

CÂU HỎI

Câu 1. Kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao $98m$ và cạnh đáy $180m$. Tính số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp đó.

Trả lời:

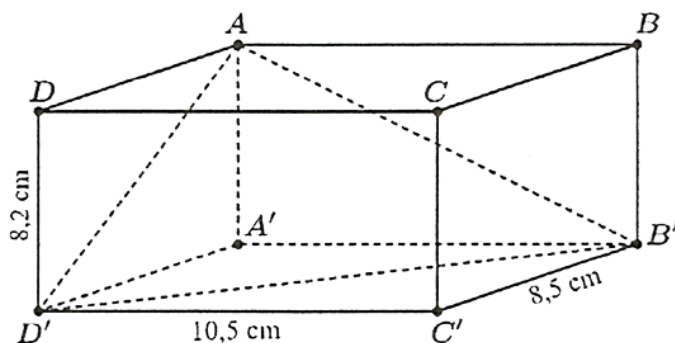
Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$.

a) Xác định và tính góc giữa $A'D$ với mặt phẳng $(ABCD)$.

b) Xác định và tính góc giữa $A'C$ với mặt phẳng $(ABCD)$.

Trả lời:

Câu 3. Một hộp phấn không bụi có dạng hình hộp chữ nhật, chiều cao hộp phấn bằng $8,2cm$ và đáy của nó có hai kích thước là $8,5cm; 10,5cm$ (xem hình vẽ sau). Tìm góc phẳng nhị diện $[A, B'D', A']$ (tính theo độ, làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Trả lời:

Câu 4. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy tâm O , cạnh a và cạnh bên là $2a$.

a) Tính góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy?

b) Tính góc phẳng nhị diện $[S, BC, O]$?

Câu 5. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy tâm O cạnh a và cạnh bên là $a\sqrt{7}$.

a) Tính góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy?

b) Tính góc phẳng nhị diện $[S, BC, O]$?

Trả lời:

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$. Biết $AB = a$, $SC = a\sqrt{5}$.

a) Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) ?

b) Tính góc phẳng nhị diện $[A, BC, S]$?

Trả lời:

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SB \perp (ABC)$ và $SB = 4a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) ?

Trả lời:

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là 60° . Tính góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$?

Trả lời:

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, $SC \perp (ABCD)$ và $SC = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[B, SA, C]$?

Trả lời:

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2a$. Tính góc phẳng nhị diện $[A, SC, B]$?

Trả lời:

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SB = a\sqrt{5}$. Gọi M là trung điểm BC . Tính góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (SAC) ?

Trả lời:

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\angle BAD = 120^\circ$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \sqrt{3}a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) ?

Trả lời:

Câu 13. Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = 2a$ và $A'B = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[B', AC, B]$?

Trả lời:

Câu 14. Cho hình lăng trụ đều $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy cạnh a , góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) là 60° . Tính góc giữa đường thẳng $C'A$ và mặt phẳng $(AA'B'B)$?

Trả lời:

Câu 15. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$?

Trả lời:

Câu 16. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $AA' = a\sqrt{5}$. Tính góc giữa đường thẳng $A'D$ và mặt phẳng $(AA'C'C)$.

Trả lời:

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . M là trung điểm CD . Biết $SA = SC = SB = SD = a\sqrt{2}$, đường tròn ngoại tiếp $ABCD$ có bán kính bằng a . Gọi α là góc giữa SM và mặt đáy. Tính $\tan \alpha$?

Trả lời:

Câu 18. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm SC . Tính góc phẳng nhị diện $[M, BD, A]$?

Trả lời:

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $2a$. $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Trên BC lấy điểm I sao cho tam giác SDI vuông tại S . Biết góc phẳng nhị diện $[S, DI, A]$ là 60° . Tính độ dài SI .

Trả lời:

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với đáy $ABCD$, đáy là hình thang vuông tại A , có đáy lớn AB , $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Vẽ $AH \perp SC$, $H \in SC$ và M là trung điểm của AB . Biết $[S, DC, B] = 60^\circ$. Gọi S_x là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SMC) . Tính $[A, S_x, M]$?

Trả lời:

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $ABC = 60^\circ$, tam giác SBC là tam giác đều có bằng cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Gọi φ là góc phẳng nhị diện $[S, AC, B]$. Tính $\tan \varphi$?

Trả lời:

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SB = 2a$. Tính:

a) Góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$?

b) Góc giữa SD và (SAC) ?

Trả lời:

Câu 23. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy tâm O cạnh a và cạnh bên là $a\sqrt{7}$.

a) Tính góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy?

b) Tính góc phẳng nhị diện $[S, BC, O]$?

Trả lời:

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SB \perp (ABC)$ và $SB = 4a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) ?

Trả lời:

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, $SC \perp (ABCD)$ và $SC = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[B, SA, C]$?

Trả lời:

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = 2a$ và $A'B = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[B', AC, B]$?

Trả lời:

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy. ABC là tam giác vuông cân tại B .

Cho độ dài các cạnh $SA = AB = a$. Tính:

a) Góc giữa đường thẳng SB và (ABC) ?

b) Góc giữa SC và (SAB) ?

Trả lời:

Câu 28. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy tâm O , cạnh a và cạnh bên là $2a$.

a) Tính góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy?

b) Tính góc phẳng nhị diện $[S, BC, O]$?

Trả lời:

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $B, SA \perp (ABC)$. Biết $AB = a$, $SC = a\sqrt{5}$.

a) Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) ?

b) Tính góc phẳng nhị diện $[A, BC, S]$?

Trả lời:

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a, SA \perp (ABC)$ và $SB = a\sqrt{5}$. Gọi M là trung điểm BC . Tính góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (SAC) ?

Trả lời:

Câu 31. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a, AA' = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$?

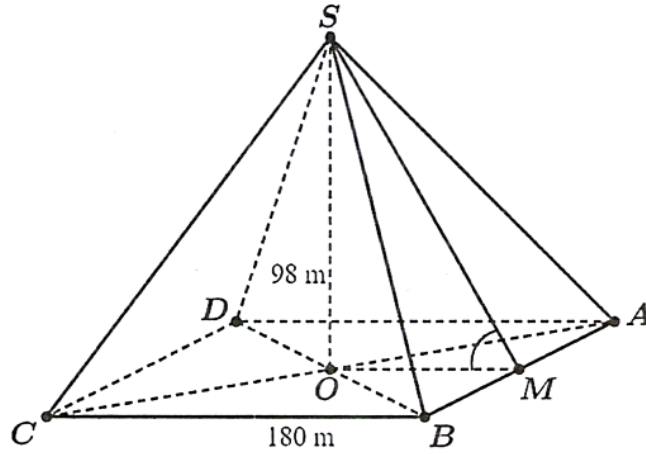
Trả lời:

LỜI GIẢI

Câu 1. Kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao $98m$ và cạnh đáy $180m$. Tính số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp đó.

Trả lời: $\approx 47,44^\circ$

Hướng dẫn giải



Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao $98m$ và cạnh đáy $180m$.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ thì $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp AB$. (1)

Gọi M là trung điểm AB thì OM là đường trung bình của tam giác ABC , suy ra

$$OM = \frac{BC}{2} = 90(m) \text{ và } OM \perp AB. (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra SMO là góc phẳng nhị diện $[(SAB), AB, (ABCD)]$ với

$$\tan SMO = \frac{SO}{OM} = \frac{98}{90} = \frac{49}{45} \Rightarrow SMO \approx 47,44^\circ.$$

Vậy góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp xấp xỉ $47,44$.

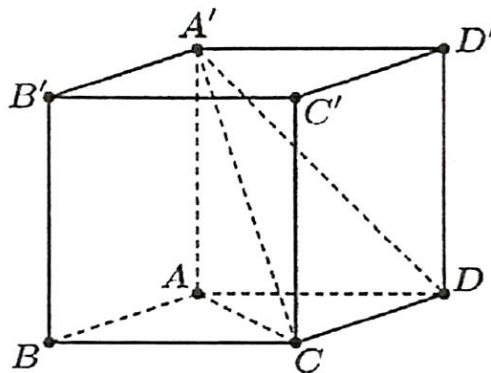
Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$.

a) Xác định và tính góc giữa $A'D$ với mặt phẳng $(ABCD)$.

b) Xác định và tính góc giữa $A'C$ với mặt phẳng $(ABCD)$.

Trả lời: $(A'D, (ABCD)) = 45^\circ$; $(A'C, (ABCD)) \approx 35,26^\circ$

Hướng dẫn giải



a) Ta có: $AA' \perp (ABCD)$ nên AD là hình chiếu của $A'D$ trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Suy ra $(A'D, (ABCD)) = (A'D, AD) = A'DA = 45^\circ$ (do tam giác $AA'D$ vuông cân tại A).

b) Ta có: $AA' \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu của $A'C$ trên mặt phẳng $(ABCD)$. Suy ra

$$(A'C, (ABCD)) = (A'C, AC) = A'CA.$$

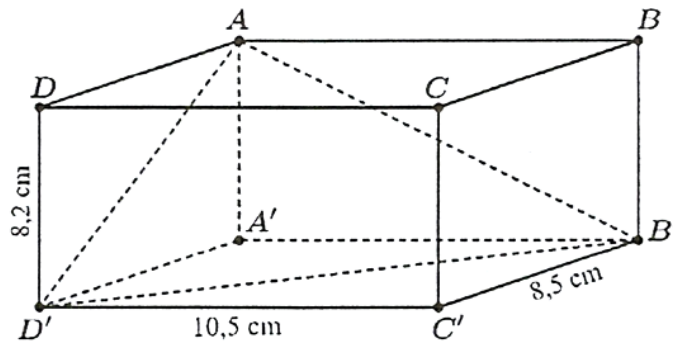
Giả sử cạnh hình lập phương là a thì $AA' = a, AC = a\sqrt{2}$.

Tam giác $AA'C$ vuông tại A có:

$$\tan A'CA = \frac{AA'}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A'CA \approx 35,26^\circ.$$

Vậy $(A'C, (ABCD)) = A'CA \approx 35,26^\circ$

Câu 3. Một hộp phấn không bụi có dạng hình hộp chữ nhật, chiều cao hộp phấn bằng $8,2\text{ cm}$ và đáy của nó có hai kích thước là $8,5\text{ cm}; 10,5\text{ cm}$ (xem hình vẽ sau). Tìm góc phẳng nhị diện $[A, B'D', A']$ (tính theo độ, làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



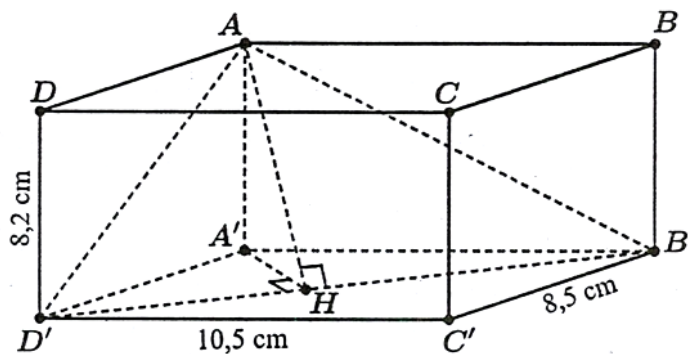
Trả lời: $\approx 51,14^\circ$

Hướng dẫn giải

Trong mặt phẳng $(A'B'C'D')$, kẻ $A'H \perp B'D'$ tại H .

Ta có: $\begin{cases} B'D' \perp A'H \\ B'D' \perp AA' \text{ (do } AA' \perp (A'B'C'D')) \end{cases} \Rightarrow B'D' \perp (AA'H) \Rightarrow B'D' \perp AH.$

Do đó AHA' là góc phẳng nhị diện $[A, B'D', A']$.



Tam giác $A'B'D'$ vuông tại A' có đường cao $A'H$ nên

$$\frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{A'B'^2} + \frac{1}{A'D'^2} \Rightarrow A'H = \frac{A'B' \cdot A'D'}{\sqrt{A'B'^2 + A'D'^2}} = \frac{357}{2\sqrt{730}}.$$

Tam giác AHA' vuông tại A' có:

$$\tan AHA' = \frac{AA'}{A'H} = \frac{8,2}{\frac{357}{2\sqrt{730}}} \Rightarrow AHA' \approx 51,14^\circ$$

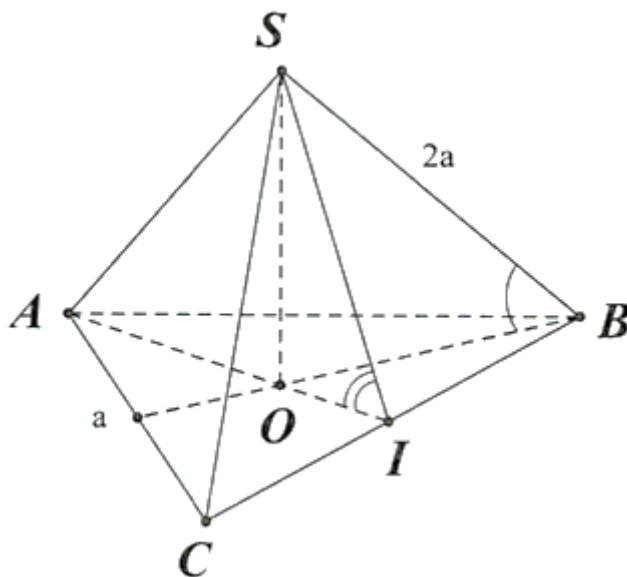
Câu 4. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy tâm O , cạnh a và cạnh bên là $2a$.

a) Tính góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy?

b) Tính góc phẳng nhị diện $[S, BC, O]$?

Trả lời: a) $\approx 73,2^\circ$ b) $[S, BC, O] \approx 81,4^\circ$

Lời giải



a) Ta có: $SO \perp (ABC)$ tại O và SB cắt mp (ABC) tại B

$\Rightarrow OB$ là hình chiếu của SB trên mp (ABC)

$\Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, OB) = SBO$

$$\text{Ta có: } OB = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Xét $\triangle SOB$ vuông tại O :

$$\cos SBO = \frac{BO}{SB} = \frac{\frac{\sqrt{3}a}{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow SBO \approx 73,2^\circ$$

Vậy $(SB, (ABC)) \approx 73,2^\circ$.

$$\text{b) Ta có: } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ \text{Trong } (ABC), OI \perp BC \Rightarrow [S, BC, O] = SIO \\ \text{Trong } (SBC), SI \perp BC \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } OI = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}, SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{33}}{3}a$$

$$\text{Xét } \triangle SOI \text{ vuông tại } O: \tan SIO = \frac{SO}{OI} = \frac{\frac{\sqrt{33}a}{3}}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = 2\sqrt{11} \Rightarrow SIO \approx 81,4^\circ$$

$$\Rightarrow [S, BC, O] \approx 81,4^\circ$$

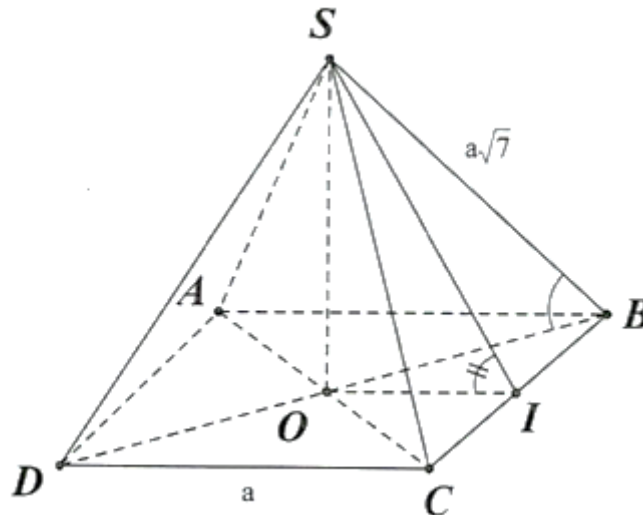
Câu 5. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy tâm O cạnh a và cạnh bên là $a\sqrt{7}$.

a) Tính góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy?

b) Tính góc phẳng nhị diện $[S, BC, O]$?

Trả lời: a) $\approx 74,5^\circ$ b) $[S, BC, O] \approx 78,9^\circ$

Lời giải



a) Ta có: $SO \perp (ABCD)$ tại O và SB cắt mp $(ABCD)$ tại B

$\Rightarrow OB$ là hình chiếu của SB trên mp $(ABCD)$

$$\Rightarrow (SB, (ABCD)) = (SB, OB) = SBO$$

$$\text{Ta có: } OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle SOB \text{ vuông tại } O: \cos SBO = \frac{BO}{SB} = \frac{\frac{\sqrt{2}a}{2}}{\sqrt{7}a} = \frac{\sqrt{14}}{14} \Rightarrow SBO \approx 74,5^\circ$$

Vậy $(SB, (ABCD)) \approx 74,5^\circ$.

$$\text{b) Ta có: } \begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ \text{Trong } (ABCD), OI \perp BC \Rightarrow [S, BC, O] = SIO \\ \text{Trong } (SBC), SI \perp BC \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } OI = \frac{a}{2}, SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{(a\sqrt{7})^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2}a$$

$$\text{Xét } \triangle SOI \text{ vuông tại } O: \tan SIO = \frac{SO}{OI} = \frac{\frac{\sqrt{26}a}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{26} \Rightarrow SIO \approx 78,9^\circ$$

$$\Rightarrow [S, BC, O] \approx 78,9^\circ$$

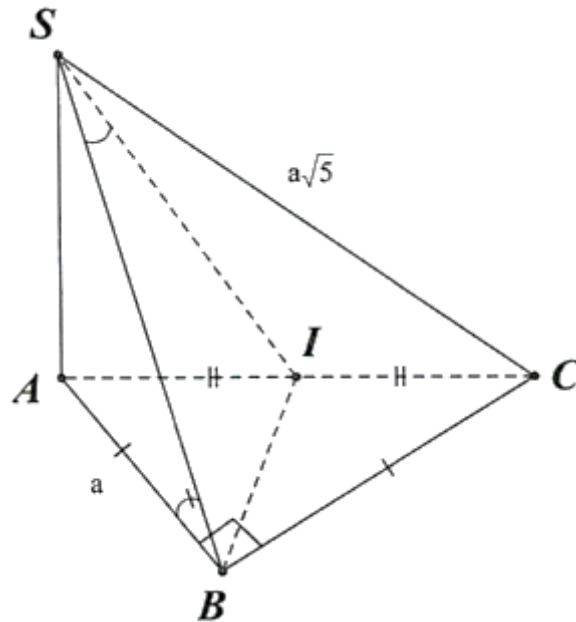
Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$. Biết $AB = a$, $SC = a\sqrt{5}$.

a) Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) ?

b) Tính góc phẳng nhị diện $[A, BC, S]$?

Trả lời: a) $(SB, (SAC)) \approx 20,7^\circ$ b) $[S, BC, A] = 60^\circ$

Lời giải



$$\text{a) Ta có: } \begin{cases} BI \perp AC \\ BI \perp SA \end{cases} \Rightarrow BI \perp (SAC) \text{ tại } I \text{ và } SB \text{ cắt mp } (SAC) \text{ tại } S$$

$\Rightarrow SI$ là hình chiếu của SB trên mp (SAC)

$$\Rightarrow (SB, (SAC)) = (SB, SI) = BSI$$

Ta có: $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow BI = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Ta có: $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - (a\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}a$

Ta lại có: $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a$

Xét $\triangle SBI$ vuông tại I : $\sin BSI = \frac{BI}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow BSI \approx 20,7^\circ$

Vậy $(SB, (SAC)) \approx 20,7^\circ$.

b) Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

Ta có: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ \text{Trong } (ABC), AB \perp BC \Rightarrow [S, BC, A] = SBA \\ \text{Trong } (SBC), SB \perp BC \end{cases}$

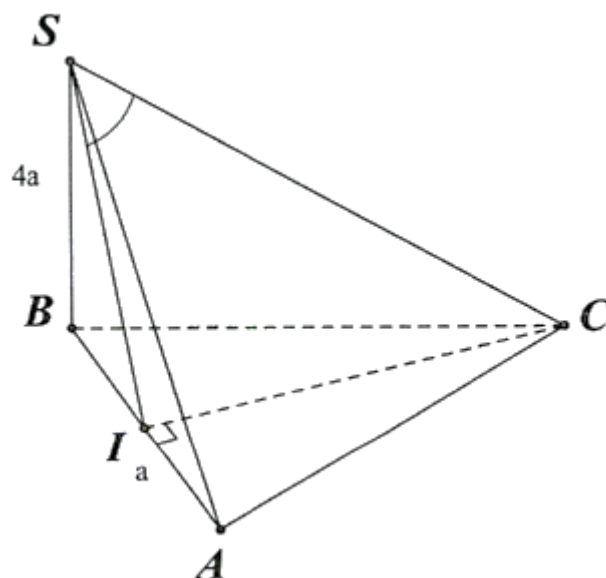
Xét $\triangle SAB$ vuông tại A : $\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow SBA = 60^\circ$

$\Rightarrow [S, BC, A] = 60^\circ$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SB \perp (ABC)$ và $SB = 4a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) ?

Trả lời: $(SC, (SAB)) \approx 12,1^\circ$

Lời giải



Kẻ $CI \perp AB \Rightarrow I$ là trung điểm AB

Ta có: $\begin{cases} CI \perp AB \\ CI \perp SB \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAB) \text{ tại } I \text{ và } SC \text{ cắt mp } (SAB) \text{ tại } S$

$\Rightarrow SI$ là hình chiếu của SC trên mp (SAB)

$\Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SI) = CSI$

Ta có: $IC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Ta có: $SC = \sqrt{SB^2 + BC^2} = \sqrt{(4a)^2 + a^2} = \sqrt{17}a$

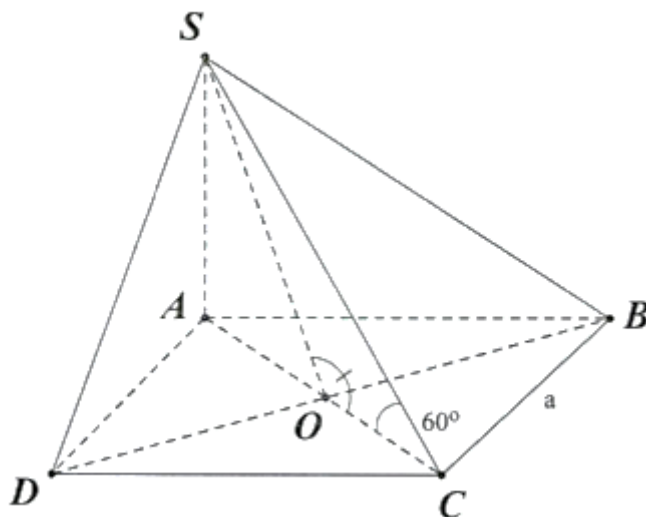
Xét $\triangle SCI$ vuông tại I : $\sin CSI = \frac{CI}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{17}a} = \frac{\sqrt{51}}{34} \Rightarrow CSI \approx 12,1^\circ$

Vậy $(SC, (SAB)) \approx 12,1^\circ$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là 60° . Tính góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$?

Trả lời: $SOC = 106,1^\circ$

Lời giải



Ta có: $SA \perp (ABCD)$ tại A và SC cắt mp $(ABCD)$ tại C

$\Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC trên mp $(ABCD)$

$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = SCA = 60^\circ$

Ta có: $\Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}a$

Ta có: $\begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SBD) \cap (CBD) = BD \\ \text{Trong } (CBD), CO \perp BD \Rightarrow [S, BD, C] = SOC \\ \text{Trong } (SBC), SO \perp BD \end{cases}$$

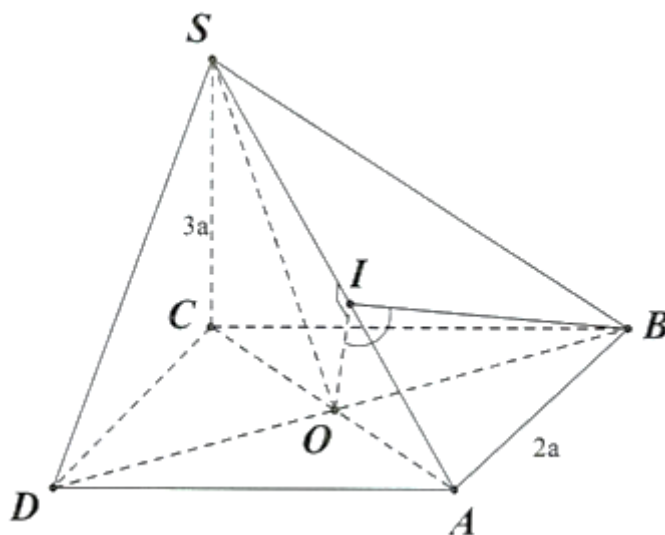
$$\text{Xét } \triangle SAO \text{ vuông tại } A: \tan SOA = \frac{SA}{AO} = \frac{a\sqrt{6}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{3} \Rightarrow SOA = 73,9^\circ$$

$$\Rightarrow SOC = 106,1^\circ$$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, $SC \perp (ABCD)$ và $SC = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[B, SA, C]$?

Trả lời: $\approx 54^\circ$

Lời giải



$$\text{Ta có: } \begin{cases} BO \perp SA \\ BO \perp AC \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SBA) \cap (SAC) = SA \\ \text{Trong } (SAC), OI \perp SA \Rightarrow [B, SA, C] = [B, SA, O] = BIO \\ \text{Trong } (SBA), BI \perp SA \end{cases}$$

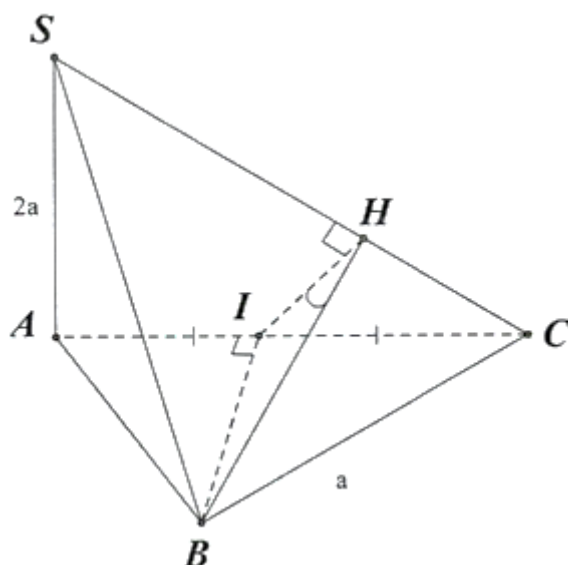
$$\text{Ta có: } \triangle IAO \sim \triangle CAS \Rightarrow \frac{OI}{SC} = \frac{OA}{SA} \Rightarrow OI = \frac{OA \cdot SC}{SA} = \frac{\sqrt{2}a \cdot 3a}{\sqrt{(3a)^2 + (2\sqrt{2}a)^2}} = \frac{3\sqrt{34}}{17}a$$

$$\text{Xét } \triangle BOI \text{ vuông tại } O: \tan BIO = \frac{BO}{OI} = \frac{a\sqrt{2}}{\frac{3\sqrt{34}}{17}a} = \frac{\sqrt{17}}{3} \Rightarrow BIO \approx 54^\circ$$

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2a$. Tính góc phẳng nhị diện $[A, SC, B]$?

Trả lời: $\approx 62,7^\circ$

Lời giải



Kẻ $BI \perp AC$

Ta có: $\begin{cases} BI \perp AC \\ BI \perp SA \end{cases} \Rightarrow BI \perp (SAC)$

Ta có: $\begin{cases} (SAC) \cap (SBC) = SC \\ \text{Trong } (SAC), IH \perp SC \Rightarrow [A, SC, B] = IHB \\ \text{Trong } (SBC), BH \perp SC \end{cases}$

Ta có:

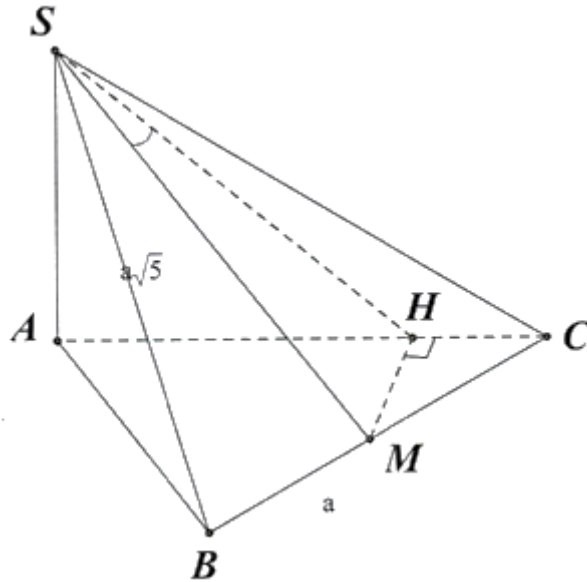
$$\triangle HCI \sim \triangle ACS \Rightarrow \frac{HI}{SA} = \frac{CI}{SC} \Rightarrow HI = \frac{SA \cdot CI}{SC} = \frac{2a \cdot \frac{a}{2}}{\sqrt{(2a)^2 + a^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}a$$

$$\text{Xét } \triangle BH \text{ vuông tại } I : \tan BHI = \frac{BI}{HI} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{5}a} = \frac{\sqrt{15}}{2} \Rightarrow BHI \approx 62,7^\circ$$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SB = a\sqrt{5}$. Gọi M là trung điểm BC . Tính góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (SAC) ?

Trả lời: $\approx 11,5^\circ$

Lời giải



Kẻ $MH \perp AC$

Ta có: $MH \perp SA \Rightarrow MH \perp (SAC)$ tại H và SM cắt mp (SAC) tại S

$\Rightarrow SH$ là hình chiếu của SM trên mp (SAC)

$\Rightarrow (SM, (SAC)) = (SM, SH) = MSH$

Ta có: $HM = MC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$;

$HC = MC \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{4} \Rightarrow AH = AC - HC = a - \frac{a}{4} = \frac{3a}{4}$

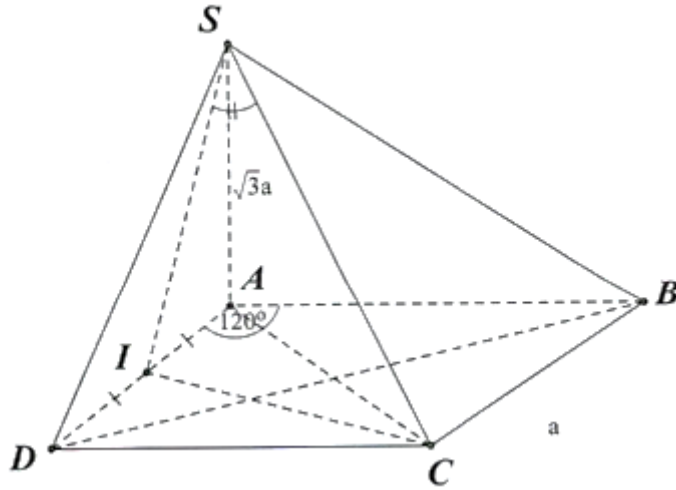
Ta có: $SH = \sqrt{SA^2 + AH^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - a^2 + \left(\frac{3a}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{73}}{4}a$

Xét $\triangle SHM$ vuông tại H : $\tan MSH = \frac{HM}{SH} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{73}a}{4}} = \frac{\sqrt{219}}{73} \Rightarrow MSH \approx 11,5^\circ$

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\angle BAD = 120^\circ$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \sqrt{3}a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) ?

Trả lời: $\approx 64,3^\circ$

Lời giải



Xét $\triangle ADC$ cân tại D , có $D = 60^\circ$ nên $\triangle ADC$ đều.

Kẻ $CI \perp AD$

Ta có: $CI \perp SA \Rightarrow CI \perp (SAD)$ tại I và SC cắt mp (SAD) tại $S \Rightarrow SI$ là hình chiếu của SC trên mp (SAD)

$$\Rightarrow (SC, (SAD)) = (SC, SI) = CSI$$

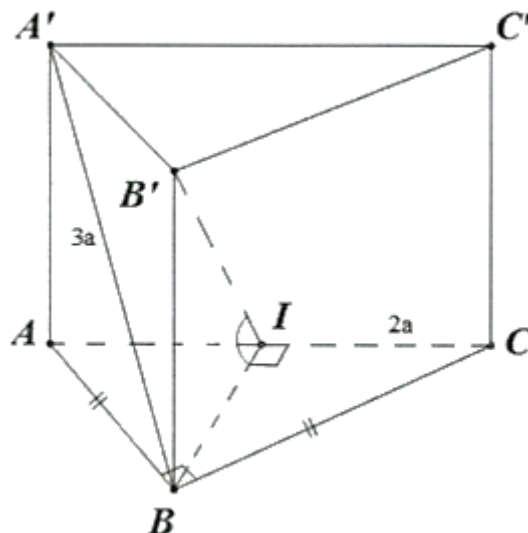
$$\text{Ta có: } SI = \sqrt{SA^2 + AI^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}a$$

$$\text{Xét } \triangle SCI \text{ vuông tại } I : \tan CSI = \frac{SI}{IC} = \frac{\frac{a\sqrt{13}}{2}}{\frac{\sqrt{3}a}{2}} = \frac{\sqrt{39}}{3} \Rightarrow CSI \approx 64,3^\circ$$

Câu 13. Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = 2a$ và $A'B = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[B', AC, B]$?

Trả lời: $69,3^\circ$

Lời giải



$$\text{Ta có: } \begin{cases} (B'AC) \cap (ABC) = AC \\ \text{Trong } (ABC), BI \perp AC \Rightarrow [A, SC, B] = B'IB \\ \text{Trong } (B'AC), B'I \perp AC \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } BI = \frac{AC}{2} = a$$

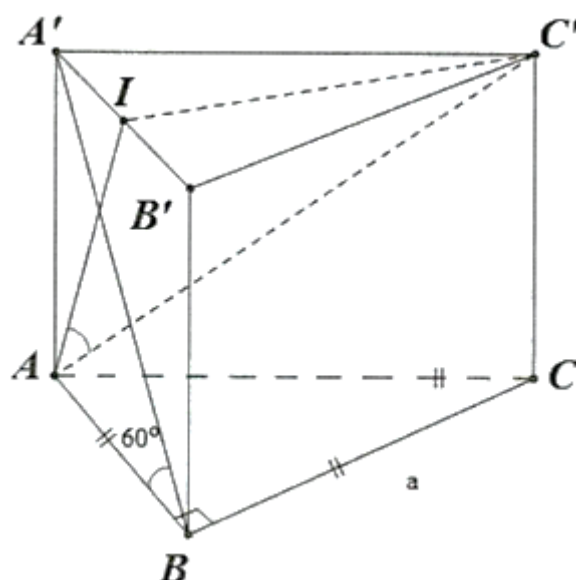
$$B'B = \sqrt{(3a)^2 - (a\sqrt{2})^2} = \sqrt{7}a$$

$$\text{Xét } \triangle BB'I \text{ vuông tại } B: \tan B'IB = \frac{B'B}{BI} = \frac{\sqrt{7}a}{a} = \sqrt{7} \Rightarrow B'IB \approx 69,3^\circ$$

Câu 14. Cho hình lăng trụ đều $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy cạnh a , góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) là 60° . Tính góc giữa đường thẳng $C'A$ và mặt phẳng $(AA'B'B)$?

Trả lời: $\approx 25,7^\circ$

Lời giải



Kẻ $C'I \perp A'B$

Ta có: $C'I \perp AA' \Rightarrow C'I \perp (AA'B'B)$ tại I và $C'A$ cắt mp $(AA'B'B)$ tại A .

$\Rightarrow AI$ là hình chiếu của $C'A$ trên mp $(AA'B'B)$

$$\Rightarrow (C'A, (AA'B'B)) = (C'A, AI) = C'AI$$

$$\text{Ta có: } AA' = AB \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}a$$

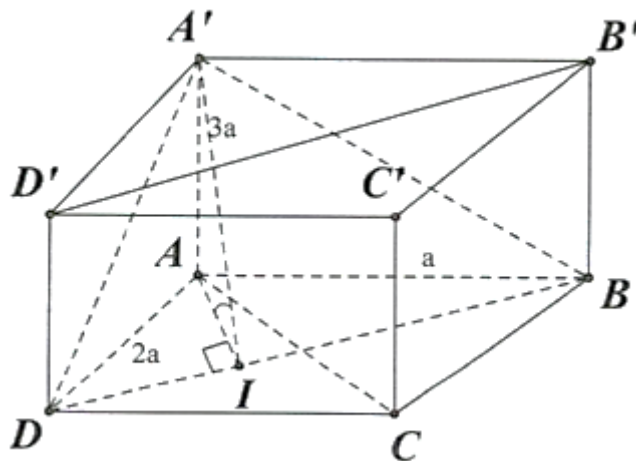
$$AI = \sqrt{AA'^2 + A'I^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}a$$

$$\text{Xét } \triangle C'AI \text{ vuông tại } I: \tan C'AI = \frac{C'I}{AI} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{13}a}{2}} = \frac{\sqrt{39}}{13} \Rightarrow C'AI \approx 25,7^\circ$$

Câu 15. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a, AA' = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$?

Trả lời: $\approx 73,4^\circ$

Lời giải



Kẻ $AI \perp BD$. Mà $BD \perp AA' \Rightarrow BD \perp (AA'I)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (A'BD) \cap (ABD) = BD \\ \text{Trong } (ABD), AI \perp BD \\ \text{Trong } (A'BD), A'I \perp BD \end{cases}$$

$$\Rightarrow [A', BD, A] = A'IA$$

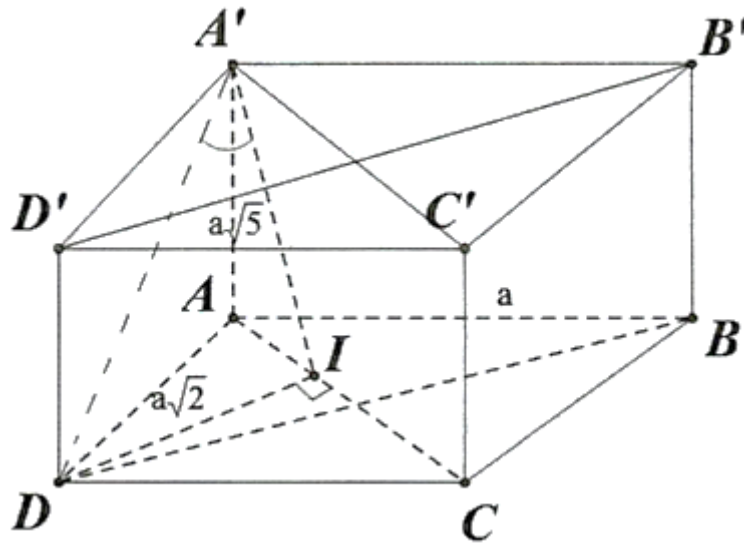
$$\text{Ta có: } AI = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{(2a)^2}}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$$

$$\text{Xét } \triangle AA'I \text{ vuông tại } A: \tan A'IA = \frac{A'A}{AI} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{2\sqrt{5}}{5}a} = \frac{3\sqrt{5}}{2} \Rightarrow A'IA \approx 73,4^\circ$$

Câu 16. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = a\sqrt{2}, AA' = a\sqrt{5}$. Tính góc giữa đường thẳng $A'D$ và mặt phẳng $(AA'C'C)$.

Trả lời: $\approx 18^\circ$

Lời giải



Kẻ $DI \perp AC$. Mà $DI \perp A'A \Rightarrow DI \perp (AA'C'C)$ tại I Và $A'D$ cắt mp $(AA'C'C)$ tại A'

$\Rightarrow A'I$ là hình chiếu của DA' trên mp $(AA'C'C)$

$\Rightarrow (DA', (AA'C'C)) = (DA', A'I) = DA'I$

$$DI = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{AD^2} + \frac{1}{DC^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(a\sqrt{2})^2} + \frac{1}{a^2}}} = \frac{\sqrt{6}}{3}a$$

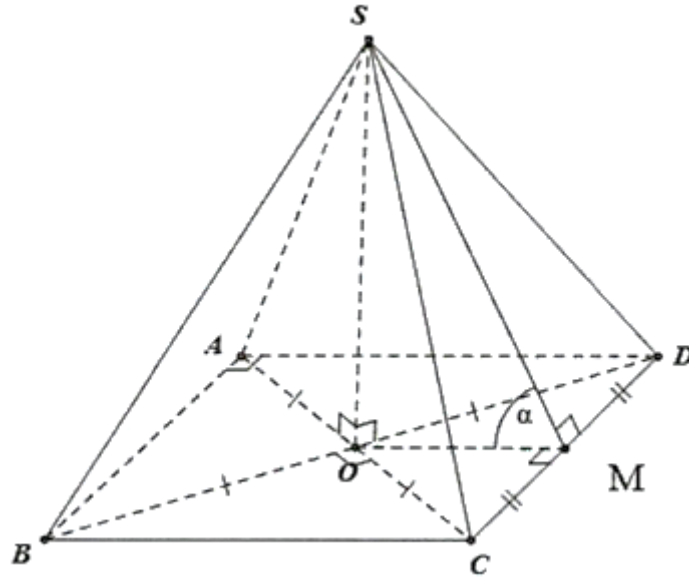
$$A'D = \sqrt{AA'^2 + AD^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 + (a\sqrt{2})^2} = \sqrt{7}a$$

$$\text{Xét } \triangle DA'I \text{ vuông tại } I : \sin IA'D = \frac{DI}{A'D} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{3}a}{\sqrt{7}a} = \frac{\sqrt{42}}{21} \Rightarrow IA'D \approx 18^\circ$$

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . M là trung điểm CD . Biết $SA = SC = SB = SD = a\sqrt{2}$, đường tròn ngoại tiếp $ABCD$ có bán kính bằng a . Gọi α là góc giữa SM và mặt đáy. Tính $\tan \alpha$?

Trả lời: $\sqrt{2}$

Lời giải



Vì các tam giác SAC cân tại S nên $SO \perp AC$;

Tương tự $SO \perp BD$

$$\Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

$\Rightarrow OM$ là hình chiếu của SM lên $(ABCD)$

$$\Rightarrow \overline{(SM; (ABCD))} = (SM; OM) = SMO$$

Xét tam giác SMO vuông tại O , có:

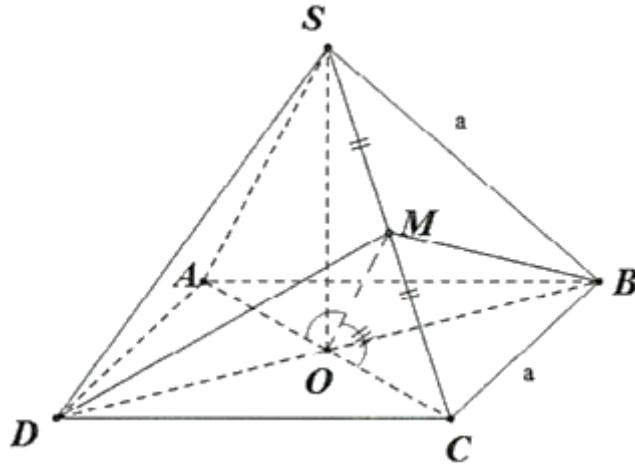
$$OM = \frac{a\sqrt{2}}{2}; SO = a$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \tan SMO = \frac{SO}{OM} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$$

Câu 18. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm SC . Tính góc phẳng nhị diện $[M, BD, A]$?

Trả lời: 135°

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp OM$

Ta có: $\begin{cases} (MBD) \cap (ABD) = BD \\ \text{Trong}(MBD), MO \perp BD \Rightarrow [M, BD, A] = MOA \\ \text{Trong}(ABD), AO \perp BD \end{cases}$

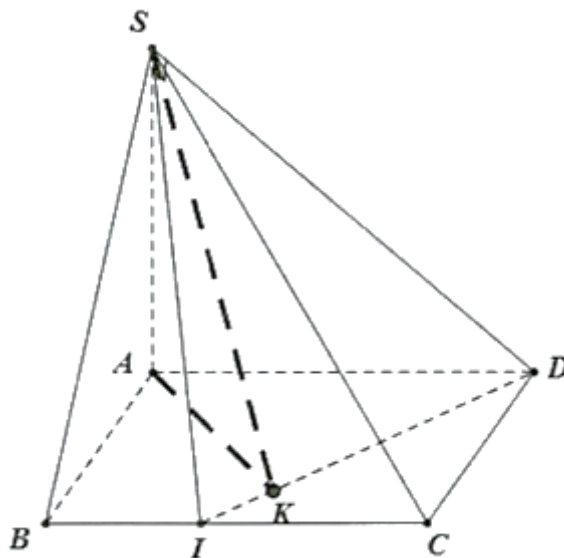
Xét $\triangle MOC$ có: $OM = MC = \frac{a}{2}, OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên $\triangle MOC$ vuông cân tại M

$\Rightarrow MOC = 45^\circ \Rightarrow MOA = 135^\circ$

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $2a$. $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Trên BC lấy điểm I sao cho tam giác SDI vuông tại S . Biết góc phẳng nhị diện $[S, DI, A]$ là 60° . Tính độ dài SI .

Trả lời: $\frac{2\sqrt{55}a}{11}$

Lời giải



Từ A dựng $AK \perp ID, (K \in ID) \Rightarrow ID \perp (SAK) \Rightarrow ID \perp SK$

Suy ra góc phẳng nhị diện $[S, DI, A]$ là góc $AKS = 60^\circ$

Tam giác SAK vuông tại A, $\sin AKS = \frac{SA}{SK}$

$$\Rightarrow SK = \frac{SA}{\sin 60^\circ} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

$$SD = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$$

Tam giác SID vuông tại S, SK là đường cao

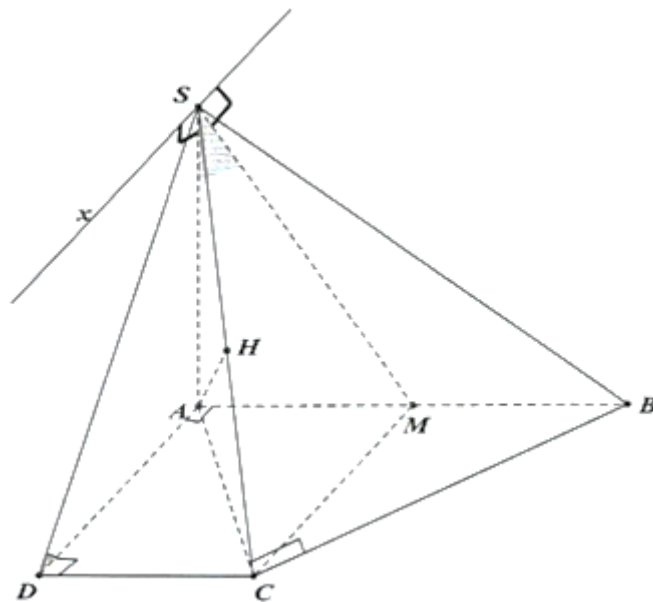
$$\frac{1}{SK^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{SD^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SI^2} = \frac{1}{SK^2} - \frac{1}{SD^2}$$

$$\Leftrightarrow SI = \frac{2\sqrt{55}a}{11}$$

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với đáy $ABCD$, đáy là hình thang vuông tại A , có đáy lớn $AB, AB = 2a, AD = DC = a$. Vẽ $AH \perp SC, H \in SC$ và M là trung điểm của AB . Biết $[S, DC, B] = 60^\circ$. Gọi S_x là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SMC) . Tính $[A, S_x, M]$?

Trả lời: 30°

Lời giải



Ta có $AD \parallel CM$ (dễ dàng chứng minh được).

Giao tuyến của $mp(SAD)$ và $mp(SCM)$:

$$\text{có } \begin{cases} S \in (SAD) \cap (SCM) \\ AD // CM \\ AD \subset (SAD), CM \subset (SCM) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (SAD) \cap (SCM) = Sx(Sx // AD // CM)$$

Ta có $DA \perp SA (DA \perp (SAB)) \Rightarrow SA \perp Sx$

$CM \perp (SAB)$ (vì $CM // AD$) $\Rightarrow SM \perp CM \Rightarrow SM \perp Sx$

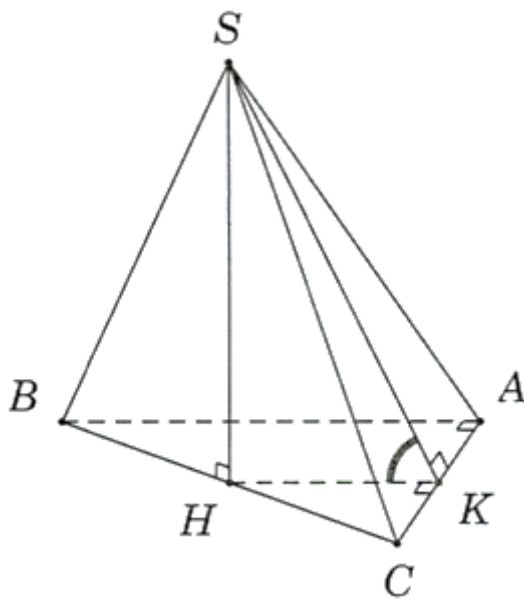
Vậy $[A, Sx, M] = ASM$.

$$\tan ASM = \frac{AM}{SA} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow ASM = 30^\circ.$$

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $ABC = 60^\circ$, tam giác SBC là tam giác đều có bằng cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Gọi φ là góc phẳng nhị diện $[S, AC, B]$. Tính $\tan \varphi$?

Trả lời: $2\sqrt{3}$

Lời giải



Gọi H là trung điểm của BC , suy ra $SH \perp BC \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Gọi K là trung điểm AC , suy ra $HK // AB$ nên $HK \perp AC$.

Ta có $\begin{cases} AC \perp HK \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SHK) \Rightarrow AC \perp SK$

Do đó $[S, AC, B] = (SK, HK) = SKH$

Tam giác vuông ABC , có $AB = BC \cdot \cos ABC = a$

$$\Rightarrow HK = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$$

Tam giác vuông SHK , có $\tan SKH = \frac{SH}{HK} = 2\sqrt{3}$.

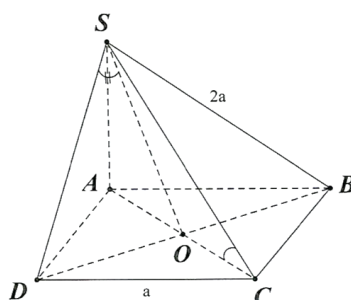
Câu 22. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SB = 2a$. Tính:

a) Góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$?

b) Góc giữa SD và (SAC) ?

Trả lời: $(SC, (ABCD)) \approx 50,8^\circ$; $(SD, (SAC)) \approx 20,7^\circ$

Lời giải



a) Ta có: $SA \perp (ABCD)$ tại A và SC cắt $mp(ABCD)$ tại C

$\Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC trên $mp(ABCD)$

$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \angle SCA$

Ta có: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = \sqrt{3}a$

Xét $\triangle SAC$ vuông tại A :

$$\tan \angle SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{2}a} = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow \angle SCA \approx 50,8^\circ$$

Vậy $(SC, (ABCD)) \approx 50,8^\circ$.

b) Ta có: $\begin{cases} DO \perp AC \\ DO \perp SA \end{cases} \Rightarrow DO \perp (SAC)$ tại O và SD cắt $mp(SAC)$ tại S

$\Rightarrow SO$ là hình chiếu của SD trên $mp(SAC)$

$\Rightarrow (SD, (SAC)) = (SD, SO) = \angle DSO$

Ta có: $SD = SB = 2a$ (vì $\triangle SAB = \triangle SAD$)

Xét $\triangle SDO$ vuông tại O : $\sin \angle DSO = \frac{DO}{SD} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \angle DSO \approx 20,7^\circ$

Vậy $(SD, (SAC)) \approx 20,7^\circ$.

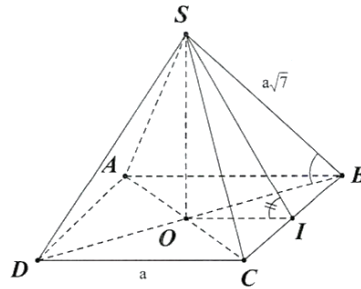
Câu 23. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy tâm O cạnh a và cạnh bên là $a\sqrt{7}$.

a) Tính góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy?

b) Tính góc phẳng nhị diện $[S, BC, O]$?

Trả lời: a) $\approx 74,5^\circ$; b) $[S, BC, O] \approx 78,9^\circ$.

Lời giải



a) Ta có: $SO \perp (ABCD)$ tại O và SB cắt $mp(ABCD)$ tại B

$\Rightarrow OB$ là hình chiếu của SB trên $mp(ABCD)$

$\Rightarrow (SB, (ABCD)) = (SB, OB) = SBO$

Ta có: $OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét $\triangle SOB$ vuông tại O : $\cos SBO = \frac{BO}{SB} = \frac{\frac{\sqrt{2}a}{2}}{a\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{14}}{14} \Rightarrow SBO \approx 74,5^\circ \Rightarrow (SB, (ABCD)) \approx 74,5^\circ$.

b) Ta có:
$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ \text{Trong}(ABCD), OI \perp BC \Rightarrow [S, BC, O] = SIO \\ \text{Trong}(SBC), SI \perp BC \end{cases}$$

Ta có: $OI = \frac{a}{2}, SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{(a\sqrt{7})^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2}a$

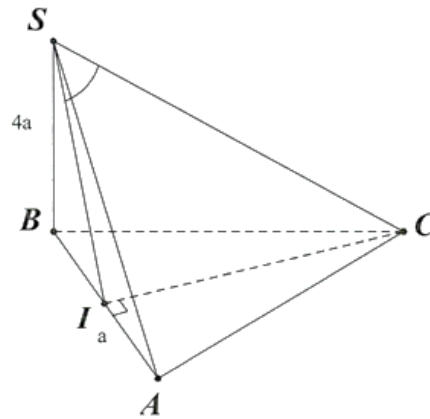
Xét $\triangle SOI$ vuông tại O : $\tan SIO = \frac{SO}{OI} = \frac{\frac{\sqrt{26}a}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{26} \Rightarrow SIO \approx 78,9^\circ$

$\Rightarrow [S, BC, O] \approx 78,9^\circ$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SB \perp (ABC)$ và $SB = 4a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) ?

Trả lời: $(SC, (SAB)) \approx 12,1^\circ$

Lời giải



Kẻ $CI \perp AB \Rightarrow I$ là trung điểm AB

Ta có: $\begin{cases} CI \perp AB \\ CI \perp SB \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAB)$ tại I và SC cắt $mp(SAB)$ tại S

$\Rightarrow SI$ là hình chiếu của SC trên $mp(SAB)$

$\Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SI) = CSI$

Ta có: $IC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Ta có: $SC = \sqrt{SB^2 + BC^2} = \sqrt{(4a)^2 + a^2} = \sqrt{17}a$

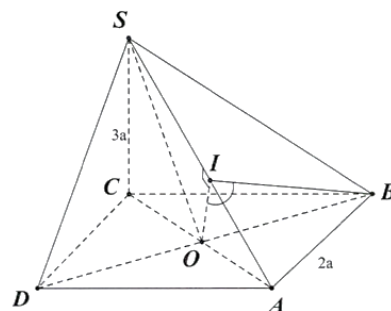
Xét $\triangle SCI$ vuông tại I : $\sin CSI = \frac{CI}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{17}a} = \frac{\sqrt{51}}{34} \Rightarrow CSI \approx 12,1^\circ$

Vậy $(SC, (SAB)) \approx 12,1^\circ$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, $SC \perp (ABCD)$ và $SC = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[B, SA, C]$?

Trả lời: $\approx 54^\circ$

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} BO \perp SC \\ BO \perp AC \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SBA) \cap (SAC) = SA \\ \text{Trong}(SAC), OI \perp SA \Rightarrow [B, SA, C] = [B, SA, O] = BIO \\ \text{Trong}(SBA), BI \perp SA \end{cases}$$

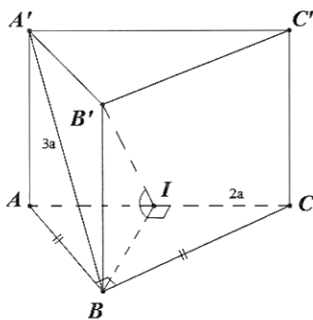
$$\text{Ta có: } \triangle IAO \sim \triangle CAS \Rightarrow \frac{OI}{SC} = \frac{OA}{SA} \Rightarrow OI = \frac{OA \cdot SC}{SA} = \frac{\sqrt{2}a \cdot 3a}{\sqrt{(3a)^2 + (2\sqrt{2}a)^2}} = \frac{3\sqrt{34}}{17}a$$

$$\text{Xét } \triangle BOI \text{ vuông tại } O: \tan BIO = \frac{BO}{OI} = \frac{a\sqrt{2}}{\frac{3\sqrt{34}}{17}a} = \frac{\sqrt{17}}{3} \Rightarrow BIO \approx 54^\circ.$$

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = 2a$ và $A'B = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[B', AC, B]$?

Trả lời: $\approx 69,3^\circ$

Lời giải



$$\text{Ta có: } \begin{cases} (B'AC) \cap (ABC) = AC \\ \text{Trong}(ABC), BI \perp AC \Rightarrow [A, SC, B] = B'IB \\ \text{Trong } (B'AC), B'I \perp AC \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } BI = \frac{AC}{2} = a$$

$$B'B = \sqrt{(3a)^2 - (a\sqrt{2})^2} = \sqrt{7}a$$

$$\text{Xét } \triangle BB'I \text{ vuông tại } B: \tan B'IB = \frac{B'B}{BI} = \frac{\sqrt{7}a}{a} = \sqrt{7} \Rightarrow B'IB \approx 69,3^\circ$$

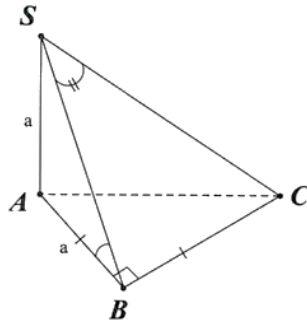
Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy. ABC là tam giác vuông cân tại B . Cho độ dài các cạnh $SA = AB = a$. Tính:

a) Góc giữa đường thẳng SB và (ABC) ?

b) Góc giữa SC và (SAB) ?

Trả lời: $(SB, (ABC)) = 45^\circ$; $(SC, (SAB)) \approx 35,3^\circ$

Lời giải



a) Ta có: $SA \perp (ABC)$ tại A và SB cắt $mp(ABC)$ tại B

$\Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB trên $mp(ABC)$

$\Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, AB) = SBA$.

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A : $\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow SBA = 45^\circ$

Vậy $(SB, (ABC)) = 45^\circ$.

b) Ta có: $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB)$

tại B và SC cắt $mp(SAB)$ tại S

$\Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC trên $mp(SAB)$

$\Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SB) = BSC$

Ta có: $SB = a\sqrt{2}$ (vì tam giác SAB vuông cân tại A)

Xét $\triangle SBC$ vuông tại B : $\tan BSC = \frac{CB}{SB} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BSC \approx 35,3^\circ$.

Vậy $(SC, (SAB)) \approx 35,3^\circ$.

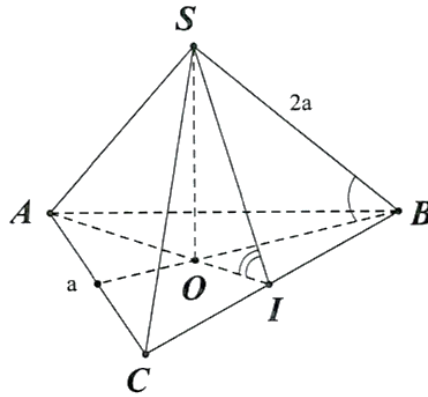
Câu 28. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy tâm O , cạnh a và cạnh bên là $2a$.

a) Tính góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy?

b) Tính góc phẳng nhị diện $[S, BC, O]$?

Trả lời: a) $\approx 73,2^\circ$ b) $[S, BC, O] \approx 81,4^\circ$

Lời giải



a) Ta có: $SO \perp (ABC)$ tại O và SB cắt $mp(ABC)$ tại B

$\Rightarrow OB$ là hình chiếu của SB trên $mp(ABC)$

$\Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, OB) = SBO$

Ta có: $OB = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Xét $\triangle SOB$ vuông tại O : $\cos SBO = \frac{BO}{SB} = \frac{\frac{\sqrt{3}a}{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow SBO \approx 73,2^\circ$

Vậy $(SB, (ABC)) \approx 73,2^\circ$.

b) Ta có:
$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ \text{Trong}(ABC), OI \perp BC \Rightarrow [S, BC, O] = SIO \\ \text{Trong}(SBC), SI \perp BC \end{cases}$$

Ta có: $OI = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{33}}{3}a$

Xét $\triangle SOI$ vuông tại O : $\tan SIO = \frac{SO}{OI} = \frac{\frac{\sqrt{33}a}{3}}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = 2\sqrt{11} \Rightarrow SIO \approx 81,4^\circ \Rightarrow [S, BC, O] \approx 81,4^\circ$.

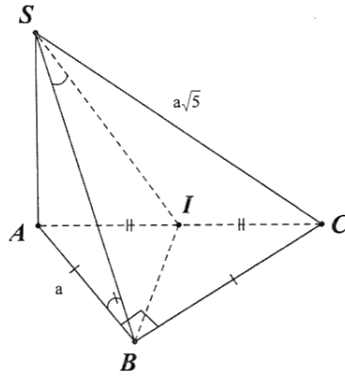
Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$. Biết $AB = a$, $SC = a\sqrt{5}$.

a) Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) ?

b) Tính góc phẳng nhị diện $[A, BC, S]$?

Trả lời: $(SB, (SAC)) \approx 20,7^\circ$; $[S, BC, A] = 60^\circ$

Lời giải



a) Ta có: $\begin{cases} BI \perp AC \\ BI \perp SA \end{cases} \Rightarrow BI \perp (SAC) \text{ tại } I \text{ và } SB \text{ cắt } mp(SAC) \text{ tại } S$

$\Rightarrow SI$ là hình chiếu của SB trên $mp(SAC)$

$\Rightarrow (SB, (SAC)) = (SB, SI) = BSI$

Ta có: $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow BI = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Ta có: $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - (a\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}a$

Ta lại có: $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a$

Xét $\triangle SBI$ vuông tại I : $\sin BSI = \frac{BI}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow BSI \approx 20,7^\circ$

Vậy $(SB, (SAC)) \approx 20,7^\circ$.

b) Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$

Ta có: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ \text{Trong } (ABC), AB \perp BC \Rightarrow [S, BC, A] = SBA \\ \text{Trong } (SBC), SB \perp BC \end{cases}$

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A : $\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow SBA = 60^\circ \Rightarrow [S, BC, A] = 60^\circ$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SB = a\sqrt{5}$. Gọi M là trung điểm BC . Tính góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (SAC) ?

Trả lời: $\approx 11,5^\circ$

Lời giải

$$\text{Kẽ } AI \perp BD$$

$$\text{Mà } BD \perp A'A \Rightarrow BD \perp (AA'I)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (A'BD) \cap (ABD) = BD \\ \text{Trong}(ABD), AI \perp BD \Rightarrow [A', BD, A] = A'IA \\ \text{Trong}(A'BD), A'I \perp BD \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } AI = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{(2a)^2}}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$$

$$\text{Xét } \triangle AA'I \text{ vuông tại } A: \tan A'IA = \frac{A'A}{AI} = \frac{3a}{\frac{2\sqrt{5}}{5}a} = \frac{3\sqrt{5}}{2} \Rightarrow A'IA \approx 73,4^\circ.$$