t = 3$ thì $s = 8,6 \sin\left(8.3 + \frac{\pi}{2}\right) \approx 3,65(\text{cm}).$

Vậy vật cách vị trí cân bằng một khoảng xấp xỉ $3,65 \text{ cm}.$

b) Khi $s = 4,3$ thì $8,6 \sin\left(8t + \frac{\pi}{2}\right) = 4,3 \Rightarrow \sin\left(8t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8t + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 8t + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{4} \\ t = \frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $t \in (0; 2)$ nên có 5 giá trị t thoả mãn là: $t_1 \approx 0,65 \text{ s}; t_2 \approx 1,44 \text{ s}; t_3 \approx 0,13 \text{ s}; t_4 \approx 0,92 \text{ s}; t_5 \approx 1,7 \text{ s}.$

Câu 22. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin x = 0$

Trả lời:
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Lời giải

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\sin x$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin(-x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = -x + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = \pi + x + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 23. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$;

Trả lời: $x = \frac{17\pi}{24} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 &\Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = -\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \\ \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) &= \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3} - x\right) \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{3\pi}{4} = \frac{2\pi}{3} - x + k2\pi \\ x - \frac{3\pi}{4} = -\frac{2\pi}{3} + x + k2\pi \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{3\pi}{4} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 0x = \frac{\pi}{12} + k2\pi (VL) \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{17\pi}{24} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Câu 24. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos 2x = 0$;

Trả lời: $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = -\frac{7\pi}{6} - k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos 2x = 0 &\Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) = \cos 2x \\ \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2} - 2x + k2\pi \\ x - \frac{2\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{2} + 2x + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ -x - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = -\frac{7\pi}{6} - k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Câu 25. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

Trả lời: $x = -\frac{7\pi}{48} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(-2x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(-2x - \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{6} + 2x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{6} + 2x + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = -\frac{5\pi}{6} - 2x + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0x = \frac{13\pi}{12} + k2\pi \text{ (VL)} \\ 4x = -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{7\pi}{48} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 26. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 0$;

Trả lời: $x = \frac{-\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

$$\tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 0$$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{6} \neq \frac{\pi}{2} + m\pi \\ \frac{\pi}{3} - x \neq \frac{\pi}{2} + m\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{m\pi}{2} \\ x \neq -\frac{\pi}{6} - m\pi \end{cases}, m \in \mathbb{Z}.$$

$$PT \Leftrightarrow \tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \Leftrightarrow \tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{3} + x\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Kết hợp với điều kiện ta suy ra phương trình có một họ nghiệm $x = \frac{-\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 27. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \cot\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = 0$;

Trả lời: $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x - \frac{\pi}{6} \neq \frac{\pi}{2} + m\pi \\ \frac{\pi}{3} + x \neq m\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{2\pi}{3} + m\pi \\ x \neq -\frac{\pi}{3} + m\pi \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{2\pi}{3} + m\pi, m \in \mathbb{Z}.$$

$$PT \Leftrightarrow \tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \cot\left(\frac{\pi}{3} + x\right) \Leftrightarrow \tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{6} - x\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Kết hợp với điều kiện ta được $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 28. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0$.

Trả lời: $x = -\frac{\pi}{6} - \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

$$\begin{aligned}\cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0 &\Leftrightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = -\cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \\ \Leftrightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \cot\left(-2x - \frac{\pi}{4}\right) &\Leftrightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} + 2x + \frac{\pi}{4}\right) \\ \Leftrightarrow \frac{\pi}{4} - x = \frac{\pi}{2} + 2x + \frac{\pi}{4} + k\pi &\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} - \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.\end{aligned}$$

Câu 29. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $4\sin^2 x - 1 = 0$;

Trả lời:
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Lời giải

$$4\sin^2 x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1 - \cos 2x}{2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 30. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos^2 2x = \sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

Trả lời:
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{5\pi}{6} - k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Lời giải

$$\begin{aligned}\cos^2 2x = \sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \\ \Leftrightarrow \frac{1 + \cos 4x}{2} = \frac{1 - \cos\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)}{2}\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 1 + \cos 4x = 1 - \cos\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right) = -\cos 4x$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos(\pi - 4x).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{5\pi}{6} - k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 31. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $|\cos 2x| = 1$;

Trả lời: $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

$$|\cos 2x| = 1 \Leftrightarrow \cos^2 2x = 1 \Leftrightarrow \frac{1 + \cos 4x}{2} = 1 \Leftrightarrow \cos 4x = 1 \Leftrightarrow 4x = k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z},$$

Câu 32. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\left|\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Trả lời: $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

$$\left|\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right| = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow |\sin x| = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin^2 x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{1 - \cos 2x}{2} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 33. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $2\sin 2x \cdot \cos 2x = 0$;

Trả lời: $x = \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

$$2\sin 2x \cdot \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 4x = 0 \Leftrightarrow 4x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 34. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos^2 x = \sin^2 x$;

Trả lời: $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

$$\cos^2 x = \sin^2 x \Leftrightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 35. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $3\sin x = 4\sin^3 x$;

Trả lời: $x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

$$3\sin x = 4\sin^3 x \Leftrightarrow 3\sin x - 4\sin^3 x = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 36. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos x = 1 + 4\cos^3 x$;

Trả lời: $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \cos x = 1 + 4\cos^3 x &\Leftrightarrow 4\cos^3 x - 3\cos x = -1 \Leftrightarrow \cos 3x = -1 \Leftrightarrow 3x = \pi + k2\pi \\ &\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Câu 37. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$;

Trả lời: $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 38. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin^4 x - \cos^4 x + 1 = 0$;

Trả lời: $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \sin^4 x - \cos^4 x + 1 = 0 &\Leftrightarrow (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = -1 \\ &\Leftrightarrow \sin^2 x - \cos^2 x = -1 \Leftrightarrow \cos 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = k2\pi \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Câu 39. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin^4 x + \cos^4 x - \frac{1}{2} = 0$.

Trả lời: $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \sin^4 x + \cos^4 x - \frac{1}{2} = 0 &\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin^2 2x = 1 \\ &\Leftrightarrow \cos^2 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Câu 40. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x = \frac{1}{2}$;

Trả lời:
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Lời giải

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{6} \cdot \cos x - \sin \frac{\pi}{6} \cdot \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 41. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x = \sqrt{3} \cos x - \sin x$.

Trả lời:
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Lời giải

Ta đưa phương trình đã cho về dạng phương trình cơ bản sau:

$$\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x = \sqrt{3} \cos x - \sin x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x \Leftrightarrow \cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = x + \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = -(x + \frac{\pi}{6}) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 42. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos^2 x + \cos x = 0$;

Trả lời:
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Lời giải

$$\cos^2 x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x(\cos x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 43. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$;

Trả lời:
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}. \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

Lời giải

$$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x - 2\sin x - (\sin x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin x(\sin x - 1) - (\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow (\sin x - 1)(2\sin x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}. \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

Câu 44. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan^2 x + (\sqrt{3} - 1)\tan x - \sqrt{3} = 0$

Trả lời: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

$$\tan^2 x + (\sqrt{3} - 1)\tan x - \sqrt{3} = 0 \quad (1).$$

Đặt $\tan x = t, \left(x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$

Phương trình (1) trở thành: $t^2 + (\sqrt{3} - 1)t - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow t = 1 \vee t = -\sqrt{3}$

Với $t = 1 \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Với $t = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \tan x = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

So với điều kiện phương trình nhận cả hai nghiệm.

Vậy nghiệm của phương trình: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 45. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\frac{1}{\sin^2 x} = \cot x + 3.$

Trả lời: $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

$$\frac{1}{\sin^2 x} = \cot x + 3 \quad (1)$$

(1). Điều kiện $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$

$$(1) \Leftrightarrow 1 + \cot^2 x = \cot x + 3 \Leftrightarrow \cot^2 x - \cot x - 2 = 0 \quad (1')$$

Đặt $t = \cot x$. Phương trình (1') trở thành: $t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \vee t = 2$

$$\text{Với } t = -1 \Leftrightarrow \cot x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Với } t = 2 \Leftrightarrow \cot x = 2 \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ (với } \tan \alpha = 2)$$

Vậy nghiệm của phương trình: $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 46. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\left(\cot \frac{x}{3} - 1\right)\left(\cot \frac{x}{2} + 1\right) = 0$

$$\text{Trả lời: } x = \frac{3\pi}{4} + k3\pi, x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

Lời giải

$$\left(\cot \frac{x}{3} - 1\right)\left(\cot \frac{x}{2} + 1\right) = 0 \quad (1)$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \sin \frac{x}{3} \neq 0 \\ \sin \frac{x}{2} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} \neq k\pi \\ \frac{x}{2} \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k3\pi \\ x \neq k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \cot \frac{x}{3} - 1 = 0 \\ \cot \frac{x}{2} + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cot \frac{x}{3} = 1 \\ \cot \frac{x}{2} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ \frac{x}{2} = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k3\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

So với điều kiện các nghiệm này thỏa mãn.

Vậy phương trình có nghiệm: $x = \frac{3\pi}{4} + k3\pi, x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 47. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan(x - 30^\circ)\cos(2x - 150^\circ) = 0$;

$$\text{Trả lời: } x = 30^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$$

Lời giải

$$\tan(x - 30^\circ)\cos(2x - 150^\circ) = 0 \quad (1)$$

Điều kiện: $\cos(x - 30^\circ) \neq 0 \Leftrightarrow x - 30^\circ \neq 90^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x \neq 120^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \tan(x - 30^\circ) = 0 \\ \cos(2x - 150^\circ) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 30^\circ = k180^\circ \\ 2x - 150^\circ = 90^\circ + k360^\circ \\ 2x - 150^\circ = -90^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + k180^\circ \\ x = 120^\circ + k180^\circ \\ x = 30^\circ + k180^\circ \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

So với điều kiện nghiệm $x = 120^\circ + k180^\circ$ (loại).

Vậy phương trình có nghiệm: $x = 30^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 48. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $(3 \tan x + \sqrt{3})(2 \sin x - 1) = 0$;

Trả lời: $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

$$(3 \tan x + \sqrt{3})(2 \sin x - 1) = 0 \quad (1)$$

Điều kiện $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \tan x + \sqrt{3} = 0 \\ 2 \sin x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

So với điều kiện các nghiệm này thỏa mãn.

Vì tập các giá trị $\left\{ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ là tập con của tập các giá trị $\left\{ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Vậy phương trình có các nghiệm: $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 49. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos 2x \cot \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$.

Trả lời: $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

$$\cos 2x \cdot \cot \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 0 \quad (1)$$

Điều kiện $\sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \neq 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cot \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases}$$

So với điều kiện nghiệm $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn.

Câu 50. Trong môn cầu lông, khi phát cầu, người chơi cần đánh cầu qua khỏi lưới sang phía sân đối phương và không được để cho cầu rơi ngoài biên.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , chọn điểm có tọa độ $(0; y_0)$ là điểm xuất phát thì phương trình quỹ đạo của cầu lông khi rời khỏi mặt vợt là: $y = \frac{-g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} + \tan(\alpha) \cdot x + y_0$; trong đó:

$$y = \frac{-g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} + \tan(\alpha) \cdot x + y_0; \text{ trong đó:}$$

- g là gia tốc trọng trường (thường được chọn là $9,8m/s^2$);

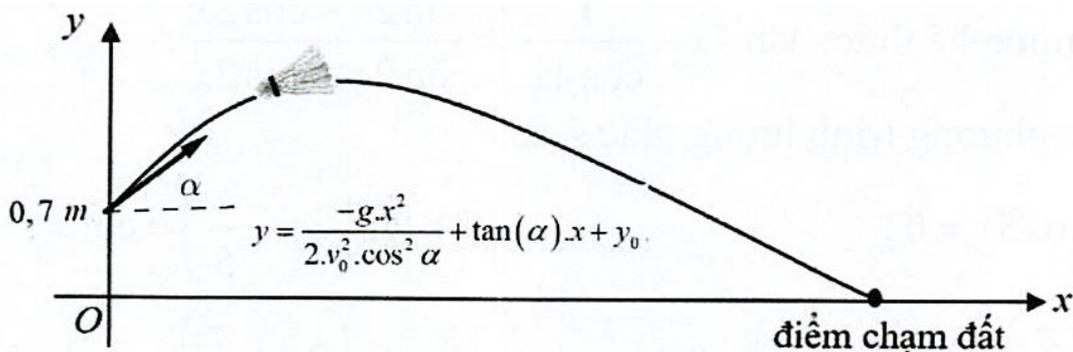
- α là góc phát cầu (so với phương ngang của mặt đất);

- v_0 là vận tốc ban đầu của cầu;

- y_0 là khoảng cách từ vị trí phát cầu đến mặt đất.

Đây là một hàm số bậc hai nên quỹ đạo chuyển động của cầu lông là một parabol.

Một người chơi cầu lông đang đứng khoảng cách từ vị trí người này đến vị trí cầu rơi chạm đất (tầm bay xa) là $6,68m$. Quan sát hình bên dưới, hỏi người chơi đã phát cầu góc khoảng bao nhiêu độ so với mặt đất? (biết cầu rời mặt vợt ở độ cao $0,7m$ so với mặt đất và vận tốc xuất phát của cầu là $8m/s$, bỏ qua sức cản của gió và xem quỹ đạo của cầu luôn nằm trong mặt phẳng phẳng đứng).



Trả lời: gần 54° hoặc gần 30°

Lời giải

Với $g = 9,8m/s^2$, vận tốc ban đầu $v_0 = 8m/s$, phương trình quỹ đạo của cầu:

$$y = \frac{-g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} + \tan(\alpha) \cdot x + y_0$$

Khoảng cách từ vị trí người này đến vị trí cầu rơi chạm đất (tầm bay xa) là $6,68m$; nghĩa là $x = 6,68m$.

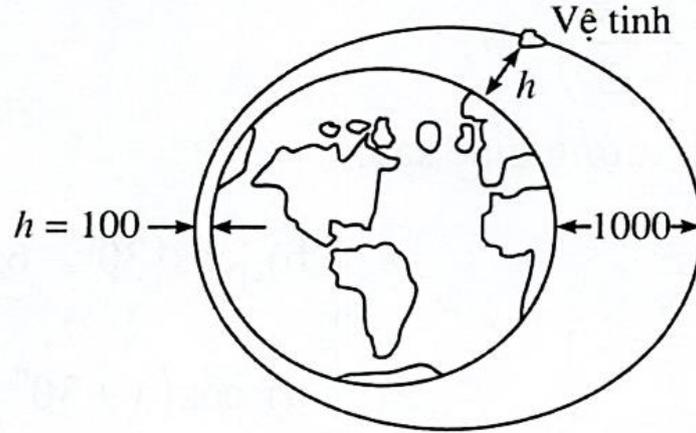
$$\text{Ta có: } \frac{-9,8 \cdot (6,68)^2}{128 \cdot \cos^2 \alpha} + \tan(\alpha) \cdot (6,68) + 0,7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-9,8 \cdot (6,68)^2}{128} (1 + \tan^2 \alpha) + \tan(\alpha) \cdot (6,68) + 0,7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan \alpha \approx 1,378 \\ \tan \alpha \approx 0,576 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha \approx 54,04^\circ \\ \alpha \approx 29,97^\circ \end{cases}$$

Vậy người chơi đã phát cầu một góc gần 54° hoặc gần 30° so với mặt đất.

Câu 51. Một vệ tinh bay quanh Trái Đất theo một quỹ đạo hình Elip (như hình vẽ):



Độ cao h (tính bằng kilômet) của vệ tinh so với bề mặt Trái Đất được xác định bởi công thức $h = 550 + 450 \cdot \cos \frac{\pi}{50} t$. Trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo.

Người ta cần thực hiện một thí nghiệm khoa học khi vệ tinh cách mặt đất 250 km . Trong khoảng 60 phút đầu tiên kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo, hãy tìm thời điểm để có thể thực hiện thí nghiệm đó ?

Trả lời: $t \approx 36,61$ (phút)

Lời giải

Ta có phương trình: $550 + 450 \cdot \cos \frac{\pi}{50} t = 250 \Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{50} t = -\frac{2}{3}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{50} t \approx 2,3 + k2\pi \\ \frac{\pi}{50} t \approx -2,3 + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \approx 36,61 + k100 \\ t \approx -36,61 + k100 \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy trong khoảng 60 phút đầu tiên kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo, tại thời điểm $t \approx 36,61$ (phút) thì ta có thể thực hiện thí nghiệm đó.

Câu 52. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin 4x + \cos(180^\circ - 3x) = 0$.

Trả lời:
$$\begin{cases} x = \frac{90^\circ}{7} + k \frac{360^\circ}{7} \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = 90^\circ + k360^\circ \end{cases}$$

Lời giải

$$\sin 4x + \cos(180^\circ - 3x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin 4x - \cos 3x = 0 \Leftrightarrow \sin 4x = \sin(90^\circ - 3x) \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 90^\circ - 3x + k360^\circ \\ 4x = 180^\circ - 90^\circ + 3x + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{90^\circ}{7} + k \frac{360^\circ}{7} \\ x = 90^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 53. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $2 \cos 2x - 8 \cos x + 7 = \frac{1}{\cos x}$.

Trả lời:
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Lời giải

$$2 \cos 2x - 8 \cos x + 7 = \frac{1}{\cos x}$$

Điều kiện: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$$\Leftrightarrow 2(2 \cos^2 x - 1) \cos x - 8 \cos^2 x + 7 \cos x = 1 \Leftrightarrow 4 \cos^3 x - 8 \cos^2 x + 5 \cos x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 54. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan x + \cot x = -\frac{2}{\sin x}$

Trả lời: $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

$$\tan x + \cot x = -\frac{2}{\sin x} \left(x \neq k \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = -\frac{2}{\sin x} \Leftrightarrow \frac{1}{\cos x \sin x} = -\frac{2}{\sin x} \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 55. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cot x + \sin x \left(1 + \tan x \cdot \tan \frac{x}{4} \right) = 4$.

Trả lời:
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải

$$\cot x + \sin x \left(1 + \tan x \cdot \tan \frac{x}{4} \right) = 4.$$

Điều kiện: $\sin x \neq 0, \cos x \neq 0, \cos \frac{x}{2} \neq 0$.

$$\frac{\cos x}{\sin x} + \sin x \cdot \frac{\cos x \cos \frac{x}{2} + \sin x \sin \frac{x}{2}}{\cos x \cos \frac{x}{2}} = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x} = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = 4 \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 56. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sqrt{3} \sin^2 x - \sin x \cos x = 0$.

Trả lời:
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải

$$\sqrt{3} \sin^2 x - \sin x \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin x (\sqrt{3} \sin x - \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x (\sqrt{3} \tan x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 57. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin 2x = \sqrt{2} \sin(x + \pi) + \cos(2x + \pi)$.

Trả lời:
$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải

$$\sin 2x = \sqrt{2} \sin(x + \pi) + \cos(2x + \pi) \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \sin(x + \pi)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = x + \pi + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{4} = -x + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 58. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $4\cos^2 \frac{x}{2} + \frac{1}{2}\sin x + 3\sin^2 \frac{x}{2} = 3$.

Trả lời: $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

$$4\cos^2 \frac{x}{2} + \frac{1}{2}\sin x + 3\sin^2 \frac{x}{2} = 3$$

Trường hợp 1: $\cos^2 \frac{x}{2} = 0$, không thỏa phương trình.

Trường hợp 2: $\cos^2 \frac{x}{2} \neq 0$, chia hai vế của phương trình cho $\cos^2 \frac{x}{2} \neq 0$, ta được:

$$4 + \tan \frac{x}{2} + 3\tan^2 \frac{x}{2} = 3\left(1 + \tan^2 \frac{x}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \tan \frac{x}{2} = -1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 59. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos x \cdot \cos 5x = \cos 2x \cdot \cos 4x$.

Trả lời:
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = k\frac{\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải

$$\cos x \cdot \cos 5x = \cos 2x \cdot \cos 4x \Leftrightarrow \cos 6x + \cos 4x = \cos 6x + \cos 2x \Leftrightarrow \cos 4x = \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 2x + k2\pi \\ 4x = -2x + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = k\frac{\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 60. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $2\cos x \cdot \cos 2x = 1 + \cos 2x + \cos 3x$.

Trả lời:
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải

$$2\cos x \cdot \cos 2x = 1 + \cos 2x + \cos 3x$$

$$\Leftrightarrow \cos x + \cos 3x = 1 + 2\cos^2 x - 1 + \cos 3x \Leftrightarrow 2\cos^2 x - \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 61. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan(2x + 30^\circ) + \tan 20^\circ = 0$.

Trả lời: $x = -25^\circ + k90^\circ (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Điều kiện: $2x + 30^\circ \neq 90^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x \neq 30^\circ + k90^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

$$\Leftrightarrow \tan(2x + 30^\circ) = \tan(-20^\circ) \Leftrightarrow 2x + 30^\circ = -20^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = -25^\circ + k90^\circ (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 62. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos^3 2x - \sin^3 2x = \sin 2x - \cos 2x$.

Trả lời: $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

$$\cos^3 2x - \sin^3 2x = \sin 2x - \cos 2x.$$

Trường hợp 1: $\cos \frac{x}{2} = 0$, không thỏa phương trình.

Trường hợp 2: $\cos \frac{x}{2} \neq 0$, chia hai vế của phương trình cho $\cos^3 \frac{x}{2} \neq 0$, ta được

$$1 - \tan^3 x = \tan x (1 + \tan^2 x) - (1 + \tan^2 x) \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 63. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $5 \tan x - 2 \cot x - 3 = 0$.

Trả lời:
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{-2}{5}\right) + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải

Điều kiện: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$$5 \tan^2 x - 2 - 3 \tan x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = \frac{-2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{-2}{5}\right) + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 64. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cot 3x = \tan \frac{2\pi}{5}$.

Trả lời: $x = \frac{\pi}{30} + k \frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

$$\cot 3x = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{5}\right) \Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{10} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{30} + k \frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 65. Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\frac{1}{\tan x + \cot 2x} = \frac{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}{\cot x - 1}$.

Trả lời:
$$\begin{cases} x = k\pi(L) \\ x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Lời giải

Điều kiện:
$$\begin{cases} x \neq k\frac{\pi}{2} \\ x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = \sqrt{2} \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi(L) \\ x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 66. Tìm m để các phương trình lượng giác sau có nghiệm: $2\sin 3x = m - 1$.

Trả lời: $-1 \leq m \leq 3$

Lời giải

$$2\sin 3x = m - 1 \Leftrightarrow \sin 3x = \frac{m-1}{2}.$$

Điều kiện có nghiệm: $-1 \leq \frac{m-1}{2} \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 3$.

Câu 67. Tìm m để các phương trình lượng giác sau có nghiệm: $3\sin^2 x + \sin 2x - m\cos^2 x = 0$.

Trả lời: $\frac{-3}{2} \leq m \leq \frac{-1}{4}$.

Lời giải

$$3\sin^2 x + \sin 2x - m\cos^2 x = 0 \Leftrightarrow (m-1)\cos x = 3m+2.$$

Trường hợp 1: $m = 1, \cos x = 2$ (loại).

Trường hợp 2: $m \neq 1, \cos x = \frac{3m+2}{m-1}$.

$$\left| \frac{3m+2}{m-1} \right| \leq 1 \Leftrightarrow (3m-2)^2 - (m-1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-3}{2} \leq m \leq \frac{-1}{4}.$$

Câu 68. Tìm m để các phương trình lượng giác sau có nghiệm: $m \tan x + 2 = m$.

Trả lời: $m \neq 0$

Lời giải

$$m \tan x + 2 = m \Leftrightarrow \tan x = \frac{m-2}{m}$$

Điều kiện có nghiệm: $m \neq 0$.