

CÂU HỎI

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC và M là trung điểm AB . Tìm hình chiếu song song của điểm M và G theo phương CD lên mặt phẳng (ABD) .

Trả lời:

Câu 2. Cho tam giác ABC có M là trung điểm BC . Một phép chiếu song song biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$, biến M thành M' lên mặt phẳng (P) . Khi đó $A'M'$ là đường trung tuyến của tam giác nào?

Trả lời:

Câu 3. Cho hình bình hành $ABCD$, gọi $A'B'C'D'$ là hình chiếu của $ABCD$ trên mặt phẳng (P) theo phương d không song song hoặc nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$. Khi đó tứ giác $A'B'C'D'$ là hình gì?

Trả lời:

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi N là trung điểm của SD còn I, J lần lượt là trung điểm của AB và ON . Xác định vị trí tương đối của đường thẳng IJ với mặt phẳng (SBC) .

Trả lời:

Câu 5. Cho lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$. Trên đường thẳng BA lấy điểm M sao cho A nằm giữa B và M , $MA = \frac{1}{2}AB$. Gọi E là trung điểm của AC . Gọi $D = BC \cap (MB'E)$. Tính tỉ số $\frac{BD}{CD}$.

Trả lời:

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, P lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC còn N là điểm trên cạnh AB sao cho $AN = \frac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của DC với (MNP) .

Tính tỉ số $\frac{DQ}{DC}$.

Trả lời:

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC và M là trung điểm AB . Tìm hình chiếu song song của điểm M và G theo phương CD lên mặt phẳng (ABD) .

Trả lời:

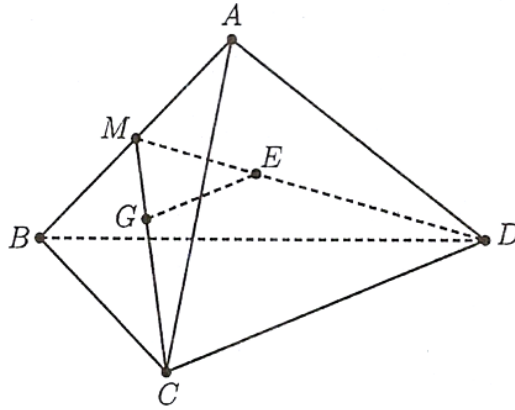
Lời giải

Vì M thuộc mặt phẳng (ABD) nên hình chiếu song song của M theo phương CD lên mặt phẳng (ABD) cũng là chính nó.

Gọi E là trọng tâm tam giác ABD . Vì G, E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD nên

$$\frac{MG}{MC} = \frac{ME}{MD} = \frac{1}{3} \Rightarrow GE // CD \text{ (định lí Thalès).}$$

Vậy hình chiếu song song của điểm G theo phương CD lên mặt phẳng (ABD) là trọng tâm E của tam giác ABD .

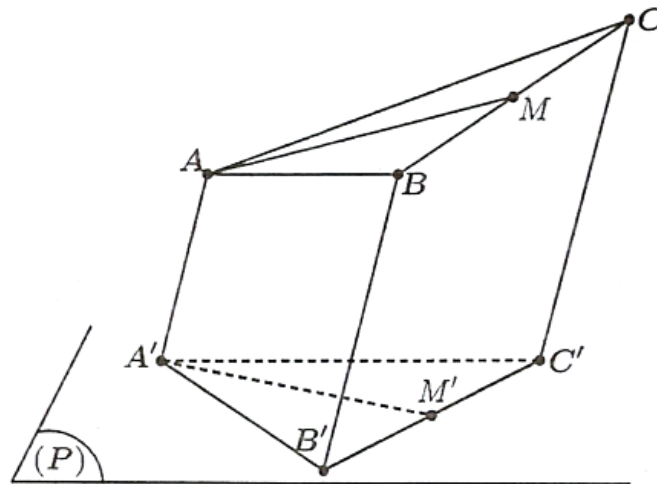


Câu 2. Cho tam giác ABC có M là trung điểm BC . Một phép chiếu song song biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$, biến M thành M' lên mặt phẳng (P) . Khi đó $A'M'$ là đường trung tuyến của tam giác nào?

Trả lời: $A'B'C'$

Lời giải

Vì M là trung điểm của BC nên B, M, C thẳng hàng theo thứ tự và $\frac{BM}{CM} = 1$.



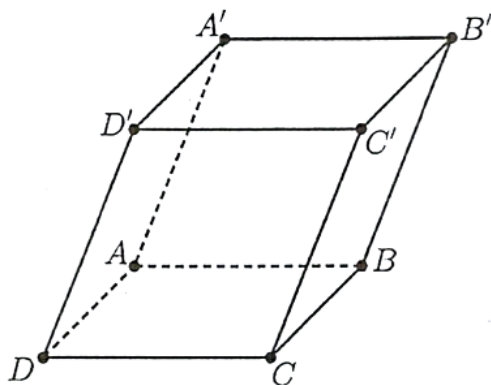
Theo tính chất của phép chiếu song song, ta có B', M', C' thẳng hàng theo thứ tự đó và $\frac{B'M'}{C'M'} = 1$, suy ra M' là trung điểm của đoạn $B'C'$.

Vậy $A'M'$ là đường trung tuyến của tam giác $A'B'C'$

Câu 3. Cho hình bình hành $ABCD$, gọi $A'B'C'D'$ là hình chiếu của $ABCD$ trên mặt phẳng (P) theo phương d không song song hoặc nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$. Khi đó tứ giác $A'B'C'D'$ là hình gì?

Trả lời: hình bình hành.

Lời giải



Do $ABCD$ là hình bình hành nên $AB // CD$ mà $A'B'$ là hình chiếu của AB , $C'D'$ là hình chiếu của CD theo phương d nên $A'B' // C'D'$. (1)

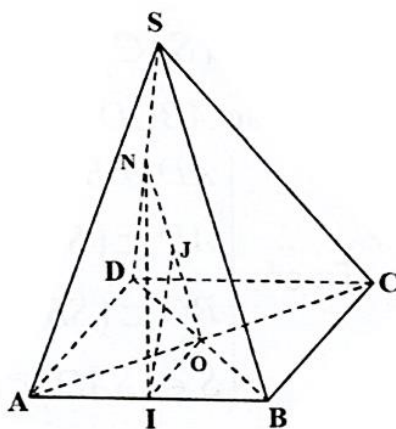
Tương tự, ta có $AD // BC$ mà $A'D'$ là hình chiếu của AD , $B'C'$ là hình chiếu của BC theo phương d nên $A'D' // B'C'$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A'B'C'D'$ là một hình bình hành.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi N là trung điểm của SD còn I, J lần lượt là trung điểm của AB và ON . Xác định vị trí tương đối của đường thẳng IJ với mặt phẳng (SBC) .

Trả lời: song song

Lời giải



Ta có $ON // SB \subset (SBC) \Rightarrow ON // (SBC)$ (1)

Tương tự $ON // BC \subset (SBC) \Rightarrow ON // (SBC)$ (2)

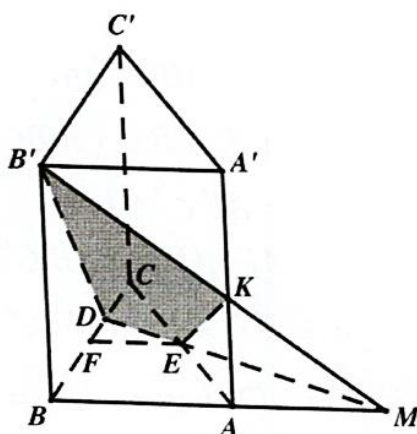
Từ (1), (2) suy ra $(ONI) // (SBC)$ mà $IJ \subset (ONI) \Rightarrow IJ // (SBC)$.

Câu 5. Cho lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$. Trên đường thẳng BA lấy điểm M sao cho A nằm giữa B và M , $MA = \frac{1}{2}AB$. Gọi E là trung điểm của AC . Gọi $D = BC \cap (MB'E)$. Tính tỉ số $\frac{BD}{CD}$.

Trả lời: $\frac{BD}{CD} = 3$

Lời giải

- Trong $(ABB'A')$ gọi $K = MB' \cap AA'$. Trong (ABC) gọi $D = ME \cap CB$ Thiết diện là tứ giác $DEKB'$



- Kẻ $EF \parallel AB (F \in CB)$. Khi đó EF là đường trung bình của tam giác ABC và $EF = \frac{AB}{2}$.

Xét tam giác DBM ta có: $\frac{FD}{BD} = \frac{EF}{BM} = \frac{1}{3} \Rightarrow FD = \frac{1}{2}FB = \frac{1}{2}FC$ tức D là trung điểm của FC do đó

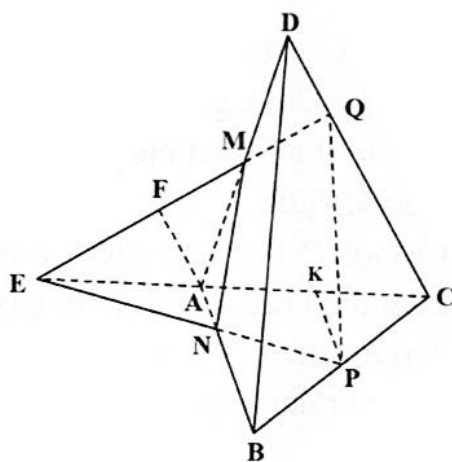
$$\frac{BD}{CD} = 3$$

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, P lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC còn N là điểm trên cạnh AB sao cho $AN = \frac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của DC với (MNP) .

Tính tỉ số $\frac{DQ}{DC}$.

Trả lời: $\frac{DQ}{DC} = \frac{1}{3}$

Lời giải



- Trong (ABC) gọi $E = AC \cap NP$. Trong (ACD) gọi $Q = EM \cap CD$.

$$\begin{cases} Q \in CD \\ Q \in EM \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow Q = CD \cap (MNP)$$

- Kẻ $AF \parallel CD, F \in AD$. Kẻ $KP \parallel AN, K \in AC$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{AF}{DQ} = \frac{MA}{MD} = 1 \Rightarrow AF = DQ(1) \\ \frac{AF}{QC} = \frac{EA}{EC} (2) \end{cases}$$

$$\text{Do } KP = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot AN = \frac{3}{2} AN \text{ nên } \begin{cases} \frac{AN}{KP} = \frac{2}{3} \\ \frac{EA}{EK} = \frac{AN}{KP} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{EA}{EC} = \frac{1}{2} (3) \end{cases}$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) suy ra } \frac{QD}{QC} = \frac{FA}{QC} = \frac{EA}{EC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{QD}{DC} = \frac{1}{3}$$