

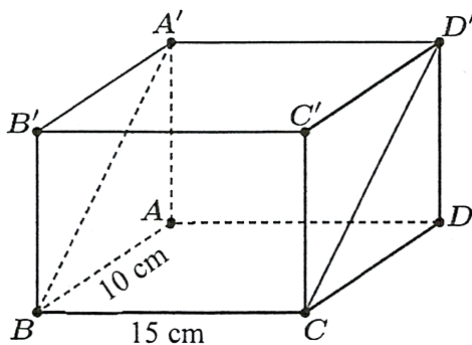
CÂU HỎI

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C')$ và $(AC'D')$.

Trả lời:

Câu 2. Một khối gỗ có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Biết rằng $AB = 10\text{ cm}$, $BC = 15\text{ cm}$ và góc hai mặt phẳng $(BCD'A')$, $(ABCD)$ bằng 30° .

Tính tổng diện tích tất cả các mặt của khối gỗ đó.



Trả lời:

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Hãy tính:

a) Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

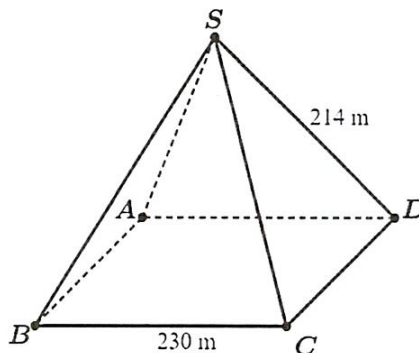
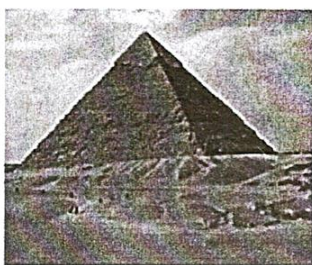
b) Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) .

Trả lời:

Câu 4. Kim tự tháp Kheops - Ai Cập có dạng hình chóp đều, đáy là hình vuông, mỗi cạnh bên của kim tự tháp dài 214 m , cạnh đáy của nó dài 230 m .

a) Tìm góc giữa mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp (tính theo độ, kết quả được làm trong đến hàng phần chục).

b) Cho biết thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3}Sh$, trong đó S là diện tích mặt đáy, h là chiều cao của hình chóp. Tính thể tích của khối kim tự tháp trên (tính theo m^3 , kết quả làm tròn đến hàng trăm).



Trả lời:

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Xác định góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) ?

Trả lời:

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$, $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) ?

Trả lời:

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Xác định góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$?

Trả lời:

Câu 8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, đường cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính $\tan \varphi$ của góc giữa mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

Trả lời:

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 1$ và đáy ABC là tam giác đều với độ dài cạnh bằng 2 . Tính góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) .

Trả lời:

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có O, O' lần lượt là tâm của các hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Xác định góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$?

Trả lời:

Câu 11. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{3a}{2}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C)$ và (ABC) ?

Trả lời:

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại A , $AB = BC = a$; $AD = 2AB$ và hai mặt bên $(SAB), (SAD)$ cùng vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính tang của góc φ giữa (SBC) và $(ABCD)$.

Trả lời:

Câu 13. Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

Trả lời:

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$.

Trả lời:

Câu 15. Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'BC'$, đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$, $BB' = a$, I là trung điểm của CC' . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.

Trả lời:

Câu 16. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'BC'D'$ có cạnh bằng a . Tính số đo của góc giữa $(BA'C)$ và $(DA'C)$.

Trả lời:

Câu 17. Cho hình chóp tam giác đều $S \cdot ABC$ có đáy tâm O cạnh a , cạnh bên $2a$. Tính góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy.

Trả lời:

Câu 18. Cho lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B với $AB = a$, $A'B = a\sqrt{7}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C)$, (ABC) .

Trả lời:

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy tam giác đều cạnh $2a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 3a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAB) .

Trả lời:

Câu 20. Cho hình chóp cắt tứ giác đều có cạnh đáy nhỏ là a , cạnh đáy lớn là $2a$ và chiều cao là $3a$. Tính độ dài cạnh bên.

Trả lời:

Câu 21. Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) ?

Trả lời:

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại A , $AB = BC = a$; $AD = 2AB$ và hai mặt bên $(SAB), (SAD)$ cùng vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính tang của góc φ giữa (SBC) và $(ABCD)$.

Trả lời:

Câu 23. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'BC'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{3a}{2}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) ?

Trả lời:

Câu 24. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'BC'D'$ có cạnh bằng a . Tính số đo của góc giữa $(BA'C)$ và $(DA'C)$.

Trả lời:

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(AC'D')$.

Trả lời: 60°

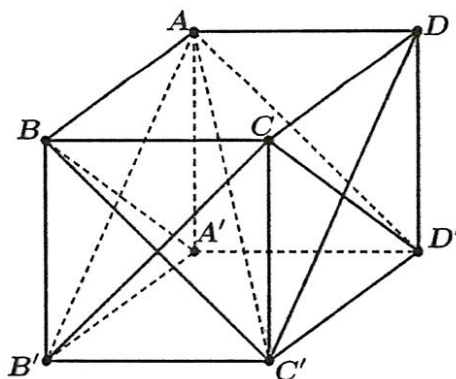
Lời giải

Vì $ABCD \cdot A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $BC \perp (ABB'A') \Rightarrow BC \perp AB'$. (1)

Mặt khác $AB \perp AB'$ (hai đường chéo trong hình vuông). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AB' \perp (BCD'A')$.

Mà $AB' \subset (ADC'B')$ nên $(ADC'B') \perp (BCD'A')$.



Nhận xét: $(AB'C') \equiv (ADC'B')$, $(AC'D') \equiv (ABC'D')$.

Ta có:
$$\begin{cases} CD' \perp C'D \\ CD' \perp AD \text{ (do } AD \perp (CDD'C')) \end{cases} \Rightarrow CD' \perp (ADC'B'). (3)$$

Tương tự:
$$\begin{cases} B'C \perp BC' \\ B'C \perp AB \text{ (do } AB \perp (BCC'B')) \end{cases} \Rightarrow B'C \perp (ABC'D'). (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra $((AB'C'), (AC'D')) = (CD', CB')$.

Giả sử cạnh hình lập phương bằng a .

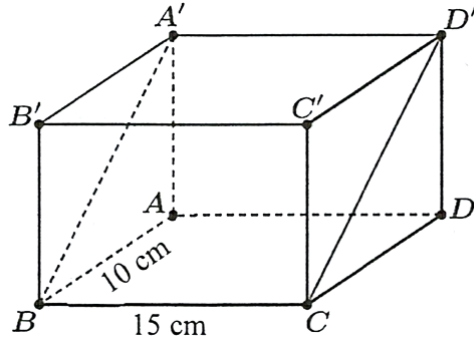
Ta có $CB' = CD' = B'D' = a\sqrt{2}$ (đường chéo trong hình vuông).

Suy ra tam giác $CB'D'$ đều.

Do vậy $((AB'C'), (AC'D')) = (CD', CB') = B'CD' = 60^\circ$.

Câu 2. Một khối gỗ có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Biết rằng $AB = 10\text{cm}$, $BC = 15\text{cm}$ và góc hai mặt phẳng $(BCD'A')$, $(ABCD)$ bằng 30° .

Tính tổng diện tích tất cả các mặt của khối gỗ đó.



Trả lời: $588,68 \text{ cm}^2$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC = (BCD'A') \cap (ABCD) \\ BC \perp AB \\ BC \perp A'B \text{ (do } BC \perp (ABB'A')) \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((BCD'A'), (ABCD)) = (AB, A'B) = \angle ABA' = 30^\circ.$$

$$\text{Tam giác } A'AB \text{ vuông tại } A \text{ có: } \tan \angle ABA' = \frac{AA'}{AB} \Rightarrow AA' = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm}.$$

Tổng diện tích của sáu mặt khối gỗ là:

$$2 \left(10 \cdot 15 + 10 \cdot \frac{10\sqrt{3}}{3} + 15 \cdot \frac{10\sqrt{3}}{3} \right) \approx 588,68 \text{ cm}^2.$$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a, AD = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Hãy tính:

a) Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

b) Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) .

Trả lời: a) $((SCD), (ABCD)) = 30^\circ$; **b)** $((SBC), (SAD)) = 45^\circ$.

Lời giải

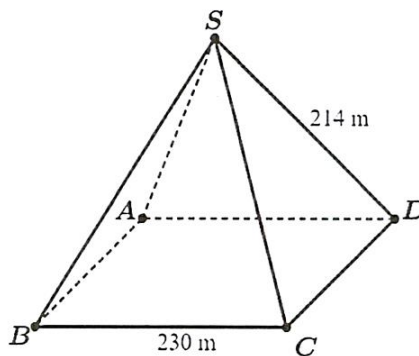
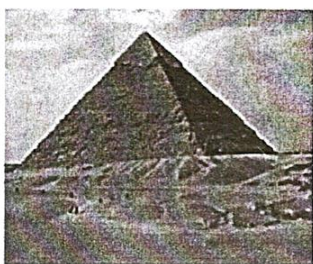
$$\text{a) Ta có: } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD.$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ AD \perp CD, SD \perp CD \\ AD \subset (ABCD), SD \subset (SCD) \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = (SD, AD) = \angle SDA$$

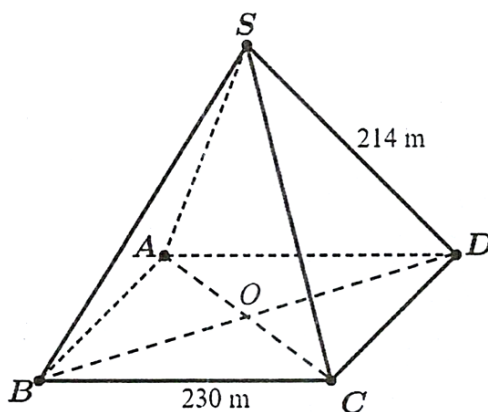
b) Cho biết thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3}Sh$, trong đó S là diện tích mặt đáy, h là chiều cao của hình chóp. Tính thể tích của khối kim tự tháp trên (tính theo m^3 , kết quả làm tròn đến hàng trăm).



Trả lời: a) $\approx 50,42^\circ$

b) $\approx 2452600(m^3)$.

Lời giải



a) Giả sử kim tự tháp có đỉnh S và hình vuông đáy $ABCD$ tâm O . Gọi M là trung điểm CD . OM là đường trung bình của tam giác BCD nên ta có:

$$\begin{cases} OM // BC \\ OM = \frac{BC}{2} = 115m \end{cases}$$

mà $BC \perp CD$ nên $OM \perp CD$. (1)

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có O là tâm của đáy nên $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp CD$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $CD \perp (SOM) \Rightarrow CD \perp SM$.

Mặt khác $CD = (SCD) \cap (ABCD)$.

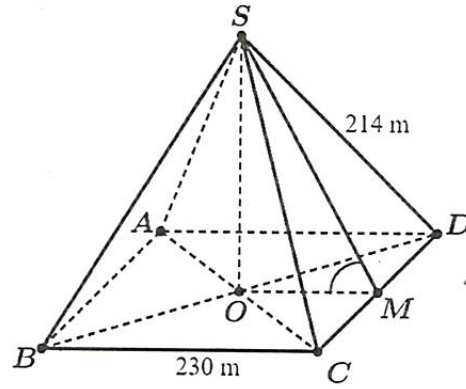
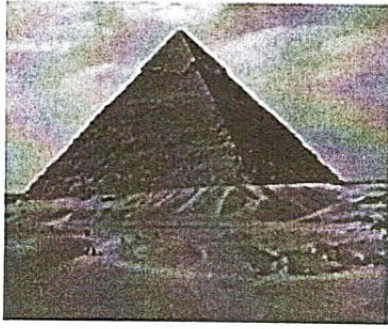
Vì vậy $((SCD), (ABCD)) = (SM, OM) = SMO$.

Vì BD là đường chéo hình vuông $ABCD$ nên $BD = 230\sqrt{2}m \Rightarrow OB = 115\sqrt{2}m$.

Suy ra $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{19346}(m)$.

Tam giác SMO vuông tại O có:

$$\tan SMO = \frac{SO}{OM} = \frac{\sqrt{19346}}{115} \Rightarrow SMO \approx 50,42^\circ$$



b) Chiều cao của kim tự tháp: $h = SO = \sqrt{19346} \text{ m}$.

Diện tích đáy kim tự tháp: $S = 230^2 \text{ m}^2$.

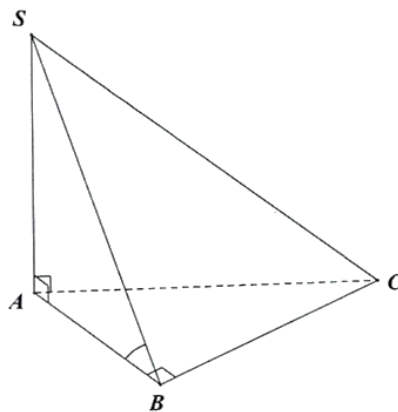
Thể tích của khối kim tự tháp là:

$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot 230^2 \cdot \sqrt{19346} \approx 2452600 (\text{m}^3).$$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Xác định góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) ?

Trả lời: $(SB, AB) = SBA$

Lời giải



Do AB là hình chiếu của SB trên (ABC) mà $AB \perp BC \Rightarrow SB \perp BC$ (định lý 3 đường vuông góc)

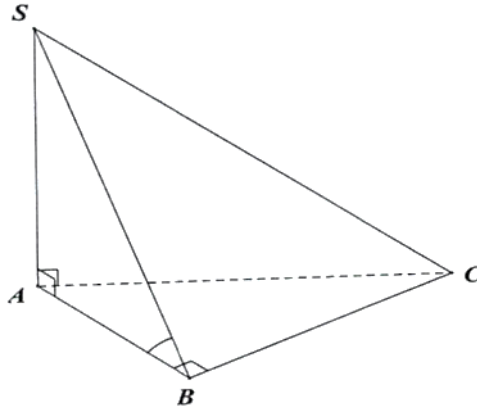
$$\text{Ta có } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SB \subset (SBC); SB \perp BC \\ AB \subset (ABC); AB \perp BC \end{cases}$$

Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) là $(SB, AB) = SBA$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$, $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) ?

Trả lời: 60°

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} SA \perp BC \text{ (do } SA \perp (ABC)) \\ AB \perp BC \text{ (gt)} \end{cases}$

$$\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$$

Xét 2 mặt phẳng (SBC) và (ABC) ta có:

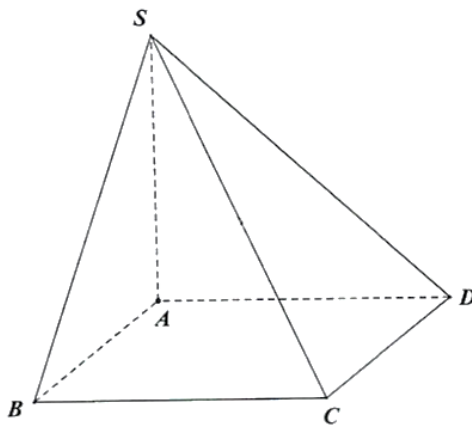
$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SB \perp BC, SB \subset (SBC) \\ AB \perp BC, AB \subset (ABC) \\ SB \cap AB = \{B\} \end{cases} \Rightarrow ((SBA), (ABC)) = (SB, AB) = SBA.$$

Xét tam giác SAB vuông tại A , có $\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow SBA = 60^\circ$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Xác định góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$?

Trả lời: SDA

Lời giải



$$(SCD) \cap (ABCD) = CD$$

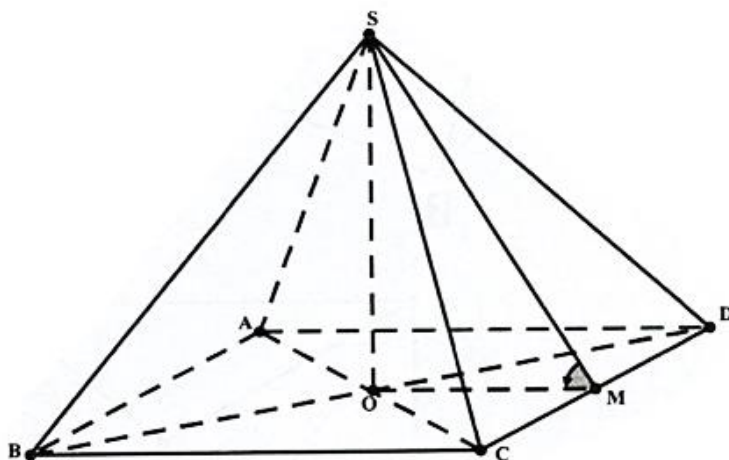
Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp SD$

nên góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ là góc giữa AD và SD là góc SDA .

Câu 8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, đường cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính $\tan \varphi$ của góc giữa mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

Trả lời: $\tan \varphi = \sqrt{2}$

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$, M là trung điểm CD .

Ta có:
$$\begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ OM \perp CD \\ SM \perp CD \end{cases}$$

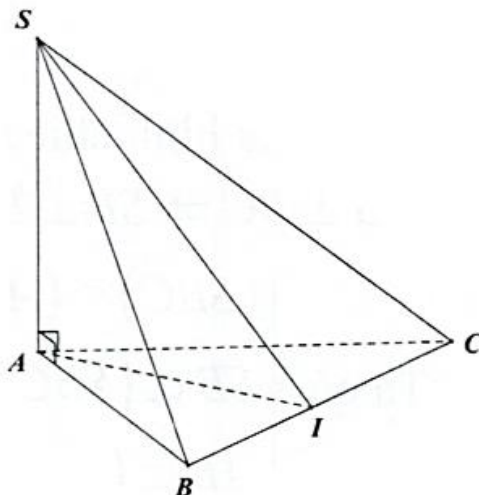
$\Rightarrow \varphi = (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{SM}) = \angle SMO$.

Trong tam giác vuông SMO ta có: $\tan \angle SMO = \frac{SO}{OM} = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2} \Rightarrow \tan \varphi = \sqrt{2}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 1$ và đáy ABC là tam giác đều với độ dài cạnh bằng 2. Tính góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) .

Trả lời: 30° .

Lời giải



Gọi I là trung điểm của BC . Khi đó, ta có

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp SA \\ BC \perp AI \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SIA) \Rightarrow BC \perp SI$$

Ta có

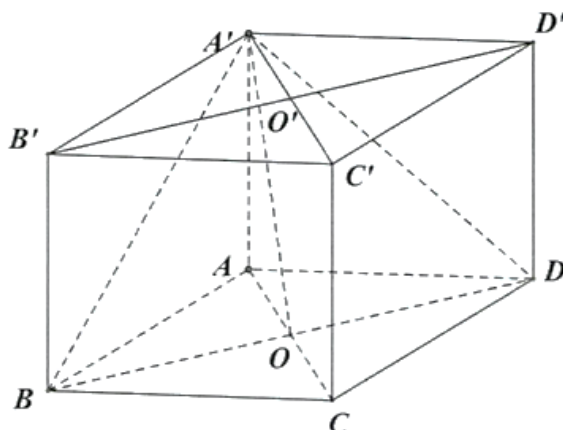
$$\left\{ \begin{array}{l} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SI \perp BC \\ AI \perp BC \\ SI \subset (SBC) \\ AI \subset (ABC) \end{array} \right. \Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (SI, AI) = SIA$$

$$\tan SIA = \frac{SA}{IA} = \frac{1}{\sqrt{3}}. \text{ Suy ra } SIA = 30^\circ \text{ nên } ((SBC), (ABC)) = 30^\circ.$$

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có O, O' lần lượt là tâm của các hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Xác định góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$?

Trả lời: $A'OA$

Lời giải



Ta có $ABCD$ là hình vuông nên $AO \perp BD$, đồng thời $BD \perp A'A \Rightarrow BD \perp (A'AO) \Rightarrow BD \perp A'O$

$$\text{Ta có: } \left\{ \begin{array}{l} (A'BD) \cap (ABCD) = BD \\ AO \perp BD \\ A'O \perp BD \end{array} \right.$$

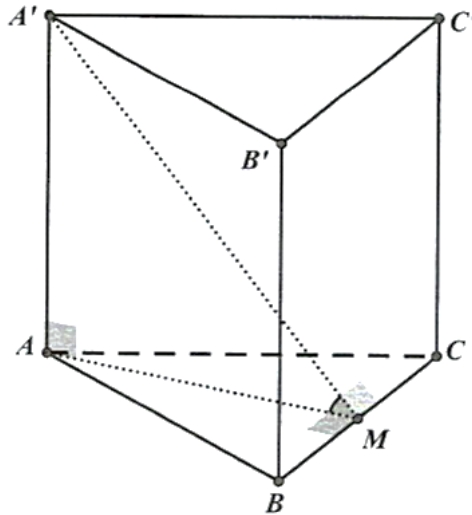
$$\Rightarrow ((A'BD); (ABCD)) = (A'O; AO) = A'OA.$$

Câu 11. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{3a}{2}$.

Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C)$ và (ABC) ?

Trả lời: $\varphi = 60^\circ$

Lời giải



Ta có $(ABC) \cap (A'BC) = BC$.

Gọi trung điểm của cạnh BC là M .

Tam giác ABC đều nên ta có: $AM \perp BC$ (1).

$ABC \cdot A'B'C'$ là lăng trụ đều nên $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp BC$ (2).

Từ (1) và (2) ta suy ra $BC \perp (AA'M) \Rightarrow BC \perp A'M$.

Suy ra: góc φ giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là góc giữa hai đường thẳng AM và $A'M$.

Vì tam giác $A'AM$ vuông tại A nên suy ra $\varphi = A'MA$.

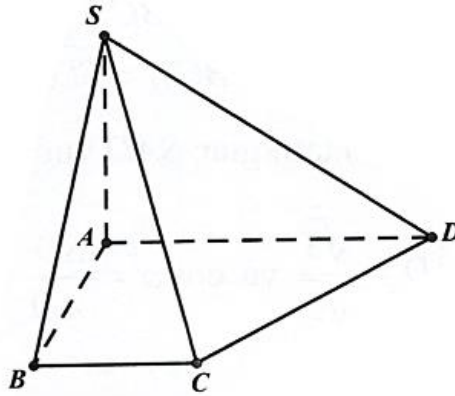
Ta có: $\tan \varphi = \frac{AA'}{AM} = \frac{\frac{3a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}$. Suy ra $\varphi = 60^\circ$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại A , $AB = BC = a$; $AD = 2AB$ và hai mặt bên (SAB) , (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$.

Tính tang của góc φ giữa (SBC) và $(ABCD)$.

Trả lời: $\sqrt{2}$

Lời giải



(SBC) và $(ABCD)$.

$(SBC) \cap (ABCD) = BC, SB \perp BC, AB \perp BC$.

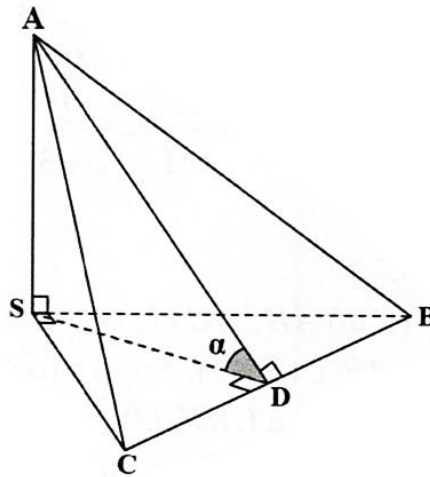
Góc cần tìm là SBA .

Trong tam giác vuông SBA : $\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \sqrt{2}$.

Câu 13. Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

Trả lời: $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Lời giải



Gọi D là trung điểm cạnh BC .

Ta có $\begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC) \Rightarrow SA \perp BC$.

Mà $SD \perp BC$ nên $BC \perp (SAD)$.

$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = SDA = \alpha$.

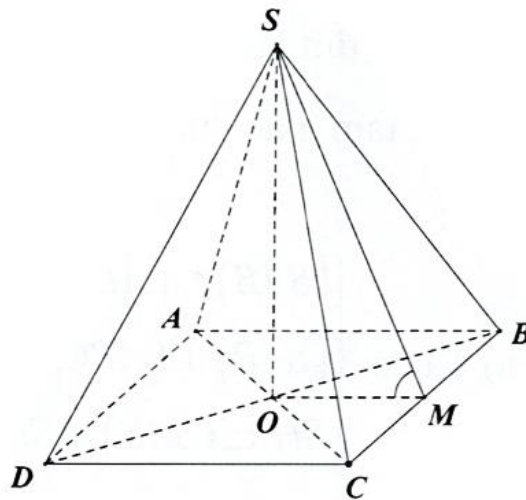
Khi đó tam giác SAD vuông tại S có $SD = \frac{1}{\sqrt{2}}$;

$$AD = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \text{ và } \cos \alpha = \frac{SD}{AD} \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$.

Trả lời: 60°

Lời giải



Do $SO \perp (ABCD)$ nên $SO \perp BC$.

Gọi M là trung điểm BC , suy ra $OM \perp BC$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp OM \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOM) \Rightarrow BC \perp SM$

Do đó $((SBC), (ABCD)) = (SM, OM)$

Xét tam giác vuông SOM , có $\tan SMO = \frac{SO}{OM} = \sqrt{3} \Rightarrow SMO = 60^\circ$.

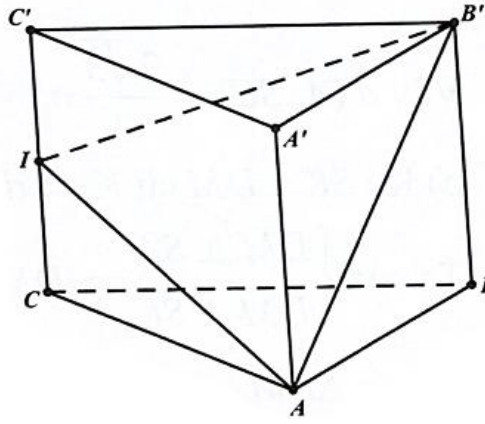
Vậy mặt phẳng (SBC) hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 60° .

Câu 15. Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'BC'$, đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$, $BB' = a$, I là trung điểm của CC' . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.

Trả lời: $\cos \varphi = \frac{S_{ABC}}{S_{AB'I}} = \sqrt{\frac{3}{10}}$

Lời giải

Ta thấy tam giác ABC là hình chiếu vuông góc của tam giác $AB'I$ lên mặt phẳng (ABC) . Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$. Theo công thức hình chiếu ta có: $\cos \varphi = \frac{S_{ABC}}{S_{AB'I}}$.



Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

$$AI = \sqrt{AC^2 + CI^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} AB' = \sqrt{AB^2 + BB'^2} = a\sqrt{2}, IB' = \sqrt{B'C'^2 + IC'^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

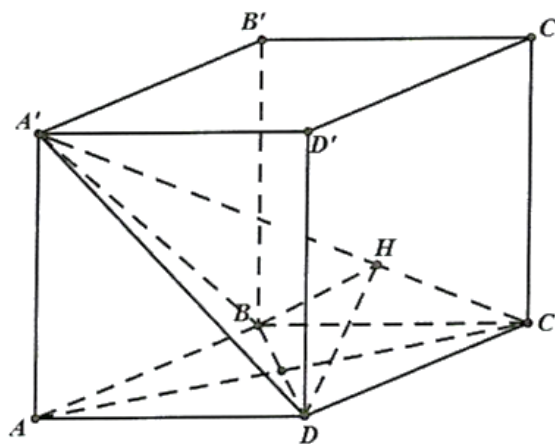
Suy ra: Tam giác $AB'I$ vuông tại A nên $S_{AB'I} = \frac{1}{2} \cdot AB' \cdot AI = \frac{a^2 \sqrt{10}}{4}$.

Vậy $\cos \varphi = \frac{S_{ABC}}{S_{AB'I}} = \sqrt{\frac{3}{10}}$.

Câu 16. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'BC'D'$ có cạnh bằng a . Tính số đo của góc giữa $(BA'C)$ và $(DA'C)$.

Trả lời: $((BA'C), (DA'C)) = 60^\circ$

Lời giải



+ Kẻ $BH \perp A'C, (H \in A'C)$ (1).

+ Mặt khác, ta có: $BD \perp AC$ (gt), $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow AA' \perp BD \Rightarrow BD \perp (ACA') \Rightarrow BD \perp A'C$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $A'C \perp (BDH) \Rightarrow A'C \perp DH$.

Do đó, $((BA'C), (DA'C)) = (HB, HD) = BHD$.

+ Xét tam giác vuông BCA' có:

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{BA'^2} = \frac{3}{2a^2}$$

$$\Rightarrow BH = a \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow DH = a \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$$

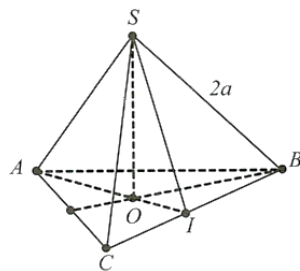
+ Ta có: $\cos BHD = \frac{2 \cdot BH^2 - BD^2}{2BH^2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow BHD = 120^\circ$.

Vậy $((BA'C), (DA'C)) = 60^\circ$.

Câu 17. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy tâm O cạnh a , cạnh bên $2a$.
Tính góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy.

Trả lời: $81,4^\circ$

Lời giải



Ta chọn mặt bên đại diện là (SBC) . Gọi I là trung điểm BC .

Ta có:
$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ \text{Trong}(ABC), OI \perp BC \\ \text{Trong}(SBC), SI \perp BC \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (OI, SI) = SIO$$

Ta có: $OI = \frac{1}{3} \cdot AI = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$; $OB = 2OI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$; $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{33}}{3}a$.

Xét tam giác SOI vuông tại O : $\tan SIO = \frac{SO}{OI} = \frac{\frac{\sqrt{33}}{3}a}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = 2\sqrt{11} \Rightarrow SIO \approx 81,4^\circ$.

Câu 18. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B với $AB = a$, $A'B = a\sqrt{7}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C)$, (ABC) .

Trả lời: $73,9^\circ$

Ta có:
$$\begin{cases} (AB'C) \cap (ABC) = AC \\ \text{Trong } (ABC), BI \perp AC \Rightarrow ((AB'C), (ABC)) = (B'I, BI) = B'IB \\ \text{Trong } (AB'C), B'I \perp AC \end{cases}$$

$$\text{Xét } \triangle B'BI \text{ vuông tại } B: \tan B'IB = \frac{BB'}{BI} = \frac{\frac{\sqrt{6}a}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{3} \Rightarrow B'IB \approx 73,9^\circ.$$

Trả lời: $64,3^\circ$

Ta có: $CE = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}a$

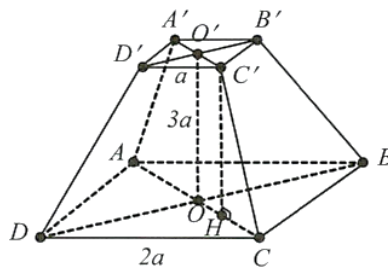
$$EF = \frac{1}{2} AH = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2}}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(3a)^2} + \frac{1}{(2a)^2}}} = \frac{3\sqrt{13}}{13} a$$

Xét $\triangle CEF$ vuông tại E : $\tan CFE = \frac{CE}{EF} = \frac{\sqrt{3}a}{\frac{3\sqrt{13}}{13}a} = \frac{\sqrt{39}}{3} \Rightarrow CFE \approx 64,3^\circ$.

Câu 20. Cho hình chóp cắt tứ giác đều có cạnh đáy nhỏ là a , cạnh đáy lớn là $2a$ và chiều cao là $3a$. Tính độ dài cạnh bên.

Trả lời: $\frac{\sqrt{38}}{2} a$

Lời giải



Kẻ $C'H \perp OC$

Ta có: $HC = OC - OH = \frac{2a\sqrt{2}}{2} - \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$$\Rightarrow C'C = \sqrt{C'H^2 + HC^2} = \sqrt{(3a)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{38}}{2} a$$

Vậy độ dài cạnh bên của hình chóp cắt đã cho là $\frac{\sqrt{38}}{2} a$.

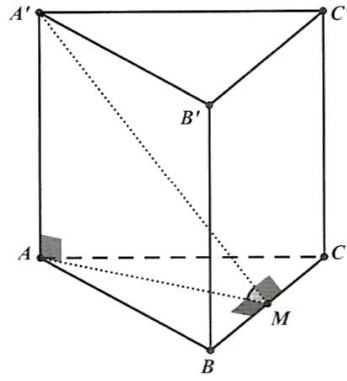
Câu 21. Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$. Tính cô-sin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) ?

Trả lời: $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Lời giải

Trả lời: $\varphi = 60^\circ$

Lời giải



Ta có $(ABC) \cap (A'BC) = BC$.

Gọi trung điểm của cạnh BC là M .

Tam giác ABC đều nên ta có: $AM \perp BC$ (1).

$ABC \cdot A'B'C'$ là lăng trụ đều nên $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp BC$ (2).

Từ (1) và (2) ta suy ra $BC \perp (AA'M) \Rightarrow BC \perp A'M$.

Suy ra: góc φ giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là góc giữa hai đường thẳng AM và $A'M$.

Vì tam giác $A'AM$ vuông tại A nên suy ra $\varphi = A'MA$.

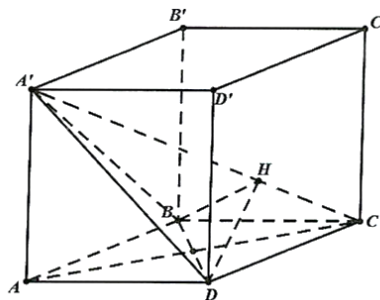
$$\text{Ta có: } \tan \varphi = \frac{AA'}{AM} = \frac{\frac{3a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}.$$

Suy ra $\varphi = 60^\circ$.

Câu 24. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính số đo của góc giữa $(BA'C)$ và $(DA'C)$.

Trả lời: $((BA'C), (DA'C)) = 60^\circ$

Lời giải



+ Kẻ $BH \perp AC, (H \in AC)$ (1)

+ Mặt khác, ta có: $BD \perp AC$ (gt),

$$AA' \perp (ABCD) \Rightarrow AA' \perp BD$$

$$\Rightarrow BD \perp (ACA') \Rightarrow BD \perp A'C(2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $A'C \perp (BDH) \Rightarrow A'C \perp DH$.

Do đó, $\left((BA'C), (DA'C) \right) = (HB, HD)$.

+ Xét tam giác vuông BCA' có:

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{BA'^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow BH = a \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow DH = a \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$+ \text{Ta có: } \cos BHD = \frac{2BH^2 - BD^2}{2BH^2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow BHD = 120^\circ.$$

Vậy $\left((BA'C), (DA'C) \right) = 60^\circ$.