CÂU HỎI

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD, G$ là trọng tâm của ΔABD và M là một điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Xác định vị trí tương đối của đường thẳng MG với (ACD).

Trả lời: ………………………

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD, M$ và N là hai điểm thuộc cạnh AB và CD, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SA. Tìm điều kiện của MN để đường khép kín tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của hình chóp là một hình thang.

Trả lời: ………………………

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của SA. Xác định vị trí tương đối của đường thẳng MN với mặt phẳng (SBC).

Trả lời: ………………………

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD, M là trung điểm của $DO, (\alpha)$ là mặt phẳng đi qua M và song song với AC, SB. Các đường khép kín tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

Trả lời: ………………………

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là một điểm bất kì trên cạnh $BC; (\alpha)$ là mặt phẳng qua M và song song với AB và CD, cắt các cạnh BD, AD, AC lần lượt tại N, P, Q. Hỏi $MNPQ$ là hình gì?

Trả lời: ………………………

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thuộc cạnh AB. Gọi (α) là mặt phẳng qua M, song song với hai đường thẳng BC và AD. Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các cạnh AC, CD và DB. Trong trường hợp nào thì $MNPQ$ là hình thoi?

Trả lời: ……………………

Câu 7. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và một điểm M di động trên cạnh AD. Một mặt phẳng (α) qua M, song song với CD và SA, cắt BC, SC, SD lần lượt tại N, P, Q. Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?

Trả lời: ……………………

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thuộc cạnh AB. Gọi (α) là mặt phẳng qua M, song song với hai đường thẳng BC và AD. Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các cạnh AC, CD và DB. Trong trường hợp nào thì $MNPQ$ là hình thoi?

Trả lời: ……………………

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I,K lần lượt là trung điểm của BC và CD. Gọi M là trung điểm của SB. Gọi F là giao điểm của DM và (SIK). Tính tỉ số $\frac{MF}{MD}$.

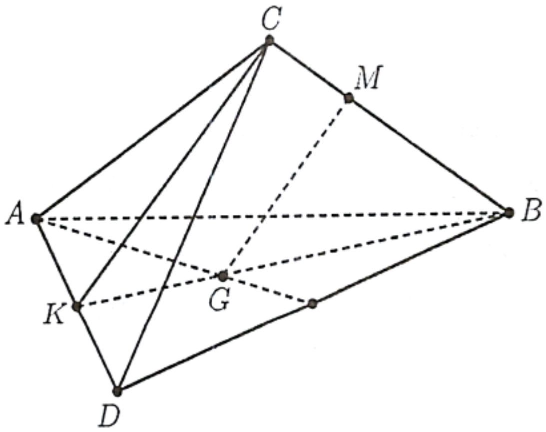
Trả lời: …………………….

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD, G$ là trọng tâm của ΔABD và M là một điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Xác định vị trí tương đối của đường thẳng MG với (ACD).

Trả lời: song song

Lời giải



Gọi K là trung điểm đoạn AD, suy ra $\frac{BG}{BK} = \frac{2}{3}$ (G là trọng tâm của tam giác ABD).

Mặt khác $\frac{BM}{BC} = \frac{2}{3}$.

Suy ra tam giác BCK có $\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BK}$ (góc B chung) nên $MG // CK$, mà $CK \subset (ACD) \Rightarrow MG // (ACD)$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD, M$ và N là hai điểm thuộc cạnh AB và CD, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SA. Tìm điều kiện của MN để đường khép kín tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của hình chóp là một hình thang.

Trả lời: $MN // BC$

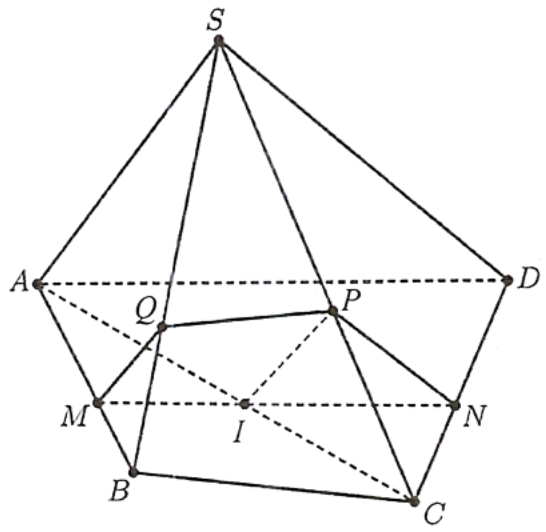
Lời giải

-Tìm giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của hình chóp:

Ta có: $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (SAB) \\ SA // (\alpha) \\ SA \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (\alpha) = MQ$ với $MQ // SA, Q \in SB$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $I = AC \cap MN$.

Ta có: $\begin{cases} I \in MN, MN \subset (\alpha) \\ I \in AC, AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow I \in (\alpha) \cap (SAC)$.



Khi đó: $\begin{cases} I \in (SAC) \cap (\alpha) \\ SA // (\alpha) \\ SA \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \cap (\alpha) = IP$ với $IP // SA, P \in SC$.

Từ đó, ta có: $(\alpha) \cap (SBC) = PQ, (\alpha) \cap (SCD) = NP$.

Đường khép kín tạo bởi các giao tuyến trên (thiết diện) là tứ giác $MNPQ$.

- Điều kiện của MN để tứ giác $MNPQ$ là hình thang:

Tứ giác $MNPQ$ là một hình thang khi và chỉ khi $MQ // NP$ hoặc $MN // PQ$.

Trường hợp 1: $MQ // NP$ thì $SA // NP$ (do $MQ // SA) \Rightarrow SA // (SCD)$, điều này vô lí.

Trường hợp 2: $MN // PQ$.

Ta có các mặt phẳng $(ABCD), (\alpha), (SBC)$ đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến là MN, PQ, BC nên $MN // PQ // BC$ hay $MN // BC$.

Vậy điều kiện để tứ giác $MNPQ$ là hình thang là $MN // BC$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của SA. Xác định vị trí tương đối của đường thẳng MN với mặt phẳng (SBC).

Trả lời: song song

Lời giải

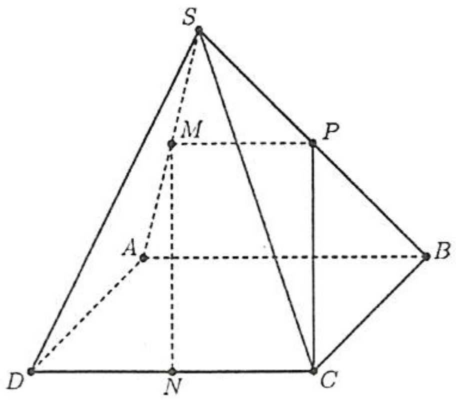
Gọi P là trung điểm của SB, khi đó MP là đường trung bình của tam giác SAB

$\Rightarrow \begin{cases} MP // AB \\ MP = \frac{1}{2} AB \end{cases} (1)$

Mặt khác, ta có: $\begin{cases} AB//CD, AB = CD \\ N \text{ là trung điểm của } CD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CN//AB \\ CN = \frac{1}{2}AB \end{cases} (2)$

Từ (1) và (2), ta có: $\begin{cases} MP//CN \\ MP = CN \end{cases} \Rightarrow$ Tứ giác $MNCP$ là hình bình hành.

Do đó $MN//CP, CP \subset (SBC) \Rightarrow MN//(SBC)$.



Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD, M là trung điểm của $DO, (\alpha)$ là mặt phẳng đi qua M và song song với AC, SB. Các đường khép kín tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

Trả lời: tam giác

Lời giải

Ta có : $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ (\alpha)//AC, AC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = Mx$

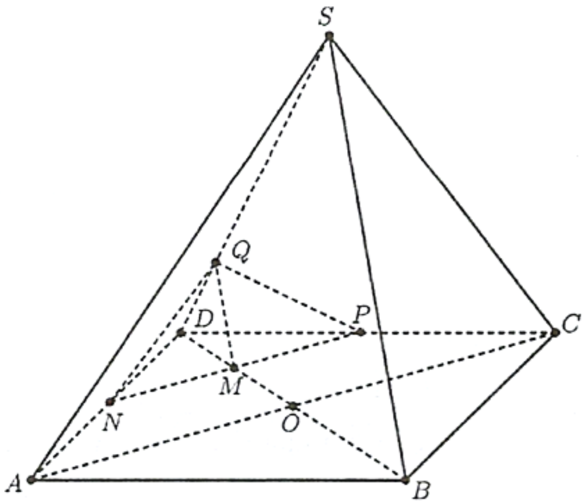
(với Mx qua M và song song với AC).

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, kẻ Mx cắt AD tại N và cắt CD tại P.

Tương tự, ta có: $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (SBD) \\ (\alpha)//SB, SB \subset (SBD) \end{cases}$

$\Rightarrow (\alpha) \cap (SBD) = MQ$ với $MQ//SB, Q \in SD$.

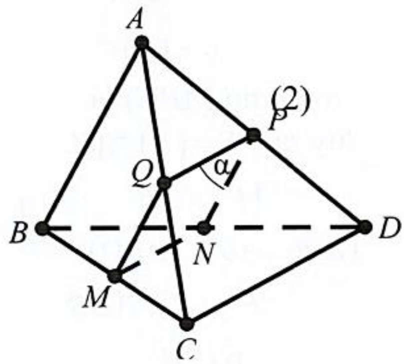
Từ đó, ta có: $(\alpha) \cap (SAD) = NQ, (\alpha) \cap (SCD) = PQ$.



Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là một điểm bất kì trên cạnh $BC;(\alpha)$ là mặt phẳng qua M và song song với AB và CD, cắt các cạnh BD, AD, AC lần lượt tại N, P, Q. Hỏi $MNPQ$ là hình gì?

Trả lời: hình bình hành.

Lời giải



Ta có: $\left.\begin{array}{l} AB//(\alpha) \\ (ABC)\supset AB \\ (ABC)\cap(\alpha)=MQ \end{array}\right\} \Rightarrow MQ//AB$ (1)

Tương tự, ta có: $NP//AB$ (2)

$\left.\begin{array}{l} CD//(\alpha) \\ (ACD)\supset CD \\ (ACD)\cap(\alpha)=PQ \end{array}\right\} \Rightarrow PQ//CD$ (3)

Tương tự, ta có: $MN//CD$ (4)

Từ (1) và (2) suy ra: $MQ//NP$ (5)

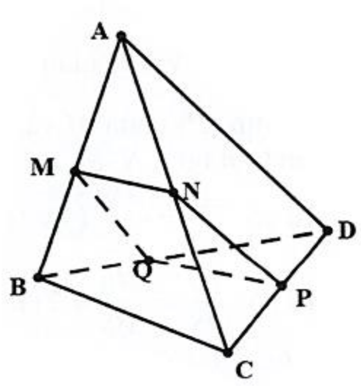
Từ (3) và (4) suy ra: $PQ//MN$ (6)

Từ (5) và (6) suy ra $MNPQ$ là hình bình hành.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thuộc cạnh AB. Gọi (α) là mặt phẳng qua M, song song với hai đường thẳng BC và AD. Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các cạnh AC, CD và DB. Trong trường hợp nào thì $MNPQ$ là hình thoi?

Trả lời: $MN = NP$

Lời giải



- $(\alpha)//BC, BC \subset (ABC)$ và (α) cắt (ABC) tại MN nên $MN//BC$.

$(\alpha)//BC, BC \subset (BCD)$ và (α) cắt (BCD) tại PQ nên $PQ//BC$.

Suy ra: $MN//PQ$.

$(\alpha)//AD, AD \subset (ABD)$ và (α) cắt (ABD) tại MQ nên $MQ//AD$.

$(\alpha)//AD, AD \subset (ACD)$ và (α) cắt (ACD) tại NP nên $NP//BC$.

Suy ra: $MQ//NP$.

Do đó, $MNPQ$ là hình bình hành.

- $MNPQ$ là hình thoi khi $MN = NP$.

Ta có: $\dfrac{MN}{BC} = \dfrac{AN}{AC}; \dfrac{NP}{AD} = \dfrac{CN}{AC}$ hay $\dfrac{MN}{AD} = \dfrac{CN}{AC}$.

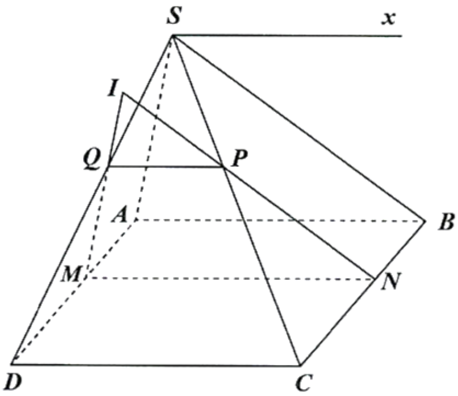
Mà $\dfrac{AN}{AC} + \dfrac{CN}{AC} = 1$ nên $\dfrac{MN}{BC} + \dfrac{MN}{AD} = 1$

Suy ra: $MN = \dfrac{AD \cdot BC}{AD + BC}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và một điểm M di động trên cạnh AD. Một mặt phẳng (α) qua M, song song với CD và SA, cắt BC, SC, SD lần lượt tại N, P, Q. Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?

Trả lời: là hình thang

Lời giải



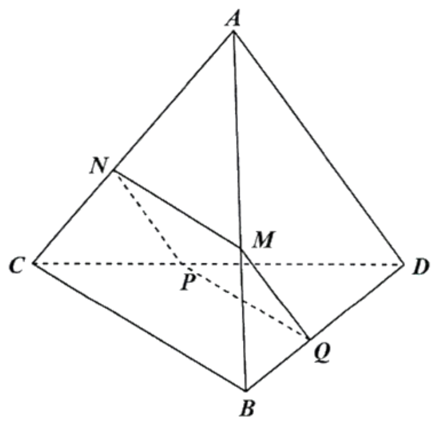
Ta có $PQ \parallel CD$ và $NM \parallel CD \Rightarrow PQ \parallel NM$.

Vậy tứ giác $MNPQ$ là hình thang.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thuộc cạnh AB. Gọi (α) là mặt phẳng qua M, song song với hai đường thẳng BC và AD. Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các cạnh AC, CD và DB. Trong trường hợp nào thì $MNPQ$ là hình thoi?

Trả lời: M là trung điểm AB và $AD = BC$

Lời giải



-Ta có $\begin{cases} MN \parallel BC \\ QP \parallel BC \end{cases} \Rightarrow MN \parallel QP$ (1)

Ta có $\begin{cases} NP \parallel AD \\ MQ \parallel AD \end{cases} \Rightarrow NP \parallel MQ$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

- Để hình bình hành $MNPQ$ là hình thoi thì ta cần $MQ = PQ$.

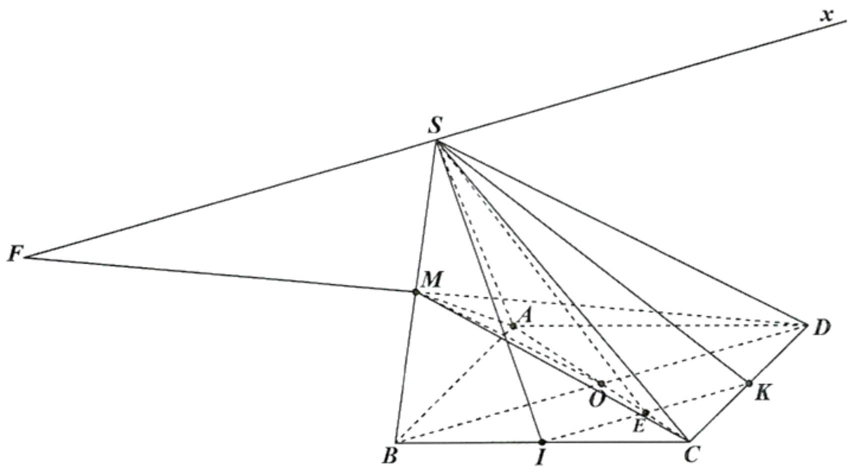
Để $MQ = PQ$ ta cần M là trung điểm AB và $AD = BC$.

Vậy để $MNPQ$ là hình thoi ta cần bổ sung thêm M là trung điểm AB và $AD = BC$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I,K lần lượt là trung điểm của BC và CD. Gọi M là trung điểm của SB. Gọi F là giao điểm của DM và (SIK). Tính tỉ số $\dfrac{MF}{MD}$.

Trả lời: 1

Lời giải



-Ta có $S \in (SIK) \cap (SAC)$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = IK \cap AC \Rightarrow \begin{cases} E \in IK \subset (SIK) \\ E \in AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow E \in (SIK) \cap (SAC)$.

Suy ra $SE = (SIK) \cap (SAC)$.

Ta có $\begin{cases} S \in (SIK) \cap (SBD) \\ BD \subset (SBD), IK \subset (SIK) \Rightarrow (SIK) \cap (SBD) = Sx, (\ Sx \parallel BD \parallel IK). \\ BD \parallel IK \end{cases}$

-Trong mp (SBD), gọi $F = Sx \cap DM \Rightarrow \begin{cases} S \in DM \\ S \in Sx \subset (SIK) \end{cases} \Rightarrow F = DM \cap (SIK)$.

Ta có $SF \parallel BD \Rightarrow \dfrac{MF}{MD} = \dfrac{MS}{MB} = 1$.