

CÂU HỎI

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng $(OMN), (SBC)$.

Trả lời:

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và $AD = 2BC$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của SA và AD . Xác định giao tuyến hai mặt phẳng (BMN) và (SCD)

Trả lời:

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SAC . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng $(G_1G_2G_3), (ABC)$.

Trả lời:

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Các đường chéo AC', BD', CA', DB' của hình hộp cùng đi qua điểm nào?

Trả lời:

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Các điểm M, N, P theo thứ tự là trung điểm các cạnh $A'B', BC, DD'$. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (CB'D')$.

Trả lời:

Câu 6. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành có O là giao điểm của hai đường chéo. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD .

Gọi E là trung điểm của AB và F là một điểm thuộc ON . Xác định vị trí tương đối của EF với (SBC) .

Trả lời:

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của hai tam giác $B'D'A$ và BDC' . Khi đó: $GG' = kAC$. Tìm k ?

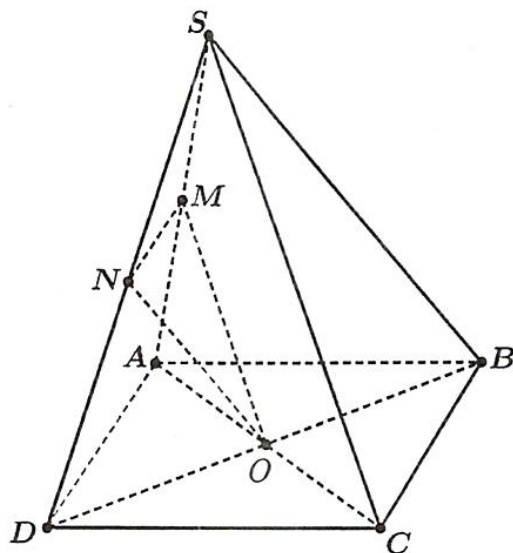
Trả lời:

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng $(OMN), (SBC)$.

Trả lời: không có giao tuyến

Lời giải



Ta có O, M lần lượt là trung điểm của AC, SA nên OM là đường trung bình của $\Delta SAC \Rightarrow OM \parallel SC \Rightarrow OM \parallel (SBC)$. (1)

ON là đường trung bình của $\Delta SBD \Rightarrow ON \parallel SB \Rightarrow ON \parallel (SBC)$. (2)

Mặt khác $OM \subset (OMN), ON \subset (OMN)$ và $OM \cap ON = O$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $(OMN) \parallel (SBC)$. Nên hai mặt phẳng này không có giao tuyến

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và $AD = 2BC$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của SA và AD . Xác định giao tuyến hai mặt phẳng (BMN) và (SCD)

Trả lời: không có giao tuyến

Lời giải

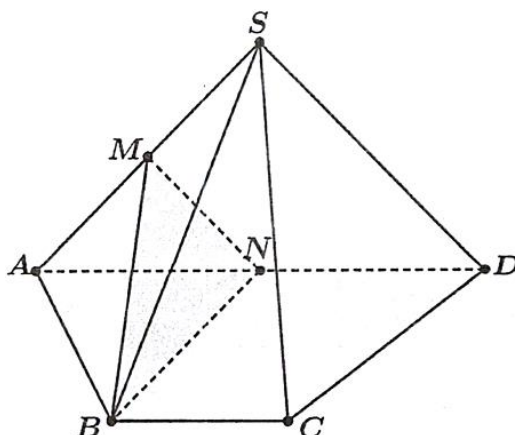
Ta có $DN \parallel BC$ và $DN = BC = \frac{1}{2}AD$ nên $BCDN$ là hình bình hành.

Suy ra $BN \parallel CD \Rightarrow BN \parallel (SCD)$. (1)

Vì MN là đường trung bình của tam giác SAD nên $MN \parallel SD \Rightarrow MN \parallel (SCD)$. (2)

Mặt khác $BN \subset (BMN), MN \subset (BMN), BN \cap MN = N$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $(BMN) \parallel (SCD)$.

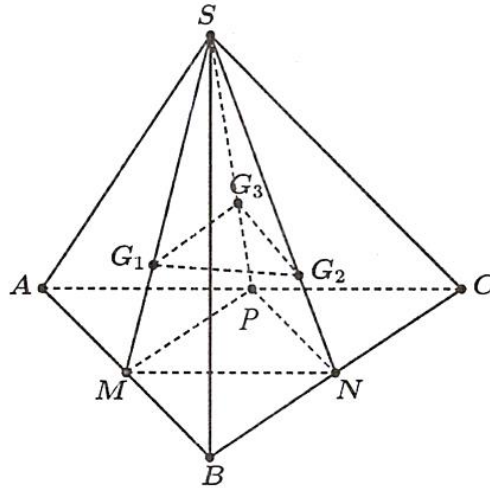


Nên hai mặt phẳng này không có giao tuyến

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SAC . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng $(G_1G_2G_3), (ABC)$.

Trả lời: không có giao tuyến

Lời giải



Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm các cạnh AB, BC, AC .

Tam giác SMN có $\frac{SG_1}{SM} = \frac{SG_2}{SN} = \frac{2}{3}$ (tính chất trọng tâm).

Suy ra $G_1G_2 \parallel MN$ mà $MN \subset (ABC) \Rightarrow G_1G_2 \parallel (ABC)$. (1)

Tương tự, tam giác SMP có $\frac{SG_1}{SM} = \frac{SG_3}{SP} = \frac{2}{3}$ (tính chất trọng tâm).

Suy ra $G_1G_3 \parallel MP$ mà $MP \subset (ABC) \Rightarrow G_1G_3 \parallel (ABC)$. (2)

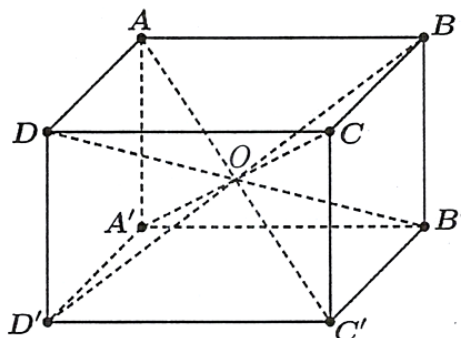
Từ (1) và (2) suy ra $(G_1G_2G_3) \parallel (ABC)$.

Nên hai mặt phẳng này không có giao tuyến

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Các đường chéo AC', BD', CA', DB' của hình hộp cùng đi qua điểm nào?

Trả lời: trung điểm O của mỗi đường

Lời giải



Để thấy $\begin{cases} AA' // CC' \\ AA' = CC' \end{cases} \Rightarrow ACC'A'$ là hình bình hành, suy ra giao điểm O của AC', CA' là trung điểm của mỗi đường.

Tương tự, ta có: $\begin{cases} AB // C'D' \\ AB = C'D' \end{cases} \Rightarrow ABC'D'$ là hình bình hành; suy ra AC', BD' cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường, do đó BD' nhận O làm trung điểm. Chứng minh tương tự như thế, ta cũng có DB' nhận O làm trung điểm.

Vậy các đường chéo của hình hộp là AC', BD', CA', DB' cùng đi qua trung điểm O của mỗi đường.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Các điểm M, N, P theo thứ tự là trung điểm các cạnh $A'B', BC, DD'$. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (B'D'C)$.

Trả lời: không có giao tuyến

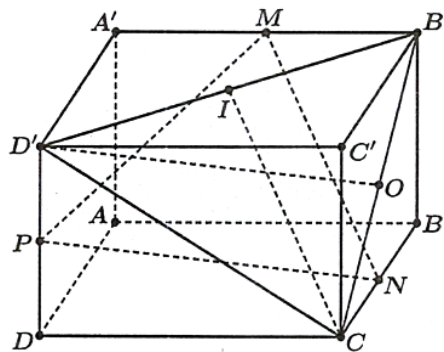
Lời giải

Gọi O, I theo thứ tự là trung điểm của $B'C$ và $B'D$.

Vì ON là đường trung bình của tam giác BCB' nên $\begin{cases} ON // BB' \\ ON = \frac{1}{2} BB' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ON // PD' \\ ON = PD' \end{cases}$.

Suy ra $PNOD'$ là hình bình hành.

Vì vậy $PN // OD'$ mà $OD' \subset (B'D'C)$ nên $PN // (B'D'C)$. (1)



Tương tự, IM là đường trung bình của tam giác $A'B'D'$ nên $\begin{cases} IM // A'D' \\ IM = \frac{1}{2} A'D' \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} IM // CN \\ IM = CN \end{cases}$. Do vậy $IMNC$ là hình bình hành $\Rightarrow MN // IC, IC \subset (B'D'C)$

$\Rightarrow MN // (B'D'C)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(MNP) // (B'D'C)$.

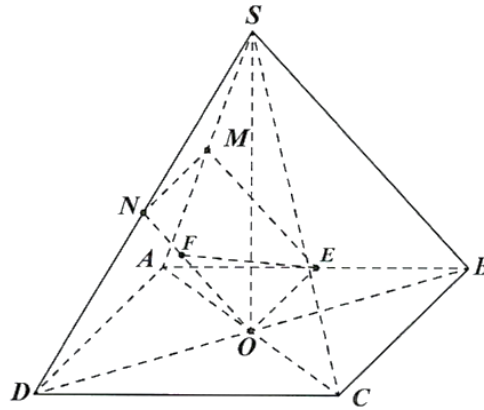
Nên hai mặt phẳng này không có giao tuyến

Câu 6. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành có O là giao điểm của hai đường chéo. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD .

Gọi E là trung điểm của AB và F là một điểm thuộc ON . Xác định vị trí tương đối của EF với (SBC) .

Trả lời: song song

Lời giải



-Do OM là đường trung bình của tam giác SAC nên $OM \parallel SC$ (1).

Lại có, ON là đường trung bình của tam giác SDB nên $ON \parallel SB$ (2).

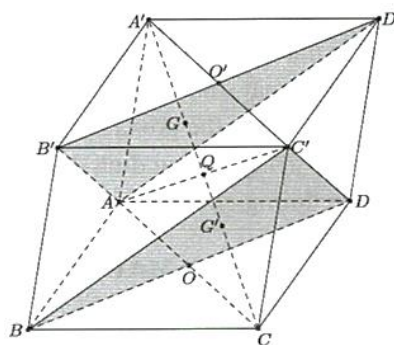
Từ (1) và (2) suy ra $(OMN) \parallel (SBC)$.

-Ta có OE là đường trung bình của tam giác ABD nên $OE \parallel AD$, mà $AD \parallel MN$, suy ra $OE \parallel MN$. Do đó E sẽ thuộc mặt phẳng (OMN) . Suy ra $EF \subset (OMN)$. Ta có $(OMN) \parallel (SBC)$ nên $EF \parallel (SBC)$.

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của hai tam giác $B'D'A$ và BDC' . Khi đó: $GG' = kA'C$. Tìm k ?

Trả lời: $\frac{1}{3}$

Lời giải



Gọi O, O' và Q lần lượt là tâm các hình bình hành $ABCD, A'B'C'D'$ và $AA'C'C$.

Vì G là trọng tâm tam giác $AB'D' \Rightarrow A'Q$ đi qua G .

Vì G' là trọng tâm tam giác $BDC' \Rightarrow CQ$ đi qua G' .

Do đó $A'C$ qua G và G' .

$$\text{Lại có } \frac{A'G}{A'Q} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{A'G}{A'C} = \frac{1}{3} \Rightarrow A'G = \frac{1}{3}A'C; \quad \frac{CG'}{CQ} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{CG'}{A'C} = \frac{1}{3} \Rightarrow CG' = \frac{1}{3}A'C.$$

$$\text{Do đó } A'G = GG' = G'C = \frac{1}{3}A'C.$$