

CÂU HỎI

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, biết $SA = a$, $SC = a\sqrt{3}$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm các cạnh AD, SD . Tìm góc của hai đường thẳng MN và SC .

Trả lời:

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau, biết $AB = AC = AD = 1$. Tìm góc của hai đường thẳng AB và CD .

Trả lời:

Câu 3. Cho tứ diện đều $ABCD$. Tìm góc của hai đường thẳng AB và CD .

Trả lời:

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Tính góc giữa đường thẳng CD' với mỗi đường thẳng BB', AD .

Trả lời:

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Tìm số đo của góc (IJ, CD) .

Trả lời:

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với CD , M là một điểm thuộc cạnh BC (không trùng B và C). Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD lần lượt cắt BD, AD, AC tại N, P, Q . Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?

Trả lời:

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = a, BD = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết AC vuông góc với BD . Tính độ dài MN .

Trả lời:

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Biết $SAD = SCD = 90^\circ$. Tìm góc của hai đường thẳng SB và AC .

Trả lời:

Câu 9. Cho tứ diện $ABDC$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Tìm góc của hai đường thẳng BC và AD .

Trả lời:

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC, SAC = SAB$. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng SA và BC .

Trả lời:

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD .

Trả lời:

Câu 12. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng BA' và CD .

Trả lời:

Câu 13. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Côsin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM bằng?

Trả lời:

Câu 14. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AA' và $A'B'$. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng MN và BD .

Trả lời:

Câu 15. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$ và $AA' \perp AB, AA' \perp AC$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB' và BC .

Trả lời:

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính góc giữa hai đường thẳng SM và BC .

Trả lời:

Câu 17. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$?

Trả lời:

Câu 18. Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với (BCD) . Biết tam giác BCD vuông tại C và $AB = \frac{a\sqrt{6}}{2}, AC = a\sqrt{2}, CD = a$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CE ?

Trả lời:

Câu 19. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với AB và $AD, SA = a$. Gọi M là trung điểm của SB . Tính góc giữa AM và BD .

Trả lời:

Câu 20. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng?

Trả lời:

Câu 21. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm AD . Tính góc giữa hai đường thẳng MC và BD .

Trả lời:

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp AB, SA \perp AC$ và $SC = a\sqrt{5}$. Tính góc giữa SB và CD .

Trả lời:

Câu 23. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AA' và $A'B'$. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng MN và BD .

Trả lời:

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC, BSC = CSA = 60^\circ, BSA = 90^\circ$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và SC . Tính số đo góc của hai đường thẳng EF và SC .

Trả lời:

Câu 25. Cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm góc giữa đường thẳng MN và BC .

Trả lời:

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Biết $AB = CD = 2\sqrt{2}a$ và $MN = a\sqrt{6}$. Tính góc giữa AB và CD .

Trả lời:

Câu 27. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM .

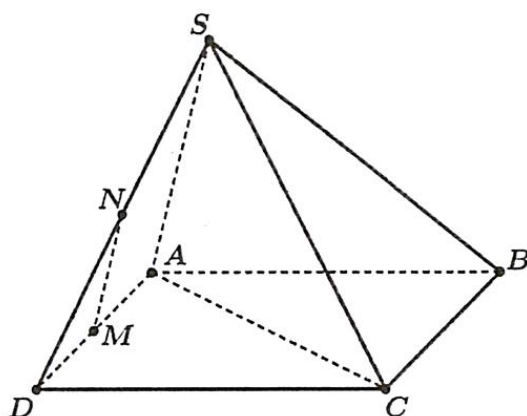
Trả lời:

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, biết $SA = a, SC = a\sqrt{3}$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm các cạnh AD, SD . Tìm góc của hai đường thẳng MN và SC .

Trả lời: 90°

Lời giải



Vì MN là đường trung bình của tam giác SAD nên $MN \parallel SA \Rightarrow (MN, SC) = (SA, SC)$.

Tam giác ABC vuông tại B có:

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{AB^2 + BC^2} \\ &= \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + (a\sqrt{2})^2} = 2a. \end{aligned}$$

Xét tam giác SAC , ta có:

$$SA^2 + SC^2 = AC^2 \left(\text{do } a^2 + (a\sqrt{3})^2 = (2a)^2 \right)$$

Suy ra tam giác SAC vuông tại S .

Vậy $(MN, SC) = (SA, SC) = 90^\circ$ hay $MN \perp SC$.

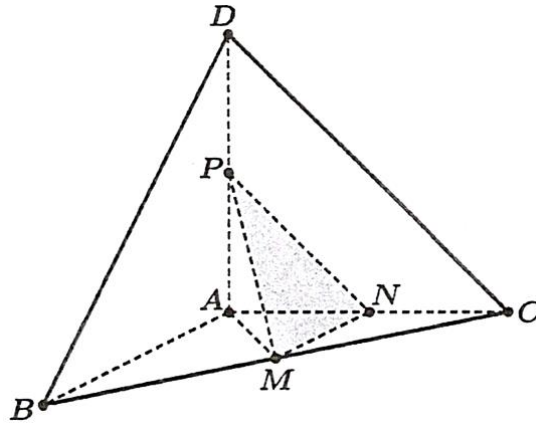
Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau, biết $AB = AC = AD = 1$.
Tìm góc của hai đường thẳng AB và CD .

Trả lời: 90°

Lời giải

Theo định lý Pythagore, ta tính được $BC = CD = BD = \sqrt{2}$.

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AC, AD .



Tam giác ABC có MN là đường trung bình

$$\text{nên } \begin{cases} MN \parallel AB \\ MN = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Tam giác ACD có NP là đường trung bình

$$\text{nên } \begin{cases} NP \parallel CD \\ NP = \frac{1}{2} CD = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Tam giác ABC vuông tại A có đường trung tuyến $AM = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác AMP vuông tại A có:

$$MP = \sqrt{AM^2 + AP^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} MN \parallel AB \\ NP \parallel CD \end{cases} \Rightarrow (AB, CD) = (MN, NP).$$

Tam giác MNP có: $MN^2 = \frac{1}{4}, NP^2 = \frac{1}{2}, MP^2 = \frac{3}{4}$ hay $MN^2 + NP^2 = MP^2$.

Suy ra tam giác MNP vuông tại N .

Vậy $(AB, CD) = (MN, NP) = 90^\circ$ hay $AB \perp CD$.

Câu 3. Cho tứ diện đều $ABCD$. Tìm góc của hai đường thẳng AB và CD .

Trả lời: 90°

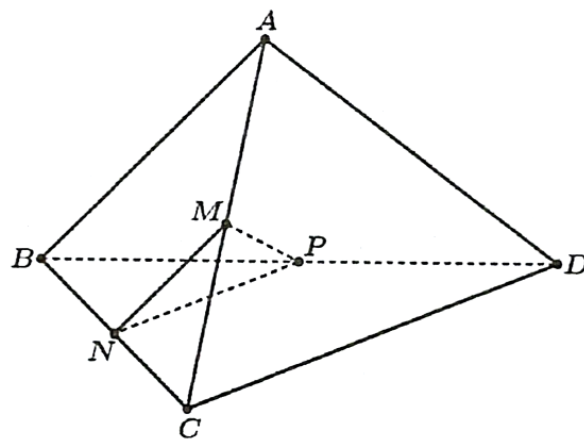
Lời giải

Giả sử tứ diện đều có các cạnh bằng $2a$. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm AC, BC, BD .

Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $\begin{cases} MN \parallel AB \\ MN = \frac{AB}{2} = a \end{cases}$.

Vì NP là đường trung bình của tam giác BCD nên $\begin{cases} NP \parallel CD \\ NP = \frac{CD}{2} = a \end{cases}$.

Suy ra $(AB, CD) = (MN, NP)$



Các tam giác ABD, BCD là tam giác đều cạnh $2a$ nên

$$AP = CP = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

Tam giác ACP cân tại P có M là trung điểm AC nên $MP \perp AC$.

$$\text{Suy ra } MP = \sqrt{CP^2 - CM^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

Tam giác MNP có $MN^2 = a^2, NP^2 = a^2, MP^2 = 2a^2$ hay $MN^2 + NP^2 = MP^2$.

Suy ra tam giác MNP vuông tại N . Vậy $AB \perp CD$.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Tính góc giữa đường thẳng CD' với mỗi đường thẳng $BB', A'D$.

Trả lời: 60°

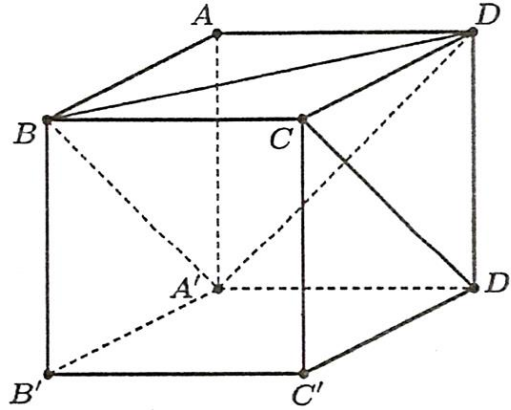
Lời giải

Vì $BB' // CC'$ nên $(BB', CD') = (CC', CD') = C'CD' = 45^\circ$ (do $\triangle CC'D'$ vuông cân tại C').

Vì $BC // A'D'$, $BC = A'D' \Rightarrow BCD'A'$ là hình bình hành.

Suy ra $CD' // A'B$.

Ta có: $(CD', A'D) = (A'B, A'D)$.



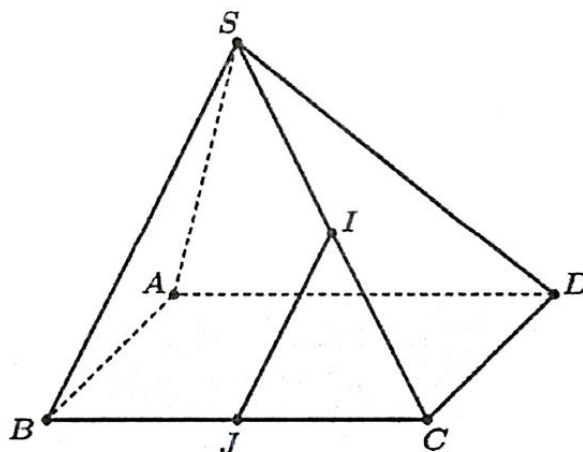
Giả sử cạnh của hình lập phương là a , tam giác $A'BD$ có ba cạnh cùng bằng $a\sqrt{2}$ (đường chéo trong các hình vuông cạnh a). Suy ra tam giác $A'BD$ đều.

Do vậy $(CD', A'D) = (A'B, A'D) = \widehat{BA'D} = 60^\circ$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Tìm số đo của góc (IJ, CD) .

Trả lời: 60°

Lời giải



Tứ giác $ABCD$ có bốn cạnh bằng nhau nên $ABCD$ là hình thoi, suy ra $CD // AB$.

Ta có IJ là đường trung bình của tam giác SBC nên
$$\begin{cases} IJ // SB \\ IJ = \frac{1}{2}SB = \frac{a}{2} \end{cases}$$

Do vậy $(IJ, CD) = (AB, SB)$.

Mặt khác, tam giác SAB có ba cạnh bằng nhau nên $SBA = 60^\circ$.

Vậy $(IJ, CD) = (AB, SB) = SBA = 60^\circ$.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với CD , M là một điểm thuộc cạnh BC (không trùng B và C). Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD lần lượt cắt BD, AD, AC tại N, P, Q . Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?

Trả lời: hình chữ nhật....

Lời giải

Ta có:

$$\begin{cases} (\alpha) // AB, AB \subset (ABC) \\ (\alpha) \cap (ABC) = MQ \end{cases} \Rightarrow MQ // AB$$

$$\begin{cases} (\alpha) // CD, CD \subset (BCD) \\ (\alpha) \cap (BCD) = MN \end{cases} \Rightarrow MN // CD.$$

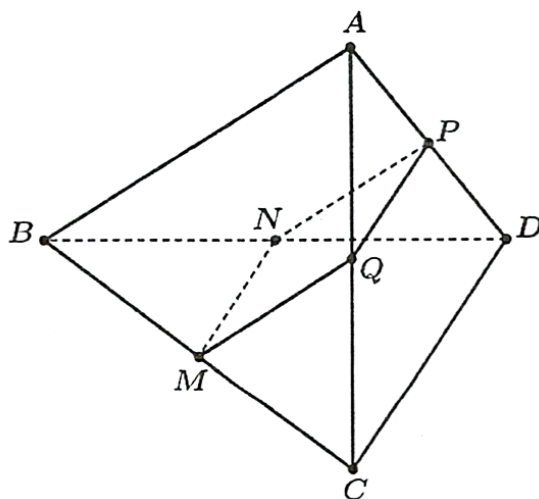
Hoàn toàn tương tự, ta chứng minh được

Tương tự ta có: $NP // AB, PQ // CD$.

Do đó tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

Mặt khác: $(AB, CD) = (MQ, MN) = \angle NMQ = 90^\circ$.

Vậy tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.



Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = a, BD = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết AC vuông góc với BD . Tính độ dài MN .

Trả lời: $\frac{a\sqrt{10}}{2}$

Lời giải

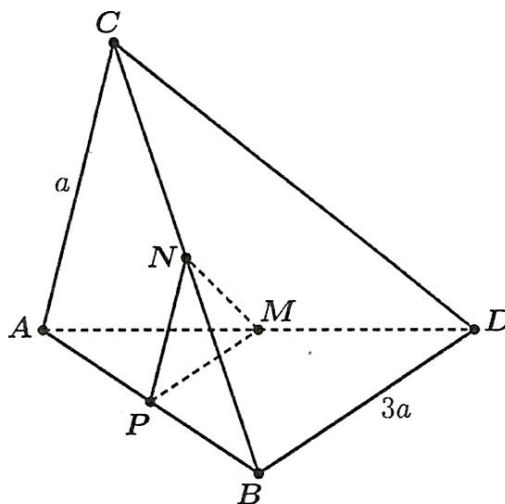
Gọi P là trung điểm đoạn AB ,

ta có NP là đường trung bình của $\triangle ABC$

$$\Rightarrow NP = \frac{1}{2}AC = \frac{a}{2}, NP // AC.$$

Tương tự: MP là đường trung bình của $\triangle ABD$

$$\Rightarrow MP = \frac{1}{2}BD = \frac{3a}{2}, MP // BD.$$



Khi đó: $(AC, BD) = (PN, PM) = MPN = 90^\circ$ hay $\triangle MNP$ vuông tại P .

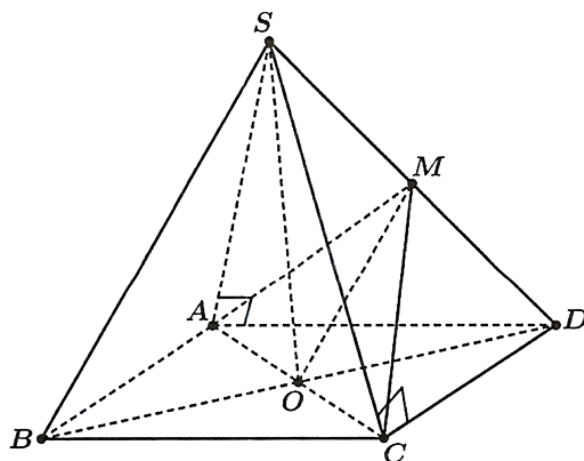
Vì vậy

$$\begin{aligned} MN &= \sqrt{PN^2 + PM^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2} \\ &= \frac{a\sqrt{10}}{2} \end{aligned}$$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Biết $SAD = SCD = 90^\circ$. Tìm góc của hai đường thẳng SB và AC .

Trả lời: $(SB, AC) = 90^\circ$

Lời giải



Gọi M là trung điểm cạnh SD .

Khi đó OM là đường trung bình của tam giác SBD nên $OM // SB$.

Do vậy $(SB, AC) = (OM, AC)$.

Tam giác SAD vuông tại A có trung tuyến $AM = \frac{SD}{2}$;

Tam giác SCD vuông tại C có trung tuyến $CM = \frac{SD}{2}$.

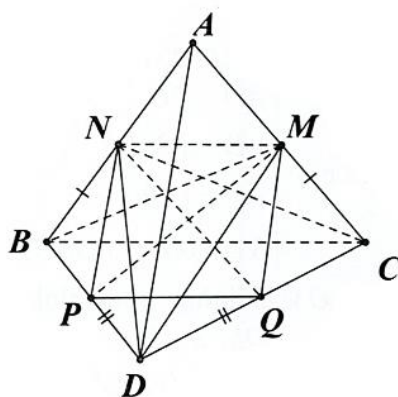
Suy ra tam giác MAC cân tại M , mà O là trung điểm AC nên

$OM \perp AC$ hay $(OM, AC) = 90^\circ$. Từ (1) và (2) suy ra $(SB, AC) = 90^\circ$ hay $SB \perp AC$.

Câu 9. Cho tứ diện $ABDC$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Tìm góc của hai đường thẳng BC và AD .

Trả lời: 90°

Lời giải



Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AC, AB, BD, CD .

Dễ dàng chứng minh được $MNPQ$ là hình bình hành.

Dễ dàng chứng minh được $\triangle MBD = \triangle NCD$ (c-c-c).

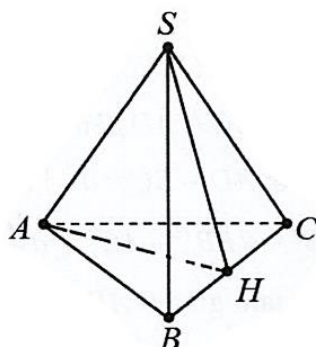
Suy ra hai trung tuyến tương ứng $NQ = MP$.

Suy ra $MNPQ$ là hình chữ nhật $\Rightarrow MN \perp MQ$. Mà $AD \parallel MQ$ và $BC \parallel MN$ nên $AD \perp BC$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC, SAC = SAB$. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng SA và BC .

Trả lời: 90°

Lời giải



Cách 1:

Ta có: $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AS} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AB}$

$$= AS \cdot AC \cdot \cos \angle SAC - AS \cdot AB \cdot \cos \angle SAB = 0$$

Do đó số đo của góc giữa hai đường thẳng SA và BC bằng 90° .

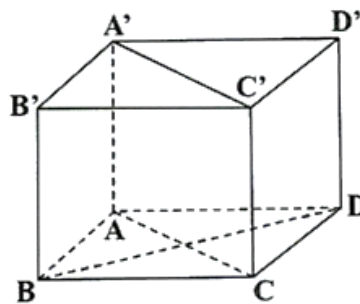
Cách 2:

Vì $AB = AC, \angle SAC = \angle SAB$ nên $\triangle SAC = \triangle SAB$, suy ra $SB = SC$, do đó hai tam giác ABC và SBC là tam giác cân. Chứng minh tương tự bài 1 (trang 194) ta được $SA \perp BC$.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD .

Trả lời: 90°

Lời giải

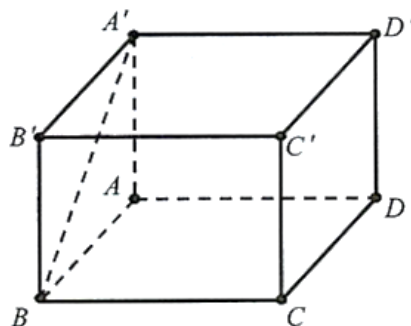


$AC \parallel A'C'$ nên $(A'C'; BD) = (AC; BD) = 90^\circ$.

Câu 12. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng BA' và CD .

Trả lời: 45°

Lời giải

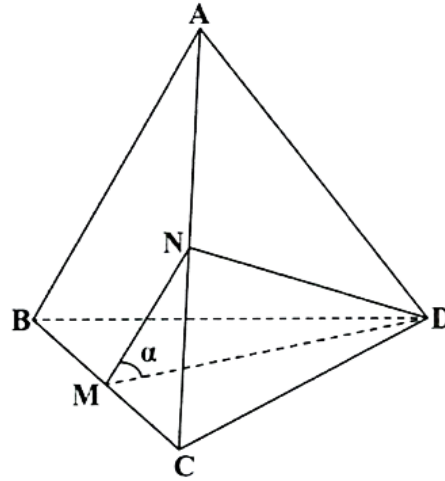


Có $CD \parallel AB \Rightarrow (BA', CD) = (BA', BA) = \angle ABA' = 45^\circ$ (do $ABB'A'$ là hình vuông).

Câu 13. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Côsin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM bằng?

Trả lời: $\frac{\sqrt{3}}{6}$

Lời giải



Kẻ $MN \parallel AB$, có MN là đường trung bình của $\triangle ABC$.

$$\text{Suy ra } MN = \frac{AB}{2}.$$

Do đó: $(AB, DM) = (MN, DM) = DMN = \alpha$.

Gọi tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a .

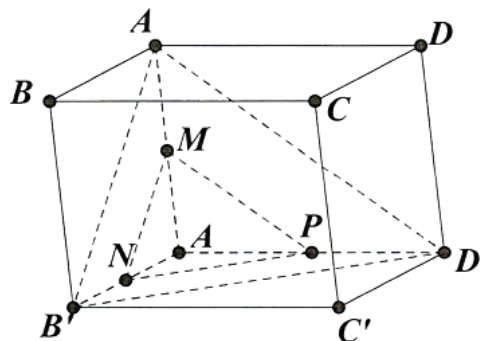
$$MN = \frac{a}{2}, DN = DM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{MN^2 + DM^2 - DN^2}{2 \cdot MN \cdot DM} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 14. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AA' và $A'B'$. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng MN và BD .

Trả lời: 60°

Lời giải



Gọi P là trung điểm cạnh AD' .

Vì $ABCD \cdot A'B'C'D'$ là hình lập phương cạnh a nên $AB' = B'D' = D'A = a\sqrt{2}$.

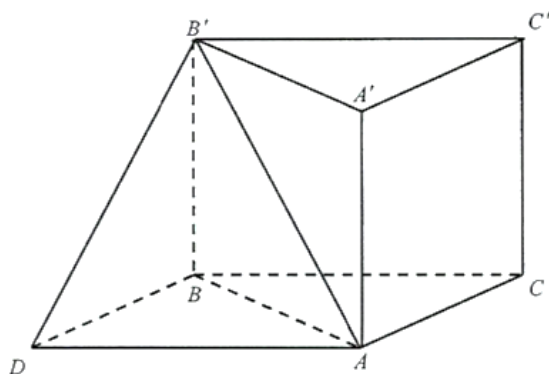
$$\text{Suy ra } MN = NP = PM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow (MN, BD) = (MN, NP) = 60^\circ.$$

Câu 15. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$ và $AA' \perp AB, AA' \perp AC$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB' và BC .

Trả lời: 60°

Lời giải



Trong (ABC) , kẻ AD sao cho $ACBD$ là hình bình hành.

Ta có: $BC \parallel AD$ nên $(AB'; BC) = (AB'; AD) = B'AD$.

Ta có: $AD = BC = a\sqrt{3}, AB' = \sqrt{AB^2 + AA'^2} = a\sqrt{3}$,

$$DB' = \sqrt{BB'^2 + AC^2} = a\sqrt{3}.$$

Vậy tam giác $B'AD$ đều nên $B'AD = 60^\circ$.

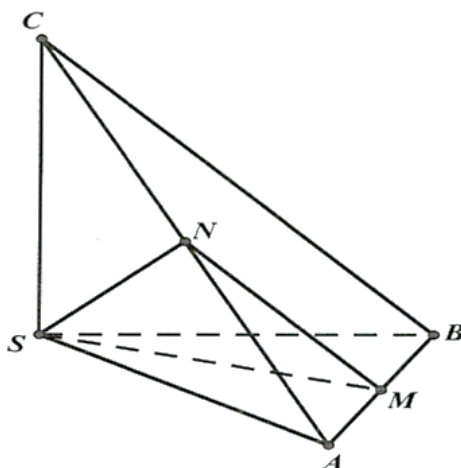
Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính góc giữa hai đường thẳng SM và BC .

Trả lời: 60°

Lời giải

Gọi N là trung điểm của AC . Khi đó góc giữa SM và BC bằng góc giữa SM và MN .

Ta có: $AB = BC = CA$



$SM = \frac{1}{2} AB$ (trung tuyến trong tam giác vuông ứng với cạnh huyền).

$SN = \frac{1}{2} AC$ (trung tuyến trong tam giác vuông ứng với cạnh huyền).

$MN = \frac{1}{2} BC$.

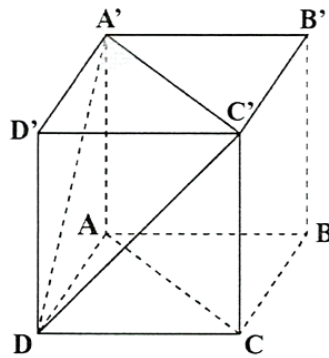
Suy ra $SM = MN = SN$ hay tam giác SMN đều.

Do đó $(SM; BC) = SMN = 60^\circ$.

Câu 17. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$?

Trả lời: 60°

Lời giải



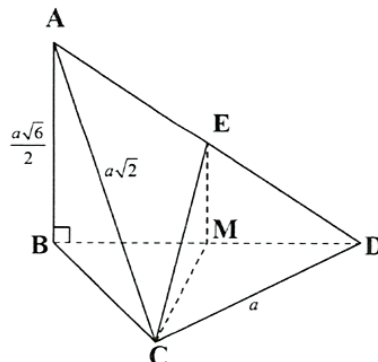
Ta có: $(AC, A'D) = (A'C', A'D) = DA'C' = 60^\circ$.

Vì $A'D = A'C' = C'D$.

Câu 18. Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với (BCD) . Biết tam giác BCD vuông tại C và $AB = \frac{a\sqrt{6}}{2}, AC = a\sqrt{2}, CD = a$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CE ?

Trả lời: 45°

Lời giải



Ta có: $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, BD = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$

Gọi M là trung điểm $BD \Rightarrow ME // AB,$

$$ME = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{6}}{4}, CM = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

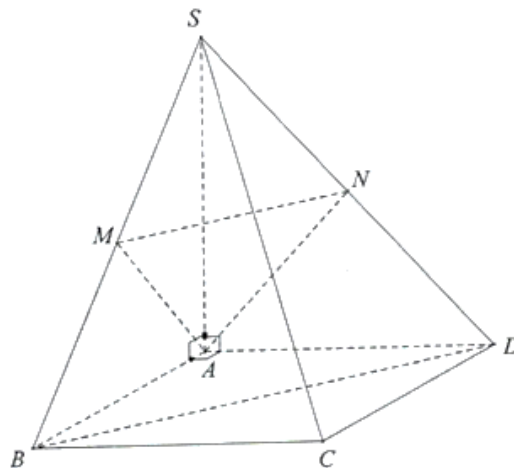
$\Rightarrow \triangle CME$ vuông cân tại $M.$

Ta có $(AB, CE) = (EM, CE) = CEM = 45^\circ.$

Câu 19. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với AB và $AD, SA = a$. Gọi M là trung điểm của SB . Tính góc giữa AM và BD .

Trả lời: 60°

Lời giải



Gọi N là trung điểm của SD khi đó ta có $MN // BD \Rightarrow (AM, BD) = (AM, MN).$

Theo giả thiết ta có: $AM = \frac{1}{2}SB = \frac{a\sqrt{2}}{2};$

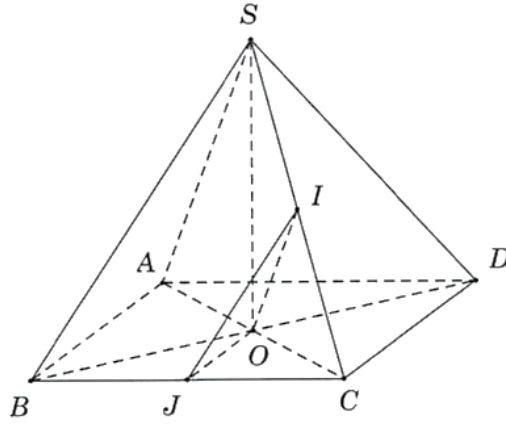
$$AN = \frac{1}{2}SD = \frac{a\sqrt{2}}{2}; MN = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$\Rightarrow \triangle AMN$ đều $\Rightarrow \angle AMN = 60^\circ$. Vậy $(AM, BD) = 60^\circ.$

Câu 20. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng ?

Trả lời: 60°

Lời giải



Gọi O là tâm của hình thoi $ABCD$

$\Rightarrow OJ$ là đường trung bình của $\triangle BCD$. Suy ra $\begin{cases} OJ \parallel CD \\ OJ = \frac{1}{2}CD \end{cases}$.

Vì $CD \parallel OJ \Rightarrow (IJ, CD) = (IJ, OJ)$.

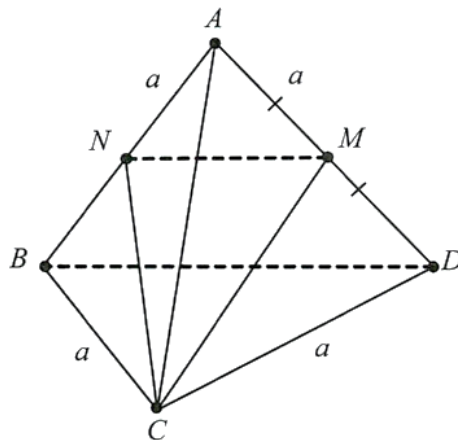
Xét tam giác IOJ , có $\begin{cases} IJ = \frac{1}{2}SB = \frac{a}{2} \\ OJ = \frac{1}{2}CD = \frac{a}{2} \\ IO = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow \triangle IOJ \text{ đều.}$

Vậy $(IJ, CD) = (IJ, OJ) = IJO = 60^\circ$.

Câu 21. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm AD . Tính góc giữa hai đường thẳng MC và BD .

Trả lời: $73,22^\circ$

Lời giải



Gọi N là trung điểm AB . Ta có $MN \parallel BD$ nên $(MC, BD) = (MC, MN) = \angle CMN$.

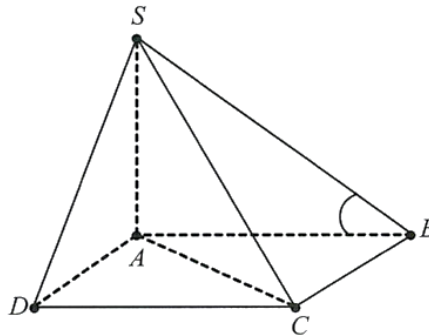
Xét $\triangle MNC$ có $CM = CN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $MN = \frac{a}{2}$. Ta có:

$$\cos CMN = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow CMN = 73,22^\circ.$$

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp AB, SA \perp AC$ và $SC = a\sqrt{5}$. Tính góc giữa SB và CD .

Trả lời: 60°

Lời giải



Ta có: $AB \parallel CD$ nên $(SB, CD) = (SB, AB) = SBA$

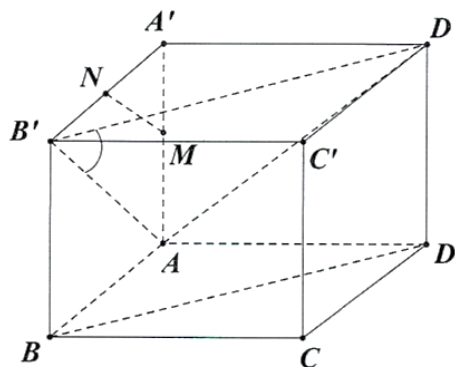
Ta có: $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{3}$

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A : $\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow SBA = 60^\circ$

Câu 23. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AA' và $A'B'$. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng MN và BD .

Trả lời: 60°

Lời giải



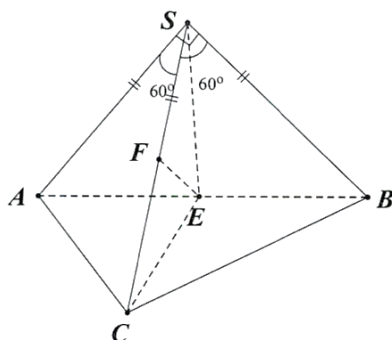
Ta có: $MN \parallel B'A, BD \parallel B'D' \Rightarrow (MN, BD) = (B'A, B'D') = AB'D'$

Ta có: $\triangle AB'D'$ đều nên $AB'D' = 60^\circ$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$, $BSC = CSA = 60^\circ$, $BSA = 90^\circ$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và SC . Tính số đo góc của hai đường thẳng EF và SC .

Trả lời: 90°

Lời giải



Gọi $SA = SB = SC = a$

Ta có: $\triangle SAC, \triangle SBC$ cân và có 1 góc 60° nên là hai tam giác đều. Suy ra $AC = BC = a$.

$\triangle SAB$ vuông cân tại S nên $AB = a\sqrt{2}$

Xét $\triangle ABC$ có: $AC = BC = a$ và $AB = a\sqrt{2}$ nên $\triangle ABC$ vuông cân tại C .

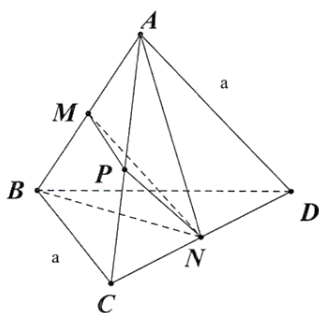
Suy ra $CE = SE = \frac{AB}{2}$

$\triangle SCE$ cân tại E có EF là trung tuyến nên là đường cao $\Rightarrow EF \perp SC$.

Câu 25. Cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm góc giữa đường thẳng MN và BC .

Trả lời: 45°

Lời giải



Gọi P là trung điểm của AC

Ta có: $MP \parallel BC \Rightarrow (MN, BC) = (MN, MP) = \angle PMN$

Ta có: $\triangle ABN$ cân tại N có NM là trung tuyến nên là đường cao

$$\Rightarrow MN = \sqrt{BN^2 - MB^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

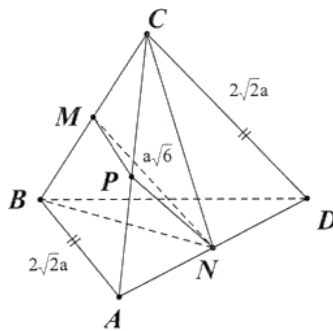
$$\text{Xét } \triangle MNP \text{ có: } \cos PMN = \frac{MP^2 + MN^2 - NP^2}{2 \cdot MP \cdot MN} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Suy ra $PMN = 45^\circ$.

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Biết $AB = CD = 2\sqrt{2}a$ và $MN = a\sqrt{6}$. Tính góc giữa AB và CD .

Trả lời: 60°

Lời giải



Gọi P là trung điểm của AC .

Ta có: $MP \parallel BC \Rightarrow (AB, CD) = (MP, PN) \Rightarrow MP = NP = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2}a = \sqrt{2}a$

Xét $\triangle MNP$ có:

$$\begin{aligned} \cos MPN &= \frac{MP^2 + NP^2 - MN^2}{2 \cdot MP \cdot NP} \\ &= \frac{2(\sqrt{2}a)^2 - (a\sqrt{6})^2}{2 \cdot \sqrt{2}a \cdot \sqrt{2}a} = \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

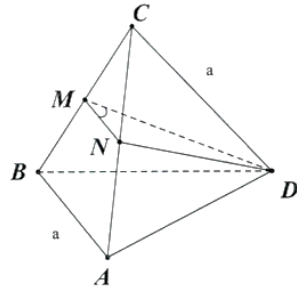
Suy ra $MPN = 120^\circ$

Vậy $(MP, PN) = 60^\circ$.

Câu 27. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM .

Trả lời: $(AB, MD) \approx 73,2^\circ$

Lời giải



Đặt $AB = a$

Gọi N là trung điểm của AC

Ta có: $MN \parallel AB \Rightarrow (AB, MD) = (MN, MD) \Rightarrow MD = ND = \frac{a\sqrt{3}}{2}; MN = \frac{a}{2}$

Xét $\triangle MND$ có: $\cos NMD = \frac{MN^2 + MD^2 - ND^2}{2 \cdot MN \cdot MD} = \frac{\left(\frac{1}{2}a\right)^2}{2 \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

Suy ra $NMD \approx 73,2^\circ$. Vậy $(AB, MD) \approx 73,2^\circ$.