

MỤC LỤC

♦CHƯƠNG 1. MỆNH ĐỀ TẬP HỢP	2
▶BÀI 1. MỆNH ĐỀ	2
A. Tóm tắt kiến thức	2
B. Phân dạng toán cơ bản	3
♦Dạng 1: Nhận biết mệnh đề.	3
♦Dạng 2: Mệnh đề chứa biến	4
♦Dạng 3: Mệnh đề phủ định	4
♦Dạng 4: Mệnh đề kéo theo.	5
♦Dạng 5: Mệnh đề đảo. Hai mệnh đề tương đương.....	5
♦Dạng 6: Mệnh đề chứa kí hiệu $\forall, \exists$	6
C. Dạng toán rèn luyện	7
♦Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	7
♦Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai	17
♦Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn	32

A. Tóm tắt kiến thức

1. Mệnh đề:

- **Mệnh đề** là một khẳng định đúng hoặc sai.
- Một khẳng định đúng gọi là **mệnh đề đúng**.
- Một khẳng định sai gọi là **mệnh đề sai**.
- Một mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai.

 **Chú ý:** Người ta thường sử dụng các chữ cái in hoa P, Q, R, ... để kí hiệu mệnh đề

2. Mệnh đề chứa biến:

- Một **mệnh đề chứa biến** (biến n), kí hiệu $P(n)$
- Một mệnh đề chứa biến có thể chứa một biến hoặc nhiều biến.

3. Mệnh đề phủ định:

- Mỗi mệnh đề P có mệnh đề phủ định, kí hiệu là $\bar{P}$.
- Mệnh đề P và mệnh đề phủ định $\bar{P}$ của nó có tính đúng sai trái ngược nhau. Nghĩa là
- Khi P đúng thì $\bar{P}$ sai, khi P sai thì $\bar{P}$ đúng.

4. Mệnh đề kéo theo:

- Mệnh đề “Nếu P thì Q” được gọi là mệnh đề kéo theo, kí hiệu $P \Rightarrow Q$.
- Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ còn được phát biểu là “P kéo theo Q” hoặc “Từ P suy ra Q”
- Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ chỉ sai khi P đúng Q sai.

 Khi mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là định lí, ta nói:

- P là **giả thiết**, Q là **kết luận** của định lí;
- P là **điều kiện đủ** để có Q;
- Q là **điều kiện cần** để có P.

5. Mệnh đề đảo, mệnh đề tương đương:

- Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$.
- Mệnh đề đảo của một mệnh đề đúng không nhất thiết là đúng.
- Nếu cả hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng ta nói P và Q là hai mệnh đề tương đương.
- Kí hiệu $P \Leftrightarrow Q$ đọc là P tương đương Q, P là điều kiện cần và đủ để có Q, hoặc P khi và chỉ khi Q.
- Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là **mệnh đề đảo** của mệnh đề $P \Rightarrow Q$

 **Chú ý:**

- Mệnh đề đảo của một mệnh đề đúng không nhất thiết là đúng.
- Hai mệnh đề P và Q tương đương khi chúng cùng đúng hoặc cùng sai.

6. Mệnh đề chứa kí hiệu $\forall, \exists$.

- Kí hiệu $\forall$: đọc là với mọi hoặc với tất cả.
- Kí hiệu $\exists$: đọc là có một (tồn tại một) hay có ít nhất một (tồn tại ít nhất một).
- Mệnh đề " $\forall x \in M, P(x)$ " đúng nếu với mọi $x_0 \in M, P(x_0)$ là mệnh đề đúng.
- Mệnh đề " $\exists x \in M, P(x)$ " đúng nếu có $x_0 \in M$ sao cho $P(x_0)$ là mệnh đề đúng.

B. Phân dạng toán cơ bản

♦ Dạng 1: Nhận biết mệnh đề.

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Xét các câu sau đây:

- (1) $1 + 1 = 2$.
- (2) Dân ca Quan họ là di sản văn hoá phi vật thể đại diện của nhân loại.
- (3) Dơi là một loài chim.
- (4) Nấm có phải là một loài thực vật không?
- (5) Hoa hồng đẹp nhất trong các loài hoa.

Lời giải

Trong những câu trên,

- a) Câu nào là khẳng định đúng, câu nào là khẳng định sai?
- b) Câu nào không phải là khẳng định?
- c) Câu nào là khẳng định, nhưng không thể xác định nó đúng hay sai?

Trong khoa học cũng như trong đời sống hằng ngày, người ta thường dùng các câu nêu lên một khẳng định. Những khẳng định có tính hoặc đúng hoặc sai, như các câu (1), (2), (3) ở trên được gọi là mệnh đề logic (hay mệnh đề).

Câu 2: Trong các câu sau đây, câu nào là mệnh đề?

- a) 3 là số lẻ;
- b) $1 + 2 > 3$;
- c) π là số vô tỉ phải không?
- d) 0,0001 là số rất bé;
- e) Đến năm 2050, con người sẽ đặt chân lên Sao Hỏa.

Lời giải

- a) “3 là số lẻ” là mệnh đề (là mệnh đề đúng).
- b) “ $1 + 2 > 3$ ” là mệnh đề (là mệnh đề sai).
- c) “ π là một số vô tỉ phải không?” là câu hỏi, không phải mệnh đề.
- d) Câu “0,0001 là số rất bé” không có tính hoặc đúng hoặc sai (do không đưa ra tiêu chí thế nào là số rất bé). Do đó, nó không phải là mệnh đề.
- e) “Đến năm 2050, con người sẽ đặt chân lên Sao Hỏa” là một khẳng định chưa thể chắc chắn là đúng hay sai. Tuy nhiên, nó chắc chắn chỉ có thể hoặc đúng hoặc sai. Do đó, nó là một mệnh đề.

♦Dạng ②: Mệnh đề chứa biến

▣Các ví dụ minh họa

Câu 3: Cho các mệnh đề chứa biến:

- a) $P(x)$: “ $2x = 1$ ”;
- b) $R(x, y)$: “ $2x + y = 3$ ” (mệnh đề này chứa hai biến x và y);
- c) $T(n)$: “ $2n + 1$ là số chẵn” (n là số tự nhiên).

Với mỗi mệnh đề chứa biến trên, tìm những giá trị của biến để nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.

Lời giải

a. Với $x = \frac{1}{2}$ thì $P(\frac{1}{2})$: “ $2 \cdot \frac{1}{2} = 1$ ” là mệnh đề đúng. Với $x=1$ thì $P(1)$: “ $2 \cdot 1 = 1$ ” là mệnh đề sai.

b) Với $x = 1, y = 1$ thì $R(1, 1)$: “ $2 \cdot 1 + 1 = 3$ ” là mệnh đề đúng. Với $x = 1, y = 2$ thì $R(1, 2)$: “ $2 \cdot 1 + 2 = 3$ ” là mệnh đề sai.

c) Lấy số tự nhiên n_0 bất kì ta đều được $2n_0 + 1$ là một số lẻ, nghĩa là $T(n_0)$: “ $2n_0 + 1$ là số chẵn” là mệnh đề sai. Do đó, không có giá trị n_0 của n để $T(n_0)$ là mệnh đề đúng. $T(n_0)$ là mệnh đề sai với số tự nhiên n_0 bất kì.

Câu 4: Xét câu “ $x > 5$ ”. Hãy tìm hai giá trị thực của x để từ câu đã cho ta nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.

Lời giải

Khi $x = 7$ thì $x > 5$ là một mệnh đề đúng.

Khi $x = -7$ thì $x > 5$ là một mệnh đề sai.

♦Dạng ③: Mệnh đề phủ định

▣Các ví dụ minh họa

Câu 5: Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau:

P: “Tháng 12 dương lịch có 31 ngày”;

Q: “ $9^{10} \geq 10^9$ ”;

R: Phương trình $x^2 + 1 = 0$ có nghiệm”.

Lời giải

Mệnh đề phủ định của các mệnh đề trên là:

$\bar{P}$: “Không phải tháng 12 dương lịch có 31 ngày”;

$\bar{Q}$: “ $9^{10} < 10^9$ ”;

$\bar{R}$: “Phương trình $x^2 + 1 = 0$ vô nghiệm”.

Câu 6: Phát biểu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xác định tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

P: “2022 chia hết cho 5” ;

Q: “Bất phương trình $2x + 1 > 0$ có nghiệm”.

Lời giải

Mệnh đề phủ định của P là $\bar{P}$: “2022 không chia hết cho 5”. Mệnh đề $\bar{P}$ là một mệnh đề sai vì $2022 : 5 = 404$ dư 2.

Mệnh đề phủ định của Q là $\bar{Q}$: “Bất phương trình $2x + 1 > 0$ vô nghiệm”. Mệnh đề $\bar{Q}$ là một mệnh đề sai vì với $x = 1$: $2 \cdot 1 + 1 = 3 > 0$ nên $x = 1$ là một nghiệm của bất phương trình $2x + 1 > 0$

♦Dạng ④: Mệnh đề kéo theo.

▣Các ví dụ minh họa

Câu 7:

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) R: “Nếu tam giác ABC có hai góc bằng 60° thì nó là tam giác đều”;
b) T: “Từ $-3 < -2$ suy ra $(-3)^2 < (-2)^2$ ”.

Lời giải

a) R là mệnh đề có dạng $P \Rightarrow Q$, với P: “Tam giác ABC có hai góc bằng 60° ” và Q: “Tam giác ABC là tam giác đều”. Ta thấy khi P đúng thì Q cũng đúng.

Do đó, $P \Rightarrow Q$ đúng hay R đúng.

b) T là mệnh đề có dạng $P \Rightarrow Q$, với P: “ $-3 < -2$ ” và Q: “ $(-3)^2 < (-2)^2$ ” (hay “ $9 < 4$ ”). Ta thấy mệnh đề P đúng, còn mệnh đề Q sai, Do đó, $P \Rightarrow Q$ sai.

Vậy T là mệnh đề sai.

Câu 8: Cho hai câu sau:

P: “Tam giác ABC là tam giác vuông tại A”;

Q: “Tam giác ABC có $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ”.

Hãy phát biểu câu ghép có dạng “Nếu P thì Q”.

Lời giải

Nếu tam giác ABC là tam giác vuông tại A” thì Tam giác ABC có $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ”.

♦Dạng ⑤: Mệnh đề đảo. Hai mệnh đề tương đương

▣Các ví dụ minh họa

Câu 9: Xét hai mệnh đề:

P: “Tam giác ABC vuông tại A”;

Q: “Tam giác ABC có $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ”.

Hai mệnh đề P và Q có tương đương không? Nếu có, hãy phát biểu một định lý thể hiện điều này, trong đó có sử dụng thuật ngữ “khi và chỉ khi” hoặc “điều kiện cần và đủ”.

Lời giải

Theo định lý Pythagore, hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng. Do đó, P và Q là hai mệnh đề tương đương. Ta có thể phát biểu thành định lý như sau:

“Tam giác ABC vuông tại A khi và chỉ khi $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ” hoặc “Để tam giác ABC vuông tại A, điều kiện cần và đủ là $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ”.

Câu 10: Cho các mệnh đề P: “a và b chia hết cho c”;

Q: “a + b chia hết cho c”

a) Hãy phát biểu định lý $P \Rightarrow Q$. Nếu giả thiết, kết luận của định lý và phát biểu định lý này dưới dạng điều kiện cần, điều kiện đủ.

b) Hãy phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ xác định tính đúng sai của mệnh đề đảo này.

Lời giải

a) Phát biểu định lý $P \Rightarrow Q$ là Nếu a và b chia hết cho c thì a + b chia hết cho c.

Trong đó giả thiết là a và b chia hết cho c, kết luận là a + b chia hết cho c.

Phát biểu định lý dưới dạng điều kiện cần : $a+b$ chia hết cho c là điều kiện cần để a và b chia hết cho c .

Phát biểu định lý dưới dạng điều kiện đủ : a và b chia hết cho c là điều kiện đủ để $a+b$ chia hết cho c .

b) Mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là “nếu $a+b$ chia hết cho c thì a và b chia hết cho c ”.

Mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề sai vì $a=2; b=7; c=3$ khi đó $a+b$ chia hết cho c nhưng c và b chia hết cho c .

♦Dạng 6: Mệnh đề chứa kí hiệu $\forall, \exists$

☞Các ví dụ minh họa

Câu 11: Xét tính đúng sai và viết mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau:

a) “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 2 > 0$;

b) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 4 = 0$.

Lời giải

a) Mệnh đề đúng, vì $x^2 + 2x + 2 = (x^2 + 2x + 1) + 1 = (x + 1)^2 + 1 > 0$ với mọi số thực x . Mệnh đề phủ định của mệnh đề này là: $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$.

b) Mệnh đề sai, vì phương trình $x^2 + 3x + 4 = 0$ vô nghiệm ($\Delta = -7 < 0$). Mệnh đề phủ định của mệnh đề này là: $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 4 \neq 0$.

Câu 12: Phát biểu bằng lời mệnh đề sau và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai.

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \leq 0.$$

Lời giải

Mệnh đề có thể phát biểu là: “Mọi số thực đều có bình phương cộng với 1 nhỏ hơn hoặc bằng 0”.

Mệnh đề sai do $x^2 \geq 0$ nên $x^2 + 1 > 0$.

♦Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Các kí hiệu nào sau đây dùng để viết đúng mệnh đề “7 là một số tự nhiên”.

- A. $7 \subset \mathbb{N}$. B. $7 \in \mathbb{N}$. C. $7 < \mathbb{N}$. D. $7 \leq \mathbb{N}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: Kí hiệu nào sau đây dùng để viết đúng mệnh đề “ $\sqrt{2}$ không phải là số hữu tỉ”

- A. $\sqrt{2} \neq \mathbb{Q}$. B. $\sqrt{2} \not\subset \mathbb{Q}$.
C. $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$. D. $\sqrt{2}$ không trùng với $\mathbb{Q}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 3: Câu nào sau đây **không** là mệnh đề?

- A. $x > 2$.
B. $3 < 1$.
C. $4 - 5 = 1$.
D. Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau.

Lời giải

Chọn A

Vì $x > 2$ là mệnh đề chứa biến, không phải mệnh đề.

Câu 4: Mệnh đề là một khẳng định

- A. hoặc đúng hoặc sai. B. đúng.
C. sai. D. vừa đúng vừa sai.

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Câu nào sau đây **không phải** là mệnh đề?

- A. Bạn bao nhiêu tuổi? B. Hôm nay là chủ nhật.
C. Trái đất hình tròn. D. $4 \neq 5$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề?

- A. 3 là số nguyên tố lẻ nhỏ nhất.
B. Các em hãy cố gắng học tập!
C. Một tam giác cân thì mỗi góc đều bằng 60° phải không?

D. Ngày mai bạn có đi du lịch không?

Lời giải

Chọn A

Câu 7: Phát biểu nào sau đây là mệnh đề?

- A.** Toán học là một môn thi trong kỳ thi TNTHPT.
- B.** Đề trắc nghiệm môn toán năm nay dễ quá trời!
- C.** Cầm học sinh quay cóp trong kiểm tra.
- D.** Bạn biết câu nào là đúng không?

Lời giải

Chọn A

Câu 8: Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

- A.** Tập hợp là một khái niệm cơ bản, không có định nghĩa.
- B.** Tập hợp là một khái niệm cơ bản, có định nghĩa.
- C.** Tập hợp là một khái niệm, không có định nghĩa.
- D.** Tập hợp là một khái niệm, có định nghĩa.

Lời giải

Chọn A

Câu 9: Câu nào trong các câu sau không phải là mệnh đề?

- A.** $3+2=7$.
- B.** $x^2+1>0$.
- C.** $-2-x^2<0$.
- D.** $4+x$.

Lời giải

Chọn D

Đáp án D chỉ là một biểu thức, không phải khẳng định.

Câu 10: Trong các câu sau, câu nào không phải là mệnh đề?

- A.** Buồn ngủ quá!
- B.** Hình thoi có hai đường chéo vuông góc với nhau.
- C.** 8 là số chính phương.
- D.** Băng Cốc là thủ đô của Mianma.

Lời giải.

Chọn A

Câu cảm thán không phải là mệnh đề.

Câu 11: Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là không phải là mệnh đề?

- a) Huế là một thành phố của Việt Nam.
- b) Sông Hương chảy ngang qua thành phố Huế.
- c) Hãy trả lời câu hỏi này!
- d) $5+19=24$.
- e) $6+81=25$.
- f) Bạn có rỗi tối nay không?

g) $x + 2 = 11$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Chọn B

Các câu c), f) không phải là mệnh đề vì không phải là một câu khẳng định.

Câu 12: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hai tam giác có diện tích bằng nhau thì bằng nhau.

B. Hai tam giác bằng nhau thì có diện tích bằng nhau.

C. Tam giác có ba cạnh bằng nhau thì có ba góc bằng nhau.

D. Tam giác có hai góc bằng nhau thì góc thứ 3 bằng nhau.

Lời giải

Chọn A

Câu 13: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 > 0$.

B. $\exists n \in \mathbb{N}, n < 0$.

C. $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 = 2$. D. $\forall x \in \mathbb{Z}, \frac{1}{x} > 0$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Vì } x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 14: Mệnh đề $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2 + a > 0$ với a là một số thực cho trước. Tìm a để mệnh đề đúng.

A. $a \leq 2$.

B. $a < 2$.

C. $a = 2$.

D. $a > 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Vì } x^2 - 2 + a > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 > 2 - a, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 2 - a \leq 0 \Leftrightarrow a \geq 2.$$

Câu 15: Các phương án sau, đâu là một mệnh đề **đúng**?

A. $2 + 3 = 5$

B. $2 < 1$

C. $3 > 5$

D. $\frac{6}{3} = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 16: Với giá trị nào của x thì " $x^2 - 1 = 0, x \in \mathbb{N}$ " là mệnh đề **đúng**?

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = \pm 1$.

D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn A

Câu 17: Trong các mệnh đề dưới đây mệnh đề nào đúng?

A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$.

B. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > x$.

C. $\exists r \in \mathbb{Q}, r^2 = 7$. D. $\forall n \in \mathbb{N}, n + 4$ chia hết cho 4.

Lời giải

Chọn A

Câu 18: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\forall x \in \mathbb{R}$ ta có $x + 1 > x$.

B. $\forall x \in \mathbb{R}$ ta có $|x| = x$.

C. $\exists x \in \mathbb{R}$ sao cho $x - 3 = x^2$.

D. $\exists x \in \mathbb{R}$ sao cho $x^2 < 0$.

Lời giải

Chọn A

Câu 19: Khẳng định nào sau đây sai?

A. “Mệnh đề” là từ gọi tắt của “mệnh đề logic”.

B. Mệnh đề là một câu khẳng định hoặc một câu khẳng định sai.

C. Mệnh đề có thể vừa đúng hoặc vừa sai.

D. Một khẳng định đúng gọi là mệnh đề đúng, một khẳng định sai gọi là mệnh đề sai.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa thì một mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai.

Câu 20: Chọn khẳng định sai.

A. Mệnh đề P và mệnh đề phủ định $\bar{P}$, nếu P đúng thì $\bar{P}$ sai và điều ngược lại chắc đúng.

B. Mệnh đề P và mệnh đề phủ định $\bar{P}$ là hai câu trái ngược nhau.

C. Mệnh đề phủ định của mệnh đề P là mệnh đề không phải P được kí hiệu là $\bar{P}$.

D. Mệnh đề P : “ π là số hữu tỷ” khi đó mệnh đề phủ định $\bar{P}$ là: “ π là số vô tỷ”.

Lời giải

Chọn B

Vì các đáp án A, C, D đúng, còn đáp án B dùng ý “hai câu trái ngược nhau” chưa rõ nghĩa.

Câu 21: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề **đúng**:

A. π là một số hữu tỉ.

B. Tổng của hai cạnh một tam giác lớn hơn cạnh thứ ba.

C. Bạn có chăm học không?

D. Con thì thấp hơn cha.

Lời giải

Chọn B

Đáp án B nằm trong bất đẳng thức về độ dài 3 cạnh của một tam giác.

Câu 22: Mệnh đề nào sau là mệnh đề **sai**?

A. $\forall n \in \mathbb{N} : n \leq 2n$.

B. $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 = n$.

C. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$. **D.** $\exists x \in \mathbb{R} : x > x^2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\exists 0 \in \mathbb{R} : 0^2 = 0$.

Câu 23: Trong các mệnh đề sau tìm mệnh đề đúng?

A. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$. **B.** $\forall x \in \mathbb{N} : x : 3$.

C. $\forall x \in \mathbb{R} : -x^2 < 0$.

D. $\exists x \in \mathbb{R} : x > x^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\exists 0,5 \in \mathbb{R} : 0,5 < 0,5^2$.

Câu 24: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ không chia hết cho 3.

B. $\forall x \in \mathbb{R}, |x| < 3 \Leftrightarrow x < 3$.

C. $\forall x \in \mathbb{R}, (x-1)^2 \neq x-1$.

D. $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ chia hết cho 4.

Lời giải

Chọn A

Với mọi số tự nhiên thì có các trường hợp sau:

$n = 3k \Rightarrow n^2 + 1 = (3k)^2 + 1$ chia 3 dư 1.

$n = 3k + 1 \Rightarrow n^2 + 1 = (3k + 1)^2 + 1 = 9k^2 + 6k + 2$ chia 3 dư 2.

$n = 3k + 2 \Rightarrow n^2 + 1 = (3k + 2)^2 + 1 = 9k^2 + 12k + 5$ chia 3 dư 2.

Câu 25: Cho n là số tự nhiên, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\forall n, n(n+1)$ là số chính phương.

B. $\forall n, n(n+1)$ là số lẻ.

C. $\exists n, n(n+1)(n+2)$ là số lẻ.

D. $\forall n, n(n+1)(n+2)$ là số chia hết cho 6.

Lời giải

Chọn D

$\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2)$ là tích của 3 số tự nhiên liên tiếp, trong đó, luôn có một số chia hết cho 2 và một số chia hết cho 3 nên nó chia hết cho $2.3 = 6$.

Câu 26: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $-\pi < -2 \Leftrightarrow \pi^2 < 4$.

B. $\pi < 4 \Leftrightarrow \pi^2 < 16$.

C. $\sqrt{23} < 5 \Rightarrow 2\sqrt{23} < 2.5$.

D. $\sqrt{23} < 5 \Rightarrow -2\sqrt{23} > -2.5$.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề kéo theo chỉ sai khi P đúng Q sai.

Vậy mệnh đề ở đáp án A sai.

Câu 27: Cho x là số thực. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\forall x, x^2 > 5 \Rightarrow x > \sqrt{5} \vee x < -\sqrt{5}$. B. $\forall x, x^2 > 5 \Rightarrow -\sqrt{5} < x < \sqrt{5}$.

C. $\forall x, x^2 > 5 \Rightarrow x > \pm\sqrt{5}$.

D. $\forall x, x^2 > 5 \Rightarrow x \geq \sqrt{5} \vee x \leq -\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 28: Chọn mệnh đề đúng:

A. $\forall n \in \mathbb{N}^*, n^2 - 1$ là bội số của 3. B. $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 = 3$.

C. $\forall n \in \mathbb{N}, 2^n + 1$ là số nguyên tố. D. $\exists n \in \mathbb{N}, 2^n \geq n + 2$.

Lời giải

Chọn D

$\exists 2 \in \mathbb{N}, 2^2 \geq 2 + 2$.

Câu 29: Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào **sai**?

A. Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng đồng dạng và có một góc bằng nhau.

B. Một tứ giác là hình chữ nhật khi và chỉ khi chúng có 3 góc vuông.

C. Một tam giác là vuông khi và chỉ khi nó có một góc bằng tổng hai góc còn lại.

D. Một tam giác là đều khi và chỉ khi chúng có hai đường trung tuyến bằng nhau và có một góc bằng 60° .

Lời giải

Chọn A

Câu 30: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật $\Rightarrow$ tứ giác $ABCD$ có ba góc vuông.

B. Tam giác ABC là tam giác đều $\Leftrightarrow A = 60^\circ$.

C. Tam giác ABC cân tại $A \Rightarrow AB = AC$.

D. Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm $O \Rightarrow OA = OB = OC = OD$.

Lời giải

Chọn B

Tam giác ABC có $A = 60^\circ$ chưa đủ để nó là tam giác đều.

Câu 31: Tìm mệnh đề đúng:

A. Đường tròn có một tâm đối xứng và có một trục đối xứng.

B. Hình chữ nhật có hai trục đối xứng.

C. Tam giác ABC vuông cân $\Leftrightarrow A = 45^\circ$.

D. Hai tam giác vuông ABC và $A'B'C'$ có diện tích bằng nhau $\Leftrightarrow \Delta ABC = \Delta A'B'C'$.

Lời giải

Chọn B

Câu 32: Tìm mệnh đề **sai**:

A. 10 chia hết cho 5 $\Leftrightarrow$ Hình vuông có hai đường chéo bằng nhau và vuông góc nhau.

B. Tam giác ABC vuông tại $C \Leftrightarrow AB^2 = CA^2 + CB^2$.

C. Hình thang $ABCD$ nội tiếp đường tròn $(O) \Leftrightarrow ABCD$ là hình thang cân.

D. 63 chia hết cho 7 $\Rightarrow$ Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề kéo theo chỉ sai khi P đúng Q sai.

Vậy mệnh đề ở đáp án D sai.

Câu 33: Với giá trị thực nào của x mệnh đề chứa biến $P(x): 2x^2 - 1 < 0$ là mệnh đề đúng:

A. 0. **B.** 5. **C.** 1. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$P(0): 2 \cdot 0^2 - 1 < 0$.

Câu 34: Cho mệnh đề chứa biến $P(x): "x + 15 \leq x^2"$ với x là số thực. Mệnh đề nào sau đây là đúng:

A. $P(0)$. **B.** $P(3)$. **C.** $P(4)$. **D.** $P(5)$.

Lời giải

Chọn D

$P(5): "5 + 15 \leq 5^2"$.

Câu 35: Cho biết x là một phần tử của tập hợp A , xét các mệnh đề sau:

$(I): x \in A$. $(II): \{x\} \in A$. $(III): x \subset A$. $(IV): \{x\} \subset A$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là đúng

A. I và II. **B.** I và III. **C.** I và IV. **D.** II và IV.

Lời giải

Chọn C

$(II): \{x\} \in A$ sai do giữa hai tập hợp không có quan hệ “thuộc”.

$(III): x \subset A$ sai do giữa phần tử và tập hợp không có quan hệ “con”.

Câu 36: Cho mệnh đề chứa biến $P(n): "n^2 - 1$ chia hết cho 4" với n là số nguyên. Xét xem các mệnh đề $P(5)$ và $P(2)$ đúng hay sai?

- A. $P(5)$ đúng và $P(2)$ đúng. B. $P(5)$ sai và $P(2)$ sai.
 C. $P(5)$ đúng và $P(2)$ sai. D. $P(5)$ sai và $P(2)$ đúng.

Lời giải

Chọn C

$P(5)$ đúng do $24:4$ còn $P(2)$ sai do 3 không chia hết cho 4.

Câu 37: Cho tam giác ABC với H là chân đường cao từ A . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. “ ABC là tam giác vuông ở $A \Leftrightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ ”.
 B. “ ABC là tam giác vuông ở $A \Leftrightarrow BA^2 = BH \cdot BC$ ”.
 C. “ ABC là tam giác vuông ở $A \Leftrightarrow HA^2 = HB \cdot HC$ ”.
 D. “ ABC là tam giác vuông ở $A \Leftrightarrow BA^2 = BC^2 + AC^2$ ”.

Lời giải

Chọn D

Đáp án đúng phải là: “ ABC là tam giác vuông ở $A \Leftrightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$ ”.

Câu 38: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo đúng?

- A. Nếu tổng hai số $a + b > 2$ thì có ít nhất một số lớn hơn 1.
 B. Trong một tam giác cân hai đường cao bằng nhau.
 C. Nếu tứ giác là hình vuông thì hai đường chéo vuông góc với nhau.
 D. Nếu một số tự nhiên chia hết cho 6 thì nó chia hết cho 3.

Lời giải

Chọn B

“Tam giác có hai đường cao bằng nhau là tam giác cân” là mệnh đề đúng.

Câu 39: Cho hai số $a = \sqrt{10} + 1$, $b = \sqrt{10} - 1$. Hãy chọn khẳng định đúng $a = \sqrt{10} + 1$

- A. $(a^2 + b^2) \in \mathbb{N}$. B. $(a + b) \in \mathbb{Q}$. C. $a^2 + b^2 = 20$. D. $a.b = 99$.

Lời giải

Chọn A

Đáp án A: Đúng vì $a^2 + b^2 = 22$ là số tự nhiên.

Đáp án B: $2\sqrt{10}$ vô tỉ nên là số vô tỉ.

Đáp án C: Tính sai $a^2 + b^2 = 11 + 9 = 20$.

Đáp án D: Tính sai $a.b = 100 - 1 = 99$.

Câu 40: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào có **mệnh đề đảo** là đúng?

- A. Nếu a và b cùng chia hết cho c thì $a + b$ chia hết cho c .
 B. Nếu hai tam giác bằng nhau thì diện tích bằng nhau.
 C. Nếu a chia hết cho 3 thì a chia hết cho 9.

D. Nếu một số tận cùng bằng 0 thì số đó chia hết cho 5.

Lời giải

Chọn C

Nếu a chia hết cho 9 thì a chia hết cho 3 là mệnh đề đúng.

Câu 41: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào không phải là định lý?

A. $\exists x \in \mathbb{N}, x^2$ chia hết cho 3 $\Rightarrow x$ chia hết cho 3.

B. $\exists x \in \mathbb{N}, x^2$ chia hết cho 6 $\Rightarrow x$ chia hết cho 3.

C. $\forall x \in \mathbb{N}, x^2$ chia hết cho 9 $\Rightarrow x$ chia hết cho 9.

D. $\exists x \in \mathbb{N}, x$ chia hết cho 4 và 6 $\Rightarrow x$ chia hết cho 12.

Lời giải

Chọn D

Định lý sẽ là: $\forall x \in \mathbb{N}, x$ chia hết cho 4 và 6 $\Rightarrow x$ chia hết cho 12.

Câu 42: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là định lý?

A. $\forall x \in \mathbb{R}, x > -2 \Rightarrow x^2 > 4$.

B. $\forall x \in \mathbb{R}, x > 2 \Rightarrow x^2 > 4$.

C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 4 \Rightarrow x > 2$.

D. Nếu $a+b$ chia hết cho 3 thì a, b đều chia hết cho 3.

Lời giải

Chọn B

Câu 43: Một tòa nhà có n tầng, các tầng được đánh số từ 1 đến n theo thứ tự từ dưới lên. Có 4 thang máy đang ở tầng 1. Biết rằng mỗi thang máy có thể dừng ở đúng 3 tầng và 3 tầng này không là 3 số nguyên liên tiếp và với hai tầng bất kỳ của tòa nhà luôn có một thang máy dừng được ở cả hai tầng này. Hỏi giá trị lớn nhất của n là bao nhiêu?

A. 6

B. 7

C. 8

D. 9

Lời giải

Chọn A

Giả sử 4 thang máy đó là A, B, C, D .

Do khi bốc hai tầng bất kỳ luôn có một thang máy dừng được nên :

+) Khi bốc hai tầng 2,3 có một thang dừng được giả sử đó là thang A , nên tầng 4 không phải thang A dừng.

+) Khi bốc hai tầng 3,4 có một thang dừng được giả sử đó là thang B , nên tầng 5 không phải thang B dừng.

+) Khi bốc hai tầng 4,5 có một thang dừng được giả sử đó là thang C , nên tầng 6 không phải thang C dừng.

+) Khi bốc hai tầng 5,6 có một thang dừng được giả sử đó là thang D .

+) Khi bốc hai tầng 6,7 có một thang dừng được khi đó không thể là thang A, B, C vì sẽ dừng 4, thang D không thể ở tầng 7 do không thể ở ba tầng liên tiếp.

Vậy khách sạn có tối đa sáu tầng.

Câu 44: Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

$$(I) \exists x \in \mathbb{Z} : x < \frac{1}{x}. (II) \forall n \in \mathbb{N} : 2^n > 0.$$

$$(III) \exists x \in \mathbb{Q} : x^2 - 9 = 0. (IV) \forall n \in \mathbb{N} : 5n^2 + 10 \text{ chia hết cho } 5.$$

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(I) \exists x \in \mathbb{Z} : x < \frac{1}{x}$ là mệnh đề đúng vì $\exists x = -2 \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn.

Ta có $(II) \forall n \in \mathbb{N} : 2^n > 0$ là mệnh đề đúng vì theo tính chất lũy thừa.

Ta có $(III) \exists x \in \mathbb{Q} : x^2 - 9 = 0$ là mệnh đề đúng vì $\exists x = 3 \in \mathbb{Q}$.

Ta có $5n^2 + 10 = 5(n^2 + 2)$ là số chia hết cho 5 $\Rightarrow$ mệnh đề (IV) là mệnh đề đúng.

Câu 45: Cho n là số tự nhiên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. “ $\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)$ là số chính phương”.

B. “ $\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)$ là số lẻ”.

C. “ $\exists n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2)$ là số lẻ”.

D. “ $\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2)$ chia hết cho 6”.

Lời giải

Chọn D

+) với $n = 1 \Rightarrow n(n+1) = 2$ không phải số chính phương $\Rightarrow A$ sai.

+) với $n = 1 \Rightarrow n(n+1) = 2$ là số chẵn $\Rightarrow B$ sai.

+) đặt $P = n(n+1)(n+2)$

TH1: n chẵn $\Rightarrow P$ chẵn

TH2: n lẻ $\Rightarrow (n+1)$ chẵn $\Rightarrow P$ chẵn

Vậy P chẵn $\forall n \in \mathbb{N} \Rightarrow C$ sai.

$$+) P : 6 \Leftrightarrow \begin{cases} P : 2(*) \\ P : 3(**) \end{cases}$$

$(*)$ Ở trên ta đã chứng minh P luôn chẵn $\Rightarrow P : 2$

$(**)$ $P : 3$

TH1: $n : 3 \Rightarrow P : 3$

TH2: n chia 3 dư 1 $\Rightarrow (n+2) : 3 \Rightarrow P : 3$

TH3: n chia 3 dư 2 $\Rightarrow (n+1) : 3 \Rightarrow P : 3$

Vậy $P : 3 \forall n \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow P : 6$.

Câu 46: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào là định lý?

A. Cho N, n, k là các số tự nhiên. Nếu nhót N chú thỏ vào n chuồng mà $N > nk$ thì có ít nhất một chuồng nhiều hơn k chú thỏ.

B. Cho N, n, k là các số tự nhiên. Nếu nhót N chú thỏ vào n chuồng mà $N > nk$ thì có ít nhất một chuồng nhiều hơn $k+3$ chú thỏ.

C. Cho N, n, k là các số tự nhiên. Nếu nhót N chú thỏ vào n chuồng mà $N > nk$ thì có ít nhất một chuồng nhiều hơn $k+1$ chú thỏ.

D. Cho N, n, k là các số tự nhiên. Nếu nhót N chú thỏ vào n chuồng mà $N > nk$ thì có ít nhất một chuồng nhiều hơn $k+2$ chú thỏ.

Lời giải

Chọn A

B, C, D sai vì nếu có $N = nk + 1$ chú thỏ nhót vào N chuồng thì có thể xảy ra khả năng $n-1$ chuồng có k chú thỏ còn 1 chuồng còn lại có $k+1$ chú thỏ. Nếu nhót nk chú thỏ vào n chuồng thì có thể.

A đúng vì nếu $N > nk$ thì trước tiên ta xếp nk chú thỏ vào n chuồng nếu không đều nhau thì đương nhiên mệnh đề đúng vì có chuồng sẽ có nhiều hơn k chú thỏ. Nếu xếp đều nhau mỗi chuồng có k con thì phần còn lại $N - nk \geq 1$ sẽ được nhót vào n chuồng vừa rồi dẫn đến sẽ tồn tại ít nhất một chuồng nhiều hơn k chú thỏ.

♦ **Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai**

Câu 1: Xét các câu sau đây

(1) Ở đây đẹp quá!

(2) Phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$ vô nghiệm

(3) 16 không là số nguyên tố

(4) Số π có lớn hơn 3 hay không?

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

a) Trong các câu trên có 3 mệnh đề.

b) Trong các câu trên có 2 câu không phải là mệnh đề.

c) Câu (3) là mệnh đề.

d) Câu (1), (4) không phải là mệnh đề.

Lời giải

a) Sai. Các câu (2), (3) là mệnh đề.

b) Đúng. Các câu (1), (4) là mệnh đề. không phải là mệnh đề.

c) Đúng. Vì Câu (3) là mệnh đề.

d) Đúng. Vì Câu (1), (4) không phải là mệnh đề.

Câu 2: Xét các câu sau đây:

(1) 5 là số lẻ.

(2) $2 + 7 < \pi$.

(3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ có phải là số hữu tỉ không?

(4) Vịnh Hạ Long là di sản thiên nhiên thế giới.

(5) Trời hôm nay đẹp quá!

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

a) Các câu (1), (4) là mệnh đề.

b) Trong các câu trên có nhiều hơn 2 câu là mệnh đề **đúng**.

c) Các câu (1) (2) là mệnh đề toán học.

d) Các câu (2), (3) không phải là mệnh đề

Lời giải

a) Đúng. Các câu (1), (2), (4) là mệnh đề.

b) Sai. Vì chỉ có câu (1) và (4) là mệnh đề đúng.

c) Đúng.

d) Sai. Vì (2) là mệnh đề.

Câu 3: Với mỗi mệnh đề sau, em hãy chọn Đ (đúng) hoặc S (sai)

Ý	Nội dung	Đ	S
a	Một tam giác cân thì hai góc đều bằng 60^0		
b	Tích của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ		
c	1 là số nguyên tố lẻ nhỏ nhất		
d	Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi		

Lời giải

ý	Nội dung	Đ	S
a	Một tam giác cân thì hai góc đều bằng 60^0		x
b	Tích của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ	x	
c	1 là số nguyên tố lẻ nhỏ nhất		x
d	Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi	x	

Câu 4: Cho các phát biểu sau: $x \in \mathbb{Z}, 2x < 3$ (1)

$$x \in \mathbb{Z}, x^4 - x^2 < 0 \quad (2)$$

Với mỗi khẳng định sau em hãy chọn Đ (đúng) hoặc S (sai)

ý	Nội dung	Đ	S
a	(1) là 1 mệnh đề chứa biến		
b	Khi $x = 1$ thì (1) trở thành mệnh đề đúng		
c	Khi $x = -2$ thì (2) trở thành mệnh đề đúng		
d	Không có số nguyên x nào để cả (1) và (2) trở thành các mệnh đề đúng		

Lời giải

+ Xét a): Đ

+ Xét b): Khi $x = 1$ thì (1) trở thành: $2.1 < 3$ là mệnh đề Đúng $\Rightarrow$ Đ

+ Xét c): Khi $x = -2$ thì (2) trở thành: $(-2)^4 - (-2)^2 < 0$ là mệnh đề sai $\Rightarrow$ S

+ Xét d): Ta có: $x^4 - x^2 < 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 1) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x^2 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ -1 < x < 1 \end{cases}$

Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên không có giá trị nào của x làm cho (2) đúng $\Rightarrow$ Không có số nguyên x nào để cả (1) và (2) trở thành các mệnh đề đúng $\Rightarrow$ Đ

Câu 5: Cho $P(n) = n^2 - 6n + 10$ với n là số tự nhiên. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $P(1)$ chia hết cho 3.
b) $P(2)$ là số lẻ.
c) $P(2n) > P(n) - 1$ với $n = 1$.
d) Tồn tại số tự nhiên n thỏa mãn điều kiện $\frac{2P(n)-1}{n-3}$ là số nguyên.

Lời giải

- a) Mệnh đề sai vì: $P(1) = 5$ không chia hết cho 3.
b) Mệnh đề sai vì: $P(2) = 2$ là số chẵn.
c) Mệnh đề sai vì:

$$P(2n) > P(n) - 1 \Leftrightarrow 4n^2 - 12n + 10 > n^2 - 6n + 10 - 1 \Leftrightarrow 3n^2 - 6n + 1 > 0$$

Khi: $n = 1 \Rightarrow VT = 3.1^2 - 6.1 + 1 = -2 < 0$
d) Mệnh đề đúng vì:

Ta có:
$$\frac{2P(n)-1}{n-3} = \frac{2(n^2-6n+10)-1}{n-3} = \frac{2(n-3)^2+1}{n-3} = 2(n-3) + \frac{1}{n-3}$$

Suy ra:
$$\frac{2P(n)-1}{n-3} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow (n-3) \text{ là ước của } 1$$

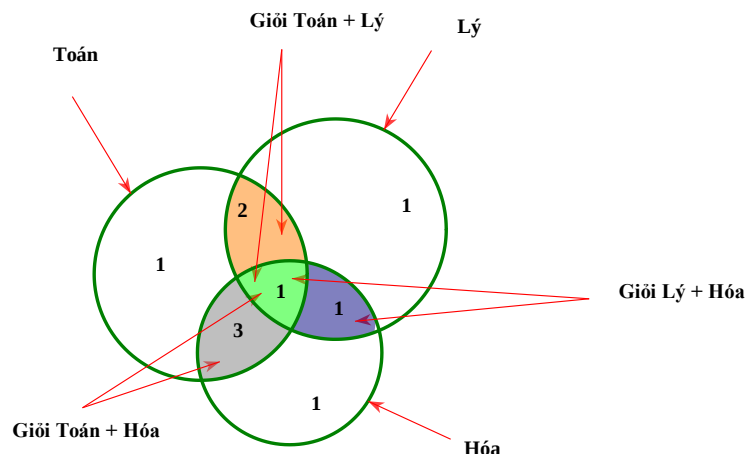
$$\Leftrightarrow n-3 = 1 \Leftrightarrow n = 4$$

Câu 6: Lớp 10B có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hóa, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa và không có học sinh nào không giỏi một trong ba môn Toán, Lý, Hóa.

- a) Lớp 10B không có học sinh giỏi Toán.
b) Lớp 10B không có học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa.
c) Số học sinh giỏi Toán và Lý hoặc giỏi Toán và Hóa của lớp 10B không bằng 7.
d) Số học sinh giỏi ít nhất một môn trong ba môn Toán, Lý, Hóa của lớp 10B không lớn hơn 10.

Lời giải

Ta dùng biểu đồ Ven



- a) Mệnh đề sai vì theo đề cho thì lớp 10B có 7 học sinh giỏi Toán.
b) Mệnh đề sai vì theo đề cho thì lớp 10B có 1 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa.

c) *Mệnh đề đúng* vì số học sinh giỏi Toán và Lý hoặc giỏi Toán và Hóa của lớp 10B là

$$3+4-1=6 \text{ (học sinh).}$$

d) *Mệnh đề đúng* vì dựa vào biểu đồ Ven, ta có số học sinh giỏi ít nhất một môn trong ba môn Toán, Lý, Hóa của lớp 10B là $(1+1+1)+(2+3+1)+1=10$ (học sinh).

Câu 7: Một số nguyên dương n được gọi là “**số hoàn hảo**” nếu số đó bằng tổng các ước nguyên dương thực sự của nó. Ví dụ số 6 là một số hoàn hảo vì các ước nguyên dương thực sự của 6 là 1; 2; 3 và $6=1+2+3$.

- a) Không có số hoàn hảo nào nhỏ hơn 10.
- b) Số 10 là một số không hoàn hảo.
- c) Tất cả các số nguyên tố đều là các số không hoàn hảo.
- d) Số 2020 không phải là một số hoàn hảo.

Lời giải

Ta có số 6 là một số hoàn hảo nên mệnh đề a) sai.

Ta có ước nguyên dương thực sự của số 10 là 1; 2; 5 và $1+2+5=8 < 10$ nên số 10 không phải là số hoàn hảo nên mệnh đề b) là mệnh đề đúng.

Ta có ước nguyên dương thực sự của các số nguyên tố là số 1 và $1 < p$ với mọi số nguyên tố p .

Nên số nguyên tố không phải là số hoàn hảo mệnh đề c) là mệnh đề đúng.

Ta thấy các ước nguyên dương thực sự của số $2020 = 2^2 \cdot 5 \cdot 101$ là 1; 2; 4; 5; 10; 20; 101; 202; 404; 505; 1010 và đồng thời $1+2+4+5+10+20+101+202+404+505+1010 > 2020$ nên số 2020 không phải là số hoàn hảo. Vậy mệnh đề d) là mệnh đề đúng.

Câu 8: Cho hai mệnh đề sau:

P : “Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật”.

Q : “Số 7 là hợp số”.

- a) Mệnh đề P là mệnh đề đúng.
- b) Mệnh đề Q là mệnh đề đúng.
- c) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề đúng.
- d) Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là mệnh đề sai.

Lời giải

a) Mệnh đề P là mệnh đề đúng. (Đúng)

b) Mệnh đề Q là mệnh đề đúng. (Sai vì 7 là số nguyên tố)

Mệnh đề $A \Rightarrow B$ chỉ sai khi A đúng và B sai, nên ta có:

c) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề đúng. (Sai)

d) Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là mệnh đề sai. (Sai)

Câu 9: Cho các mệnh đề: $P: “\exists x \in \mathbb{R} : x > x^2”$ và $Q: “\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0”$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) P là mệnh đề đúng.

- b) $\bar{Q}$ là mệnh đề sai.
 c) $P \Rightarrow Q$.
 d) $\bar{P} \Rightarrow Q \Rightarrow P \Rightarrow \bar{Q}$.

Lời giải

a) $P: " \exists x \in \mathbb{R} : x > x^2 "$ là mệnh đề đúng vì $x = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4}$ mà $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$.

b) $Q: " \forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0 "$ là mệnh đề sai vì $x = 0 \Rightarrow x^2 = 0$ mà $0 = 0$. Suy ra $\bar{Q}$ là mệnh đề đúng.

c) P là mệnh đề đúng, Q là mệnh đề sai. Suy ra $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề sai.

d) P là mệnh đề đúng nên $\bar{P}$ là mệnh đề sai, Q là mệnh đề sai.

Suy ra $\bar{P} \Rightarrow Q$ là mệnh đề đúng. (1).

P là mệnh đề đúng, $\bar{Q}$ là mệnh đề đúng nên $P \Rightarrow \bar{Q}$ là mệnh đề đúng. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\bar{P} \Rightarrow Q \Rightarrow P \Rightarrow \bar{Q}$ là mệnh đề đúng.

Câu 10: Cho hai số thực a và b . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) $a^2 > b^2 \Leftrightarrow a > b$.
 b) $a^3 > b^3 \Leftrightarrow a > b$.
 c) $a^2 + b^2$ chia hết cho 3 khi và chỉ khi cả hai số a và b cùng chia hết cho 3.
 d) $a + b > 2$ khi và chỉ khi ít nhất một trong hai số a, b lớn hơn 1.

Lời giải

a) **Sai:** Vì $-2 > -3$ nhưng $(-2)^2 < (-3)^2$

b) **Đúng.** Vì $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ và $a^2 + ab + b^2 = \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4} > 0$ với $a \neq b$ nên nếu $a > b$ thì $a^3 > b^3$ và ngược lại.

c) **Sai.** Vì $(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{2})^2 = 9$ chia hết cho 3 nhưng $\sqrt{7}$ và $\sqrt{2}$ không chia hết cho 3.

d) **Sai:** Vì với $a = 3, b = -1$ thì $a + b = 2$.

Câu 11: Cho tứ giác $ABCD$

- a) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi nó có hai đường chéo bằng nhau.
 b) Tứ giác là hình bình hành $ABCD$ khi và chỉ khi nó có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.
 c) Tứ giác là hình vuông $ABCD$ khi và chỉ khi tứ giác là hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau.
 d) Tứ giác là hình vuông $ABCD$ khi và chỉ khi nó có hai đường chéo vuông góc với nhau.

Lời giải

- a) Sai.
- b) Đúng.
- c) Đúng.
- d) Sai.

Câu 12: Cho hai mệnh đề sau: $A: “\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > n.”$ và $B: “\exists n \in \mathbb{N}: n^2 + 3n$ chia hết cho 3”.

- a) Mệnh đề A sai.
- b) Mệnh đề phủ định của mệnh đề A là $\bar{A}: “\forall n \in \mathbb{N}, n^2 \leq n.”$
- c) Mệnh đề phủ định của mệnh đề B là $\bar{B}: “\forall n \in \mathbb{N}: n^2 + 3n$ không chia hết cho 3”.
- d) Mệnh đề $\bar{B}$ là mệnh đề đúng.

Lời giải

- a) Đúng. Vì $n = 0 \Rightarrow 0^2 = 0$.
- b) Sai. Mệnh đề phủ định của mệnh đề A là $\bar{A}: “\exists n \in \mathbb{N}, n^2 \leq n.”$
- c) Đúng.
- d) Sai. Ta có:

$$B: “\exists n \in \mathbb{N}: n^2 + 3n \text{ chia hết cho } 3” \Rightarrow \bar{B}: “\forall n \in \mathbb{N}: n^2 + 3n \text{ không chia hết cho } 3”.$$

$$\text{Xét } n = 3k + r, (k \in \mathbb{Z}, r \in \{0; 1; 2\})$$

$$\Rightarrow n^2 + 3n = (9k^2 + 6kr + 3k) + (r^2 + r)$$

Với $r = 0$ hoặc $r = 2$ thì $n^2 + 3n$ chia hết cho 3 nên $\bar{B}$ sai.

Câu 13: Cho các mệnh đề: $A: “\exists n \in \mathbb{Z}, n^2 - 8 = 0”$, $B: “\forall x \in \mathbb{R}, (x - 2)^2 \neq x - 2”$,

$C: “\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 11n + 2$ chia hết cho 11”. Trong các câu khẳng định sau câu nào đúng?

- a) Mệnh đề A sai.
- b) Mệnh đề B đúng.
- c) Mệnh đề phủ định của mệnh đề C là: $\bar{C}: “\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 11n + 2$ không chia hết cho 11”.
- d) Mệnh đề $\bar{C}$ đúng.

Lời giải

$$\text{a) Đúng vì } n^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow n^2 = 8 \Leftrightarrow n = \pm 2\sqrt{2} \notin \mathbb{Z}.$$

$$\text{b) Sai vì } \exists x = 2: (x - 2)^2 = x - 2.$$

c) Sai vì mệnh đề phủ định của mệnh đề C là: $\bar{C}: “\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 11n + 2$ không chia hết cho 11”.

d) Sai vì khi $n = 3$ thì giá trị của $(n^2 + 11n + 2)$ bằng 44:11, nên C đúng $\Rightarrow \bar{C}$ sai.

Câu 14: Cho các mệnh đề: $A: “\forall x \in \mathbb{R}: x - 3 > 0”$; $B: “\exists n \in \mathbb{Z}: \sqrt{2^n + 1}”$ là số nguyên;
 $C: “\exists n \in \mathbb{N}, n^2 : 9 \Rightarrow n : 9”$ Trong các câu khẳng định sau câu nào đúng?

- a) Mệnh đề A đúng.
- b) Mệnh đề phủ định của A là: $\bar{A}: \exists x \in \mathbb{R}: x - 3 < 0$.
- c) Mệnh đề B sai.

d) Mệnh đề C đúng.

Lời giải

a) Sai vì $x=1$ thì $1-3 < 0$.

b) Sai vì mệnh đề phủ định của A là: $\bar{A}: \exists x \in \mathbb{R} : x-3 \leq 0$

c) Đúng vì $n=3$ thì $\sqrt{2^3+1} = 3 \in \mathbb{Z}$.

d) Đúng vì $n=3$ thì $3^2:9$ nhưng 3 không chia hết cho 9.

Câu 15: Xác định tính **Đúng - Sai** của các mệnh đề sau

a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 > 0$.

b) $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 = 3$.

c) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x + y^2 \geq 0$.

d) $\exists n \in \mathbb{N}, n(n+11)+6$ chia hết cho 11.

Lời giải.

a) Đúng. Vì $x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

b) Sai. Vì $x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$ là số vô tỉ.

c) Sai. Với $x = -1 \in \mathbb{R}, y = 0 \in \mathbb{R}$ thì $x + y^2 = -1 + 0 < 0$.

d) Đúng. Với $n = 4 \in \mathbb{N} \Rightarrow n(n+11)+6 = 4(4+11)+6 = 66:11$

Câu 16: Xét tính đúng, sai của các câu sau

a) P: "3" là số chính phương" có mệnh đề phủ định là $\bar{P}$: "3³ không là số chính phương".

b) Q: "Tam giác ABC là tam giác cân" có mệnh đề phủ định là $\bar{Q}$: "Tam giác ABC không là tam giác vuông".

c) R: " $2^{2003} - 1$ là số nguyên tố" có mệnh đề phủ định là $\bar{R}$: " $2^{2003} - 1$ không là số nguyên tố".

d) H: " $\sqrt{2}$ là số vô tỉ" có mệnh đề phủ định là $\bar{H}$: " $\sqrt{2}$ là số hữu tỉ".

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) $\bar{P}$: "3³ không là số chính phương".

b) $\bar{Q}$: "Tam giác ABC không là tam giác cân".

c) $\bar{R}$: " $2^{2003} - 1$ không là số nguyên tố".

d) $\bar{H}$: " $\sqrt{2}$ là số hữu tỉ".

Câu 17: Hãy xác định tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau:

a) A: "Năm 2010 là năm nhuận".

b) B: "31 là số nguyên tố".

c) P: "Mùa xuân bắt đầu từ tháng 6 và kết thúc vào tháng 9".

d) Q: "Hình thoi là hình có bốn cạnh bằng nhau".

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Mệnh đề A sai vì 2010 không chia hết cho 4.

b) Mệnh đề B đúng.

c) Mệnh đề P sai.

d) Mệnh đề Q đúng.

Câu 18: Cho mệnh đề $P(x): "x^2 - x - 2 = 0"$ với x là các số thực. Với mỗi giá trị thực của x sau đây, ta nhận được mệnh đề đúng hay sai?

a) $x = 0$;

b) $x = -1$;

c) $x = 1$;

d) $x = 2$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) $P(0)$ sai.

b) $P(-1)$ đúng.

c) $P(1)$ sai.

d) $P(2)$ đúng.

Câu 19: Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $\forall n \in \mathbb{N}, n^2$ chia hết cho 7 $\Rightarrow n$ chia hết cho 7.

b) $\forall n \in \mathbb{N}, n^2$ chia hết cho 5 $\Rightarrow n$ chia hết cho 5.

c) Nếu tam giác ABC không phải là tam giác đều thì tam giác đó có ít nhất một góc nhỏ hơn 60° .

d) $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 : 5 \Rightarrow n : 5$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Ta có thể sử dụng phương pháp chứng minh phản chứng như sau:

Giả sử n không chia hết cho 7, suy ra $n = 7m + i$, với $m = 0, 1, 2, \dots$ và $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

Ta có $n^2 = 49m^2 + 14im + i^2$, dễ thấy rằng i^2 nhận các giá trị 1, 4, 9, 16, 25, 36 đều

không chia hết cho 7 nên n^2 không chia hết cho 7.

b) Chứng minh tương tự câu a).

c) Giả sử tam giác ABC không phải là tam giác đều và không có góc nào nhỏ hơn 60° , tức là cả ba góc đều lớn hơn hoặc bằng 60° .

Do $\hat{A} \geq 60^\circ, \hat{B} \geq 60^\circ, \hat{C} \geq 60^\circ$ nên $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} \geq 180^\circ$. Mà trong một tam giác, tổng ba góc luôn bằng 180° hay ta có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$. Vậy khi đó phải có $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$ hay tam giác ABC đều. Điều này trái với giả thiết.

Vậy nếu tam giác ABC không phải là tam giác đều thì tam giác đó có ít nhất một góc nhỏ hơn 60° .

d) Để chứng minh mệnh đề đó là đúng, ta dùng phương pháp chứng minh phản chứng. Giả sử tồn tại số tự nhiên n mà n^2 chia hết cho 5 nhưng n không chia hết cho 5. Khi đó, n có dạng $n = 5k \pm 1$ hay $n = 5k \pm 2$ với $k \in \mathbb{N}$.

Nếu $n = 5k \pm 1$ thì $n^2 = (5k \pm 1)^2 = 25k^2 \pm 10k + 1$ không chia hết cho 5.

Nếu $n = 5k \pm 2$ thì $n^2 = (5k \pm 2)^2 = 25k^2 \pm 20k + 4$ không chia hết cho 5.

Điều này trái với giả thiết n^2 chia hết cho 5. Vậy điều giả sử là sai, suy ra: "Nếu bình phương của một số tự nhiên chia hết cho 5 thì số đó chia hết cho 5" là mệnh đề đúng.

Câu 20: Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Phương trình $x^2 - 3x + 8 = 0$ có nghiệm.
- b) 16 không là số nguyên tố.
- c) Hai phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$ và $x^2 - \sqrt{x+3} + 1 = 0$ có nghiệm chung.
- d) Buôn Mê Thuột là thành phố của tỉnh Quảng Ngãi.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) mệnh đề sai.

b) mệnh đề đúng vì 16 có thể chia hết cho 1, 2, 4, 8, 16.

c) mệnh đề đúng vì hai phương trình này có $x = 1$ là nghiệm chung (thay $x = 1$ vào mỗi phương trình để kiểm chứng).

d) mệnh đề sai.

Câu 21: Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) $x^2 - x + 1 > 0$.
- b) 24 chia hết cho 2 và cho 12.
- c) $x^2 + 1 < 0$
- d) $\sqrt{5}$ là số vô tỉ.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) mệnh đề đúng.

b) mệnh đề đúng.

c) mệnh đề sai.

d) mệnh đề đúng.

Câu 22: Cho biết tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau.

- a) 20 chia hết cho 4.
- b) Tổng hai cạnh trong một tam giác lớn hơn cạnh thứ ba của tam giác đó.
- c) 12 là một số chính phương.
- d) Tích của ba số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 3.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

- a) Mệnh đề đúng.
- b) Mệnh đề đúng.
- c) Mệnh đề sai.
- d) Mệnh đề đúng.

Câu 23: Cho biết tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau.

- a) Nếu số a chia hết cho 3 thì a chia hết cho 6.
- b) Nếu $\triangle ABC$ cân tại A thì $\triangle ABC$ có $AB = AC$.
- c) Tứ giác $ABCD$ là hình vuông khi và chỉ khi $ABCD$ là hình chữ nhật và có AC vuông góc với BD .
- d) $\pi^2 > 10$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

- a) Mệnh đề sai.
- b) Mệnh đề đúng.
- c) Mệnh đề đúng.
- d) Mệnh đề sai.

Câu 24: Xét tính đúng, sai của mỗi mệnh đề sau.

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$.
- b) $\exists a \in \mathbb{Q}, a > a^2$.
- c) $\forall n \in \mathbb{Z}, n^2 + n + 2$ chia hết cho 2.
- d) $\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2)$ không chia hết cho 3.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

- a) Mệnh đề sai. Ta chọn $x = 0$ thì $x^2 = 0 > 0$ là sai.
- b) Mệnh đề đúng. Ta chọn $a = \frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$ thì $a^2 = \frac{1}{4}$ nên $a > a^2$ (đúng).
- c) Mệnh đề đúng. Thật vậy: $\forall n \in \mathbb{Z}, n^2 + n + 2 = n(n+1) + 2$, trong đó $n(n+1)$ là tích của hai số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 2, vì vậy $n(n+1) + 2$ cũng chia hết cho 2.
- d) Mệnh đề sai. Ta cho $n = 1$ thì $n(n+1)(n+2) = 1.2.3 = 6$ chia hết cho 3.

Câu 25: Xét tính đúng, sai của mỗi mệnh đề sau.

- a) $\exists x \in \mathbb{Q}, 4x^2 - 1 = 0$.
- b) $\forall n \in \mathbb{N}, n$ và $n+2$ là các số nguyên tố.
- c) $\forall x \in \mathbb{R}, (x-1)^2 \neq x-1$.
- d) $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > n$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

- a) Mệnh đề đúng. Ta có: $4x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$.
- b) Mệnh đề sai. Ta cho $n = 2 \in \mathbb{N}$ thì $n+2 = 4$ không là số nguyên tố.
- c) Mệnh đề sai. Ta cho $x = 1 \in \mathbb{R}$ thì $(x-1)^2 = x-1 = 0$.
- d) Mệnh đề sai. Ta cho $n = 0 \in \mathbb{N}$ thì $n^2 = 0$ nên $n^2 > n$ là sai.

Câu 26: Xét tính đúng, sai của mỗi mệnh đề sau.

- a) Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.
- b) Hai tam giác có hai cặp cạnh bằng nhau kèm giữa một cặp góc bằng nhau thì bằng nhau.
- c) Hai tam giác có hai cặp góc bằng nhau thì bằng nhau.
- d) Một số chia hết cho 3 khi và chỉ khi tổng các chữ số chia hết cho 3.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

- a) Đúng
- b) Đúng
- c) Sai
- d) Đúng

Câu 27: Xét tính đúng, sai của mỗi mệnh đề sau.

- a) 15 không là số nguyên tố
- b) Một tứ giác là hình thoi khi và chỉ khi nó có hai đường chéo vuông góc với nhau.
- c) $5+19 = 24$.
- d) $6+81 = 25$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

- a) là mệnh đề sai.
- b) là mệnh đề sai.
- c) là mệnh đề đúng.

d) là mệnh đề sai.

Câu 28: Cho biết mệnh đề phủ định của mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) P : "Hình thoi có hai đường chéo vuông góc với nhau". Ta có mệnh đề phủ định là: $\bar{P}$: "Hình thoi có hai đường chéo không vuông góc với nhau",
- b) S : " $1 > -3$ ". Ta có mệnh đề phủ định là: $\bar{S}$: " $1 \leq -3$ ",
- c) K : "Phương trình $x^4 - 2x^2 + 2 = 0$ có nghiệm". Ta có mệnh đề phủ định là: $\bar{K}$: "phương trình $x^4 - 2x^2 + 2 = 0$ vô nghiệm",
- d) H : " $(\sqrt{3} - \sqrt{12})^2 = 3$ ". Ta có mệnh đề phủ định là: $\bar{H}$: " $(\sqrt{3} - \sqrt{12})^2 \neq 3$ ",

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

a) mệnh đề này sai.

b) mệnh đề này sai.

c) mệnh đề này đúng

d) mệnh đề này sai.

Câu 29: Cho mệnh đề chứa biến $P(x)$: " $x > x^3$ ", xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $P(1)$. b) $P\left(\frac{1}{3}\right)$. c) $\forall x \in \mathbb{N}, P(x)$. d) $\exists x \in \mathbb{N}, P(x)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Ta có $P(1)$: " $1 > 1^3$ " đây là mệnh đề sai.

b) Ta có $P\left(\frac{1}{3}\right)$: " $\frac{1}{3} > \left(\frac{1}{3}\right)^3$ " đây là mệnh đề đúng.

c) Ta có $\forall x \in \mathbb{N}, x > x^3$ là mệnh đề sai vì $P(1)$ là mệnh đề sai.

d) Ta có $\exists x \in \mathbb{N}, x > x^3$ là mệnh đề đúng vì $P\left(\frac{1}{3}\right)$ là mệnh đề đúng.

Câu 30: Các câu sau đây, câu nào là mệnh đề, câu nào không phải là mệnh đề? Nếu là mệnh đề hay cho biết mệnh đề đó đúng hay sai.

- a) Trong tam giác tổng ba góc bằng 180°
- b) $(\sqrt{3} - \sqrt{27})^2$ là số nguyên
- c) 16 chia 3 dư 1.
- d) $\sqrt{5}$ là số vô tỉ.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) "Trong tam giác tổng ba góc bằng 180° " là mệnh đề đúng

- b) $(\sqrt{3} - \sqrt{27})^2$ là số nguyên " là mệnh đề đúng
- c) Là mệnh đề đúng
- d) Là mệnh đề đúng

Câu 31: Xét tính đúng (sai) của các mệnh đề sau

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^3 - x^2 + 1 > 0$.
- b) $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 3$ chia hết cho 4.
- c) $P: " \forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : x + y = 1 "$.
- d) $Q: " \exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : x + y = 2 "$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

- a) " $\forall x \in \mathbb{R}, x^3 - x^2 + 10$ " là mệnh đề sai
- b) " $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 3$ chia hết cho 4" là mệnh đề đúng
- c) $P: " \forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : x + y = 1 "$ là mệnh đề sai
- Vì với $x = 2, 5; y = 1 \Rightarrow P(2, 5; 1): "2, 5 \in \mathbb{R}, 1 \in \mathbb{R} : 2, 5 + 1 = 1 "$ là mệnh đề sai.
- d) $Q: " \exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : x + y = 2 "$ là mệnh đề đúng
- Vì $Q(1, 5; 0, 5): "1, 5 \in \mathbb{R}, 0, 5 \in \mathbb{R} : 1, 5 + 0, 5 = 2 "$ là mệnh đề đúng.

Câu 32: Xét tính đúng (sai) của các mệnh đề sau

- a) Chiến tranh thế giới lần thứ hai kết thúc năm 1946.
- b) Chiến dịch Điện Biên Phủ giành thắng lợi năm 1975.
- c) Sông Hương chảy qua thành phố Huế.
- d) Phố cổ Hội An thuộc tỉnh Quảng Ngãi.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

- a) là mệnh đề sai vì chiến tranh thế giới lần thứ hai kết thúc năm 1945.
- b) là mệnh đề sai vì chiến dịch Điện Biên Phủ giành thắng lợi năm 1954.
- c) là mệnh đề đúng.
- d) là mệnh đề sai vì Phố cổ Hội An thuộc tỉnh Quảng Nam.

Câu 33: Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) $\sqrt{6}$ không phải là một số vô tỉ.
- b) Phương trình $x^2 + 3x + 5 = 0$ vô nghiệm.
- c) Hàm số bậc hai $y = x^2$ có đồ thị là parabol với tọa độ đỉnh là $O(0; 0)$.
- d) $\sqrt{7 + \sqrt{48}}$ và $\sqrt{7 - \sqrt{48}}$ là hai số nghịch đảo của nhau.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

- a) là mệnh đề sai vì $\sqrt{6}$ là một số vô tỉ.
- b) là mệnh đề đúng vì $\Delta = -11 < 0$.
- c) là mệnh đề đúng.
- d) là mệnh đề đúng vì $(\sqrt{7+\sqrt{48}}) \cdot (\sqrt{7-\sqrt{48}}) = 1$.

Câu 34: Cho biết mệnh đề phủ định của mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) A : " $\frac{-1,3}{5}$ là một phân số".
- b) B : "Phương trình $x^2 + 3x - 2023 = 0$ có nghiệm".
- c) D : "Số 2023 chia hết cho 17".
- d) F : "Hai đường thẳng $y = 2023x + 1$ và $y = -2023x + 1$ không song song với nhau".

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

- a) Mệnh đề phủ định của mệnh đề A là $\bar{A}$: " $\frac{-1,3}{5}$ không là phân số". Mệnh đề $\bar{A}$ đúng vì $-1,3$ không là số nguyên.
- b) Mệnh đề phủ định của mệnh đề B là $\bar{B}$: "Phương trình $x^2 + 3x - 2023 = 0$ không có nghiệm". Mệnh đề $\bar{B}$ sai vì phương trình $x^2 + 3x - 2023 = 0$ có hai nghiệm phân biệt do $a.c = 1 \cdot (-2023) < 0$.
- c) Mệnh đề phủ định của mệnh đề D là $\bar{D}$: "Số 2023 không chia hết cho 17". Mệnh đề $\bar{D}$ sai vì 2023 chia hết cho 17.
- d) Mệnh đề phủ định của mệnh đề F là $\bar{F}$: "Hai đường thẳng $y = 2023x + 1$ và $y = -2023x + 1$ song song với nhau". Mệnh đề $\bar{F}$ sai vì hai đường thẳng $(d_1): y = 2023x + 1$ và $(d_2): y = -2023x + 1$ có hệ số góc $k_1 \neq k_2$ ($2023 \neq -2023$).

Câu 35: Cho mệnh đề chứa biến $P(x): "x > \frac{1}{x}"$, xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $P(1)$.
- b) $P\left(-\frac{1}{3}\right)$.
- c) $\forall x \in \mathbb{N}, P(x)$.
- d) $\exists x \in \mathbb{N}, P(x)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

- a) Ta có $P(1): "1 > 1"$ đây là mệnh đề sai.

b) Ta có $P\left(-\frac{1}{3}\right): -\frac{1}{3} > -3$ đây là mệnh đề đúng.

c) Ta có $\forall x \in \mathbb{N}, x > \frac{1}{x}$ là mệnh đề sai vì $P(1)$ là mệnh đề sai.

d) Ta có $\exists x \in \mathbb{N}, x > \frac{1}{x}$ là mệnh đề đúng vì $P(2): 2 > \frac{1}{2}$ là mệnh đề đúng.

Câu 36: Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $A: "\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}: x + y = 1"$.

b) $B: "\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}: x + y = 2"$.

c) $C: "\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}: y = xy"$.

d) $D: "\forall a \in \mathbb{R}, \exists b \in \mathbb{R}: a = 3b"$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Mệnh đề sai vì với $x = 2,5; y = 1 \Rightarrow P(2,5;1): "2,5 \in \mathbb{R}, 1 \in \mathbb{R}: 2,5 + 1 = 1"$ là mệnh đề sai.

b) Mệnh đề đúng vì $"1,5 \in \mathbb{R}, 0,5 \in \mathbb{R}: 1,5 + 0,5 = 2"$ là mệnh đề đúng.

c) Mệnh đề đúng vì $\exists x = 1: y = 1.y$ đúng $\forall y \in \mathbb{R}$.

d) Mệnh đề đúng.

Câu 37: Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $A: "\exists x, y \in \mathbb{R}: 2x^2 + 5y^2 + 2xy < 0"$.

b) $B: "\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}: x < y"$.

c) $C: "\forall a \in \mathbb{R}, \forall b \in \mathbb{R}, \forall c \in \mathbb{R}: a^2 + 4b^2 + 4c^2 \geq 4ab - 4ac + 8bc"$.

d) $E: "\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}: (x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3"$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Mệnh đề sai vì $2x^2 + 5y^2 + 2xy = x^2 + 2xy + y^2 + x^2 + 4y^2 = (x + y)^2 + x^2 + 4y^2 \geq 0 \forall x, y \in \mathbb{R}$

b) Mệnh đề sai vì với $x = 5; y = 4$ thì mệnh đề $"\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x < y"$ sai.

c) Mệnh đề đúng vì

$$a^2 + 4b^2 + 4c^2 \geq 4ab - 4ac + 8bc$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 4b^2 + 4c^2 - 4ab + 4ac - 8bc \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a - 2b + 2c)^2 \geq 0, \forall a \in \mathbb{R}, \forall b \in \mathbb{R}, \forall c \in \mathbb{R}.$$

d) Mệnh đề đúng vì đó là hằng đẳng thức.

♦Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong các câu sau đây, câu nào là mệnh đề?

- a) 3 là số lẻ; b) $1 + 2 > 3$;
- c) π là số vô tỉ phải không? d) 0,0001 là số rất bé;
- e) Đến năm 2050, con người sẽ đặt chân lên Sao Hỏa.

Lời giải

- a) “3 là số lẻ” là mệnh đề (là mệnh đề đúng).
- b) “ $1 + 2 > 3$ ” là mệnh đề (là mệnh đề sai).
- c) “ π là một số vô tỉ phải không?” là câu hỏi, không phải mệnh đề.
- d) Câu “0,0001 là số rất bé” không có tính hoặc đúng hoặc sai (do không đưa ra tiêu chí thế nào là số rất bé). Do đó, nó không phải là mệnh đề.
- e) “Đến năm 2050, con người sẽ đặt chân lên Sao Hỏa” là một khẳng định chưa thể chắc chắn là đúng hay sai. Tuy nhiên, nó chắc chắn chỉ có thể hoặc đúng hoặc sai. Do đó, nó là một mệnh đề.

Câu 2: Cho các mệnh đề chứa biến:

- a) $P(x)$: “ $2x = 1$ ”;
- b) $R(x, y)$: “ $2x + y = 3$ ” (mệnh đề này chứa hai biến x và y);
- c) $T(n)$: “ $2n + 1$ là số chẵn” (n là số tự nhiên).

Với mỗi mệnh đề chứa biến trên, tìm những giá trị của biến để nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.

Lời giải

- a. Với $x = \frac{1}{2}$ thì $P(\frac{1}{2})$: “ $2 \cdot \frac{1}{2} = 1$ ” là mệnh đề đúng. Với $x = 1$ thì $P(1)$: “ $2 \cdot 1 = 1$ ” là mệnh đề sai.

b) Với $x = 1, y = 1$ thì $R(1, 1)$: “ $2.1 + 1 = 3$ ” là mệnh đề đúng. Với $x = 1, y = 2$ thì $R(1, 2)$: “ $2.1 + 2 = 3$ ” là mệnh đề sai.

c) Lấy số tự nhiên n_0 bất kì ta đều được $2n_0 + 1$ là một số lẻ, nghĩa là $T(n_0)$: “ $2n_0 + 1$ là số chẵn” là mệnh đề sai. Do đó, không có giá trị n_0 của n để $T(n_0)$ là mệnh đề đúng. $T(n_0)$ là mệnh đề sai với số tự nhiên n_0 bất kì.

Câu 3: Xét câu “ $x > 5$ ”. Hãy tìm hai giá trị thực của x để từ câu đã cho ta nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.

Lời giải

Khi $x = 7$ thì $x > 5$ là một mệnh đề đúng.

Khi $x = -7$ thì $x > 5$ là một mệnh đề sai.

Câu 4: Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau:

P: “Tháng 12 dương lịch có 31 ngày”;

Q: “ $9^{10} \geq 10^9$ ”;

R: Phương trình $x^2 + 1 = 0$ có nghiệm”.

Lời giải

Mệnh đề phủ định của các mệnh đề trên là:

$\bar{P}$: “Không phải tháng 12 dương lịch có 31 ngày”;

$\bar{Q}$: “ $9^{10} < 10^9$ ”;

$\bar{R}$: “Phương trình $x^2 + 1 = 0$ vô nghiệm”.

Câu 5: Phát biểu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xác định tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

P: “2022 chia hết cho 5” ;

Q: “Bất phương trình $2x + 1 > 0$ có nghiệm”.

Lời giải

Mệnh đề phủ định của P là $\overline{P}$: “2022 không chia hết cho 5”.

Mệnh đề $\overline{P}$ là một mệnh đề sai vì $2022 : 4 = 505$ dư 2.

Mệnh đề phủ định của Q là $\overline{Q}$: “Bất phương trình $2x+1 > 0$ vô nghiệm”. Mệnh đề $\overline{Q}$ là một mệnh đề sai vì với $x=1$: $2.1+1=3 > 0$ nên $x=1$ là một nghiệm của bất phương trình $2x+1 > 0$

Câu 6: Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) R: “Nếu tam giác ABC có hai góc bằng 60° thì nó là tam giác đều”;

b) T: “Từ $-3 < -2$ suy ra $(-3)^2 < (-2)^2$ ”.

Lời giải

a) R là mệnh đề có dạng $P \Rightarrow Q$, với P: “Tam giác ABC có hai góc bằng 60° ” và Q: “Tam giác ABC là tam giác đều”. Ta thấy khi P đúng thì Q cũng đúng.

Do đó, $P \Rightarrow Q$ đúng hay R đúng.

b) T là mệnh đề có dạng $P \Rightarrow Q$, với P: “ $-3 < -2$ ” và Q: “ $(-3)^2 < (-2)^2$ ” (hay “ $9 < 4$ ”). Ta thấy mệnh đề P đúng, còn mệnh đề Q sai, Do đó, $P \Rightarrow Q$ sai.

Vậy T là mệnh đề sai.

Câu 7: Cho hai câu sau:

P : “Tam giác ABC là tam giác vuông tại A”;

Q : “Tam giác ABC có $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ”.

Hãy phát biểu câu ghép có dạng “Nếu P thì Q ”.

Lời giải

Nếu tam giác ABC là tam giác vuông tại A” thì Tam giác ABC có $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ”.

Câu 8: Xét hai mệnh đề:

P: “Tam giác ABC vuông tại A”;

Q: “Tam giác ABC có $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ”.

Hai mệnh đề P và Q có tương đương không? Nếu có, hãy phát biểu một định lý thể hiện điều này, trong đó có sử dụng thuật ngữ “khi và chỉ khi” hoặc “điều kiện cần và đủ”.

Lời giải

Theo định lý Pythagore, hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng. Do đó, P và Q là hai mệnh đề tương đương. Ta có thể phát biểu thành định lý như sau:

“Tam giác ABC vuông tại A khi và chỉ khi $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ” hoặc “Để tam giác ABC vuông tại A , điều kiện cần và đủ là $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ”.

Câu 9: Cho các mệnh đề P : “ a và b chia hết cho c ” ;

Q : “ $a + b$ chia hết cho c ”

a) Hãy phát biểu định lý $P \Rightarrow Q$. Nêu giả thiết, kết luận của định lý và phát biểu định lý này dưới dạng điều kiện cần, điều kiện đủ.

b) Hãy phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ xác định tính đúng sai của mệnh đề đảo này.

Lời giải

a) Phát biểu định lý $P \Rightarrow Q$ là Nếu a và b chia hết cho c thì $a + b$ chia hết cho c .

Trong đó giả thiết là a và b chia hết cho c , kết luận là $a + b$ chia hết cho c .

Phát biểu định lý dưới dạng điều kiện cần : $a + b$ chia hết cho c là điều kiện cần để a và b chia hết cho c .

Phát biểu định lý dưới dạng điều kiện đủ : a và b chia hết cho c là điều kiện đủ để $a + b$ chia hết cho c .

b) Mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là “nếu $a + b$ chia hết cho c thì a và b chia hết cho c ”.

Mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề sai vì $a = 2; b = 7; c = 3$ khi đó $a + b$ chia hết cho c nhưng a và b không chia hết cho c .

Câu 10: Xét tính đúng sai và viết mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau:

a) " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 2 > 0$ "; b) " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 4 = 0$ ".

Lời giải

a) Mệnh đề đúng, vì $x^2 + 2x + 2 = (x^2 + 2x + 1) + 1 = (x + 1)^2 + 1 > 0$ với mọi số thực x . Mệnh đề phủ định của mệnh đề này là: $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$.

b) Mệnh đề sai, vì phương trình $x^2 + 3x + 4 = 0$ vô nghiệm ($\Delta = -7 < 0$). Mệnh đề phủ định của mệnh đề này là: $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 4 \neq 0$.

Câu 11: Phát biểu bằng lời mệnh đề sau và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai.

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \leq 0.$$

Lời giải

Mệnh đề có thể phát biểu là: "Mọi số thực đều có bình phương cộng với 1 nhỏ hơn hoặc bằng 0".

Mệnh đề sai do $x^2 \geq 0$ nên $x^2 + 1 > 0$.

Câu 12: Trong hai mệnh đề toán học sau đây, mệnh đề nào là một khẳng định đúng? Mệnh đề nào là một khẳng định sai?

P: "Tổng hai góc đối của một tứ giác nội tiếp bằng 180° "

Q: " $\sqrt{2}$ là số hữu tỉ"

Lời giải

Mệnh đề P: "Tổng hai góc đối của một tứ giác nội tiếp bằng 180° "

Mệnh đề Q: " $\sqrt{2}$ là số hữu tỉ" sai vì $\sqrt{2}$ là số vô tỉ, không phải một số hữu tỉ.

Câu 13: Xét câu "n chia hết cho 3" với n là số tự nhiên.

a) Ta có thể khẳng định được tính đúng sai của câu trên hay không?

- b) Với $n = 21$ thì câu "21 chia hết cho 3" có phải là mệnh đề toán học hay không? Nếu là mệnh đề toán học thì mệnh đề đó đúng hay sai?
- c) Với $n = 10$ thì câu "10 chia hết cho 3" có phải là mệnh đề toán học hay không? Nếu là mệnh đề toán học thì mệnh đề đó đúng hay sai?

Lời giải

- a) Ta chưa thể khẳng định được tính đúng sai của câu "n chia hết cho 3" do chưa có giá trị cụ thể của n.
- b) Với $n = 21$ thì câu "21 chia hết cho 3" là mệnh đề toán học. Mệnh đề này đúng.
- c) Với $n = 10$ thì câu "10 chia hết cho 3" là mệnh đề toán học. Mệnh đề này sai.

Câu 14: Hai bạn Kiên và Cường đang tranh luận với nhau.

Kiên nói: "Số 23 là số nguyên tố".

Cường nói: "Số 23 không là nguyên tố"

Em có nhận xét gì về hai câu phát biểu của Kiên và Cường?

Lời giải

Kiên nói: "Số 23 là số nguyên tố" là mệnh đề đúng

Cường nói: "Số 23 không là nguyên tố" là mệnh đề sai.

Hai phát biểu này cùng nói về một nội dung nhưng hai ý kiến trái ngược nhau, trong đó phát biểu của Kiên là đúng, phát biểu của Cường là sai.

Câu 15: Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và nhận xét tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

P: "5,15 là một số hữu tỉ";

Q: "2023 là số chẵn".

Lời giải

Mệnh đề phủ định của mệnh đề P là $\bar{P}$: “5,15 không phải là một số hữu tỉ”

Mệnh đề P đúng, $\bar{P}$ sai vì $5,15 = \frac{103}{20} \in \mathbb{Q}$, là một số hữu tỉ.

Mệnh đề phủ định của mệnh đề Q là $\bar{Q}$: “2 023 không phải là số chẵn” (hoặc “2 023 là số lẻ”)

Mệnh đề Q sai, $\bar{Q}$ đúng vì 2023 có chữ số tận cùng là $3 \notin \{0; 2; 4; 6; 8\}$, do đó 2023 không phải là số chẵn.

Câu 16: Xét hai mệnh đề:

P : “Số tự nhiên n chia hết cho 6”; Q : “Số tự nhiên n chia hết cho 3”.

Xét mệnh đề R : “Nếu số tự nhiên n chia hết cho 6 thì số tự nhiên n chia hết cho 3”.

Mệnh đề R có dạng phát biểu như thế nào?

Lời giải

Thay: “số tự nhiên n chia hết cho 6” bởi P , “số tự nhiên n chia hết cho 3” bởi Q , ta được mệnh đề R có dạng: “Nếu P thì Q ”

Câu 17: Cho mệnh đề “ n chia hết cho 3” với n là số tự nhiên.

a) Phát biểu “Mọi số tự nhiên n đều chia hết cho 3” có phải là mệnh đề không?

b) Phát biểu “Tồn tại số tự nhiên n đều chia hết cho 3” có phải là mệnh đề không?

Lời giải

Mệnh đề là một phát biểu, một khẳng định (có thể đúng hoặc sai) về một sự kiện trong toán học.

Nếu không xác định được tính đúng sai của mệnh đề thì phát biểu đó không là mệnh đề.

- a) Phát biểu “Mọi số tự nhiên n đều chia hết cho 3 ” là một phát biểu sai (vì 2 là số tự nhiên nhưng 2 không chia hết cho 3). Đây là một mệnh đề.
- b) Phát biểu "Tồn tại số tự nhiên n đều chia hết cho 3" là một phát biểu đúng (chẳng số 3 là số tự nhiên và 3 chia hết cho 3). Đây là một mệnh đề.

Câu 18: Bạn An nói: "Mọi số thực đều có bình phương là một số không âm"

Bạn Bình phủ định lại câu nói của bạn An::"Có một số thực mà bình phương của nó là một số âm"

- a) Sử dụng kí hiệu " $\forall$ " để viết mệnh đề của bạn An.
- b) Sử dụng kí hiệu " $\exists$ " để viết mệnh đề của bạn Bình.

Lời giải:

a) An: " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ "

b) Bình: " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$ "

Luyện tập - Vận dụng 7

Phát biểu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau:

- a) Tồn tại số nguyên chia hết cho 3
- b) Mọi số thập phân đều viết được dưới dạng phân số.

Câu 19: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề toán học?

- a) Tích hai số thực trái dấu là một số thực âm.
- b) Mọi số tự nhiên đều là dương.
- c) Có sự sống ngoài Trái Đất
- d) Ngày 1 tháng 5 là ngày Quốc tế Lao động.

Lời giải

- a) Phát biểu "Tích hai số thực trái dấu là một số thực âm" là một mệnh đề toán học.
- b) Phát biểu "Mọi số tự nhiên đều là dương" là một mệnh đề toán học.
- c) Phát biểu "Có sự sống ngoài Trái Đất" không là một mệnh đề toán học (vì không liên quan đến sự kiện Toán học nào).
- d) Phát biểu "Ngày 1 tháng 5 là ngày Quốc tế Lao động" không là một mệnh đề toán học (vì không liên quan đến sự kiện Toán học nào).

Câu 20: Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và nhận xét tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

- a) A: " $\frac{5}{1,2}$ là một phân số".
- b) B: "Phương trình $x^2 + 3x + 2 = 0$ có nghiệm".
- c) C: $2^2 + 2^3 = 2^{2+3}$.
- d) D: "Số 2025 chia hết cho 15".

Lời giải

- a) $\bar{A}$: " $\frac{5}{1,2}$ không là một phân số".

Đúng vì $\frac{5}{1,2}$ không là phân số (do 1,2 không là số nguyên)

- b) $\bar{B}$: "Phương trình $x^2 + 3x + 2 = 0$ vô nghiệm".

Sai vì phương trình $x^2 + 3x + 2 = 0$ có hai nghiệm là $x = -1$ và $x = -2$.

c) $\overline{C}: 2^2 + 2^3 \neq 2^{2+3}$.

Đúng vì $2^2 + 2^3 = 12 \neq 32 = 2^{2+3}$.

d) $\overline{D}: \text{"Số 2025 không chia hết cho 15"}$.

Sai vì 2025 chia hết cho 15.

Câu 21: Cho n là số tự nhiên. Xét các mệnh đề:

P: " n là một số tự nhiên chia hết cho 16".

Q: " n là một số tự nhiên chia hết cho 8".

a) Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$. Nhận xét tính đúng sai của mệnh đề đó.

b) Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$. Nhận xét tính đúng sai của mệnh đề đó.

Lời giải

a) Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$: "Nếu n là một số tự nhiên chia hết cho 16 thì n là một số tự nhiên chia hết cho 8"

Mệnh đề này đúng, vì n chia hết cho 16 thì $n = 16 \cdot k (k \in \mathbb{N})$ thì $n = 8 \cdot (2k)$ chia hết cho 8.

b) Phát biểu mệnh đề $Q \Rightarrow P$: "Nếu n là một số tự nhiên chia hết cho 8 thì n là một số tự nhiên chia hết cho 16"

Mệnh đề này sai, chẳng hạn $n = 8$ là số tự nhiên chia hết cho 8 nhưng n không chia hết cho 16.

Chú ý

Tùy theo nội dung cụ thể, đôi khi người ta còn phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là: " P kéo theo Q " hay " P suy ra Q " hay "Vì P nên Q ".

Câu 22: Trong hai mệnh đề toán học sau đây, mệnh đề nào là một khẳng định đúng? Mệnh đề nào là một khẳng định sai?

P: "Tổng hai góc đối của một tứ giác nội tiếp bằng 180° "

Q: " $\sqrt{2}$ là số hữu tỉ"

Lời giải

Mệnh đề P: "Tổng hai góc đối của một tứ giác nội tiếp bằng 180°

Mệnh đề Q: " $\sqrt{2}$ là số hữu tỉ" sai vì $\sqrt{2}$ là số vô tỉ, không phải một số hữu tỉ.

Câu 23: Nêu ví dụ về một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.

Lời giải

Mệnh đề là một phát biểu, một khẳng định (có thể đúng hoặc sai) về một sự kiện trong toán học.

"2 là số tự nhiên" - Mệnh đề đúng

"Trong một tam giác, đường cao luôn bằng đường trung tuyến kẻ từ cùng một đỉnh" - Mệnh đề sai.

Câu 24: Xét câu "n chia hết cho 3" với n là số tự nhiên.

a) Ta có thể khẳng định được tính đúng sai của câu trên hay không?

b) Với $n = 21$ thì câu "21 chia hết cho 3" có phải là mệnh đề toán học hay không? Nếu là mệnh đề toán học thì mệnh đề đó đúng hay sai?

c) Với $n = 10$ thì câu "10 chia hết cho 3" có phải là mệnh đề toán học hay không? Nếu là mệnh đề toán học thì mệnh đề đó đúng hay sai?

Lời giải

a) Ta chưa thể khẳng định được tính đúng sai của câu "n chia hết cho 3" do chưa có giá trị cụ thể của n.

b) Với $n = 21$ thì câu "21 chia hết cho 3" là mệnh đề toán học. Mệnh đề này đúng.

c) Với $n = 10$ thì câu "10 chia hết cho 3" là mệnh đề toán học. Mệnh đề này sai.

Câu 25: Nêu ví dụ về mệnh đề chứa biến.

Lời giải

Mệnh đề chứa biến là phát biểu chưa khẳng định được tính đúng sai của câu. Nhưng với mỗi giá trị cụ thể của biến, câu này cho ta một mệnh đề toán học mà ta có thể khẳng định được tính đúng sai của mệnh đề đó.

Chẳng hạn $P(n)$: " $2n$ lớn hơn 10", là một mệnh đề chứa biến.

Câu 26: Hai bạn Kiên và Cường đang tranh luận với nhau.

Kiên nói: "Số 23 là số nguyên tố".

Cường nói: "Số 23 không là nguyên tố"

Em có nhận xét gì về hai câu phát biểu của Kiên và Cường?

Lời giải

Kiên nói: "Số 23 là số nguyên tố" là mệnh đề đúng

Cường nói: "Số 23 không là nguyên tố" là mệnh đề sai.

Hai phát biểu này cùng nói về một nội dung nhưng hai ý kiến trái ngược nhau, trong đó phát biểu của Kiên là đúng, phát biểu của Cường là sai.

Câu 27: Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và nhận xét tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

P: "5,15 là một số hữu tỉ";

Q: "2 023 là số chẵn".

Lời giải

+) Mệnh đề phủ định của mệnh đề P là $\bar{P}$: "5,15 không phải là một số hữu tỉ"

Mệnh đề P đúng, $\bar{P}$ sai vì $5,15 = \frac{103}{20} \in \mathbb{Q}$, là một số hữu tỉ.

+) Mệnh đề phủ định của mệnh đề Q là $\bar{Q}$: "2 023 không phải là số chẵn" (hoặc "2 023 là số lẻ")

Mệnh đề Q sai, $\bar{Q}$ đúng vì 2023 có chữ số tận cùng là $3 \notin \{0; 2; 4; 6; 8\}$, do đó 2023 không phải là số chẵn.

Câu 28: Xét hai mệnh đề:

P: "Số tự nhiên n chia hết cho 6 "; Q: "Số tự nhiên n chia hết cho 3 ".

Xét mệnh đề R: "Nếu số tự nhiên n chia hết cho 6 thì số tự nhiên n chia hết cho 3 ".

Mệnh đề R có dạng phát biểu như thế nào?

Lời giải

Thay: "số tự nhiên n chia hết cho 6 " bởi P, "số tự nhiên n chia hết cho 3 " bởi Q, ta được mệnh đề R có dạng: "Nếu P thì Q "

Câu 29: Hãy phát biểu một định lý toán học ở dạng mệnh đề kéo theo $P \Rightarrow Q$

Lời giải

Chẳng hạn

- 1 Định lý Ta-lét "Nếu 1 đường thẳng song song với 1 cạnh của tam giác đó và cắt 2 cạnh còn lại thì nó định ra trên 2 cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ"
- 2 Định lý Ta-lét đảo "Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác."
- 3 Định lý: "Nếu hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song"

Câu 30: Cho mệnh đề "n chia hết cho 3" với n là số tự nhiên.

- a) Phát biểu "Mọi số tự nhiên n đều chia hết cho 3" có phải là mệnh đề không?
- b) Phát biểu "Tồn tại số tự nhiên n đều chia hết cho 3" có phải là mệnh đề không?

Lời giải

Mệnh đề là một phát biểu, một khẳng định (có thể đúng hoặc sai) về một sự kiện trong toán học.

Nếu không xác định được tính đúng sai của mệnh đề thì phát biểu đó không là mệnh đề.

a) Phát biểu "Mọi số tự nhiên n đều chia hết cho 3" là một phát biểu sai (vì 2 là số tự nhiên nhưng 2 không chia hết cho 3). Đây là một mệnh đề.

b) Phát biểu "Tồn tại số tự nhiên n đều chia hết cho 3" là một phát biểu đúng (chẳng số 3 là số tự nhiên và 3 chia hết cho 3). Đây là một mệnh đề.

Câu 31: Bạn An nói: "Mọi số thực đều có bình phương là một số không âm"

Bạn Bình phủ định lại câu nói của bạn An::"Có một số thực mà bình phương của nó là một số âm"

- a) Sử dụng kí hiệu " $\forall$ " để viết mệnh đề của bạn An.
- b) Sử dụng kí hiệu " $\exists$ " để viết mệnh đề của bạn Bình.

Lời giải:

a) An: " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ "

b) Bình: " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$ "

Luyện tập - Vận dụng 7

Phát biểu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau:

- a) Tồn tại số nguyên chia hết cho 3
- b) Mọi số thập phân đều viết được dưới dạng phân số.

Câu 32:

Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề toán học?

- a) Tích hai số thực trái dấu là một số thực âm.
- b) Mọi số tự nhiên đều là dương.
- c) Có sự sống ngoài Trái Đất
- d) Ngày 1 tháng 5 là ngày Quốc tế Lao động.

Lời giải

a) Phát biểu "Tích hai số thực trái dấu là một số thực âm" là một mệnh đề toán học.

b) Phát biểu "Mọi số tự nhiên đều là dương" là một mệnh đề toán học.

c) Phát biểu "Có sự sống ngoài Trái Đất" không là một mệnh đề toán học (vì không liên quan đến sự kiện Toán học nào).

d) Phát biểu “Ngày 1 tháng 5 là ngày Quốc tế Lao động” không là một mệnh đề toán học (vì không liên quan đến sự kiện Toán học nào).

Câu 33: Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và nhận xét tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

a) A: “ $\frac{5}{1,2}$ là một phân số”.

b) B: “Phương trình $x^2 + 3x + 2 = 0$ có nghiệm”.

c) C: $2^2 + 2^3 = 2^{2+3}$.

d) D: “Số 2025 chia hết cho 15”.

Lời giải

a) $\bar{A}$: “ $\frac{5}{1,2}$ không là một phân số”.

Đúng vì $\frac{5}{1,2}$ không là phân số (do 1,2 không là số nguyên)

b) $\bar{B}$: “Phương trình $x^2 + 3x + 2 = 0$ vô nghiệm”.

Sai vì phương trình $x^2 + 3x + 2 = 0$ có hai nghiệm là $x = -1$ và $x = -2$.

c) $\bar{C}$: $2^2 + 2^3 \neq 2^{2+3}$.

Đúng vì $2^2 + 2^3 = 12 \neq 32 = 2^{2+3}$.

d) $\bar{D}$: “Số 2025 không chia hết cho 15”.

Sai vì 2025 chia hết cho 15.

Câu 34: Cho n là số tự nhiên. Xét các mệnh đề:

P: “ n là một số tự nhiên chia hết cho 16”.

Q: “ n là một số tự nhiên chia hết cho 8”.

a) Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$. Nhận xét tính đúng sai của mệnh đề đó.

b) Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$. Nhận xét tính đúng sai của mệnh đề đó.

Lời giải

a) Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$: “Nếu n là một số tự nhiên chia hết cho 16 thì n là một số tự nhiên chia hết cho 8”

Mệnh đề này đúng, vì n chia hết cho 16 thì $n = 16.k$ ($k \in \mathbb{N}$) thì $n = 8.(2k)$ chia hết cho 8.

b) Phát biểu mệnh đề $Q \Rightarrow P$: “Nếu n là một số tự nhiên chia hết cho 8 thì n là một số tự nhiên chia hết cho 16”

Mệnh đề này sai, chẳng hạn $n = 8$ là số tự nhiên chia hết cho 8 nhưng n không chia hết cho 16.

Chú ý

Tùy theo nội dung cụ thể, đôi khi người ta còn phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là: "P kéo theo Q " hay "P suy ra Q " hay "Vì P nên Q ".