

CÂU HỎI

Câu 1. Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lần lượt lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, DF cắt AC tại K . Hỏi ba điểm I, J, K có thẳng hàng không?

Trả lời:

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I, EG cắt AD tại H . Hỏi ba đường thẳng CD, IG, HF có đồng quy không?

Trả lời:

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$ và M là một điểm bên trong $\triangle ABC, N$ là điểm bên trong của $\triangle ACD$. Gọi $E = AM \cap BC$; $F = AN \cap CD$ và $G = DN \cap AC$.

a) Tìm giao tuyến của (AMN) và (BCD) ;

b) Tìm giao tuyến của (DMN) và (ABC) .

Trả lời:

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD, BC lần lượt tại P và Q . Biết MP cắt NQ tại I . Hỏi ba điểm I, B, D có thẳng hàng hay không?

Trả lời:

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q . Hỏi các đường thẳng MP, NQ, SO có đồng quy hay không?

Trả lời:

Câu 6. Cho điểm S nằm ngoài mặt phẳng chứa tứ giác $ABCD$ gọi $O = AC \cap BD$ (không có cặp cạnh đối song song). Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Trả lời:

Câu 7. Cho điểm S nằm ngoài mặt phẳng chứa hình thang $ABCD$, biết $AB // CD$, đáy lớn AB , gọi $E = AD \cap BC$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) .

Trả lời:

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm AB, J là điểm thuộc cạnh AD sao cho $JD = \frac{1}{3}JA$, gọi $E = IJ \cap BD$. Tìm giao điểm của đường thẳng IJ và $mp(BCD)$.

Trả lời:

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD, J là điểm trên SC và không trùng trung điểm SC , gọi $F = IJ \cap CD$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AIJ) .

Trả lời:

Câu 10. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng và không thuộc $mp(Q)$, các đường thẳng BC, CA, AB cắt (Q) lần lượt tại F, E, D . Hỏi ba điểm D, E, F có thẳng hàng không?

Trả lời:

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang đáy lớn AB . Lấy điểm M trên đoạn SA , lấy điểm N trên đoạn SB và điểm P trên đoạn SC sao cho MN cắt AB tại E . NP cắt BC tại F và MP cắt AC tại G . Gọi O là giao điểm của AC và BD .
Hỏi 3 điểm E, F, G có thẳng hàng không?

Trả lời:

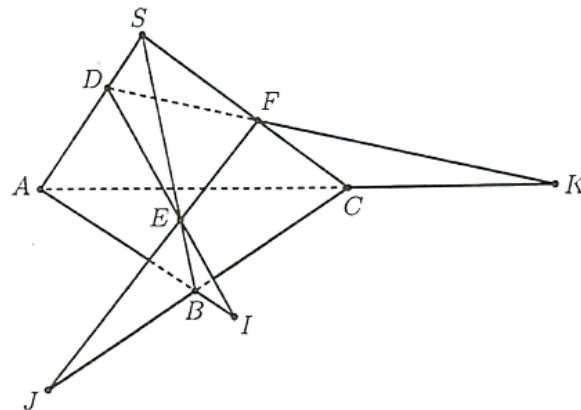
LỜI GIẢI

Câu 1. Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lần lượt lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, DF cắt AC tại K . Hỏi ba điểm I, J, K có thẳng hàng không?

Trả lời: có

Lời giải

Ta chứng minh ba điểm I, J, K đều là điểm chung của hai mặt phẳng (DEF) và (ABC) .



Ta có: $\begin{cases} I \in DE, DE \subset (DEF) \\ I \in AB, AB \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow I \in (DEF) \cap (ABC). (1)$

Tương tự, ta có: $\begin{cases} J \in EF, EF \subset (DEF) \\ J \in BC, BC \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow J \in (DEF) \cap (ABC). (2)$

$\begin{cases} K \in DF, DF \subset (DEF) \\ K \in AC, AC \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow K \in (DEF) \cap (ABC). (3)$

Từ (1), (2), (3) suy ra I, J, K cùng thuộc hai mặt phẳng $(DEF), (ABC)$.

Vì vậy ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I, EG cắt AD tại H . Hỏi ba đường thẳng CD, IG, HF có đồng quy không?

Trả lời: có

Lời giải

Trong mặt phẳng (BCD) , gọi $O = CD \cap IG$.

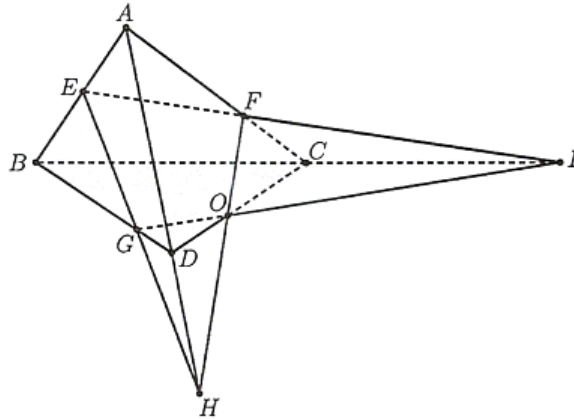
Ta có: $\begin{cases} O \in IG, IG \subset (EFH) \\ O \in CD, CD \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow O \in (EFH) \cap (ACD). (1)$

Mặt khác: $H \in AD, AD \subset (ACD) \Rightarrow H \in (ACD) \Rightarrow H \in (ACD) \cap (EFH)$.

Tương tự: $F \in AC, AC \subset (ACD) \Rightarrow F \in (ACD) \Rightarrow F \in (ACD) \cap (EFH)$.

Vì vậy $HF = (ACD) \cap (EFH)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra O thuộc HF hay CD, IG, HF đồng quy tại O .



Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$ và M là một điểm bên trong $\triangle ABC$, N là điểm bên trong của $\triangle ACD$. Gọi $E = AM \cap BC$; $F = AN \cap CD$ và $G = DN \cap AC$.

a) Tìm giao tuyến của (AMN) và (BCD) ;

b) Tìm giao tuyến của (DMN) và (ABC) .

Trả lời: a) EF b) MG

Lời giải

a) Tìm giao tuyến của (AMN) và (BCD) :

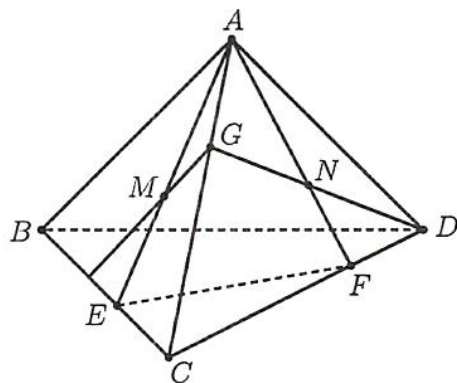
Trong mặt phẳng (ABC) , gọi $E = AM \cap BC$;

Trong mặt phẳng (ACD) , gọi $F = AN \cap CD$.

Ta có: $\begin{cases} E \in AM, AM \subset (AMN) \\ E \in BC, BC \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow E \in (AMN) \cap (BCD). (1)$

Tương tự: $\begin{cases} F \in AN, AN \subset (AMN) \\ F \in CD, CD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow F \in (AMN) \cap (BCD). (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $EF = (AMN) \cap (BCD)$.



b) Tìm giao tuyến của (DMN) và (ABC) :

Ta có: $M \in AE, AE \subset (ABC) \Rightarrow M \in (ABC) \Rightarrow M \in (ABC) \cap (DMN) .(3)$

Trong mặt phẳng (ACD) , gọi $G = DN \cap AC$.

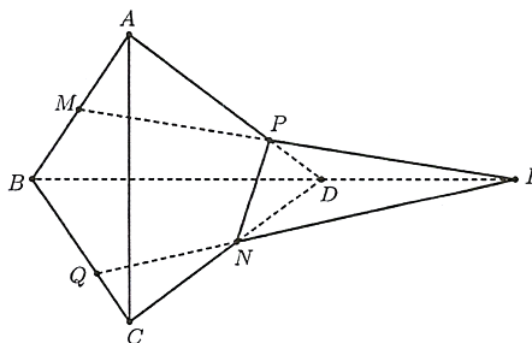
Ta có: $\begin{cases} G \in AC, AC \subset (ABC) \\ G \in DN, DN \subset (DMN) \end{cases} \Rightarrow G \in (ABC) \cap (DMN) .(4)$

Từ (3) và (4) suy ra $MG = (DMN) \cap (ABC)$.

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD, BC lần lượt tại P và Q . Biết MP cắt NQ tại I . Hỏi ba điểm I, B, D có thẳng hàng hay không?

Trả lời: có

Lời giải



Ta có: $(ABD) \cap (BCD) = BD$.

Mặt khác: $\begin{cases} I \in MP, MP \subset (ABD) \\ I \in NQ, NQ \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (ABD) \cap (BCD)$.

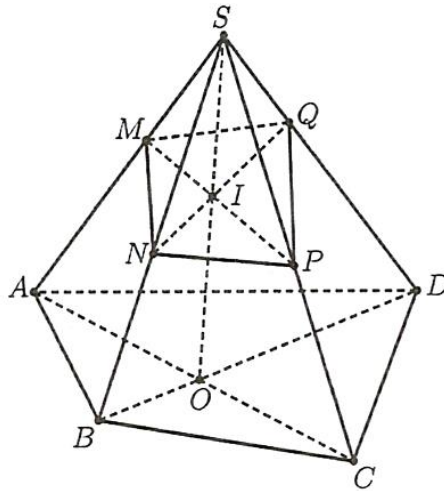
Do đó I thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (BCD) hay $I \in BD$.

Vậy ba điểm I, B, D thẳng hàng.

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q . Hỏi các đường thẳng MP, NQ, SO có đồng quy hay không?

Trả lời: có

Lời giải



Trong mặt phẳng $(MNPQ)$ gọi $I = MP \cap NQ$.

Ta sẽ chứng minh $I \in SO$.

Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) ; đồng thời ta có:

$$\begin{cases} O \in AC, AC \subset (SAC) \\ O \in BD, BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD).$$

Vì vậy $SO = (SAC) \cap (SBD)$. (1)

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} I \in MP, MP \subset (SAC) \\ I \in NQ, NQ \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAC) \cap (SBD). (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $I \in SO$ hay các đường thẳng MP, NQ, SO đồng quy tại điểm I .

Câu 6. Cho điểm S nằm ngoài mặt phẳng chứa tứ giác $ABCD$ gọi $O = AC \cap BD$ (không có cặp cạnh đối song song). Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Trả lời: SO

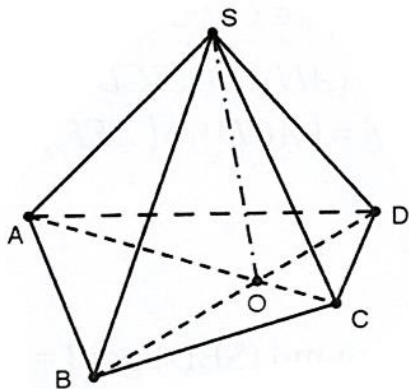
Lời giải

Trong $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$$

Mà $S \in (SAC) \cap (SBD)$

$$\Rightarrow SO = (SAC) \cap (SBD)$$



Câu 7. Cho điểm S nằm ngoài mặt phẳng chứa hình thang $ABCD$, biết $AB // CD$, đáy lớn AB , gọi $E = AD \cap BC$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) .

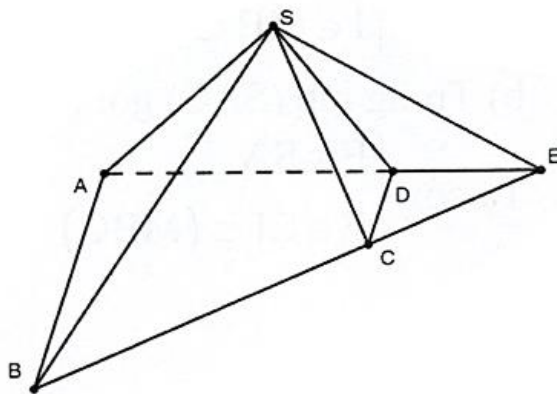
Trả lời: SE

Lời giải

Trong $(ABCD)$, gọi $E = AD \cap BC$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} E \in AD \subset (SAD) \\ E \in BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow E \in (SAD) \cap (SBC).$$

$$\begin{aligned} \text{Mà } S &\in (SAD) \cap (SBC) \\ \Rightarrow SE &= (SAD) \cap (SBC). \end{aligned}$$



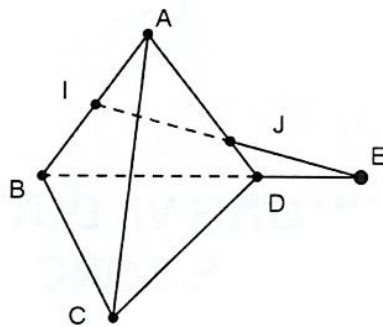
Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm AB , J là điểm thuộc cạnh AD sao cho $JD = \frac{1}{3}JA$, gọi $E = IJ \cap BD$. Tìm giao điểm của đường thẳng IJ và $mp(BCD)$.

Trả lời: E

Lời giải

Trong mặt phẳng (ABD) , gọi $E = IJ \cap BD$

Ta có: $\begin{cases} E \in IJ \\ E \in BD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow E = IJ \cap (BCD)$



Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD , J là điểm trên SC và không trùng trung điểm SC , gọi $F = IJ \cap CD$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AIJ) .

Trả lời: AF

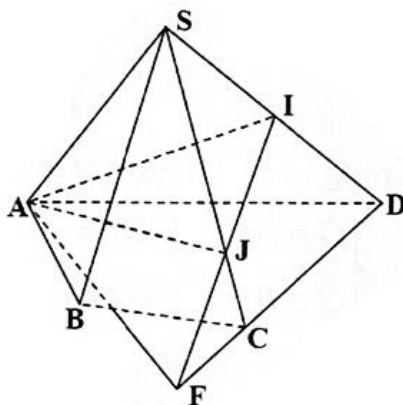
Lời giải

Trong $(ABCD)$ gọi $F = IJ \cap CD$.

Ta có: $\begin{cases} F \in IJ \subset (AIJ) \\ F \in CD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow F \in (AIJ) \cap (ABCD)$

Mà $A \in (AIJ) \cap (ABCD)$

$\Rightarrow AF = (ACD) \cap (AEF)$

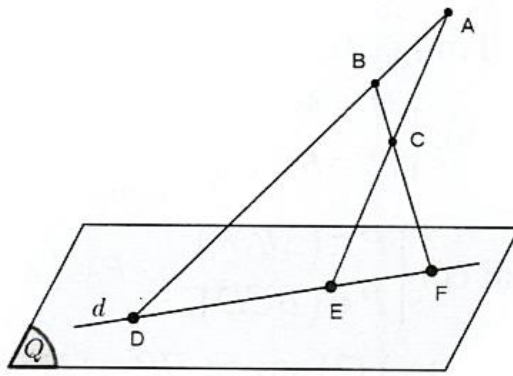


Câu 10. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng và không thuộc $mp(Q)$, các đường thẳng BC, CA, AB cắt (Q) lần lượt tại F, E, D . Hỏi ba điểm D, E, F có thẳng hàng không?

Trả lời: có

Lời giải

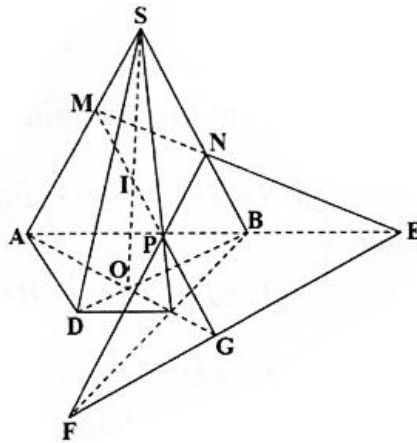
Ta có F, E, D lần lượt thuộc hai mặt phẳng (Q) và (ABC) nên F, E, D thuộc giao tuyến d của (Q) và (ABC) . Vậy D, E, F thẳng hàng.



Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang đáy lớn AB . Lấy điểm M trên đoạn SA , lấy điểm N trên đoạn SB và điểm P trên đoạn SC sao cho MN cắt AB tại E . NP cắt BC tại F và MP cắt AC tại G . Gọi O là giao điểm của AC và BD .
Hỏi 3 điểm E, F, G có thẳng hàng không?

Trả lời: có

Lời giải



$$\text{b) Ta có : } \begin{cases} G \in MP \subset (MNP) \Rightarrow G \in (MNP) \\ G \in AC \subset (ABCD) \Rightarrow G \in (ABCD) \end{cases} \Rightarrow G \in (MNP) \cap (ABCD) (1)$$

$$\begin{cases} E \in MN \subset (MNP) \Rightarrow E \in (MNP) \\ E \in AB \subset (ABCD) \Rightarrow E \in (ABCD) \end{cases} \\ \Rightarrow E \in (MNP) \cap (ABCD) (2)$$

$$\begin{cases} F \in NP \subset (MNP) \Rightarrow F \in (MNP) \\ F \in BC \subset (ABCD) \Rightarrow F \in (ABCD) \end{cases} \\ \Rightarrow F \in (MNP) \cap (ABCD) (3)$$

Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow G, E, F$ thẳng hàng.