

MỤC LỤC

► BÀI ②. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN	2
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức	2
Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản.....	2
♦ Dạng ①: Biểu diễn miền nghiệm của hệ bpt bậc nhất hai ẩn.....	2
♦ Dạng ②: Bài toán thực tế - tìm GTLN-GTNN	5
Ⓒ. Dạng toán rèn luyện.....	12
♦ Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	12
♦ Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai	46
♦ Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	66

A. Tóm tắt kiến thức

1. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

- ✓ Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là một hệ gồm hai hay nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- ✓ Cặp số $(x_0; y_0)$ là nghiệm của một hệ BPT bậc nhất hai ẩn khi $(x_0; y_0)$ đồng thời là nghiệm của tất cả các BPT trong hệ đó.

2. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng tọa độ

- ✓ Biểu diễn miền nghiệm của một hệ BPT bậc nhất hai ẩn:
 - ♦ **Bước ①:** Trên cùng một mặt phẳng tọa độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình của hệ bằng cách gạch bỏ phần không thuộc miền nghiệm của nó.
 - ♦ **Bước ②:** Phần không bị gạch là miền nghiệm của hệ BPT.

3. Áp dụng vào bài toán thực tiễn

- ✓ Cho hệ BPT bậc nhất hai ẩn x, y có miền nghiệm là miền đa giác $A_1A_2 \dots A_n$.
- ✓ Khi đó: Giá trị lớn nhất (hay nhỏ nhất) của biểu thức $T(x; y) = mx + ny$, với $(x; y)$ là tọa độ các điểm thuộc miền đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ đạt được tại một trong các đỉnh của đa giác đó.

Phương pháp

- ♦ **Bước ①.** Tìm miền đa giác $A_1A_2 \dots A_iA_{i+1} \dots A_n$ là miền nghiệm của hệ bất phương trình.
- ♦ **Bước ②** Tìm tọa độ các đỉnh $A_1, A_2, \dots, A_n$.
- ♦ **Bước ③.** Tính $F(x_i; y_i)$ trong đó $A_i(x_i; y_i)$ với $i = 1, 2, \dots, n$
- ♦ **Bước ④.** Kết luận
 - ✓ Giá trị lớn nhất $M = \max_{i=1,2,\dots,n} F(x_i, y_i)$.
 - ✓ Giá trị nhỏ nhất $m = \min_{i=1,2,\dots,n} F(x_i, y_i)$.

B. Phân dạng toán cơ bản

♦ Dạng ①: Biểu diễn miền nghiệm của hệ bpt bậc nhất hai ẩn

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tìm hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong các hệ sau:

a) $\begin{cases} 3x + y - 1 \leq 0 \\ 2x - y + 2 \geq 0; \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x + y - 9 = 0 \\ 4x - 7y + 3 = 0; \end{cases}$

$$\begin{array}{l} \text{c) } \begin{cases} y-1 < 0 \\ x+2 \geq 0; \end{cases} \\ \text{d) } \begin{cases} x+y-3 \leq 0 \\ -2x+y+3 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \end{array}$$

Lời giải

Các hệ a), c), d) là các hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

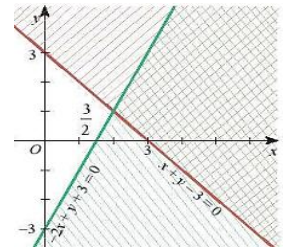
Hệ b) không phải hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì hệ này chỉ gồm các phương trình

Câu 2: Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x+y-3 \leq 0 \\ -2x+y+3 \geq 0 \end{cases}$$

Miền nào trong biểu diễn phần giao các miền nghiệm của hai bất phương trình trong hệ đã cho?

Lời giải

Miền không gạch chéo trong Hình bên là miền nghiệm của hệ bất phương trình trên.



Câu 3: Cho hệ bất phương trình sau:
$$\begin{cases} x-y < 3 & (1) \\ x+2y > -2 & (2) \end{cases}$$

a) Mỗi bất phương trình (1) và (2) có là bất phương trình bậc nhất hai ẩn không?

b) Chỉ ra một nghiệm chung của hai bất phương trình (1) và (2) trong hệ trên

Lời giải

a) Hai bất phương trình bài cho là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

b) (1; 1) là một nghiệm chung của hai BPT (1) và (2) vì:

Thay $x=1; y=1$ vào (1) ta được: $1-1 < 3$ (Luôn đúng)

Thay $x=1; y=1$ vào (2) ta được: $1+2.1 > -2$ (Luôn đúng)

Câu 4: Chỉ ra một nghiệm của hệ bất phương trình sau:
$$\begin{cases} 2x+y > 0 \\ x-3y < 6 \\ x-y \geq -4 \end{cases}$$

Lời giải

Thay cặp số (1;1) vào 3 bất phương trình.

Thay $x=1; y=1$ vào 3 bất phương trình ta được:

$2.1+1 > 0$ (Đúng)

$$1-3.1 < 6 \text{ (Đúng)}$$

$$1-1 \geq -4 \text{ (Đúng)}$$

Vậy $(1;1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Câu 5: Cho hệ bất phương trình sau:
$$\begin{cases} x - 2y \geq -2 \\ 7x - 4y \leq 16 \\ 2x + y \geq -4 \end{cases}$$

a) Trong cùng mặt phẳng toạ độ Oxy, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ bất phương trình bằng cách gạch bỏ phần không thuộc miền nghiệm của nó.

b) Tìm miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Lời giải

a) Trong cùng mặt phẳng toạ độ Oxy, vẽ ba đường thẳng:

$$d_1 : x - 2y = -2$$

$$d_2 : 7x - 4y = 16$$

$$d_3 : 2x + y = -4$$

Thay tọa độ điểm O vào $x - 2y$ ta được:

$$0 - 2.0 = 0 \geq -2$$

=> Điểm O thuộc miền nghiệm

=> Gạch phần không chứa điểm O.

Thay tọa độ điểm O vào $7x - 4y$ ta được:

$$7.0 - 4.0 = 0 \leq 16$$

=> Điểm O thuộc miền nghiệm

=> Gạch phần không chứa điểm O.

Thay tọa độ điểm O vào $2x + y$ ta được:

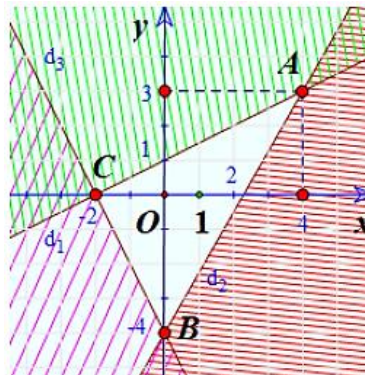
$$2.0 + 0 = 0 \geq -4$$

=> Điểm O thuộc miền nghiệm

=> Gạch phần không chứa điểm O.

b) Vẽ đường thẳng $3x - y = -3$ (nét đứt)

Thay tọa độ O vào $3x - y > -3$ ta được $3.0 - 0 > -3$ (Đúng)



Gạch đi phần không chứa O

Vẽ đường thẳng $-2x + 3y = 6$ (nét đứt)

Thay tọa độ O vào $-2x + 3y < 6$ ta được $-2.0 + 3.0 < 6$ (Đúng)

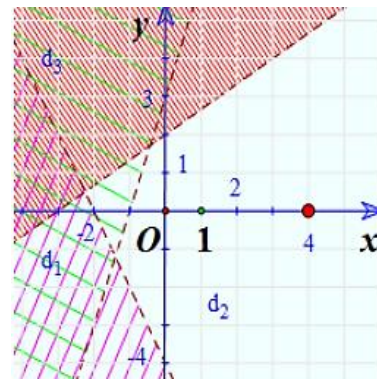
Gạch đi phần không chứa O

Vẽ đường thẳng $2x + y = -4$ (nét đứt)

Thay tọa độ O vào $2x + y > -4$ ta được $2.0 + 0 > -4$ (Đúng)

Gạch đi phần không chứa O

Miền nghiệm của hệ là phần không bị gạch chéo:



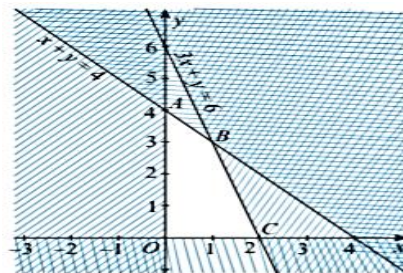
Câu 6: Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Lời giải

Biểu diễn từng miền nghiệm của mỗi bất phương trình trên mặt phẳng Oxy.

Miền không gạch chéo (miền tứ giác OABC, bao gồm cả các cạnh) trong Hình 3 là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.



Hình 3

♦Dạng ②: Bài toán thực tế - tìm GTLN-GTNN

👉 Các ví dụ minh họa

Câu 7: Bác Năm dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 8 ha. Nếu trồng 1 ha ngô thì cần 20 ngày công và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần 30 ngày công và thu được 50 triệu đồng. Bác Năm cần trồng bao nhiêu hecta cho mỗi loại cây để thu được nhiều tiền nhất? Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng không quá 180 ngày công cho việc trồng ngô và đậu xanh

Lời giải

Gọi x là số hecta đất trồng ngô và y là số hecta đất trồng đậu xanh.

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau:

Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$.

Diện tích canh tác không vượt quá 8 ha nên $x + y \leq 8$.

Số ngày công sử dụng không vượt quá 180 nên $20x + 30y \leq 180$.

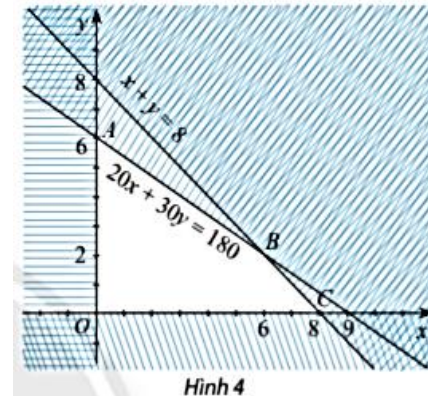
Từ đó, ta có hệ bất phương trình mô tả các điều kiện ràng buộc:

$$\begin{cases} x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình này trên hệ trục tọa độ Oxy, ta được miền tứ giác OABC (Hình 4).

Toạ độ các đỉnh của tứ giác đó là: $O(0; 0)$; $A(0; 6)$; $B(6; 2)$; $C(8; 0)$.

Gọi F là số tiền (đơn vị: triệu đồng) bác Năm thu được, ta có:
 $F = 40x + 50y$.



Ta phải tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình sao cho F đạt giá trị lớn nhất, nghĩa là tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = 40x + 50y$ trên miền tứ giác OABC.

Tính các giá trị của biểu thức F tại các đỉnh của đa giác, ta có:

Tại $O(0; 0)$: $F = 40.0 + 50.0 = 0$; Tại $A(0; 6)$: $F = 40.0 + 50.6 = 300$;

Tại $B(6; 2)$: $F = 40.6 + 50.2 = 340$; Tại $C(8; 0)$: $F = 40.8 + 50.0 = 320$.

F đạt giá trị lớn nhất bằng 340 tại $B(6; 2)$.

Vậy để thu được nhiều tiền nhất, bác Năm cần trồng 6 ha ngô và 2 ha đậu xanh.

Câu 8: Một người dùng ba loại nguyên liệu A, B, C để sản xuất ra hai loại sản phẩm P và Q. Để sản xuất 1 kg mỗi loại sản phẩm P hoặc Q phải dùng một số kilôgam nguyên liệu khác nhau. Tổng số kilôgam nguyên liệu mỗi loại mà người đó có và số kilôgam từng loại nguyên liệu cần thiết để sản xuất ra 1 kg sản phẩm mỗi loại được cho trong bảng sau:

Loại nguyên liệu	Số kilôgam nguyên liệu đang có	Số kilôgam từng loại nguyên liệu cần để sản xuất 1 kg sản phẩm	
		P	Q
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Biết 1 kg sản phẩm P có lợi nhuận 3 triệu đồng và 1 kg sản phẩm Q có lợi nhuận 5 triệu đồng. Hãy lập phương án sản xuất hai loại sản phẩm trên sao cho có lãi cao nhất.

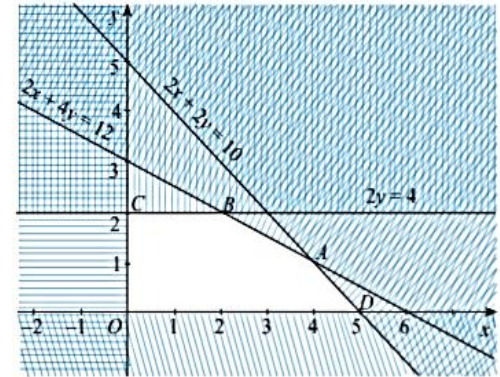
Lời giải

Gọi x là số kilôgam sản phẩm P, y là số kilôgam sản phẩm Q cần sản xuất.

Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 10 \\ 2y \leq 4 \\ 2x + 4y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục toạ độ Oxy, ta được như Hình 5.



Hình 5

Miền nghiệm là miền ngũ giác OCBAD (Hình 5) với các đỉnh: O(0; 0); C(0; 2); B(2; 2); A(4; 1); D(5; 0).

Gọi F là số tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) thu được, ta có: $F = 3x + 5y$.

Tính giá trị của F tại các đỉnh của ngũ giác:

Tại O(0; 0): $F = 3.0 + 5.0 = 0$;

Tại C(0; 2): $F = 3.0 + 5.2 = 10$;

Tại B(2; 2): $F = 3.2 + 5.2 = 16$;

Tại A(4; 1): $F = 3.4 + 5.1 = 17$;

Tại D(5; 0): $F = 3.5 + 5.0 = 15$.

F đạt giá trị lớn nhất bằng 17 tại A(4; 1).

Vậy người đó cần sản xuất 4 kg sản phẩm P và 1 kg sản phẩm Q để có lãi cao nhất là 17 triệu đồng.

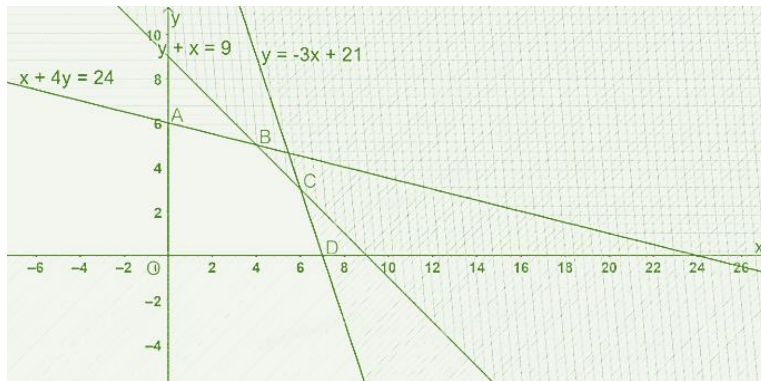
Câu 9: Một người bán nước giải khát đang có 24 g bột cam, 9 l nước và 210 g đường để pha chế hai loại nước cam A và B. Để pha chế 1 l nước cam loại A cần 30 g đường, 1 l nước và 1 g bột cam, để pha chế 1 l nước cam loại B cần 10 g đường, 1 l nước và 4 g bột cam. Mỗi lít nước cam loại A bán được 60 nghìn đồng, mỗi lít nước cam loại B bán được 80 nghìn đồng. Người đó nên pha chế bao nhiêu lít nước cam mỗi loại để có doanh thu cao nhất?

Lời giải

Gọi x là số lít nước cam loại A , y là số lít nước cam loại B nên pha.

Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 30x + 10y \leq 210 \\ x + 4y \leq 24 \\ x + y \leq 9 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn từng miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy , ta được như hình dưới.



Miền nghiệm là miền không gạch chéo (miền ngũ giác $OABCD$) với các đỉnh $O(0;0)$, $A(0;6)$, $B(4;5)$, $C(6;3)$, $D(7;0)$

Câu 10: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kg thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kg thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng mỗi ngày gia đình này chỉ mua tối đa 1.5kg thịt bò và 1kg thịt lợn, giá tiền 1kg thịt bò là 200 nghìn đồng, 1kg thịt lợn là 100 nghìn đồng. Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kg thịt mỗi loại để số tiền bỏ ra là ít nhất.

Lời giải

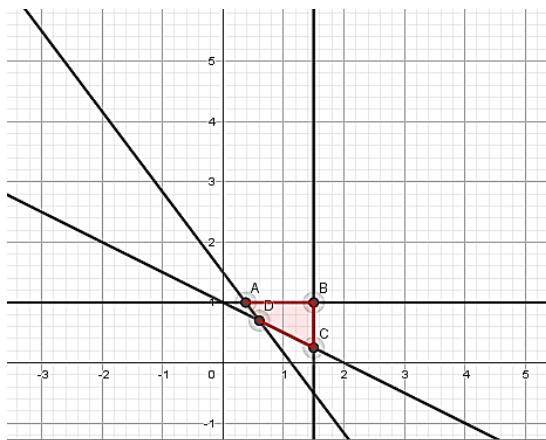
Gọi số kg thịt bò cần mua là: x (kg); số kg thịt lợn cần mua là: y (kg). Đk: $0 \leq x \leq 1,5$, $0 \leq y \leq 1$.

Khi đó số đơn vị protein là: $800x + 600y$.

Số đơn vị lipid là: $200x + 400y$.

Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,5 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ 800x + 600y \geq 900 \\ 200x + 400y \geq 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1,5 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}.$$

Vẽ các đường thẳng: $(d_1): x = 1,5$, $(d_2): y = 1$, $(d_3): 8x + 6y = 9$, $(d_4): x + 2y = 2$. Ta được miền nghiệm của hệ bất phương trình là phần tô đậm trong hình vẽ.



$$A\left(\frac{3}{8}; 1\right) = (d_3) \cap (d_2), B(1,5; 1) = (d_1) \cap (d_2), C(1,5; 0,25) = (d_1) \cap (d_4), D\left(\frac{3}{5}; \frac{7}{10}\right) = (d_3) \cap (d_4).$$

Số tiền bỏ ra là: $f(x; y) = 200x + 100y$ (nghìn đồng).

$M(x; y)$	A	B	C	D
$f(x; y) = 200x + 100y$	175	400	325	190

Do đó $f(x; y)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $A\left(\frac{3}{8}; 1\right)$.

Vậy để số tiền bỏ ra nhỏ nhất thì cần mua $\frac{3}{8} kg$ và 1kg thịt lợn.

Câu 11: Một hộ nông dân dự định trồng đậu và cà trên diện tích 8 ha. Nếu trồng đậu thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng trên diện tích mỗi ha, nếu trồng cà thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng trên diện tích mỗi ha. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu để thu về được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 180.

Lời giải

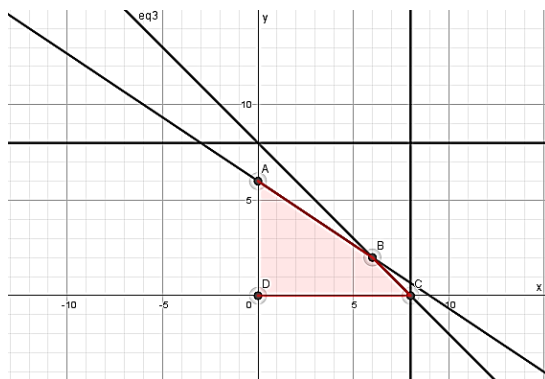
Gọi diện tích để trồng đậu là: x (ha); diện tích để trồng cà là: y (ha). (Đk: $0 \leq x, y \leq 8$)

Tổng số diện tích sử dụng là: $x + y$.

Tổng số công cần sử dụng là: $20x + 30y$

$$\text{Ta có hệ bất phương trình: } \begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18 \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng $(d_1): x + y = 8$, $(d_2): 2x + 3y = 18$, $(d_3): x = 8$, $(d_4): y = 8$ ta được miền nghiệm của hệ bất phương trình là phần tô đậm như hình vẽ



$$A(0;6) = (d_2) \cap Oy, \quad B(6;2) = (d_1) \cap (d_2)$$

$$C(8;0) = (d_1) \cap Ox, \quad D \equiv O(0;0)$$

Số tiền thu về là: $f(x; y) = 3x + 4y$ (triệu đồng)

$M(x; y)$	A	B	C	D
$f(x, y) = 3x + 4y$	24	26	24	0

Do đó $f(x; y)$ đạt giá trị lớn nhất tại $B(6; 2)$.

Vậy để thu được nhiều tiền nhất thì cần trồng 6 ha đậu và 2 ha cà.

Câu 12: Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 140 kg chất A và 9 kg chất B.

Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng, có thể chiết xuất được 20 kg chất A và 0,6 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3 triệu đồng, có thể chiết xuất được 10 kg chất A và 1,5 kg chất B. Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất? Biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số tấn nguyên liệu loại I, loại II cần sử dụng.

Khi đó, ta chiết xuất được $20x + 10y$ (kg) chất A và $0,6x + 1,5y$ (kg) chất B.

Theo giả thiết, x và y phải thoả mãn các điều kiện:

$$0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 9;$$

$$20x + 10y \geq 140 \text{ hay } 2x + y \geq 14;$$

$$0,6x + 1,5y \geq 9 \text{ hay } 2x + 5y \geq 30.$$

Tổng số tiền cần mua nguyên liệu là

$$T = 4x + 3y.$$

Bài toán đưa về: Tìm x, y là nghiệm

của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \end{cases} \quad (II)$$

sao cho $T = 4x + 3y$ có giá trị nhỏ nhất.

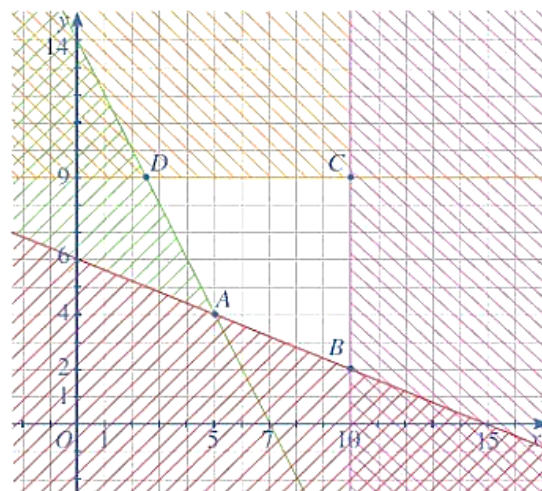
Trước hết, ta xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình (II).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (II) là miền tứ giác ABCD với

$$A(5; 4), B(10; 2), C(10; 9), D\left(\frac{5}{2}; 9\right) \text{ (Hình 11)}.$$

Người ta chứng minh được: Biểu thức $T = 4x + 3y$ có giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác ABCD.

Tính giá trị của biểu thức $T = 4x + 3y$ tại cặp số $(x; y)$ là tọa độ các đỉnh của tứ giác ABCD rồi so sánh các giá trị đó. Ta được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 32 khi $x = 5, y = 4$ ứng với tọa độ đỉnh A.



Hình 11

Vậy để chi phí nguyên liệu là ít nhất, cần sử dụng 5 tấn nguyên liệu loại I và 4 tấn nguyên liệu loại II; khi đó chi phí là 32 triệu đồng.

©. Dạng toán rèn luyện

♦ Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x + 3y - 2 \geq 0 \\ 2x + y + 1 \leq 0 \end{cases}$$

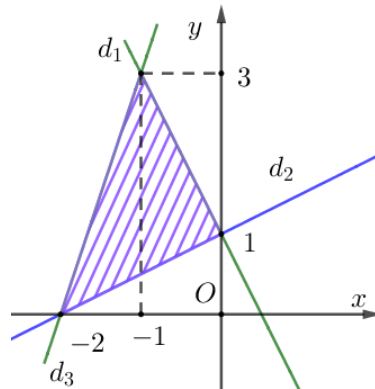
- A. $(0;1)$. B. $(-1;1)$. C. $(1;3)$. D. $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ $(x; y)$ từ đáp án vào hệ bất phương trình. Ta dễ dàng tìm được đáp án là **B**

Câu 2: Cho miền gạch chéo như hình vẽ dưới đây



Miền trên đây biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào?

- A.
$$\begin{cases} 2x + y > 1 \\ -x + 2y < 2 \\ 3x - y > 6 \end{cases}$$
 B.
$$\begin{cases} 2x + y < 1 \\ -x + 2y < 2 \\ 3x - y > -6 \end{cases}$$
- C.
$$\begin{cases} 2x + y < 1 \\ -x + 2y > 2 \\ 3x - y > -6 \end{cases}$$
 D.
$$\begin{cases} 2x + y > 1 \\ x - 2y < 2 \\ 3x - y > 6 \end{cases}$$

Lời giải

Lấy điểm $B(-1;1)$ thuộc miền gạch chéo thay vào các đáp án ta thấy Chọn C được thỏa mãn và các Chọn C, B, D không thỏa mãn.

Suy ra: Đáp án **C**

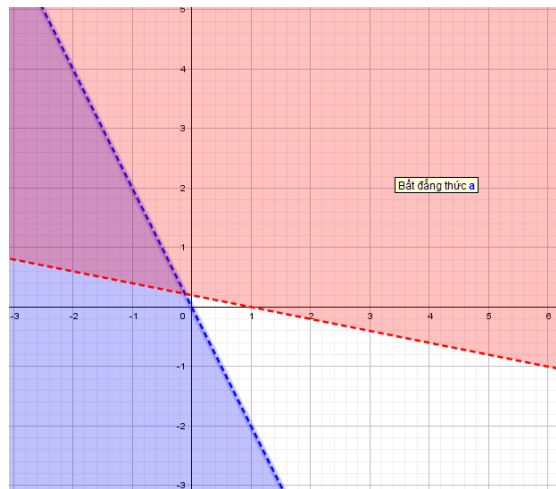
Câu 3: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + y > 0 \\ x + 5y - 1 < 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Điểm nào sau đây thuộc tập S .

- A.** $(-1; -1) \in S$ **B.** $(2; 5) \in S$. **C.** $(3; -1) \in S$ **D.** $\left(-1; \frac{2}{5}\right) \in S$

Lời giải

Cách 1:

Ta có biểu diễn miền nghiệm của hệ



Từ biểu diễn miền nghiệm của hệ ta suy ra Chọn C

Cách 2:

Ta thay lần lượt giá trị của x và y vào hệ để kiểm tra:

$$x = 3; y = -1 \text{ thì } \begin{cases} 2x + y > 0 \\ x + 5y - 1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 5 > 0 \\ x + 5y - 1 = -2 < 0 \end{cases} \text{ thỏa mãn vậy chọn C}$$

Câu 4: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y \leq -3 \\ x + y > 5 \end{cases}$ **không chứa** điểm nào sau đây?

- A.** $A(3; 2)$. **B.** $B(6; 3)$. **C.** $C(6; 4)$. **D.** $D(5; 4)$.

Lời giải

Chọn A

Xét điểm $A(3; 2)$ ta có $\begin{cases} 3-2 > 0 \\ 3-3.2 \leq -3 \\ 3+2 > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ -3 \leq -3 \\ 5 > 5 \end{cases}$ không thỏa mãn bất phương trình thứ 3.

Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của biết thức trên $F = y - x$ miền xác định bởi hệ $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ x - y \leq 2 \\ 5x + y \geq -4 \end{cases}$ là

A. $\min F = 2$ khi $x = -1, y = 1$.

B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

C. $\min F = -2$ khi $x = 1, y = -1$.

D. $\min F = -1$ khi $x = 0, y = -1$.

Lời giải

Chọn C

Ta dùng máy tính lần lượt kiểm tra các đáp án để xem đáp án nào thỏa bất phương trình trên.

Ta lần lượt tính hiệu $F = y - x$ và $\min F = -2$ khi $x = 1, y = -1$.

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của biết thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ: $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là:

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$.

D. Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của F .

Lời giải

Chọn A

Ta tìm giao điểm của các cặp đường thẳng trong miền xác định của hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$

$$\begin{cases} -2x + y = 2 \\ -x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(0; 2).$$

$$\begin{cases} -2x + y = 2 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right).$$

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ -x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow C(2; 3).$$

Ta tính giá trị của $F = y - x$ tại các giao điểm:

Tại $A(0; 2) \Rightarrow F = 2 - 0 = 2.$

Tại $B\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right) \Rightarrow F = \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = 2.$

Tại $C(2; 3) \Rightarrow F = 3 - 2 = 1.$

Vậy $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3.$

Câu 7: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 1 \leq 0 \\ -3x + 5 \leq 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

- A.** Không có. **B.** $B\left(\frac{5}{3}; 2\right).$ **C.** $C(-3; 1).$ **D.** $D\left(\frac{1}{2}; 10\right).$

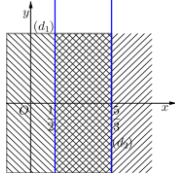
Lời giải

Chọn A

Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$(d_1): 2x - 1 = 0$

$(d_2): -3x + 5 = 0$



Ta thấy $(1; 0)$ là không nghiệm của cả hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(1; 0)$ không thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Vậy không có điểm nằm trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn hệ bất phương trình.

Câu 8: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3 - y < 0 \\ 2x - 3y + 1 > 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

- A.** $A(3; 4)$. **B.** $B(4; 3)$. **C.** $C(7; 4)$. **D.** $D(4; 4)$.

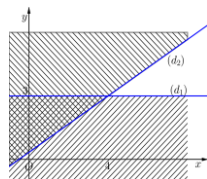
Lời giải

Chọn C

Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): 3 - y = 0$$

$$(d_2): 2x - 3y + 1 = 0$$



Ta thấy $(6; 4)$ là nghiệm của hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(6; 4)$ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 9: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$ **không chứa** điểm nào sau đây?

- A.** $A(-1; 0)$. **B.** $B(1; 0)$. **C.** $C(-3; 4)$. **D.** $D(0; 3)$.

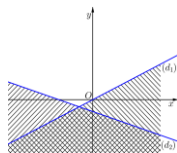
Lời giải

Chọn B

Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): x - 2y = 0$$

$$(d_2): x + 3y = -2$$



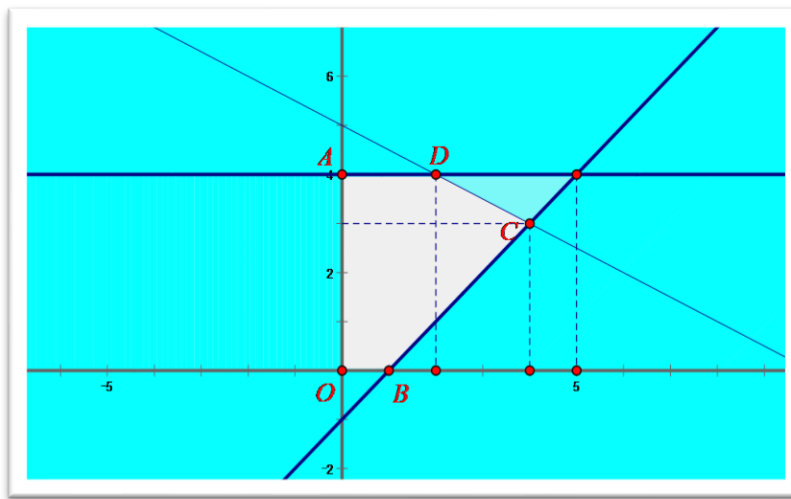
Ta thấy $(0; 1)$ là nghiệm của hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(0; 1)$ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ phần không thích hợp, phần không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 10: Giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = x + 2y$, với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$ là

- A.** 6. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C



Vẽ các đường thẳng

$$d_1 : y = 4;$$

$$d_2 : x - y - 1 = 0; \quad d_3 : x + 2y - 10 = 0;$$

$$Ox : y = 0; \quad Oy : x = 0.$$

Các đường thẳng trên đôi một cắt nhau tại $A(0;4), O(0;0), B(1;0), C(4;3), D(2;4)$. Vì điểm $M_0(1;1)$ có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất pt trong hệ nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ d_1, d_2, d_3, Ox, Oy không chứa điểm M_0 . Miền không bị tô đậm là đa giác $OADCB$ kẻ cả các cạnh là miền nghiệm của hệ pt đã cho.

Kí hiệu $F(A) = F(x_A; y_A) = x_A + 2y_A$, ta có

$$F(A) = 8, F(O) = 0, F(B) = 1, F(C) = 10; F(D) = 10, 0 < 1 < 8 < 10.$$

Giá trị lớn nhất cần tìm là 10.

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = x - 2y$, với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$ là

A. -12.

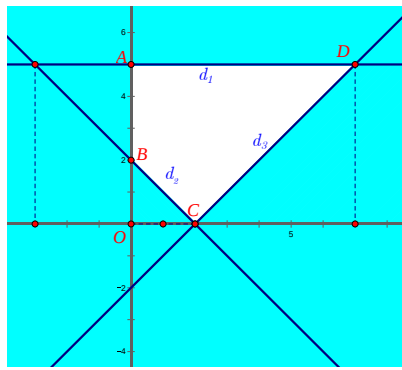
B. -10.

C. -8.

D. -6.

Lời giải

Chọn B



Vẽ các đường thẳng $d_1: y = 5$;

$d_2: x + y - 2 = 0$; $d_3: x - y - 2 = 0$;

$Ox: y = 0$; $Oy: x = 0$.

Các đường thẳng trên đôi một cắt nhau tại $A(0;5)$

Vì điểm $M_0(2;1)$ có toạ độ thoả mãn tất cả các bất pt trong hệ nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ d_1, d_2, d_3, Ox, Oy không chứa điểm M_0 . Miền không bị tô đậm là đa giác $ABCD$ kể cả các cạnh là miền nghiệm của hệ pt đã cho.

Kí hiệu $F(A) = F(x_A; y_A) = x_A - 2y_A$, ta có

$F(A) = -10, F(B) = -4, F(C) = 2; F(D) = -3, -10 < -4 < -3 < 2$.

Giá trị lớn nhất cần tìm là -10 .

Câu 12: Biểu thức $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện
$$\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$$
 tại điểm S $x; y$ có toạ

độ là

A. $(4;1)$. **B.** $(3;1)$. **C.** $(2;1)$. **D.** $(1;1)$.

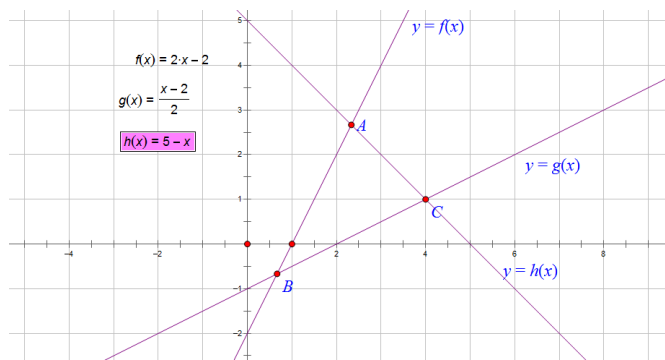
Lời giải

Chọn A

Cách 1: Thử máy tính Ta dùng máy tính lần lượt kiểm tra các đáp án để xem đáp án nào thoả hệ bất phương trình trên loại được đáp án **D**.

Ta lần lượt tính hiệu $F = y - x$ và min $F = -3$ tại $x = 4, y = 1$.

Cách 2: Tự luận:



Tọa độ $A\left(\frac{7}{3}; \frac{8}{3}\right)$, $B\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$, $C(4;1)$. Giá trị F lần lượt tại tọa độ các điểm B, C, A là $-\frac{4}{3}, -3; \frac{1}{3}$.

Suy ra $\min F = -3$ tại $(4;1)$.

Câu 13: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

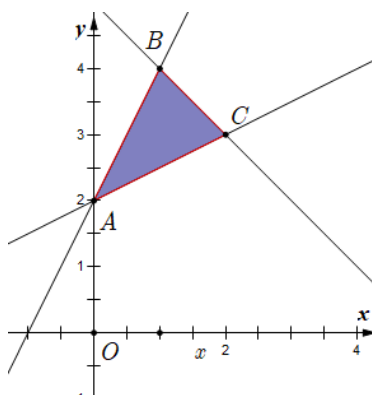
C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$.

D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Lời giải

Chọn A

Miền nghiệm của hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là miền trong của tam giác ABC kể cả biên (như hình)



Ta thấy $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C .

Tại $A(0;2)$ thì $F = 2$.

Tại $B(1;4)$ thì $F = 3$

Tại $A(2;3)$ thì $F=1$.

Vậy $\min F=1$ khi $x=2, y=3$.

Câu 14: Giá trị nhỏ nhất của biết thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ x - y \leq 2 \\ 5x + y \geq -4 \end{cases}$$
 là

A. $\min F = -3$ khi $x=1, y=-2$.

B. $\min F = 0$ khi $x=0, y=0$.

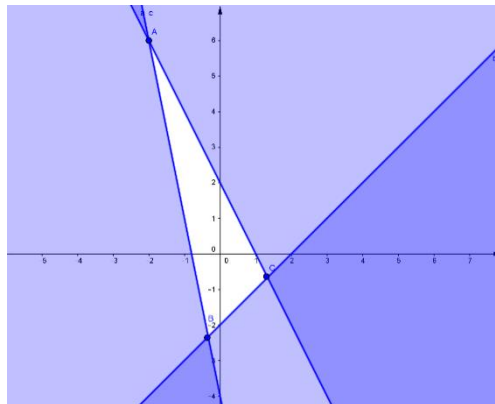
C. $\min F = -2$ khi $x = \frac{4}{3}, y = -\frac{2}{3}$.

D. $\min F = 8$ khi $x = -2, y = 6$.

Lời giải

Chọn C

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ x - y \leq 2 \\ 5x + y \geq -4 \end{cases}$$
 trên hệ trục tọa độ như dưới đây:



Giá trị nhỏ nhất của biết thức $F = y - x$ chỉ đạt được tại các điểm

$$A(-2;6), C\left(\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right), B\left(-\frac{1}{3}; -\frac{7}{3}\right).$$

Ta có: $F(A)=8; F(B)=-2; F(C)=-2$.

Vậy $\min F = -2$ khi $x = \frac{4}{3}, y = -\frac{2}{3}$.

Câu 15: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 5y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền tứ giác

$ABCO$ kẻ cả các cạnh với $A(0;3)$, $B\left(\frac{25}{8}; \frac{9}{8}\right)$, $C(2;0)$ và $O(0;0)$.

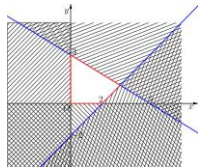
B. Đường thẳng $\Delta: x + y = m$ có giao điểm với tứ giác $ABCO$ kẻ cả khi $-1 \leq m \leq \frac{17}{4}$.

C. Giá trị lớn nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là $\frac{17}{4}$.

D. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là 0.

Lời giải

Chọn B.



Trước hết, ta vẽ bốn đường thẳng:

$$(d_1): x - y = 2$$

$$(d_2): 3x + 5y = 15$$

$$(d_3): x = 0$$

$$(d_4): y = 0$$

Miền nghiệm là phần không bị gạch, kẻ cả biên.

Câu 16: Giá trị lớn nhất của biết thức $F(x; y) = x + 2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$ là

- A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

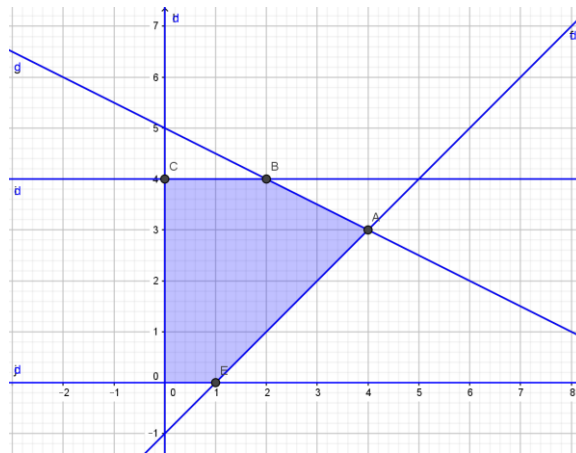
Lời giải

Chọn C

Vẽ đường thẳng $d_1: x - y - 1 = 0$, đường thẳng d_1 qua hai điểm $(0; -1)$ và $(1; 0)$.

Vẽ đường thẳng $d_2: x + 2y - 10 = 0$, đường thẳng d_2 qua hai điểm $(0; 5)$ và $(2; 4)$.

Vẽ đường thẳng $d_3: y = 4$.



Miền nghiệm là ngũ giác $ABCOE$ với $A(4; 3), B(2; 4), C(0; 4), E(1; 0)$.

Ta có: $F(4; 3) = 10$, $F(2; 4) = 10$, $F(0; 4) = 8$, $F(1; 0) = 1$, $F(0; 0) = 0$.

Vậy giá trị lớn nhất của biết thức $F(x; y) = x + 2y$ bằng 10.

Câu 17: Giá trị nhỏ nhất của biết thức $F(x; y) = x - 2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$ là

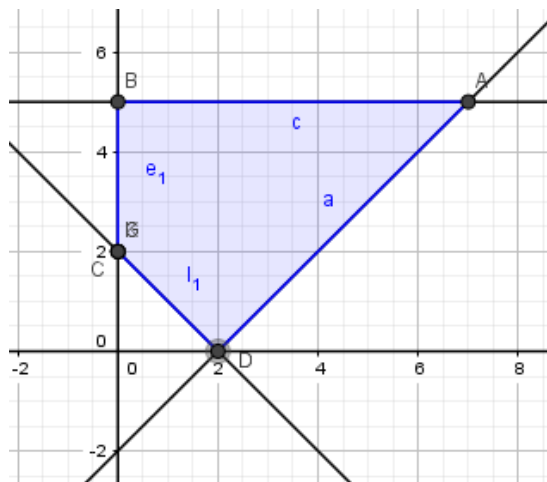
- A. -10. B. 12. C. -8. D. -6.

Lời giải

Chọn A

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$$

trên hệ trục tọa độ như dưới đây:.



Nhận thấy biết thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B, C hoặc D .

Ta có: $F(A) = 7 - 2 \times 5 = -3; F(B) = -2 \times 5 = -10$.

$F(C) = -2 \times 2 = -4, F(D) = 2 - 2 \times 0 = 2$.

Vậy $\min F = -10$ khi $x = 0, y = 5$.

Câu 18: Biểu thức $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện
$$\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$$
 tại điểm $S(x; y)$ có tọa độ

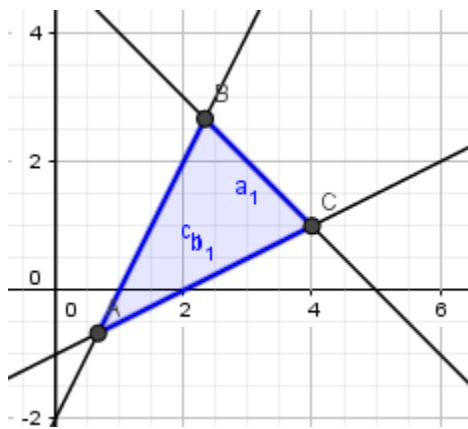
là

A. (4;1). **B.** (3;1). **C.** (2;1). **D.** (1;1).

Lời giải

Chọn A

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$$
 trên hệ trục tọa độ như dưới đây:



Nhận thấy biết thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B hoặc C .

Chỉ $C(4;1)$ có tọa độ nguyên nên thỏa mãn.

Vậy $\min F = -3$ khi $x = 4, y = 1$.

Câu 19: Biểu thức $L = y - x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$, đạt giá trị lớn

nhất là a và đạt giá trị nhỏ nhất là b . Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

A. $a = \frac{25}{8}$ và $b = -2$.

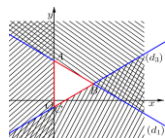
B. $a = 2$ và $b = -\frac{11}{12}$.

C. $a = 3$ và $b = 0$.

D. $a = 3$ và $b = \frac{-9}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$(d_1): 2x + 3y - 6 = 0$

$$(d_2): x = 0$$

$$(d_3): 2x - 3y - 1 = 0$$

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả ba miền nghiệm của cả ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ (kể cả biên).

Miền nghiệm là hình tam giác ABC (kể cả biên), với $A(0; 2)$, $B\left(\frac{7}{4}; \frac{5}{6}\right)$, $C\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

Vậy ta có $a = 2 - 0 = 2$, $b = \frac{5}{6} - \frac{7}{4} = -\frac{11}{12}$.

Câu 20: Trong một cuộc thi pha chế, hai đội A, B được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Đội A pha chế được a lít nước cam và b lít nước táo và dành được điểm thưởng cao nhất. Hiệu số $a - b$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** -1. **D.** -6.

Lời giải

Chọn C

Gọi x, y lần lượt là số lít nước cam và nước táo mà mỗi đội cần pha chế ($x \geq 0; y \geq 0$).

Để pha chế x lít nước cam cần $30x$ g đường, x lít nước và x g hương liệu.

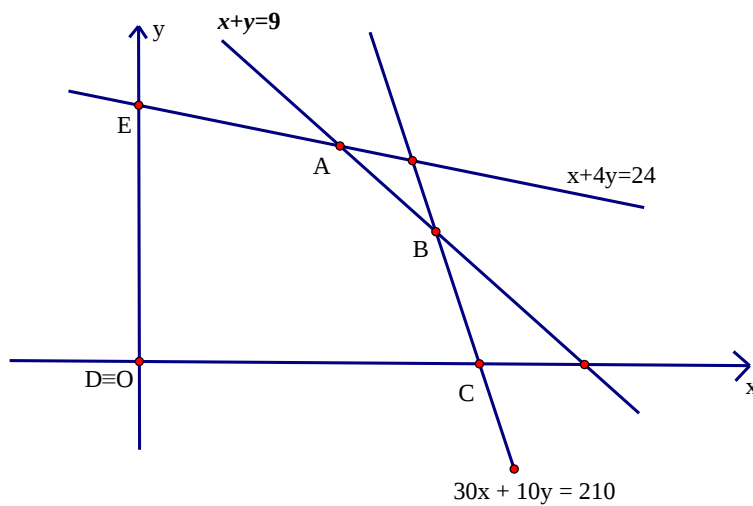
Để pha chế y lít nước táo cần $10y$ g đường, y lít nước và $4y$ g hương liệu.

Theo bài ra ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Số điểm đạt được khi pha x lít nước cam và y lít nước táo là $M(x, y) = 60x + 80y$. Bài toán trở thành tìm x, y để $M(x, y)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta biểu diễn miền nghiệm của hệ $(*)$ trên mặt phẳng tọa độ như sau:



Miền nghiệm là ngũ giác $ABCDE$.

Tọa độ các điểm: $A(4;5)$, $B(6;3)$, $C(7;0)$, $D(0;0)$, $E(0;6)$.

$M(x, y)$ sẽ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất tại các đỉnh của miền nghiệm nên thay tọa độ các điểm vào biểu thức $M(x, y)$ ta được:

$$M(4;5) = 640; M(6;3) = 600, M(7;0) = 420, M(0;0) = 0, M(0;6) = 480.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $M(x, y)$ bằng 640 khi $x = 4; y = 5 \Rightarrow a = 4; b = 5 \Rightarrow a - b = -1$.

Câu 21: Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hóa (1 sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở trên 140 người và trên 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí vận chuyển là thấp nhất. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng. Xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng.

A. 4 xe A và 5 xe B. **B.** 5 xe A và 6 xe B.

C. 5 xe A và 4 xe B. **D.** 6 xe A và 4 xe B.

Lời giải

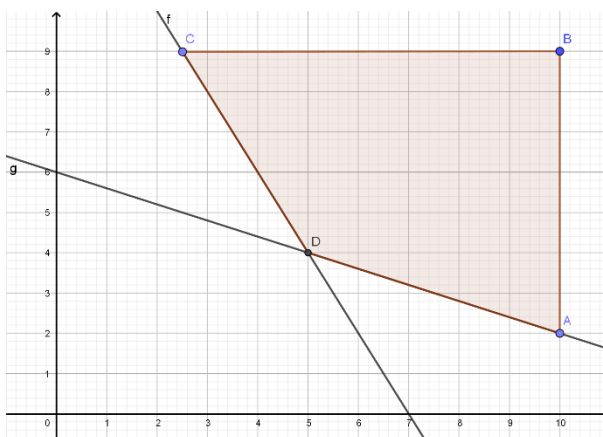
Chọn D

Gọi x là số xe loại A ($0 \leq x \leq 10; x \in \mathbb{N}$), y là số xe loại B ($0 \leq y \leq 9; y \in \mathbb{N}$). Khi đó tổng chi phí thuê xe là $T = 4x + 3y$ (triệu đồng).

Xe A chở tối đa 20 người, xe B chở tối đa 10 người nên tổng số người 2 xe chở tối đa được là $20x + 10y$ (người).

Xe A chở được 0,6 tấn hàng, xe B chở được 1,5 tấn hàng nên tổng lượng hàng 2 xe chở được là $0,6x + 1,5y$ (tấn).

Theo giả thiết, ta có
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 20x + 10y \geq 140 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \end{cases} \quad (*)$$



Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là tứ giác $ABCD$ kể cả miền trong của tứ giác (như hình vẽ trên).

Biểu thức $T = 4x + 3y$ đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$.

Tại các đỉnh $A(10; 2); B(10; 9); C\left(\frac{5}{2}; 9\right); D(5; 4)$, ta thấy T đạt giá trị nhỏ nhất tại $\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$.

Khi đó $T_{\min} = 32$ (triệu đồng).

Câu 22: Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo.

- Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường, 1 lít nước và 1 g hương liệu;
- Để pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu.

Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất?

- A.** 5 lít nước cam và 4 lít nước táo. **B.** 6 lít nước cam và 5 lít nước táo.
C. 4 lít nước cam và 5 lít nước táo. **D.** 4 lít nước cam và 6 lít nước táo.

Lời giải

Chọn C

Giả sử x, y lần lượt là số lít nước cam và số lít nước táo mà mỗi đội cần pha chế.

Suy ra $30x + 10y$ là số gam đường cần dùng;

$x + y$ là số lít nước cần dùng;

$x + 4y$ là số gam hương liệu cần dùng.

$$\text{Theo giả thiết ta có } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \leq 21 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} (*)$$

Số điểm thưởng nhận được sẽ là $P = 60x + 80y$.

Ta đi tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P với x, y thỏa mãn $(*)$.

Câu 23: Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm

- Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lời 40 nghìn;
- Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lời 30 nghìn.

Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

A. 30 kg loại I và 40 kg loại II.

B. 20 kg loại I và 40 kg loại II.

C. 30 kg loại I và 20 kg loại II.

D. 25 kg loại I và 45 kg loại II.

Lời giải

Chọn B

Gọi $x \geq 0, y \geq 0$ (kg) lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II cần sản xuất.

Khi đó, tổng số nguyên liệu sử dụng: $2x + 4y \leq 200$.

Tổng số giờ làm việc: $30x + 15y \leq 1200$.

Lợi nhuận tạo thành: $L = 40x + 30y$ (nghìn).

Thực chất của bài toán này là phải tìm $x \geq 0, y \geq 0$ thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} 2x + 4y \leq 200 \\ 30x + 15y \leq 1200 \end{cases} \text{ sao cho } L = 40x + 30y \text{ đạt giá trị lớn nhất.}$$

Câu 24: Một nhà khoa học đã nghiên cứu về tác động phối hợp của hai loại Vitamin A và B đã thu được kết quả như sau: Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị Vitamin cả A lẫn B và có thể tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B . Do tác động phối hợp của hai loại vitamin trên nên mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A . Tính số đơn vị vitamin mỗi loại ở trên để một người dùng mỗi ngày sao cho chi phí rẻ nhất, biết rằng mỗi đơn vị vitamin A có giá 9 đồng và mỗi đơn vị vitamin B có giá 7,5 đồng.

- A.** 600 đơn vị Vitamin A , 400 đơn vị Vitamin B .
- B.** 600 đơn vị Vitamin A , 300 đơn vị Vitamin B .
- C.** 500 đơn vị Vitamin A , 500 đơn vị Vitamin B .
- D.** 100 đơn vị Vitamin A , 300 đơn vị Vitamin B .

Lời giải

Chọn D

Gọi $x \geq 0$, $y \geq 0$ lần lượt là số đơn vị vitamin A và B để một người cần dùng trong một ngày.

Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị vitamin cả A lẫn B nên ta có:

$$400 \leq x + y \leq 1000.$$

Hàng ngày, tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B nên ta có:

$$x \leq 600, y \leq 500.$$

Mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A nên ta có: $0,5x \leq y \leq 3x$.

Số tiền cần dùng mỗi ngày là: $T(x, y) = 9x + 7,5y$.

Bài toán trở thành: Tìm $x \geq 0$, $y \geq 0$ thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 600, 0 \leq y \leq 500 \\ 400 \leq x + y \leq 1000 \\ 0,5x \leq y \leq 3x \end{cases} \quad \text{để } T(x, y) = 9x + 7,5y \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

Câu 25: Công ty Bao bì Dược cần sản xuất 3 loại hộp giấy: đựng thuốc B_1 , đựng cao Sao vàng và đựng "Quy sâm đại bổ hoàn". Để sản xuất các loại hộp này, công ty dùng các tấm bìa có kích thước giống nhau. Mỗi tấm bìa có hai cách cắt khác nhau.

Cách thứ nhất cắt được 3 hộp B_1 , một hộp cao Sao vàng và 6 hộp Quy sâm.

Cách thứ hai cắt được 2 hộp B₁, 3 hộp cao Sao vàng và 1 hộp Quy sâm. Theo kế hoạch, số hộp Quy sâm phải có là 900 hộp, số hộp B₁ tối thiểu là 900 hộp, số hộp cao sao vàng tối thiểu là 1000 hộp. Cần phương án sao cho tổng số tấm bìa phải dùng là ít nhất?

- A. Cắt theo cách một $x - 2 < 0$ tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.
- B. Cắt theo cách một 150 tấm, cắt theo cách hai 100 tấm.
- C. Cắt theo cách một 50 tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.
- D. Cắt theo cách một 100 tấm, cắt theo cách hai 200 tấm.

Lời giải

Chọn A

Gọi $x \geq 0$, $y \geq 0$ lần lượt là số tấm bìa cắt theo cách thứ nhất, thứ hai.

$$\text{Bài toán đưa đến tìm } x \geq 0, y \geq 0 \text{ thoả mãn hệ } \begin{cases} 3x + 2y \geq 900 \\ x + 3y \geq 1000 \\ 6x + y = 900 \end{cases}$$

sao cho $L = x + y$ nhỏ nhất.

Câu 26: Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A lãi 4 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B lãi được 3 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 36 giờ, máy hai hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho nhà máy để tiền lãi được nhiều nhất.

- A. Sản xuất 9 tấn sản phẩm A và không sản xuất sản phẩm B .
- B. Sản xuất 7 tấn sản phẩm A và 3 tấn sản phẩm B .
- C. Sản xuất $\frac{10}{3}$ tấn sản phẩm A và $\frac{49}{9}$ tấn sản phẩm B .
- D. Sản xuất 6 tấn sản phẩm B và không sản xuất sản phẩm A .

Lời giải

Chọn B

Gọi $x \geq 0$, $y \geq 0$ (tấn) là sản lượng cần sản xuất của sản phẩm A và sản phẩm B . Ta có:

$x + 6y$ là thời gian hoạt động của máy I .

$2x + 3y$ là thời gian hoạt động của máy II .

$3x + 2y$ là thời gian hoạt động của máy III.

Số tiền lãi của nhà máy: $T = 4x + 3y$ (triệu đồng).

Bài toán trở thành: Tìm $x \geq 0, y \geq 0$ thỏa mãn
$$\begin{cases} x + 6y \leq 36 \\ 2x + 3y \leq 23 \\ 3x + 2y \leq 27 \end{cases}$$

để $T = 4x + 3y$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 27: Trong một cuộc thi pha chế, hai đội A, B được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Đội A pha chế được a lít nước cam và b lít nước táo và dành được điểm thưởng cao nhất. Hiệu số $a - b$ là

A. 1. B. 3. C. -1. D. -6.

Lời giải

Chọn C

Gọi x, y lần lượt là số lít nước cam và nước táo mà mỗi đội cần pha chế ($x \geq 0; y \geq 0$).

Để pha chế x lít nước cam cần $30x$ g đường, x lít nước và x g hương liệu.

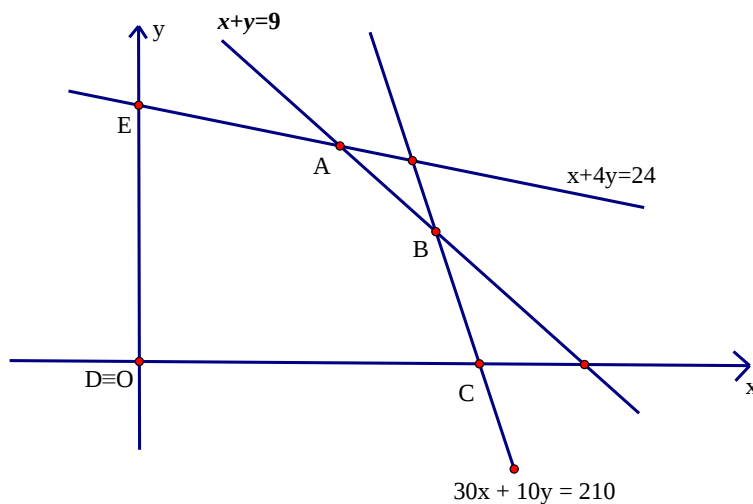
Để pha chế y lít nước táo cần $10y$ g đường, y lít nước và $4y$ g hương liệu.

Theo bài ra ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Số điểm đạt được khi pha x lít nước cam và y lít nước táo là $M(x, y) = 60x + 80y$. Bài toán trở thành tìm x, y để $M(x, y)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta biểu diễn miền nghiệm của hệ (*) trên mặt phẳng tọa độ như sau:



Miền nghiệm là ngũ giác $ABCDE$.

Tọa độ các điểm: $A(4;5)$, $B(6;3)$, $C(7;0)$, $D(0;0)$, $E(0;6)$.

$M(x, y)$ sẽ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất tại các đỉnh của miền nghiệm nên thay tọa độ các điểm vào biểu thức $M(x, y)$ ta được:

$$M(4;5) = 640; M(6;3) = 600, M(7;0) = 420, M(0;0) = 0, M(0;6) = 480.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $M(x, y)$ bằng 640 khi $x = 4; y = 5 \Rightarrow a = 4; b = 5 \Rightarrow a - b = -1$.

Câu 28: Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích $800m^2$. Nếu trồng đậu trên diện tích $100m^2$ thì cần 20 công làm và thu được 3000000 đồng. Nếu trồng cà thì trên diện tích $100m^2$ cần 30 công làm và thu được 4000000 đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công làm không quá 180 công. Hãy chọn phương án đúng nhất trong các phương án sau:

A. Trồng $600m^2$ đậu; $200m^2$ cà.

B. Trồng $500m^2$ đậu; $300m^2$ cà.

C. Trồng $400m^2$ đậu; $200m^2$ cà.

D. Trồng $200m^2$ đậu; $600m^2$ cà.

Lời giải

Chọn A

Giả sử diện tích trồng đậu là x ; suy ra diện tích trồng cà là $8 - x$

Ta có thu nhập thu được là $S(x) = [3x + 4(8 - x)] \cdot 10000 = 10000(-x + 32)$ đồng.

Tổng số công là $20x + 30(8 - x) = -10x + 240$

Theo giả thiết có $-10x + 240 \leq 180 \Leftrightarrow x \geq 6$

Mà hàm số $S(x)$ là hàm nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 6$.

Do đó trồng $600m^2$ đậu, $200m^2$ cà.

Câu 29: Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hóa (1 sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở trên 140 người và trên 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B . Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí vận chuyển là thấp nhất. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng. Xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng.

A. 4 xe A và 5 xe B . **B.** 5 xe A và 6 xe B .

C. 5 xe A và 4 xe B . **D.** 6 xe A và 4 xe B .

Lời giải

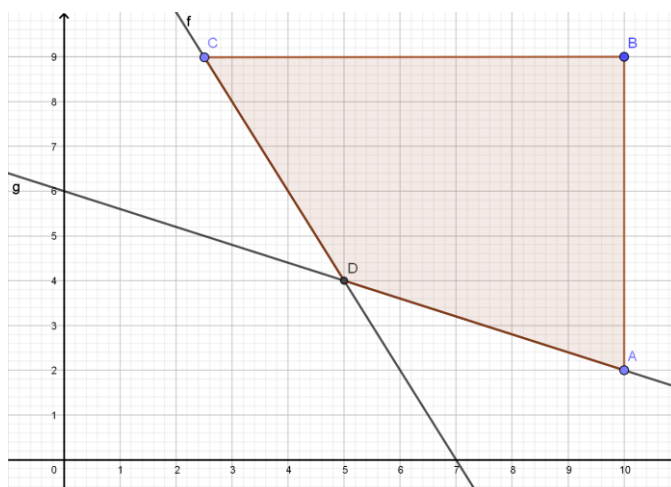
Chọn D

Gọi x là số xe loại A ($0 \leq x \leq 10; x \in \mathbb{N}$), y là số xe loại B ($0 \leq y \leq 9; y \in \mathbb{N}$). Khi đó tổng chi phí thuê xe là $T = 4x + 3y$.

Xe A chở tối đa 20 người, xe B chở tối đa 10 người nên tổng số người 2 xe chở tối đa được là $20x + 10y$.

Xe A chở được 0,6 tấn hàng, xe B chở được 1,5 tấn hàng nên tổng lượng hàng 2 xe chở được là $0,6x + 1,5y$

Theo giả thiết, ta có
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 20x + 10y \geq 140 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \end{cases} \quad (*)$$



Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là tứ giác $ABCD$ kẻ cả miền trong của tứ giác.

Biểu thức $T = 4x + 3y$ đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$.

Tại các đỉnh $A(10;2); B(10;9); C\left(\frac{5}{2};9\right); D(5;4)$,

ta thấy T đạt giá trị nhỏ nhất tại $\begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}$.

Khi đó $T_{\min} = 32$.

Câu 30: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn. Tính $x^2 + y^2$

A. $x^2 + y^2 = 1,3$.

B. $x^2 + y^2 = 2,6$.

C. $x^2 + y^2 = 1,09$.

D. $x^2 + y^2 = 0,58$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $0 \leq x \leq 1,6$; $0 \leq y \leq 1,1$

Khi đó số protein có được là $800x + 600y$ và số lipid có được là $200x + 400y$

Vì gia đình đó cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là: $800x + 600y \geq 900$ và $200x + 400y \geq 400$

$$\Leftrightarrow 8x + 6y \geq 9 \text{ và } x + 2y \geq 2$$

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là miền nghiệm

của tứ giác $ABCD$

Chi phí để mua x kg thịt bò và y kg thịt

lợn là $T = 160x + 110y$

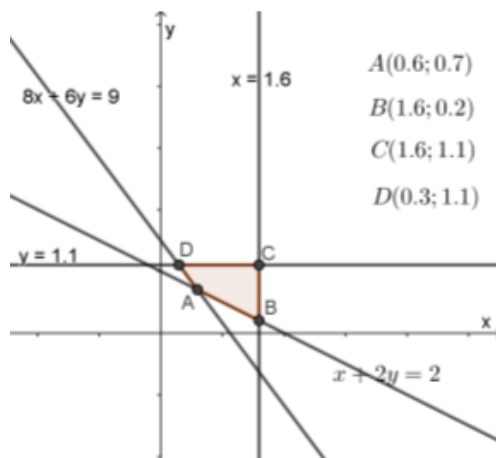
Biết T đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác ABCD

Tại A: $T = 160.0,6 + 110.0,7 = 173$

Tại B: $T = 160.1,6 + 110.0,2 = 278$

Tại C: $T = 160.1,6 + 110.1,1 = 377$

Tại D: $T = 160.0,3 + 110.1,1 = 169$



Vậy T đạt GTNN khi $x = 0,3$; $y = 1,1 \Rightarrow x^2 + y^2 = 0,3^2 + 1,1^2 = 1,3$.

Câu 31: Có hai cái giỏ đựng trứng gồm giỏ A và giỏ B, các quả trứng trong mỗi đều có hai loại là trứng lành và trứng hỏng. Tổng số trứng trong hai giỏ là 20 quả và số trứng trong giỏ A nhiều hơn số trứng trong giỏ B; Lấy ngẫu nhiên mỗi giỏ 1 quả trứng, biết xác suất để lấy được hai quả trứng lành là $\frac{55}{84}$.

Tìm số trứng lành trong giỏ A;

A. 6. **B.** 14. **C.** 11. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Gọi a là số trứng lành, b là số trứng hỏng trong giỏ **A**

Gọi x là số trứng lành, y là số trứng hỏng trong giỏ **B**

Lấy ngẫu nhiên mỗi giỏ 1 quả trứng, xác suất để lấy được hai quả trứng lành: $\frac{a}{a+b} \cdot \frac{x}{x+y} = \frac{55}{84}$.

$$\text{Do đó: } \begin{cases} (a.x):55 \\ (a+b)(x+y):84 \\ a+b+x+y=20 \\ (a+b)(x+y) \leq \left(\frac{a+b+x+y}{2}\right)^2 = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=14 \\ x+y=6 \\ (a.x):55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=11 \\ x=5 \end{cases}.$$

Suy ra: Giỏ A có 11 quả trứng lành.

Câu 32: Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 gam hương liệu, 9 lít nước và 210 gam đường để pha chế nước ngọt loại I và nước ngọt loại II. Để pha chế 1 lít nước ngọt loại I cần 10 gam đường, 1 lít nước và 4 gam hương liệu. Để pha chế 1 lít nước ngọt loại II cần 30 gam đường, 1 lít nước và 1 gam hương liệu. Mỗi lít nước ngọt loại I được 80 điểm thưởng, mỗi lít nước ngọt loại II được 60 điểm thưởng. Hỏi số điểm thưởng cao nhất có thể của mỗi đội trong cuộc thi là bao nhiêu?

A. 540.

B. 600.

C. 640.

D. 720.

Lời giải

Chọn C

Gọi số lít nước ngọt loại I là x và số lít nước ngọt loại II là y . Khi đó ta có hệ điều kiện về vật liệu ban

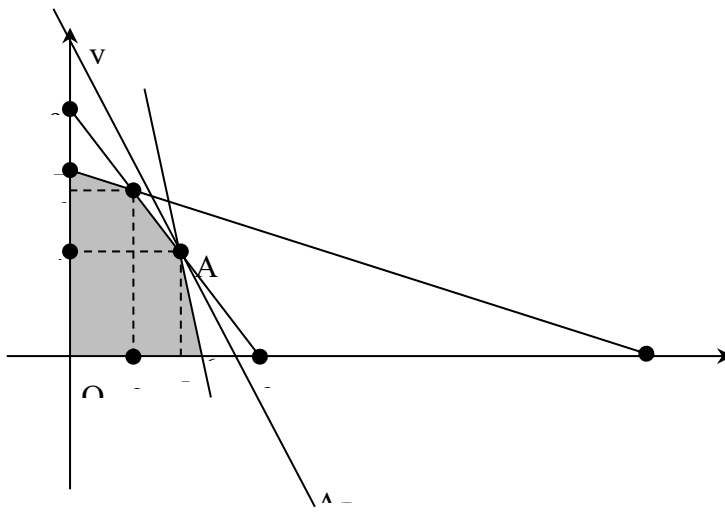
$$\text{đầu mà mỗi đội được cung cấp: } \begin{cases} 10x + 30y \leq 210 \\ 4x + y \leq 24 \\ x + y \leq 9 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y \leq 210 \\ 4x + y \leq 24 \\ x + y \leq 9 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Điểm thưởng đạt được: $P = 80x + 60y$

Bài toán đưa về tìm giá trị lớn nhất của biểu thức P trong miền D được cho bởi hệ điều kiện

Biến đổi biểu thức $P = 80x + 60y \Leftrightarrow 80x + 60y - P = 0$ đây là họ đường thẳng Δ trong hệ tọa độ Oxy

Miền D được xác định trong hình vẽ bên dưới:



Giá trị lớn nhất của P ứng với đường thẳng Δ đi qua điểm $A(5;4)$, suy ra:

$$80.5 + 60.4 - P = 0 \rightarrow P = 640 = P_{\max}.$$

Câu 33: Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II . Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là.

A. 32 triệu đồng.

B. 35 triệu đồng.

C. 14 triệu đồng.

D. 30 triệu đồng.

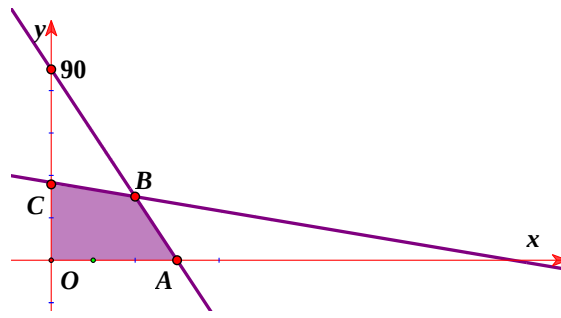
Lời giải

Chọn A

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ra. Điều kiện x, y nguyên dương.

Ta có hệ bất phương trình sau:
$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 180 \\ x + 6y \leq 220 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là



Tiền lãi trong một tháng của xưởng là $T = 0,5x + 0,4y$.

Ta thấy T đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C . Vì C có tọa độ không nguyên nên loại.

Tại $A(60; 0)$ thì $T = 30$ triệu đồng.

Tại $B(40; 30)$ thì $T = 32$ triệu đồng.

Vậy tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là 32 triệu đồng.

Câu 34: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kiogam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogam thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, một kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua. Tìm x, y để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn?

A. $x = 0,3$ và $y = 1,1$. **B.** $x = 0,3$ và $y = 0,7$.

C. $x = 0,6$ và $y = 0,7$. **D.** $x = 1,6$ và $y = 0,2$.

Lời giải

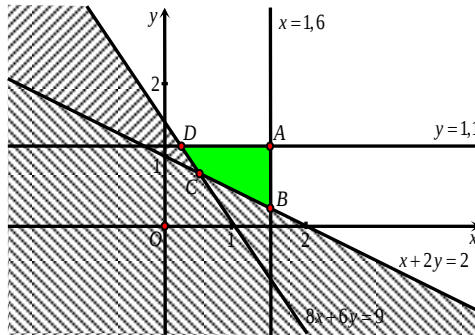
Chọn A

Theo bài ra ta có số tiền gia đình cần trả là $160.x + 110.y$ với x, y thỏa mãn:
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \end{cases}$$

Số đơn vị protein gia đình có là $0,8.x + 0,6.y \geq 0,9 \Leftrightarrow 8x + 6y \geq 9 \ (d_1)$.

Số đơn vị lipid gia đình có là $0,2.x + 0,4.y \geq 0,4 \Leftrightarrow x + 2y \geq 2 \ (d_2)$.

Bài toán trở thành: Tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$
 sao cho $T = 160.x + 110.y$ nhỏ nhất.



Về hệ trục tọa độ ta tìm được tọa độ các điểm $A(1,6;1,1)$; $B(1,6;0,2)$; $C(0,6;0,7)$; $D(0,3;1,1)$.

Nhận xét: $T(A) = 377$ nghìn, $T(B) = 278$ nghìn, $T(C) = 173$ nghìn, $T(D) = 169$ nghìn.

Câu 35: Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 140kg chất A và 9kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng, có thể chiết xuất được 20kg chất A và 0,6kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3,5 triệu đồng, có thể chiết xuất được 10kg chất A và 1,5kg chất B. Hỏi chi phí mua nguyên vật liệu **ít nhất** bằng bao nhiêu, biết rằng cơ sở cung cấp nguyên vật liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II?

- A. 47 triệu đồng. B. 34 triệu đồng.
C. 31,5 triệu đồng. D. 31 triệu đồng.

Lời giải

Chọn B

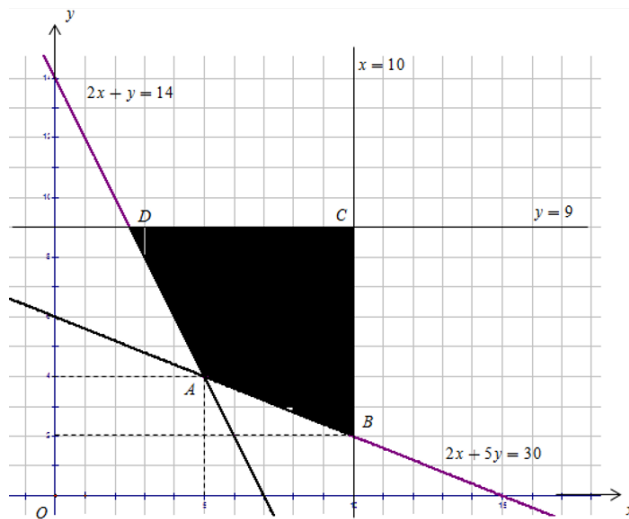
Giả sử ta dùng x (tấn) nguyên liệu loại I và y (tấn) nguyên liệu loại II để chiết xuất các chất A và B thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Tổng số tiền mua nguyên vật liệu là: $T(x; y) = 4x + 3,5y$.

Bài toán đã cho trở thành: Tìm các số x và y thỏa mãn hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 140 \leq 20x + 10y \\ 9 \leq 0,6x + 1,5y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \end{cases} * .$$

sao cho $T(x; y) = 4x + 3,5y$ có giá trị nhỏ nhất.



Ta xác định miền nghiệm (S) của hệ $(*)$ là miền tứ giác $ABCD$ được đánh dấu như hình vẽ.

Trong đó: $A(5; 4)$, $B(10; 2)$, $C(10; 9)$, $D\left(\frac{5}{2}; 9\right)$.

Biểu thức $T(x; y)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$.

Thử trực tiếp ta thấy $T(x; y)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại đỉnh $A(5; 4)$.

Vậy, chi phí mua nguyên vật liệu ít nhất bằng: $T(5;) = 4.5 + 3,5.4 = 34$ triệu đồng.

Câu 36: Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 140kg chất A và 9kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng, có thể chiết xuất được 20kg chất A và 0,6kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3,5 triệu đồng, có thể chiết suất được 10kg chất A và 1,5kg chất B. Hỏi chi phí mua nguyên vật liệu **ít nhất** bằng bao nhiêu, biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II?

- A.** 31 triệu đồng. **B.** 31,5 triệu đồng.
C. 34 triệu đồng. **D.** 47 triệu đồng.

Lời giải

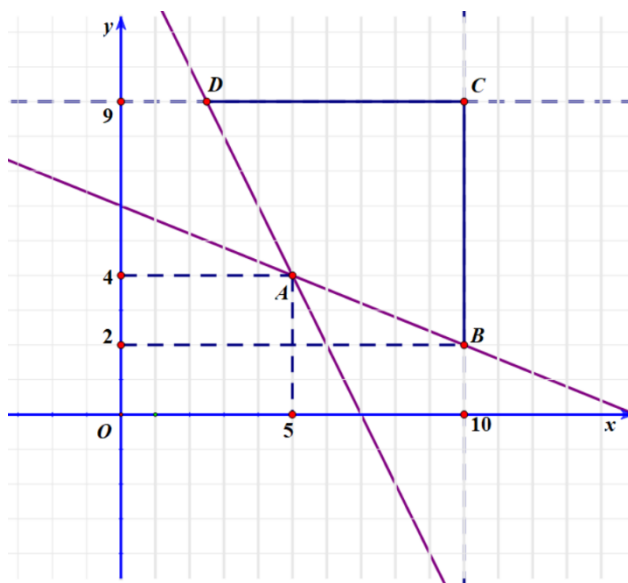
Chọn C

Gọi x , y lần lượt là số tấn nguyên liệu loại I và loại II cần dùng. Điều kiện x , y nguyên dương.
Với x tấn nguyên liệu loại I và y tấn nguyên liệu loại II, sản xuất được $20x + 10y$ kg chất A và $0,6x + 1,5y$ kg chất B

Số tiền để mua x tấn loại I và y tấn loại II là $L(x; y) = 4x + 3,5y$.

Theo giả thiết ta có hệ:
$$\begin{cases} 20x + 10y \geq 140 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \\ 0 < x \leq 10 \\ 0 < y \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \\ 0 < x \leq 10 \\ 0 < y \leq 9 \end{cases}.$$

Miền nghiệm của hệ trên là:



Miền nghiệm là tứ giác $ABCD$ với $A(5;4)$, $B(10;2)$, $C(10;9)$ và $D\left(\frac{5}{2};9\right)$.

$$L(A) = 20 + 14 = 34; \quad L(B) = 40 + 7 = 47; \quad L(C) = 40 + 31,5 = 71,5; \quad L(D) = 10 + 31,5 = 41,5$$

Vậy tại $A(5;4)$ thì $L = 34$ triệu đồng là chi phí thấp nhất.

Câu 37: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kg thịt lợn chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kg cá chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua tối đa 1,6 kg thịt lợn và 1,1 kg cá. Giá tiền 1 kg thịt lợn là 45 nghìn đồng, 1 kg cá là 35 nghìn đồng. Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kg thịt mỗi loại để số tiền bỏ ra là ít nhất?

A. 0,6 kg thịt lợn và 0,7 kg cá.

B. 0,3 kg thịt lợn và 1,1 kg cá.

C. 0,6 kg cá và 0,7 kg thịt lợn.

D. 1,6 kg thịt lợn và 1,1 kg cá.

Lời giải

Chọn A

Gọi x , y (kg) lần lượt là khối lượng thịt lợn và cá mà gia đình đó phải mua ($0 \leq x \leq 1,6$; $0 \leq y \leq 1,1$).

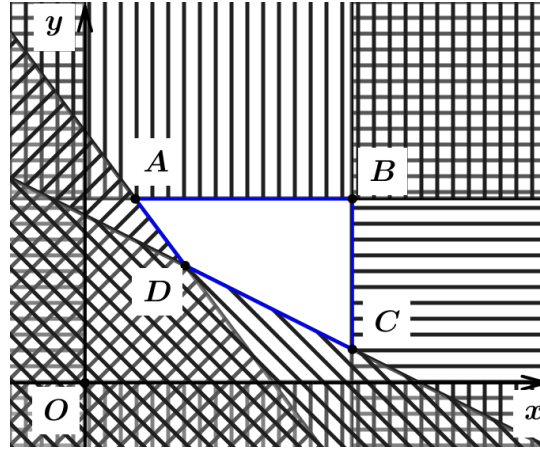
Số tiền gia đình đó mua được: $T(x, y) = 45x + 35y$.

Lượng protein gia đình đó sử dụng là $800x + 600y$.

Lượng lipid gia đình đó sử dụng là $200x + 400y$.

Theo đề, ta được hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 800x + 600y \geq 900 \\ 200x + 400y \geq 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}.$$

Biểu diễn hình học miền nghiệm của hệ



Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $ABCD$, với $A(0, 3/11)$, $B(1, 6/11)$, $C(1, 6/22)$ và $D(3/11, 19/22)$.

$$T(0, 3/11) = 52, \quad T(1, 6/11) = 110,5, \quad T(1, 6/22) = 79, \quad T(3/11, 19/22) = 42,5.$$

$$\frac{3}{11} \approx 0,6 \text{ và } \frac{19}{22} \approx 0,7.$$

Vậy gia đình đó cần mua 0,6 kg thịt lợn và 0,7 kg cá.

Câu 38: Một hộ nông dân định trồng dưa và củ đậu trên diện tích $8ha$. Trên diện tích mỗi ha , nếu trồng dưa thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng, nếu trồng củ đậu thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu ha để thu được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 180.

A. 6 ha dưa và 2 ha củ đậu.

B. 8 ha củ đậu.

C. 2 ha dưa và 6 ha củ đậu.

D. 1 ha dưa và 7 ha củ đậu.

Lời giải

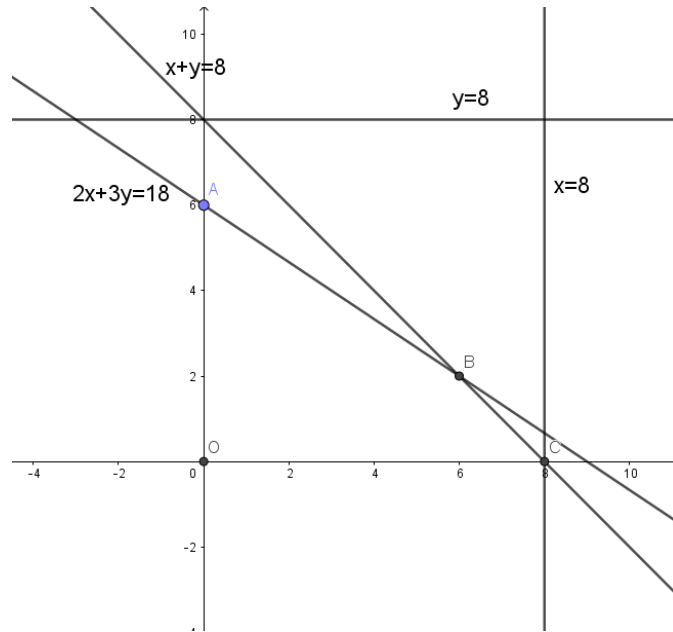
Chọn A

Gọi x, y lần lượt là số ha trồng dưa và củ đậu.

$$\text{Có } 0 \leq x \leq 8; 0 \leq y \leq 8; x + y \leq 8; 20x + 30y \leq 180 \Rightarrow 2x + 3y \leq 18.$$

Số tiền thu được là $T(x, y) = 3x + 4y$.

Ta có hệ
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18 \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $OABC$ với $A(0;6), B(6;2), C(8;0)$.

Khi đó $T(x, y)$ đạt cực đại tại một trong các đỉnh của $OABC$.

Có $T(0,0) = 0; T(0,6) = 24; T(6,2) = 26; T(8,0) = 24$.

Vậy cần trồng 6 ha dưa và 2 ha củ đậu.

Câu 39: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kg thịt lợn chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kg cá chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua tối đa 1,6 kg thịt lợn và 1,1 kg thịt cá. Giá tiền 1 kg thịt lợn là 45 nghìn đồng và 1 kg thịt cá là 35 nghìn đồng. Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kg mỗi loại để số tiền bỏ ra ít nhất.

A. 0,6 kg thịt lợn và 0,7 kg cá.

B. 0,3 kg thịt lợn và 1,1 kg cá.

C. 0,6 kg thịt cá và 0,7 kg lợn.

D. 1,6 kg thịt lợn và 1,1 kg cá.

Lời giải

Chọn A

Giả sử gia đình đó mua x (kg) thịt lợn và y (kg) thịt cá,

Theo giả thiết, x và y cần thỏa mãn điều kiện: $0 \leq x \leq 1,6$; $0 \leq y \leq 1,1$

Khi đó, số đơn vị protein có được là: $800x + 600y$ và số đơn vị lipid có được là $200x + 400y$

Vì gia đình đó cần ít nhất 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là:

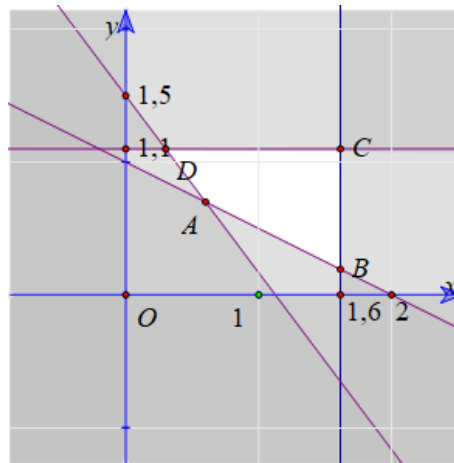
$$800x + 600y \geq 900 \text{ và } 200x + 400y \geq 400$$

Hay gọn hơn ta có:

$$4x + 3y \geq 4,5 \text{ và } x + 2y \geq 2$$

Vậy các điều kiện mà x và y thỏa mãn là:

$$I \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases} \text{ Miền nghiệm của hệ trên miền tứ giác } ABCD \text{ (kể cả biên) trên hình.}$$



Chi phí để mua x (kg) thịt lợn và y (kg) cá là:

$$T = 45x + 35y \text{ (nghìn đồng)}$$

Ta cần tìm $(x; y)$ sao cho T nhỏ nhất

Ta biết T đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$.

Tại $A(0,6;0,7)$ ta có $T = 45.0,6 + 35.0,7 = 51,5$ (nghìn đồng)

Tại $B(1,6;0,2)$ ta có $T = 45.1,6 + 35.02 = 79$ (nghìn đồng)

Tại $C(1,6;1,1)$ ta có $T = 4,5.1,6 + 35.1,1 = 110,5$ (nghìn đồng)

Tại $D(0,3;1,1)$ ta có $T = 45.0,3 + 35.11 = 52$ (nghìn đồng)

Vậy khi $x = 0,6$ và $y = 0,7$ thì T đạt giá trị nhỏ nhất

Vậy gia đình đó mua $0,6$ kg thịt lợn và $0,7$ kg cá thì chi phí ít nhất (cụ thể, chi phí là $51,5$ nghìn đồng).

♦Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\begin{cases} x + \sqrt{y} > 3 \\ x^2 - y \geq -2 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn		
b)	$\begin{cases} x > 5 \\ y < -2 \\ x + y \geq 100 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn		
c)	$\begin{cases} 3^5 x - \sqrt{20}y > 7 \\ x + y \leq 100 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn		
d)	$\begin{cases} x + y + z < 10 \\ x + y < 5 \\ 2x + 3y \geq 20 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn		

Câu 2. Cho hệ bất phương trình: $\begin{cases} x + 2y \leq 30 \\ y > 5 \\ -2x + 6y > 40 \end{cases}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Hệ trên là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn		
b)	$(-2; 8)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên		
c)	$(3; 1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên		
d)	$(-2; -1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên		

Câu 3. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 7y > 4 \\ x < 5 \\ -x - y \geq -3 \end{cases}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$(-1; -1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình.		

b)	$(-2; 5)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.		
c)	$(3; -1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.		
d)	$(-1; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.		

Câu 4. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$(3; -1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 5y < 5 \\ -3x - y \leq -7 \end{cases}$		
b)	$(3; -1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 5 \\ y < 4 \\ x + y \leq 10 \end{cases}$		
c)	$(3; -1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x + 5y > 1 \\ 3x + y > 5 \end{cases}$		
d)	$(0; 0)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + y > 3 \\ -x + 3y \leq 5 \\ 3x - y \geq 7 \end{cases}$		

Câu 5. Cho hệ bất phương trình: $\begin{cases} 3x + 2y \geq 9 \\ x - 2y \leq 3 \\ x + y \leq 6 \\ x \geq 1 \end{cases} \quad (I)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác		
b)	$(3; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình		
c)	$x = 1, y = 3$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị lớn nhất		
d)	$x = 1, y = 5$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị nhỏ nhất		

Câu 6. Bác Minh có kế hoạch đầu tư không quá 240 triệu đồng vào hai khoản X và khoản Y . Để đạt được lợi nhuận thì khoản Y phải đầu tư ít nhất 40 triệu đồng và số tiền đầu tư cho khoản X phải ít nhất gấp ba lần số tiền cho khoản Y . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đúng	Sai
---------	------	-----

a)	Gọi x, y (đơn vị: triệu đồng) tiền bác Minh đầu tư vào kho ta có hệ bất phương trình: $\begin{cases} x + y \leq 240 \\ y \geq 40 \\ x \geq 3y \end{cases}$		
b)	Miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho là một tứ giác		
c)	Điểm $C(200; 40)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho		
d)	Điểm $A(180; 60)$ là điểm có tung độ lớn nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho		

Câu 7. Trong 1 lạng thịt bò chứa 26 g protein, 1 lạng cá chứa 22 g protein. Trung bình trong một ngày, một người đàn ông cần từ 56 đến 91 g protein. Theo lời khuyên của bác sĩ, để tốt cho sức khỏe thì không nên ăn thịt nhiều hơn cá. Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò, lạng cá mà một người đàn ông ăn trong một ngày. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông là $\begin{cases} 26x + 22y \geq 56 \\ 26x + 22y \leq 91 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$		
b)	Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông là một ngũ giác		
c)	$(1; 2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông		
d)	Điểm $B\left(\frac{91}{48}; \frac{91}{48}\right)$ là điểm có hoành độ bé nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông		

Câu 8. Bà Lan được tư vấn bổ sung chế độ ăn kiêng đặc biệt bằng cách sử dụng hai loại thực phẩm khác nhau là X và Y . Mỗi gói thực phẩm X chứa 20 đơn vị canxi, 20 đơn vị sắt và 10 đơn vị vitamin B . Mỗi gói thực phẩm Y chứa 20 đơn vị canxi, 10 đơn vị sắt và 20 đơn vị vitamin B . Yêu cầu hằng ngày tối thiểu trong chế độ ăn uống là 240 đơn vị canxi, 160 đơn vị sắt và 140 đơn vị vitamin B . Mỗi ngày không được dùng quá 12 gói mỗi loại. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin $B \text{ là } \begin{cases} x + y \geq 12 \\ 2x + y \geq 16 \\ x + 2y \geq 14 \\ 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 12 \end{cases}$		
b)	Miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B là một ngũ giác		
c)	Biết 1 gói thực phẩm loại X giá 20000 đồng, 1 gói thực phẩm loại Y giá 25000 đồng. Bà Lan cần dùng 10 gói thực phẩm loại X và 2 gói thực phẩm loại Y để chi phí mua là ít nhất		
d)	Điểm $(10;8)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B		

Câu 9. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$(1;0)$ không là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + 3y > 0 \\ y - 2x < 0 \\ 3x + 3y - 1 > 0 \end{cases}$		
b)	$(-1;2)$ là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 3y > 0 \\ y - 2x < 0 \\ 3x + 3y - 1 > 0 \end{cases}$		
c)	$(2;-3)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - y > 1 \\ x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$		
d)	$(2;-3)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + y \geq 0 \\ x + y < 0 \\ x + 2y > 2 \end{cases}$		

Câu 10. Cho các hệ bất phương trình sau: $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 5x - y \geq -4 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}$, $\begin{cases} -x - y < 4 \\ -x + 2y > -2 \\ x + y < 8 \\ x \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 5x - y \geq -4 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}$ là tam giác.		
b)	Điểm $M(1;1)$ thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 5x - y \geq -4 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}$.		
c)	Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x - y < 4 \\ -x + 2y > -2 \\ x + y < 8 \\ x \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases}$ là tứ giác.		
d)	Điểm $O(0;0)$ không thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x - y < 4 \\ -x + 2y > -2 \\ x + y < 8 \\ x \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases}$.		

Câu 11. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điểm $M(1;2)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$;		
b)	Điểm $M(1;2)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y - 4 < 0 \end{cases}$.		
c)	Điểm $(0;0)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$		
d)	Điểm $(1;1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$		

Câu 12. Một gia đình cần ít nhất $900g$ chất protein và $400g$ chất lipid trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% protein và 20% lipid. Thịt lợn chứa 60% protein và 40% lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là $1600g$ thịt bò, $1100g$ thịt lợn, giá tiền $1kg$ thịt bò là 45000 đồng, $1kg$ thịt lợn là 35000 đồng. Giả sử gia đình mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$ là hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán		
b)	Miền nghiệm của hệ trên là miền của tam giác		
c)	Gọi T (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x (kilogam) thịt bò và y (kilogam) thịt lợn. Khi đó, chi phí để mua $x(kg)$ thịt bò và $y(kg)$ thịt lợn là: $T = 35x + 45y$ (nghìn đồng).		
d)	Gia đình đó mua $0,6kg$ thịt bò và $0,7kg$ thịt lợn thì chi phí là ít nhất.		

Câu 13. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\begin{cases} 2x + y \leq 3 \\ 3x - 2y \geq 1 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.		
b)	$\begin{cases} x + 2 \leq 0 \\ y - 3 \geq 1 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.		
c)	$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x - 3y = -1 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.		
d)	$\begin{cases} 2x + 5y \leq 30 \\ 4x - 3y \geq 5 \\ x \geq 0 \\ y \geq 1 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.		

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau

a) $\begin{cases} x + \sqrt{y} > 3 \\ x^2 - y \geq -2 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

- b) $\begin{cases} x > 5 \\ y < -2 \\ x + y \geq 100 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn
- c) $\begin{cases} 3^5 x - \sqrt{20} y > 7 \\ x + y \leq 100 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn
- d) $\begin{cases} x + y + z < 10 \\ x + y < 5 \\ 2x + 3y \geq 20 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

Các hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là $\begin{cases} x > 5 \\ y < -2 \\ x + y \geq 100 \end{cases}$ và $\begin{cases} 3^5 x - \sqrt{20} y > 7 \\ x + y \leq 100 \end{cases}$.

Câu 2. Cho hệ bất phương trình: $\begin{cases} x + 2y \leq 30 \\ y > 5 \\ -2x + 6y > 40 \end{cases}$. Khi đó:

- a) Hệ trên là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn
- b) $(-2; 8)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên
- c) $(3; 1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên
- d) $(-2; -1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

- a) Hệ đã cho là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- b) Thay $(-2; 8)$ vào hệ bất phương trình ta được:

$$\begin{cases} -2 + 2.8 \leq 30 \\ 8 > 5 \\ -2.(-2) + 6.8 > 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14 \leq 30 \\ 8 > 5 \\ 52 > 40 \end{cases} \text{ (đúng).}$$

Vậy $(-2;8)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình đó.

Câu 3. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x+7y > 4 \\ x < 5 \\ -x-y \geq -3 \end{cases}$. Khi đó:

- a) $(-1;-1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình.
- b) $(-2;5)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.
- c) $(3;-1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.
- d) $(-1;2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

a) Thay $(-1;-1)$ vào hệ bất phương trình $\begin{cases} x+7y > 4 \\ x < 5 \\ -x-y \geq -3 \end{cases}$ ta được:

$$\begin{cases} -1+7(-1) > 4 \\ -1 < 5 \\ -(-1)-(-1) \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8 > 4 \\ -1 < 5 \text{ (vô li')} \\ 2 \geq -3 \end{cases} \text{ Vậy } (-1;-1) \text{ không là một nghiệm của hệ bất phương trình.}$$

b) Thay $(-2;5)$ vào hệ bất phương trình $\begin{cases} x+7y > 4 \\ x < 5 \\ -x-y \geq -3 \end{cases}$ ta được:

$$\begin{cases} -2+7.5 > 4 \\ -2 < 5 \\ -(-2)-5 \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 33 > 4 \\ -2 < 5 \text{ (đúng)} \\ -3 \geq -3 \end{cases} \text{ Vậy } (-2;5) \text{ là một nghiệm của hệ bất phương trình.}$$

- c) $(3;-1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình.
- d) $(-1;2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.

Câu 4. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau?

a) $(3;-1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+5y < 5 \\ -3x-y \leq -7 \end{cases}$

b) $(3; -1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 5 \\ y < 4 \\ x + y \leq 10 \end{cases}$

c) $(3; -1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x + 5y > 1 \\ 3x + y > 5 \end{cases}$

d) $(0; 0)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + y > 3 \\ -x + 3y \leq 5 \\ 3x - y \geq 7 \end{cases}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Thay $(3; -1)$ vào hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 5y < 5 \\ -3x - y \leq -7 \end{cases}$ ta được:

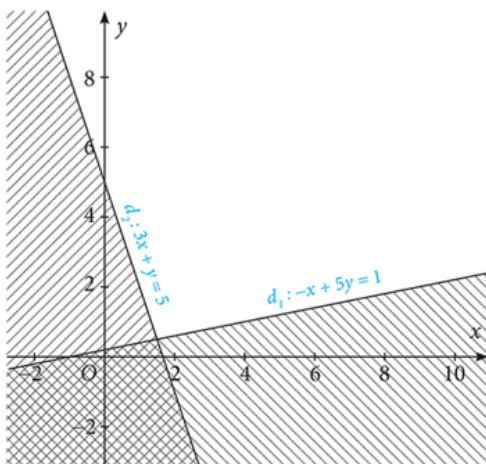
$$\begin{cases} 3 + 5(-1) < 5 \\ -3 \cdot 3 - (-1) \leq -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 5 \\ -8 \leq -7 \end{cases} \text{ (đúng). Vậy } (3; -1) \text{ là một nghiệm của hệ bất phương trình.}$$

b) Thay $(3; -1)$ vào hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 5 \\ y < 4 \\ x + y \leq 10 \end{cases}$ ta được: $\begin{cases} 3 > 5 \\ -1 < 4 \\ 3 - 1 \leq 10 \end{cases}$ (vô lí). Vậy $(3; -1)$ không là

một nghiệm của hệ bất phương trình.

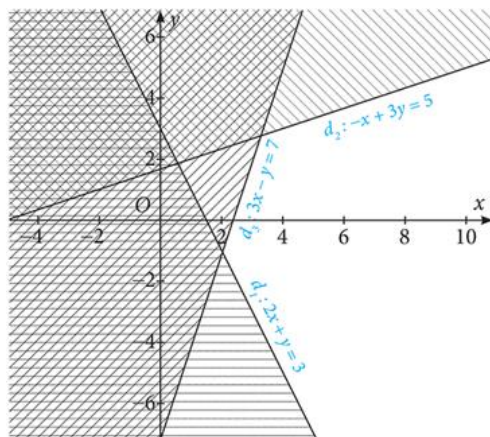
c) Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x + 5y > 1 \\ 3x + y > 5 \end{cases}$ là miền không bị gạch ở hình sau (không kể bờ

d_1, d_2):



d) Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + y > 3 \\ -x + 3y \leq 5 \\ 3x - y \geq 7 \end{cases}$$
 là miền không bị gạch ở

hình sau (không kể bờ d_1):



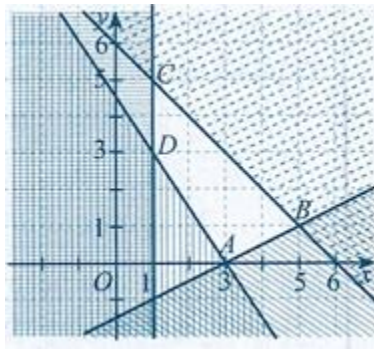
Câu 5. Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 2y \geq 9 \\ x - 2y \leq 3 \\ x + y \leq 6 \\ x \geq 1 \end{cases} \quad (I).$$
 Khi đó:

- a) Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác
- b) $(3; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình
- c) $x = 1, y = 3$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị lớn nhất
- d) $x = 1, y = 5$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị nhỏ nhất

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

- a) Miền nghiệm của hệ (I) là miền tứ giác $ABCD$ với $A(3; 0), B(5; 1), C(1; 5), D(1; 3)$ (Hình).



b) $(3; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình

c) Tính giá trị của $F = 3x - y$ tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh tứ giác $ABCD$ rồi so sánh các giá trị đó, ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 14 tại $x = 5, y = 1$

d) F đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2 tại $x = 1, y = 5$.

Câu 6. Bác Minh có kế hoạch đầu tư không quá 240 triệu đồng vào hai khoản X và khoản Y . Để đạt được lợi nhuận thì khoản Y phải đầu tư ít nhất 40 triệu đồng và số tiền đầu tư cho khoản X phải ít nhất gấp ba lần số tiền cho khoản Y . Khi đó:

a) Gọi x, y (đơn vị: triệu đồng) tiền bác Minh đầu tư vào kho ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x + y \leq 240 \\ y \geq 40 \\ x \geq 3y \end{cases}$$

b) Miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho là một tứ giác

c) Điểm $C(200; 40)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho

d) Điểm $A(180; 60)$ là điểm có tung độ lớn nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho

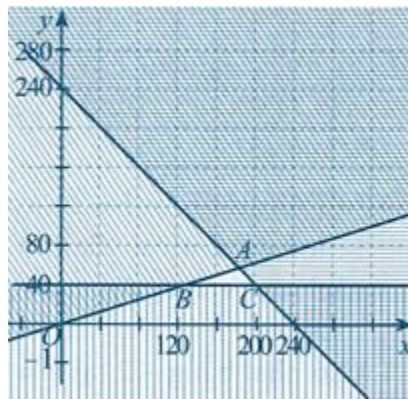
Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Gọi x, y (đơn vị: triệu đồng) tiền bác Minh đầu tư vào kho Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x + y \leq 240 \\ y \geq 40 \\ x \geq 3y \end{cases}$$

b) Miền nghiệm của hệ trên là miền tam giác ABC với $A(180; 60), B(120; 40), C(200; 40)$ ở Hình.



c) Điểm $C(200; 40)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho

d) Điểm $A(180; 60)$ là điểm có tung độ lớn nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình tiền bác Minh đầu tư vào kho

Câu 7. Trong 1 lạng thịt bò chứa $26g$ protein, 1 lạng cá chứa $22g$ protein. Trung bình trong một ngày, một người đàn ông cần từ 56 đến $91g$ protein. Theo lời khuyên của bác sĩ, để tốt cho sức khỏe thì không nên ăn thịt nhiều hơn cá. Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò, lạng cá mà một người đàn ông ăn trong một ngày. Khi đó:

a) Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một

$$\text{người đàn ông là } \begin{cases} 26x + 22y \geq 56 \\ 26x + 22y \leq 91 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

b) Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông là một ngũ giác

c) $(1; 2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông

d) Điểm $B\left(\frac{91}{48}; \frac{91}{48}\right)$ là điểm có hoành độ bé nhất thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một người đàn ông

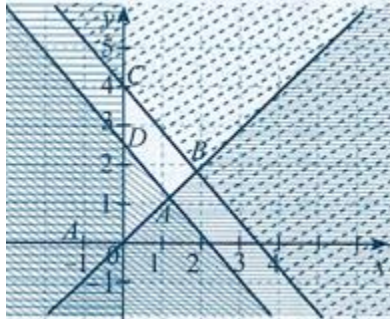
Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết trong một ngày cho một

$$\text{người đàn ông là: } \begin{cases} 26x + 22y \geq 56 \\ 26x + 22y \leq 91 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

b) Miền nghiệm của hệ trên là miền tứ giác $ABCD$ với $A\left(\frac{7}{6}; \frac{7}{6}\right), B\left(\frac{91}{48}; \frac{91}{48}\right), C\left(0; \frac{91}{22}\right), D\left(0; \frac{28}{11}\right)$ ở Hình



c) Một nghiệm $(x_0; y_0)$ của hệ bất phương trình với x_0, y_0 là $(x_0; y_0) = (1; 2)$.

d) Điểm $B\left(\frac{91}{48}; \frac{91}{48}\right)$ là điểm có hoành độ lớn nhất

Câu 8. Bà Lan được tư vấn bổ sung chế độ ăn kiêng đặc biệt bằng cách sử dụng hai loại thực phẩm khác nhau là X và Y . Mỗi gói thực phẩm X chứa 20 đơn vị canxi, 20 đơn vị sắt và 10 đơn vị vitamin B . Mỗi gói thực phẩm Y chứa 20 đơn vị canxi, 10 đơn vị sắt và 20 đơn vị vitamin B . Yêu cầu hằng ngày tối thiểu trong chế độ ăn uống là 240 đơn vị canxi, 160 đơn vị sắt và 140 đơn vị vitamin B . Mỗi ngày không được dùng quá 12 gói mỗi loại. Khi đó:

a) Hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế

$$\text{độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin } B \text{ là } \begin{cases} x + y \geq 12 \\ 2x + y \geq 16 \\ x + 2y \geq 14 \\ 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 12 \end{cases}$$

b) Miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B là một ngũ giác

c) Biết 1 gói thực phẩm loại X giá 20000 đồng, 1 gói thực phẩm loại Y giá 25000 đồng. Bà Lan cần dùng 10 gói thực phẩm loại X và 2 gói thực phẩm loại Y để chi phí mua là ít nhất

d) Điểm $(10;8)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

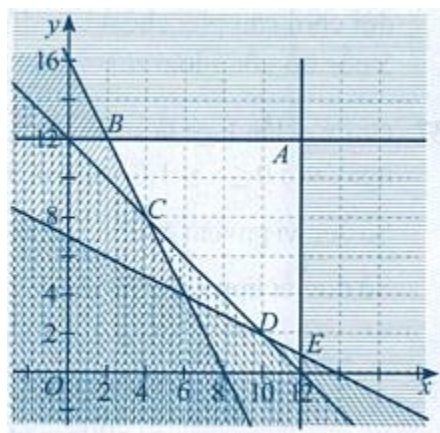
a) Gọi x, y lần lượt là số gói thực phẩm loại X , loại Y mà bà Lan cần dùng trong một ngày. Ta có:
 $0 \leq x \leq 12, 0 \leq y \leq 12$.

Số đơn vị canxi được cung cấp là: $20x + 20y$. Ta có: $20x + 20y \geq 240$ hay $x + y \geq 12$.

Số đơn vị sắt được cung cấp là: $20x + 10y$. Ta có: $20x + 10y \geq 160$ hay $2x + y \geq 16$.

Số đơn vị vitamin B được cung cấp là: $10x + 20y$. Ta có: $10x + 20y \geq 140$ hay $x + 2y \geq 14$.

Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x + y \geq 12 \\ 2x + y \geq 16 \\ x + 2y \geq 14 \\ 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 12 \end{cases}$$



b) Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền ngũ giác $ABCDE$ với $A(12;12)$,
 $B(2;12), C(4;8), D(10;2), E(12;1)$

c) Số tiền bà Lan dùng để mua các gói thực phẩm X, Y trong một ngày là: $T = 20x + 25y$ (nghìn đồng).

Tính giá trị của T tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ các đỉnh trên rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 250 nghìn đồng tại $x = 10; y = 2$.

Vậy để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B nhưng với chi phí thấp nhất thì mỗi ngày bà Lan cần dùng 10 gói thực phẩm loại X và 2 gói thực phẩm loại Y .

d) Điểm $(10; 8)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B

Câu 9. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $(1; 0)$ không là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 3y > 0 \\ y - 2x < 0 \\ 3x + 3y - 1 > 0 \end{cases}$$

b) $(-1; 2)$ là nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x + 3y > 0 \\ y - 2x < 0 \\ 3x + 3y - 1 > 0 \end{cases}$$

c) $(2; -3)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - y > 1 \\ x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

d) $(2; -3)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + y \geq 0 \\ x + y < 0 \\ x + 2y > 2 \end{cases}$$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Thay $x = 1, y = 0$ vào hệ bất phương trình đã cho, ta được:
$$\begin{cases} 1 + 3.0 > 0 \\ 0 - 2.1 < 0 \\ 3.1 + 3.0 - 1 > 0 \end{cases} \quad (\text{đúng}), \text{ suy ra cặp số}$$

$(1; 0)$ là một nghiệm của hệ phương trình đã cho.

b) Thay $x = -1, y = 2$ vào hệ bất phương trình đã cho, ta được:
$$\begin{cases} -1 + 3.2 > 0 \\ 2 - 2(-1) < 0 \\ 3(-1) + 3.2 - 1 > 0 \end{cases} \quad (\text{sai})$$

Suy ra cặp số $(-1; 2)$ không là nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

c) Thay $x = 2, y = -3$ vào hệ bất phương trình, ta được:
$$\begin{cases} 2.2 - (-3) > 1 \\ 2 \geq 0 \\ -3 \leq 0 \end{cases} \quad (\text{đúng}), \text{ Do vậy } (2; -3) \text{ là một}$$

nghiệm của hệ bất phương trình.

d) Thay $x = 2, y = -3$ vào hệ bất phương trình đã cho, ta được:
$$\begin{cases} 2.2 + (-3) \geq 0 \\ 2 + (-3) < 0 \\ 2 + 2.(-3) > 2 \end{cases} \quad (\text{sai})$$

Do vậy $(2; -3)$ không là một nghiệm của hệ đã cho.

Câu 10. Cho các hệ bất phương trình sau:
$$\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 5x - y \geq -4 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}, \begin{cases} -x - y < 4 \\ -x + 2y > -2 \\ x + y < 8 \\ x \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases}. \text{ Khi đó:}$$

a) Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 5x - y \geq -4 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}$$
 là tam giác.

b) Điểm $M(1; 1)$ thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 5x - y \geq -4 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}.$$

c) Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} -x - y < 4 \\ -x + 2y > -2 \\ x + y < 8 \\ x \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases}$$
 là tứ giác.

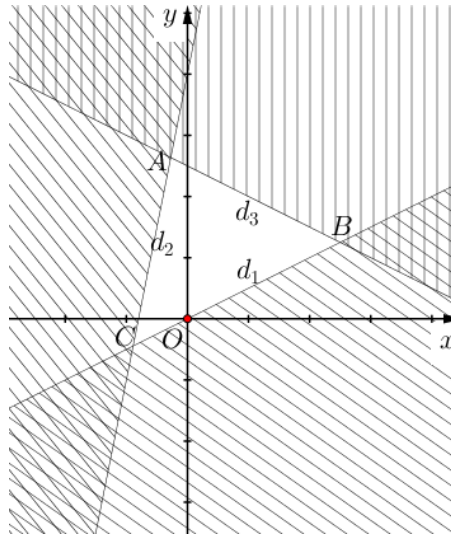
d) Điểm $O(0; 0)$ không thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} -x - y < 4 \\ -x + 2y > -2 \\ x + y < 8 \\ x \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases}.$$

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

$$\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 5x - y \geq -4 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng $d_1 : x - 2y = 0, d_2 : 5x - y = -4, d_3 : x + 2y = 5$.



-Ta thấy điểm $M(1;1)$ thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình vì khi thay $x = 1, y = 1$ vào hệ, ta

$$\text{có: } \begin{cases} 1 - 2 \cdot 1 \leq 0 \\ 5 \cdot 1 - 1 \geq -4 \\ 1 + 2 \cdot 1 \leq 5 \end{cases} \text{ (đúng)}$$

Gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình (nửa mặt phẳng có bờ là các đường d_1, d_2, d_3 và không chứa điểm M). Khi đó, miền nghiệm của bất phương trình chính là miền

của tam giác ABC (kể cả ba cạnh của nó), trong đó $A\left(-\frac{3}{11}; \frac{29}{11}\right), B\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{4}\right), C\left(-\frac{8}{9}; -\frac{4}{9}\right)$.

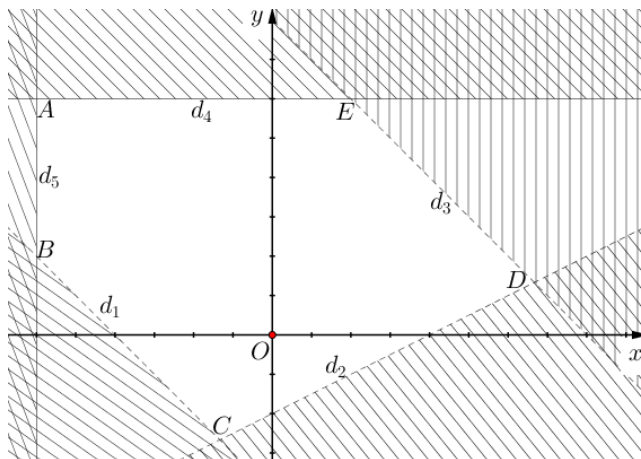
$$\begin{cases} -x - y < 4 \\ -x + 2y > -2 \\ x + y < 8 \\ x \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng $d_1: -x - y = 4, d_2: -x + 2y = -2, d_3: x + y = 8, d_4: x = -6, d_5: y = 6$

-Ta có điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình vì khi thay $x=0, y=0$ vào hệ, ta được: $0 < 4, \quad 0 > -2, \quad 0 < 8, \quad 0 \geq -6, \quad 0 \leq 6$ (đúng)

Gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ (nửa mặt phẳng có bờ là các đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 và không chứa điểm O). Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình chính là miền của ngũ giác $ABCDE$ (không kể các cạnh BC, CD, DE) với

$A(-6;6), B(-6;2), C(-2;-2), D(6;2), E(2;6)$.



Câu 11. Xét tính, đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điểm $M(1;2)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$;

b) Điểm $M(1;2)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y - 4 < 0 \end{cases}$.

c) Điểm $(0;0)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$?

d) Điểm $(1;1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$?

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Thay $x = 1, y = 2$ vào hệ bất phương trình, ta được: $\begin{cases} 1 + 3.2 - 6 > 0 \\ 2.1 + 2 + 4 > 0 \end{cases}$ (đúng), suy ra điểm $M(1; 2)$

thuộc miền nghiệm của hệ đã cho.

b) Thay $x = 1, y = 2$ vào hệ bất phương trình, ta được: $\begin{cases} 1 + 3.2 - 6 < 0 \\ 2.1 + 2 - 4 < 0 \end{cases}$ (sai), suy ra điểm $M(1; 2)$

không thuộc miền nghiệm của hệ đã cho.

c) Thay $x = 0, y = 0$ vào hệ bất phương trình, ta được: $\begin{cases} 0 + 0 - 2 \leq 0 \\ 2.0 - 3.0 + 2 > 0 \end{cases}$ (đúng), do đó cặp số $(0; 0)$ là

một nghiệm của hệ đã cho.

d) Thay $x = 1, y = 1$ vào hệ bất phương trình, ta được: $\begin{cases} 1 + 1 - 2 \leq 0 \\ 2.1 - 3.1 + 2 > 0 \end{cases}$ (đúng), do đó cặp số $(1; 1)$ là

một nghiệm của hệ đã cho.

Câu 12. Một gia đình cần ít nhất $900g$ chất protein và $400g$ chất lipid trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% protein và 20% lipid. Thịt lợn chứa 60% protein và 40% lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là $1600g$ thịt bò, $1100g$ thịt lợn, giá tiền $1kg$ thịt bò là 45000 đồng, $1kg$ thịt lợn là 35000 đồng. Giả sử gia đình mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn. Khi đó:

a) $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$ là hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán

b) Miền nghiệm của hệ trên là miền của tam giác

c) Gọi T (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x (kilogram) thịt bò và y (kilogram) thịt lợn. Khi đó, chi phí để mua $x(kg)$ thịt bò và $y(kg)$ thịt lợn là: $T = 35x + 45y$ (nghìn đồng).

d) Gia đình đó mua $0,6kg$ thịt bò và $0,7kg$ thịt lợn thì chi phí là ít nhất.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

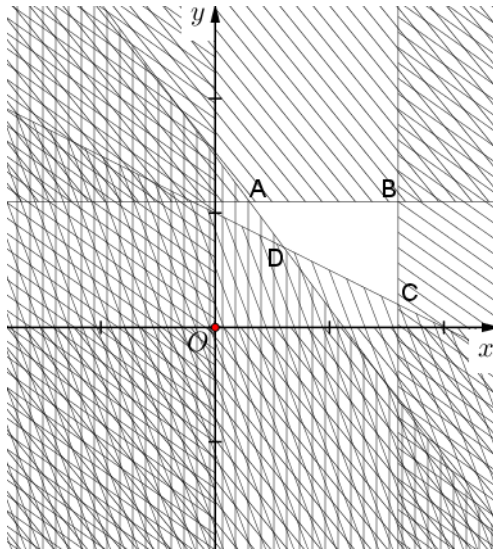
a) Giả sử gia đình đó mua $x(kg)$ thịt bò và $y(kg)$ thịt lợn.

Điều kiện: $0 \leq x \leq 1,6; 0 \leq y \leq 1,1$.

Khi đó lượng protein có được là $80\%x + 60\%y$ và lượng lipid có được là $20\%x + 40\%y$.

Vì gia đình đó cần ít nhất $0,9\text{ kg}$ protein và $0,4\text{ kg}$ lipid trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là: $80\%x + 60\%y \geq 0,9$; $20\%x + 40\%y \geq 0,4$.

Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$



b) Miền nghiệm của hệ trên là miền của tứ giác lồi $ABCD$ (kể cả biên) được mô tả ở hình bên.

c) Chi phí để mua $x(\text{kg})$ thịt bò và $y(\text{kg})$ thịt lợn là: $T = 45x + 35y$ (nghìn đồng).

d) Ta đã biết T đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh tứ giác $ABCD$ trong đó $A(0, 3; 1, 1), B(1, 6; 1, 1), C(1, 6; 0, 2), D(0, 6; 0, 7)$.

Xét $A(0, 3; 1, 1)$, ta có $T = 45.0,3 + 35.1,1 = 52$; xét $B(1, 6; 1, 1)$, ta có $T = 45.1,6 + 35.1,1 = 110,5$; xét $C(1, 6; 0, 2)$, ta có $T = 45.1,6 + 35.0,2 = 79$; xét $D(0, 6; 0, 7)$, ta có $T = 45.0,6 + 35.0,7 = 51,5$.

So sánh các giá trị trên, ta thấy được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng $51,5$ (nghìn đồng), khi đó $\begin{cases} x = 0,6 \\ y = 0,7 \end{cases}$

(tức là gia đình đó mua $0,6\text{ kg}$ thịt bò và $0,7\text{ kg}$ thịt lợn thì chi phí là ít nhất).

Câu 13. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau

a) $\begin{cases} 2x + y \leq 3 \\ 3x - 2y \geq 1 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

- b) $\begin{cases} x+2 \leq 0 \\ y-3 \geq 1 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- c) $\begin{cases} x+2y = 2 \\ 2x-3y = -1 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- d) $\begin{cases} 2x+5y \leq 30 \\ 4x-3y \geq 5 \\ x \geq 0 \\ y \geq 1 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Các hệ bất phương trình trong câu a, câu b, câu d là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Hệ phương trình trong câu c không phải là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

♦Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $m \leq -x + y$ với mọi cặp số $(x; y)$ thỏa mãn hệ bất

phương trình sau:
$$\begin{cases} -2x + y \leq 2 \\ -x + 2y \leq 4 \\ x + y \leq 5 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Trả lời:

Câu 2. Cho hệ bất phương trình: $\begin{cases} x + y \geq 5 \\ x - 2y \leq 2 \text{ (II)} \\ y \leq 3. \end{cases}$ Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất

phương trình $2x - 5y + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi cặp số $(x; y)$ thỏa mãn hệ bất phương trình (II).

Trả lời:

Câu 3. Trong một cuộc thi pha chế đồ uống gồm hai loại là A và B , mỗi đội chơi được sử dụng tối đa $24g$ hương liệu, 9 cốc nước lọc và $210g$ đường. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại A cần 1 cốc nước lọc, $30g$ đường và $1g$ hương liệu. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại B cần 1 cốc nước lọc, $10g$ đường và $4g$ hương liệu. Mỗi cốc đồ uống loại A nhận được 6 điểm thưởng, mỗi cốc đồ uống loại B nhận được 8 điểm thưởng. Để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế bao nhiêu cốc đồ uống mỗi loại?

Trả lời:

Câu 4. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi ki-lô-gam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi ki-lô-gam thịt lợn (heo) chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1,6kg thịt bò và 1,1kg thịt lợn; giá 1kg thịt bò là 200000 đồng, 1kg thịt lợn là 160000 đồng. Hỏi gia đình đó cần mua bao nhiêu ki-lô-gam thịt mỗi loại để đảm bảo cung cấp đủ lượng protein, lipid cho gia đình và có chi phí là ít nhất?

Trả lời:

Câu 5. Nhân dịp tết Trung thu, xí nghiệp sản xuất bánh muốn sản xuất hai loại bánh: bánh nướng và bánh dẻo. Để sản xuất hai loại bánh này, xí nghiệp cần: đường, bột mì, trứng, mứt bí, lạp xưởng,... Xí nghiệp đã nhập về 600kg bột mì và 240kg đường, các nguyên liệu khác luôn đáp ứng được số lượng mà xí nghiệp cần. Mỗi chiếc bánh nướng cần 120g bột mì, 60g đường. Mỗi chiếc bánh dẻo cần 160g bột mì và 40g đường. Theo khảo sát thị trường, lượng bánh dẻo tiêu thụ không vượt quá ba lần lượng bánh nướng và sản phẩm của xí nghiệp sản xuất luôn được tiêu thụ hết. Mỗi chiếc bánh nướng lãi 8000 đồng, mỗi chiếc bánh dẻo lãi 6000 đồng, Hãy lập kế hoạch sản xuất cho xí nghiệp để đáp ứng nhu cầu thị trường; đảm bảo lượng bột mì, đường không vượt quá số lượng mà xí nghiệp đã chuẩn bị và vẫn thu được lợi nhuận cao nhất.

Trả lời:

Câu 6. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm là sản phẩm loại I và sản phẩm loại II:

- Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ, thu lời được 40 nghìn.

- Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, thu lời được 30 nghìn. Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc tối đa. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

Trả lời:

Câu 7. Một hộ nông dân định trồng dưa và củ đậu trên diện tích 8 ha. Trên diện tích mỗi ha, nếu trồng dưa thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng, nếu trồng củ đậu thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu ha để thu được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 180 .

Trả lời:

Câu 8. Có ba nhóm máy X,Y,Z dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại lần lượt phải dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm

và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được dùng cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị	
		Loại I	Loại II
X	10	2	2
Y	4	0	2
Z	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm loại I lãi 3 nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi 5 nghìn đồng. Hãy lập kế hoạch sản xuất để cho tổng số tiền lãi thu được là cao nhất.

Trả lời:

Câu 9. Tìm GTLN của $f(x, y) = x + 2y$ với điều kiện

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 & (d_1) \\ 0 \leq x & (d_2) \\ x - y - 1 \leq 0 & (d_3) \\ x + 2y - 10 \leq 0 & (d_4) \end{cases}$$

Trả lời:

Câu 10. Bác Năm dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 8 hecta (ha). Nếu trồng 1 ha ngô thì cần 20 ngày công và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần 30 ngày công và thu được 50 triệu đồng. Bác Năm cần trồng bao nhiêu ha cho mỗi loại cây để thu được nhiều tiền nhất? Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng không quá 180 ngày công cho việc trồng ngô và đậu xanh.

Trả lời:

Câu 11. Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x - y + 4 \geq 0 \\ x + y \leq 0 \\ x \leq 0 \\ y + 2 \geq 0 \end{cases}$$
 . Miền nghiệm của hệ tạo thành là hình gì?

Trả lời:

Câu 12. Cho biểu thức $T = 3x - 2y - 4$ với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x - y - 1 \leq 0 \\ x + 4y + 9 \geq 0 \\ x - 2y + 3 \geq 0 \end{cases}$$

Biết T đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = x_0$ và $y = y_0$. Tính $x_0^2 + y_0^2$.

Trả lời:.....

Câu 13. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị Prôtêin và 400 đơn vị lipít trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kg thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipít. Mỗi kg thịt lợn chứa 600 đơn vị prôtêin và 400 đơn vị Lipít. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6kg thịt bò và 1,1kg thịt lợn, giá tiền mỗi kg thịt bò là 250.000 đồng, giá tiền mỗi kg thịt lợn là 85.000 đồng. Hỏi chi phí ít nhất để mua thịt mỗi ngày của gia đình đó là bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 14. Một công ty X có 2 phân xưởng A, B cùng sản xuất 2 loại sản phẩm M, N . Số đơn vị sản phẩm các loại được sản xuất ra và chi phí mỗi giờ hoạt động của A, B như sau:

	Phân xưởng 1	Phân xưởng 2
Sản phẩm M	250	250
Sản phẩm N	100	200
Chi phí	600.000	1.000.000

Công ty nhận được yêu cầu đặt hàng là 5000 đơn vị sản phẩm M và 3000 đơn vị sản phẩm N .

Công ty đã tìm được cách phân phối thời gian cho mỗi phân xưởng hoạt động thỏa mãn yêu cầu đơn đặt hàng và chi phí thấp nhất. Hỏi chi phí thấp nhất bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 15. Một người dùng ba loại nguyên liệu A, B, C để sản xuất ra hai loại sản phẩm P và Q . Để sản xuất 1kg mỗi loại sản phẩm P hoặc Q phải dùng một số kilôgam nguyên liệu khác nhau. Tổng số kilôgam nguyên liệu mỗi loại mà người đó có và số kilôgam từng loại nguyên liệu cần thiết để sản xuất ra 1 kg sản phẩm mỗi loại được cho trong bảng sau:

Loại nguyên liệu	Số kilôgam nguyên liệu đang có	Số kilôgam từng loại nguyên liệu cần để sản xuất 1kg sản phẩm	
		P	Q
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Biết $1kg$ sản phẩm P có lợi nhuận 3 triệu đồng và $1kg$ sản phẩm Q có lợi nhuận 5 triệu đồng. Người đó đã lập được phương án sản xuất hai loại sản phẩm trên sao cho có lãi cao nhất. Hỏi lãi cao nhất bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 16. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = 3y - 2x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} x - y \leq 6 \\ y - 2x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \end{cases}.$$

Trả lời:

Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = x - 3y + 1$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ y - x \leq 1 \\ x + y \geq 2 \end{cases}.$$

Trả lời:

Câu 18. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = x - y$ với điều kiện
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}.$$

Trả lời:

Câu 19. Trong mặt phẳng Oxy , cho tứ giác $ABCD$ có $A(-3; 0); B(0; 2); C(3; 1); D(3; -2)$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho điểm $M(m; m - 1)$ nằm trong hình tứ giác $ABCD$ kể cả 4 cạnh.

Trả lời:

Câu 20. Trong một đợt dã ngoại, một trường học cần thuê xe chở 180 người và 8 tấn hàng. Nơi thuê xe có hai loại xe A và B , trong đó xe A có 10 chiếc và xe B có 9 chiếc. Một xe loại A cho thuê với giá 5 triệu đồng và một xe loại B cho thuê với giá 4 triệu đồng. Biết rằng mỗi xe loại A có thể chở tối đa 30 người và 0,8 tấn hàng, mỗi xe loại B có thể chở tối đa 20 người và 1,6 tấn hàng. Tìm số xe mỗi loại sao cho chi phí thuê là thấp nhất.

Trả lời:

Câu 21. Một gia đình cần ít nhất 1200 đơn vị protein và 800 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất $2,0kg$ thịt bò và $1,5kg$ thịt lợn. Giá tiền $1kg$ thịt bò là 200 nghìn đồng, $1kg$ thịt lợn là 100 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipit trong thức ăn. Tính $4x^2 + y^2$.

Trả lời:

Câu 22. Một hộ nông dân định trồng bắp và khoai lang trên diện tích 4ha. Trên diện tích mỗi ha, nếu trồng bắp thì cần 10 công và thu 2 triệu đồng, nếu trồng khoai lang thì cần 15 công và thu 2,5 triệu đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu ha để thu được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 45 công.

Trả lời:

Câu 23. Người ta dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 160kg hóa chất A và 12kg hóa chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 5 triệu đồng có thể chiết xuất được 25kg chất A và 1,2kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 4 triệu đồng có thể chiết xuất được 20kg chất A và 2kg chất B. Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất. Biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 9 tấn nguyên liệu loại I và không quá 7 tấn nguyên liệu loại II.

Trả lời:

LỜI GIẢI THAM KHẢO

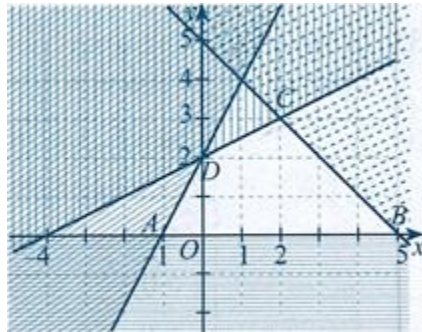
Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $m \leq -x + y$ với mọi cặp số $(x; y)$ thỏa mãn hệ bất

phương trình sau:
$$\begin{cases} -2x + y \leq 2 \\ -x + 2y \leq 4 \\ x + y \leq 5 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Trả lời: $m \leq -5$

Lời giải

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác ABCD với $A(-1; 0), B(5; 0), C(2; 3), D(0; 2)$ (Hình). Ta có: $x - y + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -x + y$.



Đặt $F = -x + y$. Tính giá trị của $F = -x + y$ tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh tứ giác ABCD rồi so sánh bằng -5 tại $x = 5, y = 0$.

Để $m \leq -x + y$ với mọi x, y thoả mãn hệ bất phương trình đã cho thì $m \leq \min F$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình đó hay $m \leq -5$.

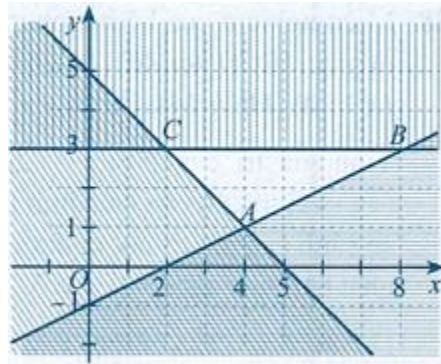
Câu 2. Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x + y \geq 5 \\ x - 2y \leq 2 \text{ (II)} \\ y \leq 3. \end{cases}$$
 Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất

phương trình $2x - 5y + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi cặp số $(x; y)$ thoả mãn hệ bất phương trình (II).

Trả lời: $m \geq 11$

Lời giải

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (II) là miền tam giác ABC với $A(4;1)$, $B(8;3)$, $C(2;3)$ (Hình).



Ta có: $2x - 5y + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -2x + 5y$.

Đặt $F = -2x + 5y$. Tính giá trị của $F = -2x + 5y$ tại các cặp số $(x; y)$ là toạ độ của các đỉnh tam giác ABC rồi so sánh các giá trị đó, ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 11 tại $x = 2, y = 3$.

Để bất phương trình $2x - 5y + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x, y thoả mãn hệ bất phương trình đã cho thì $m \geq \max F$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình đó hay $m \geq 11$.

Câu 3. Trong một cuộc thi pha chế đồ uống gồm hai loại là A và B , mỗi đội chơi được sử dụng tối đa $24g$ hương liệu, 9 cốc nước lọc và $210g$ đường. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại A cần 1 cốc nước lọc, $30g$ đường và $1g$ hương liệu. Để pha chế 1 cốc đồ uống loại B cần 1 cốc nước lọc, $10g$ đường và $4g$ hương liệu. Mỗi cốc đồ uống loại A nhận được 6 điểm thưởng, mỗi cốc đồ uống loại B nhận được 8 điểm thưởng. Để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế bao nhiêu cốc đồ uống mỗi loại?

Trả lời: 4 cốc đồ uống loại A , 5 cốc đồ uống loại B .

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số cốc đồ uống loại A , loại B mà đội chơi cần pha chế với $x \geq 0, y \geq 0$.

Số cốc nước cần dùng là: $x + y$ (cốc).

Lượng đường cần dùng là: $30x + 10y(g)$.

Lượng hương liệu cần dùng là: $x + 4y(g)$.

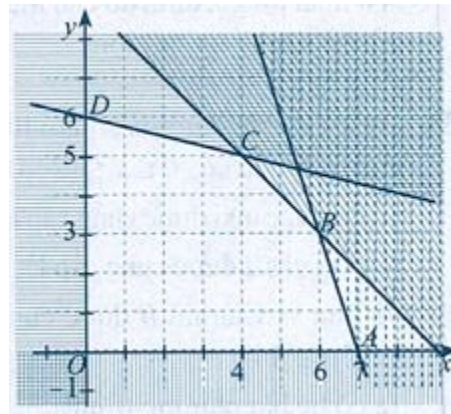
$$\text{Theo giả thiết, ta có: } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 9 \\ 30x + 10y \leq 210 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 9 \\ 3x + y \leq 21 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \quad (III)$$

Số điểm thường nhận được là: $F = 6x + 8y$.

Ta tìm giá trị lớn nhất trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (III).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (III) là miền ngũ giác $OABCD$ với

$O(0;0), A(7;0), B(6;3), C(4;5), D(0;6)$ (hình).



Tính giá trị của $F = 6x + 8y$ tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh ngũ giác $OABCD$ rồi so sánh các giá trị đó, ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 64 tại $x = 4; y = 5$.

Vậy để đạt được số điểm thưởng cao nhất, đội chơi cần pha chế 4 cốc đồ uống loại A , 5 cốc đồ uống loại B .

Câu 4. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi ki-lô-gam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi ki-lô-gam thịt lợn (heo) chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn; giá 1 kg thịt bò là 200000 đồng, 1 kg thịt lợn là 160000 đồng. Hỏi gia đình đó cần mua bao

nhiều ki-lô-gam thịt mỗi loại để đảm bảo cung cấp đủ lượng protein, lipid cho gia đình và có chi phí là ít nhất?

Trả lời: $0,6kg$ thịt bò và $0,7kg$ thịt lợn

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số ki-lô-gam thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó mua trong một ngày với

$$0 \leq x \leq 1,6, 0 \leq y \leq 1,1$$

Số đơn vị protein gia đình có là: $800x + 600y$.

Số đơn vị lipid gia đình có là: $200x + 400y$. Theo bài ra, ta có:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 800x + 600y \geq 900 \\ 200x + 400y \geq 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases} \quad (IV)$$

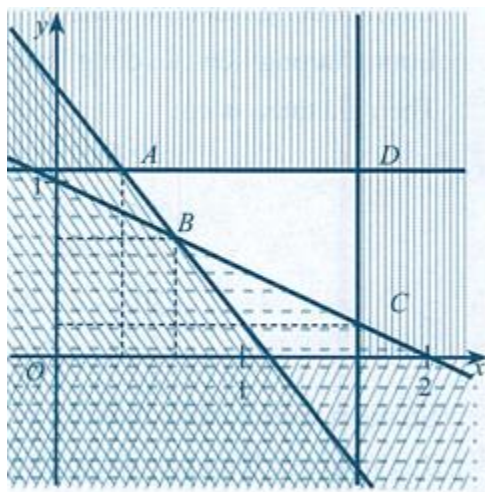
Số tiền gia đình đã dùng để mua thịt bò và thịt lợn là:

$$T = 200000x + 160000y \text{ (đồng)}.$$

Bài toán đưa về tìm x, y là nghiệm của hệ bất phương trình (IV) để $T = 200000x + 160000y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trước hết, ta biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (IV).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (IV) là miền tứ giác $ABCD$ với $A(0, 3; 1,1)$, $B(0,6; 0,7)$, $C(1,6; 0,2)$, $D(1,6; 1,1)$ (hình)



Tính giá trị của T tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh tứ giác $ABCD$ rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 232000 đồng tại $x = 0,6; y = 0,7$

Vậy để đảm bảo cung cấp đủ lượng protein, lipid cho gia đình và có chi phí là ít nhất thì gia đình đó cần mua thêm 0,6kg thịt bò và 0,7kg thịt lợn

Câu 5. Nhân dịp tết Trung thu, xí nghiệp sản xuất bánh muốn sản xuất hai loại bánh: bánh nướng và bánh dẻo. Để sản xuất hai loại bánh này, xí nghiệp cần: đường, bột mì, trứng, mứt bí, lạp xường,... Xí nghiệp đã nhập về 600kg bột mì và 240kg đường, các nguyên liệu khác luôn đáp ứng được số lượng mà xí nghiệp cần. Mỗi chiếc bánh nướng cần 120g bột mì, 60g đường. Mỗi chiếc bánh dẻo cần 160g bột mì và 40g đường. Theo khảo sát thị trường, lượng bánh dẻo tiêu thụ không vượt quá ba lần lượng bánh nướng và sản phẩm của xí nghiệp sản xuất luôn được tiêu thụ hết. Mỗi chiếc bánh nướng lãi 8000 đồng, mỗi chiếc bánh dẻo lãi 6000 đồng, Hãy lập kế hoạch sản xuất cho xí nghiệp để đáp ứng nhu cầu thị trường; đảm bảo lượng bột mì, đường không vượt quá số lượng mà xí nghiệp đã chuẩn bị và vẫn thu được lợi nhuận cao nhất.

Trả lời: 3000 chiếc bánh nướng và 1.500 chiếc bánh dẻo.

Lời giải

Gọi x, y (chiếc) là số lượng bánh nướng, bánh dẻo mà xí nghiệp cần sản xuất. Trong đó $0 < x, 0 < y$ với $x, y \in \mathbb{N}^*$.

Khối lượng bột mì cần dùng là: $0,12x + 0,16y(kg)$.

Khối lượng đường cần dùng là: $0,06x + 0,04y(kg)$.

Ta có: $0,12x + 0,16y \leq 600$ hay $3x + 4y \leq 15000$;

$0,06x + 0,04y \leq 240$ hay $3x + 2y \leq 12000$.

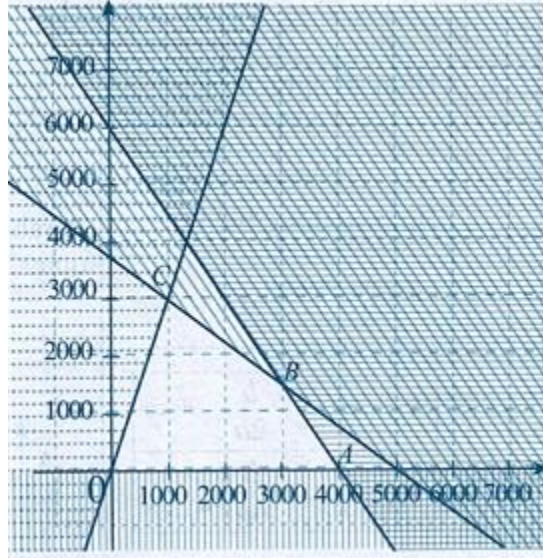
Số tiền lãi thu được là: $T = 8x + 6y$ (nghìn đồng). Bài toán đưa về, tìm x, y là nghiệm của hệ bất phương

$$\text{trình: } \begin{cases} 3x + 4y \leq 15000 \\ 3x + 2y \leq 12000 \\ y \leq 3x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (V) \text{ để } T = 8x + 6y \text{ đạt giá trị lớn nhất.}$$

Trước hết, ta biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (V).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $OABC$ với

$$O(0;0), A(4000;0), B(3000;1500), C(1000;3000)$$



Tính giá trị của T tại các cặp số $(x; y)$ là toạ độ các đỉnh trên rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị lớn nhất bằng 33000 (nghìn đồng) hay 33 triệu đồng tại $x = 3000; y = 1500$.

Vậy để đạt được tiền lãi cao nhất, xí nghiệp nên sản xuất 3000 chiếc bánh nướng và 1.500 chiếc bánh dẻo.

Câu 6. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm là sản phẩm loại I và sản phẩm loại II:

Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ, thu lời được 40 nghìn.

Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, thu lời được 30 nghìn. Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc tối đa. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

Trả lời: 20 sản phẩm loại I và 40 sản phẩm loại II

Lời giải:

Gọi x, y lần lượt là số kg sản phẩm loại I và loại II mà xưởng sản xuất được.

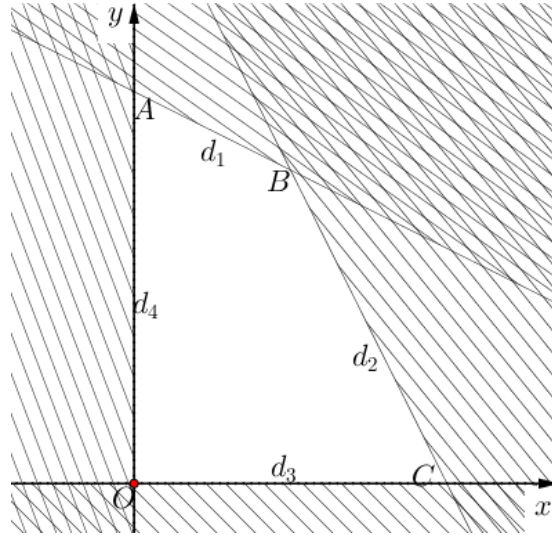
Tổng nguyên liệu được dùng là $2x + 4y(kg)$; tổng thời gian sản xuất là $30x + 15y$ (giờ); $x, y \geq 0$.

$$\text{Ta có hệ bất phương trình: } \begin{cases} 2x + 4y \leq 200 \\ 30x + 15y \leq 1200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y \leq 100 \\ 2x + y \leq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Vẽ trên cùng hệ trục các đường thẳng $d_1: x + 2y = 100, d_2: 2x + y = 80, d_3: y = 0, d_4: x = 0$

Ta có điểm $M(1;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình vì khi thay tọa độ điểm này vào hệ:

$$\begin{cases} 1+2.1 \leq 100 \\ 2.1+1 \leq 80 \\ 1 \geq 0 \\ 1 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{đúng})$$



Gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ (nửa mặt phẳng có bờ là các đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4 và không chứa điểm M). Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình chính là miền của tứ giác $OABC$ (kể cả các cạnh của tứ giác đó) với $O(0;0), A(0;50), B(20;40), C(40;0)$.

Lãi thu về từ việc sản xuất hai sản phẩm: $F(x; y) = 40x + 30y$ (nghìn đồng).

Tại $O(0;0)$, ta có $F(0;0) = 0$; tại $A(0;50)$, ta có $F(0;50) = 1500$; tại $B(20;40)$, ta có $F(20;40) = 2000$; tại $C(40;0)$, ta có $F(40;0) = 1600$.

Vậy lãi suất cao nhất thu được bằng 2000000 đồng, khi đó $x = 20, y = 40$ (tức là xưởng cần sản xuất ra 20 sản phẩm loại I và 40 sản phẩm loại II).

Câu 7. Một hộ nông dân định trồng dưa và củ đậu trên diện tích 8 ha. Trên diện tích mỗi ha, nếu trồng dưa thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng, nếu trồng củ đậu thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu ha để thu được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 180.

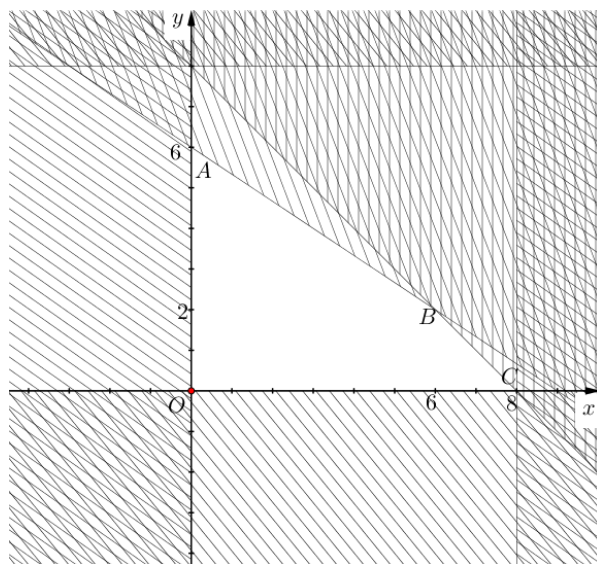
Trả lời: 6ha dưa và 2ha củ đậu

Lời giải:

Gọi x, y lần lượt là số ha trồng dưa và củ đậu. Điều kiện: $0 \leq x \leq 8, 0 \leq y \leq 8$. Tổng diện tích trồng $x + y$ (ha); tổng số công cần thiết là $20x + 30y$ (công). Số tiền thu được là $T(x, y) = 3x + 4y$

Ta có hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ (*) là miền tứ giác $OABC$ (kể cả biên) với $O(0;0), A(0;6), B(6;2), C(8;0)$



Khi đó $T(x, y)$ đạt cực đại tại một trong các đỉnh của tứ giác $OABC$.

Ta có: $T(0,0) = 0; T(0,6) = 24; T(6,2) = 26; T(8,0) = 24$.

Vậy giá trị lớn nhất của $T(x, y)$ bằng 26 (triệu đồng), khi đó $x = 6, y = 2$ (tức là hộ nông dân cần trồng 6ha dưa và 2ha củ đậu để có thể thu lại số tiền nhiều nhất).

Câu 8. Có ba nhóm máy X, Y, Z dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại lần lượt phải dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được dùng cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị	
		Loại I	Loại II
X	10	2	2
Y	4	0	2
Z	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm loại I lãi 3 nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi 5 nghìn đồng. Hãy lập kế hoạch sản xuất để cho tổng số tiền lãi thu được là cao nhất.

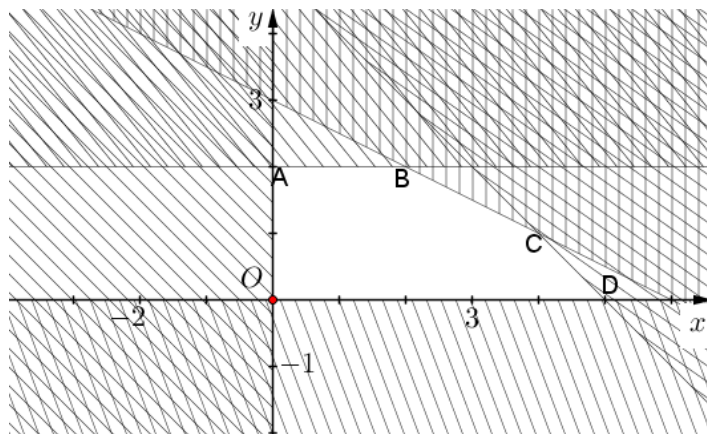
Trả lời: 4 sản phẩm loại I và 1 sản phẩm loại II

Lời giải

Gọi x là số đơn vị sản phẩm loại I, y là số đơn vị sản phẩm loại II sản xuất ra. Như vậy tiền lãi có được là $F(x; y) = 3x + 5y$ (nghìn đồng).

Theo giả thiết, số máy cần dùng nhóm X: $2x + 2y$ (máy); số máy cần dùng ở nhóm Y là $0x + 2y$ (máy); số máy cần dùng ở nhóm Z là $2x + 4y$ (máy).

Ta có hệ bất phương trình (*):
$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 10 \\ 2y \leq 4 \\ 2x + 4y \leq 12 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}.$$



Miền nghiệm của hệ (*) được biểu diễn là miền của ngũ giác $OABCD$ với $O(0;0), A(0;2), B(2;2), C(4;1), D(5;0)$.

Xét $O(0;0)$, ta có $F(0;0) = 3.0 + 5.0 = 0$;

Xét $A(0;2)$, ta có $F(0;2) = 3.0 + 5.2 = 10$;

Xét $B(2;2)$, ta có $F(2;2) = 3.2 + 5.2 = 16$;

Xét $C(4;1)$, ta có $F(4;1) = 3.4 + 5.1 = 17$;

Xét $D(5;0)$, ta có $F(5;0) = 3.5 + 5.0 = 15$.

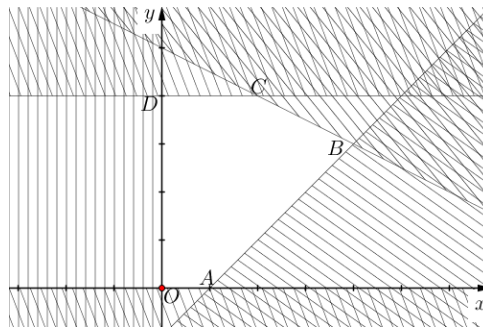
Từ các kết quả trên, ta thấy khoản lãi lớn nhất ($F(x; y)$ lớn nhất) bằng 17 (ngàn đồng), khi đó người ta cần làm ra 4 sản phẩm loại I và 1 sản phẩm loại II (tức là $x = 4, y = 1$).

Câu 9. Tìm GTLN của $f(x, y) = x + 2y$ với điều kiện

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 & (d_1) \\ 0 \leq x & (d_2) \\ x - y - 1 \leq 0 & (d_3) \\ x + 2y - 10 \leq 0 & (d_4) \end{cases}$$

Trả lời: 10

Lời giải



$\{M(x; y)\}$ thỏa mãn (I) là miền bên trong đa giác $OABCD$

Tìm tọa độ A, B, C, D bằng phương pháp đồ thị hay phương trình hoành độ giao điểm.

Thay tọa độ O, A, B, C, D vào $f(x; y) = x + 2y$ ta có

	O	A	B	C	D
$f(x, y)$	0	1	10	10	8

$$\Rightarrow \max(f(x; y)) = 10$$

Câu 10. Bác Năm dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 8 hecta (ha). Nếu trồng 1 ha ngô thì cần 20 ngày công và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần 30 ngày công và thu được 50 triệu đồng. Bác Năm cần trồng bao nhiêu ha cho mỗi loại cây để thu được nhiều tiền nhất? Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng không quá 180 ngày công cho việc trồng ngô và đậu xanh.

Trả lời: 6 ha ngô và 2 ha đậu xanh.

Lời giải

Gọi x là số hecta (ha) đất trồng ngô và y là số hecta đất trồng đậu xanh.

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau: Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$.

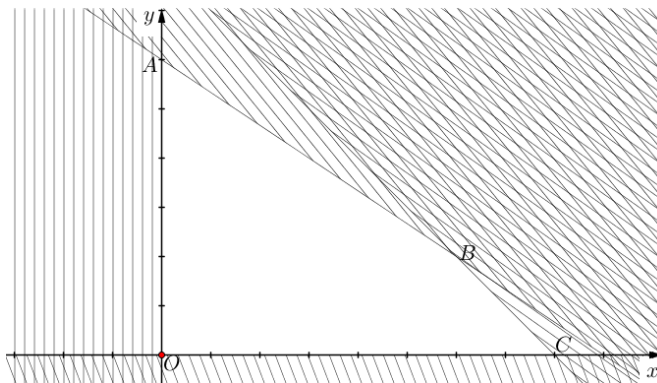
Diện tích canh tác không vượt quá 8 ha nên $x + y \leq 8$.

Số ngày công sử dụng không vượt quá 180 nên $20x + 30y \leq 180$.

Từ đó, ta có hệ bất phương trình mô tả các điều kiện ràng buộc:

$$\begin{cases} x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình này trên hệ trục tọa độ Oxy, ta được miền tứ giác $OABC$ (Hình). Tọa độ các đỉnh của tứ giác đó là: $O(0;0); A(0;6); B(6;2); C(8;0)$



Gọi F là số tiền (đơn vị: triệu đồng) bác Năm thu được, ta có: $F = 40x + 50y$.

Ta phải tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình sao cho F đạt giá trị lớn nhất, nghĩa là tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = 40x + 50y$ trên miền tứ giác $OABC$.

Tính các giá trị của biểu thức F tại các đỉnh của đa giác, ta có:

Tại $O(0;0)$: $F = 40.0 + 50.0 = 0$; Tại $A(0;6)$: $F = 40.0 + 50.6 = 300$;

Tại $B(6;2)$: $F = 40.6 + 50.2 = 340$; Tại $C(8;0)$: $F = 40.8 + 50.0 = 320$.

F đạt giá trị lớn nhất bằng 340 tại $B(6;2)$.

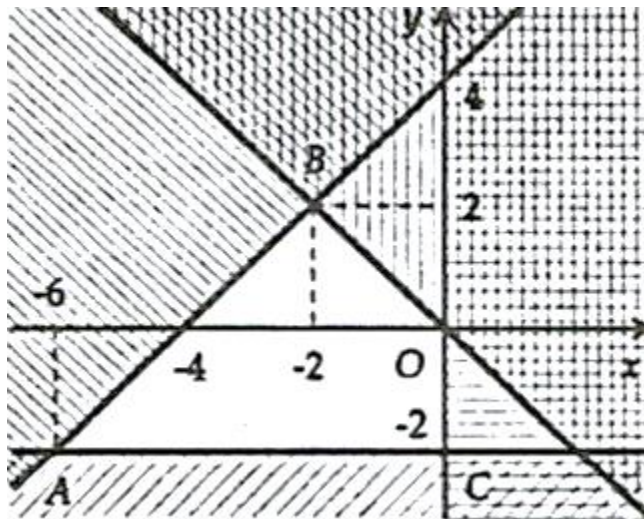
Vậy để thu được nhiều tiền nhất, bác Năm cần trồng 6 ha ngô và 2 ha đậu xanh.

Câu 11. Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x - y + 4 \geq 0 \\ x + y \leq 0 \\ x \leq 0 \\ y + 2 \geq 0 \end{cases}$$
. Miền nghiệm của hệ tạo thành là hình gì?

Trả lời: Tứ giác

Lời giải

Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $ABOC$ với $A(-6; -2)$, $B(-2; 2)$ và $C(0; -2)$



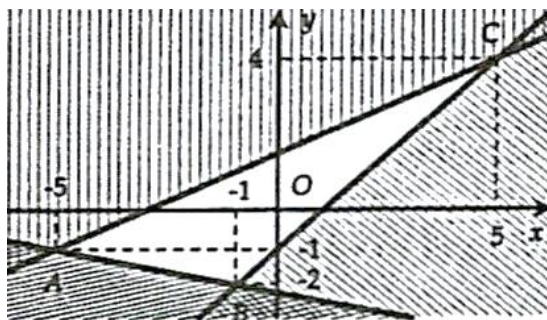
Câu 12. Cho biểu thức $T = 3x - 2y - 4$ với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x - y - 1 \leq 0 \\ x + 4y + 9 \geq 0 \\ x - 2y + 3 \geq 0 \end{cases}$$

Biết T đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = x_0$ và $y = y_0$. Tính $x_0^2 + y_0^2$.

Trả lời: 26

Lời giải

Miền nghiệm của hệ là miền tam giác ABC với $A(-5; -1)$, $B(-1; -2)$ và $C(5; 4)$. Lập bảng:



Đỉnh	$A(-5;-1)$	$B(-1;-2)$	$C(5;4)$
T	-17	-3	3

Vậy T đạt giá trị nhỏ nhất bằng -17 khi $x = -5$ và $y = -1$.

Do đó $x_0 = -5$ và $y_0 = -1 \Rightarrow x_0^2 + y_0^2 = 26$.

Câu 13. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị Prôtêin và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kg thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kg thịt lợn chứa 600 đơn vị prôtêin và 400 đơn vị Lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất $1,6\text{kg}$ thịt bò và $1,1\text{kg}$ thịt lợn, giá tiền mỗi kg thịt bò là 250.000 đồng, giá tiền mỗi kg thịt lợn là 85.000 đồng. Hỏi chi phí ít nhất để mua thịt mỗi ngày của gia đình đó là bao nhiêu?

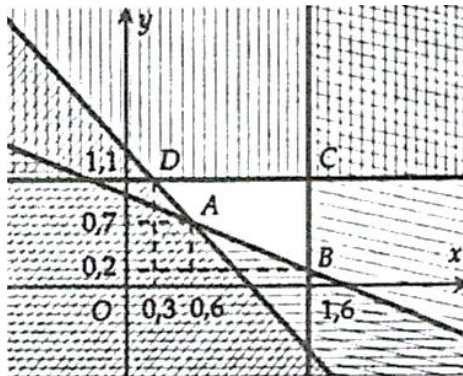
Trả lời: 168.500 đồng.

Lời giải

Gọi x và y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó mua mỗi ngày. Khi đó x và y phải thỏa

$$\text{mãn hệ: } \begin{cases} 8x + 6y \geq 9 \\ 2x + 4y \geq 4 \\ 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \end{cases} . \text{ Lượng tiền để mua thịt là: } T = 250x + 85y \text{ (nghìn đồng).}$$

Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $ABCD$ với $A(0,6;0,7)$, $B(1,6;0,2)$, $C(1,6;1,1)$ và $D = (0,3;1,1)$.



Lập bảng:

Đỉnh	$A(0,6;0,7)$	$B(1,6;0,2)$
T	209.500	417.000
Đỉnh	$C(1,6;1,1)$	$D(0,3;1,1)$
T	493.500	168.500

Vậy chi phí mua thịt ít nhất là 168.500 đồng.

Câu 14. Một công ty X có 2 phân xưởng A, B cùng sản xuất 2 loại sản phẩm M, N . Số đơn vị sản phẩm các loại được sản xuất ra và chi phí mỗi giờ hoạt động của A, B như sau:

	Phân xưởng 1	Phân xưởng 2
Sản phẩm M	250	250
Sản phẩm N	100	200
Chi phí	600.000	1.000.000

Công ty nhận được yêu cầu đặt hàng là 5000 đơn vị sản phẩm M và 3000 đơn vị sản phẩm N .

Công ty đã tìm được cách phân phối thời gian cho mỗi phân xưởng hoạt động thỏa mãn yêu cầu đơn đặt hàng và chi phí thấp nhất. Hỏi chi phí thấp nhất bằng bao nhiêu?

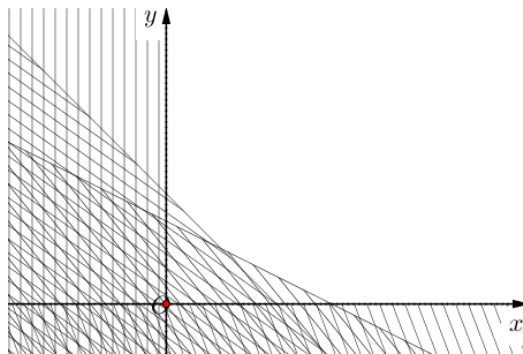
Trả lời: 16000000 đồng.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số giờ nên cho phân xưởng A và B . Ta có bài toán

$$F = 600000x + 1000000y \rightarrow \min F \text{ thỏa } \begin{cases} 250x + 250y \geq 5000 & (1) \\ 100x + 200y \geq 3000 & (2) \\ x \geq 0, y \geq 0 & (3) \end{cases}$$

Miền ràng buộc D của bài toán được biểu diễn bằng cách vẽ đồ thị bất phương trình (1) và (2) và (3) tạo thành miền kín rồi lấy các điểm giao nhau làm tọa độ điểm đỉnh. Đỉnh nào làm cho F nhỏ nhất thì thỏa yêu cầu bài toán.



Qua vẽ hình ta tìm được phương án tối ưu là $x = 10, y = 10$

Vậy để thỏa mãn yêu cầu đặt hàng với chi phí thấp nhất công ty cần cho phân xưởng A và B hoạt động 10 giờ. Chi phí thấp nhất là 16000000 đồng.

Câu 15. Một người dùng ba loại nguyên liệu A, B, C để sản xuất ra hai loại sản phẩm P và Q . Để sản xuất 1kg mỗi loại sản phẩm P hoặc Q phải dùng một số kilôgam nguyên liệu khác nhau. Tổng số kilôgam nguyên liệu mỗi loại mà người đó có và số kilôgam từng loại nguyên liệu cần thiết để sản xuất ra 1 kg sản phẩm mỗi loại được cho trong bảng sau:

Loại nguyên liệu	Số kilôgam nguyên liệu đang có	Số kilôgam từng loại nguyên liệu cần để sản xuất 1kg sản phẩm	
		P	Q
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

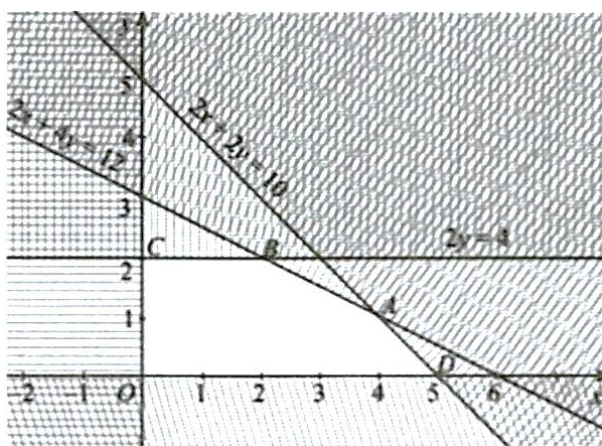
Biết 1kg sản phẩm P có lợi nhuận 3 triệu đồng và 1kg sản phẩm Q có lợi nhuận 5 triệu đồng. Người đó đã lập được phương án sản xuất hai loại sản phẩm trên sao cho có lãi cao nhất. Hỏi lãi cao nhất bằng bao nhiêu?

Trả lời: 17 triệu đồng.

Lời giải

Gọi x là số kilôgam sản phẩm P , y là số kilôgam sản phẩm Q cần sản xuất. Ta có hệ bất phương trình:
 $2x + 2y \leq 10; 2y \leq 4; 2x + 4y \leq 12; x \geq 0; y \geq 0$.

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy, ta được như hình trên.



Miền nghiệm là miền ngũ giác $OCBAD$, các đỉnh: $O(0;0); C(0;2); B(2;2); A(4;1); D(5;0)$

Gọi F là số tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) thu được, ta có: $F = 3x + 5y$.

Tính giá trị của F tại các đỉnh của ngũ giác:

Tại $O(0;0): F = 3.0 + 5.0 = 0$; Tại $C(0;2): F = 3.0 + 5.2 = 10$;

Tại $B(2;2): F = 3.2 + 5.2 = 16$; Tại $A(4;1): F = 3.4 + 5.1 = 17$;

Tại $D(5;0): F = 3.5 + 5.0 = 15$. F đạt giá trị lớn nhất bằng 17 tại $A(4;1)$.

Vậy cần sản xuất 4kg sản phẩm P và 1 kg sản phẩm Q để có lãi cao nhất là 17 triệu đồng.

Câu 16. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = 3y - 2x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} x - y \leq 6 \\ y - 2x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$

Trả lời: -16

Lời giải

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = 3y - 2x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} x - y \leq 6 \\ x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$
. Vẽ đường thẳng

$d_1: x - y - 6 = 0$ đi qua hai điểm $(0; -6)$ và $(6; 0)$.

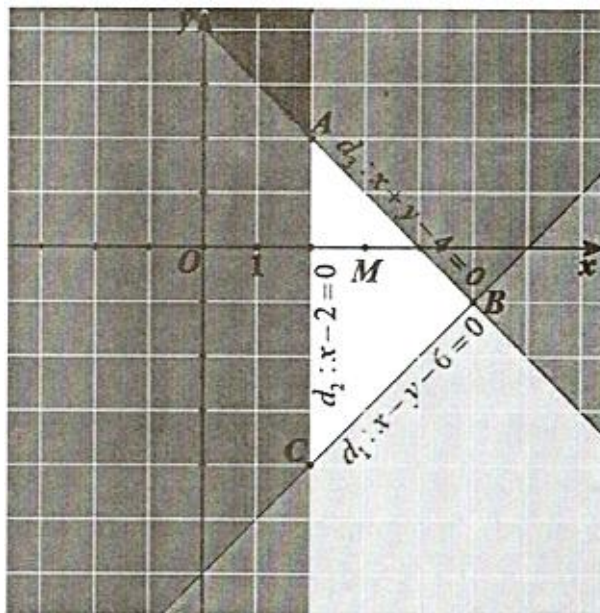
Vẽ đường thẳng $d_2: x - 2 = 0$ đi qua hai điểm $(2; 0)$ và $(2; 2)$.

Vẽ đường thẳng $d_3: x + y - 4 = 0$ đi qua hai điểm $(0; 4)$ và $(4; 0)$.

Xét điểm $M(3; 0)$. Ta thấy tọa độ M thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Do đó, miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y \leq 6 \\ x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$
 là miền không bị tô đậm (hình tam giác ABC

bao gồm cả các cạnh AB, BC và AC trên hình vẽ).



Tìm tọa độ các điểm A, B, C .

Điểm $A = d_2 \cap d_3$ nên tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 2 \\ x + y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$. Vậy $A(2; 2)$.

Điểm $B = d_1 \cap d_3$ nên tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - y - 6 = 0 \\ x + y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$. Vậy $B(5; -1)$.

Điểm $C = d_1 \cap d_2$ nên tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 2 \\ x - y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \end{cases}$. Vậy $C(2; -4)$.

Ta thấy $F = 3y - 2x$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C .

Tại $A(2; 2)$ thì $F = 2$.

Tại $B(5; -1)$ thì $F = -13$

Tại $C(2; -4)$ thì $F = -16$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = 3y - 2x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} x - y \leq 6 \\ x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$ là -16 khi

$x = 2, y = -4$.

Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = x - 3y + 1$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ y - x \leq 1 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$.

Trả lời: 3

Lời giải

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = x - 3y + 1$ trên miền xác định bởi hệ

$$\begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ y - x \leq 1 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$$

Vẽ đường thẳng $d_1: 2x - y - 4 = 0$ đi qua hai điểm $(0; -4)$ và $(2; 0)$.

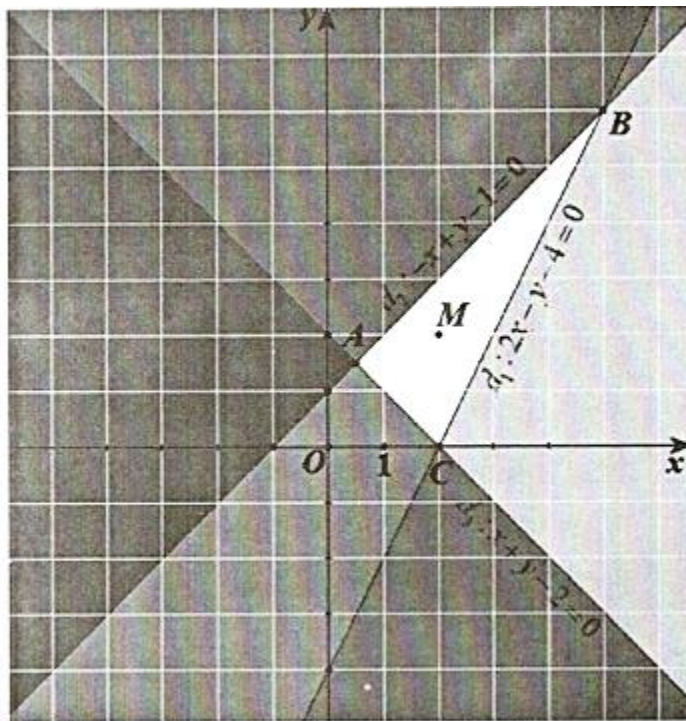
Vẽ đường thẳng $d_2: -x + y - 1 = 0$ đi qua hai điểm $(0; 1)$ và $(-1; 0)$.

Vẽ đường thẳng $d_3: x + y - 2 = 0$ đi qua hai điểm $(0; 2)$ và $(2; 0)$.

Xét điểm $M(2; 2)$. Ta thấy tọa độ M thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Do đó, miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ y - x \leq 1 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$ là miền không bị tô đậm (hình tam giác

ABC bao gồm cả các cạnh AB, BC và AC trên hình vẽ).



Tìm tọa độ các điểm A, B, C .

Điểm $A = d_2 \cap d_3$ nên tọa độ điểm A là

ng nghiệm của hệ $\begin{cases} -x+y=1 \\ x+y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}.$

Vậy $A\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right).$

Điểm $B = d_1 \cap d_2$ nên tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x-y-4=0 \\ -x+y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=6 \end{cases}.$ Vậy $B(5;6).$

Điểm $C = d_1 \cap d_3$ nên tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x-y-4=0 \\ x+y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}.$ Vậy $C(2;0).$

Ta thấy $F = x - 3y + 1$ đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm $A, B, C.$

Tại $A\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ thì $F = -3.$

Tại $B(5;6)$ thì $F = -12$

Tại $C(2;0)$ thì $F = 3$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $F = x - 3y + 1$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} 2x-y \leq 4 \\ y-x \leq 1 \\ x+y \geq 2 \end{cases}$ là 3

khi $x = 2, y = 0.$

Câu 18. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = x - y$ với điều kiện $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}.$

Trả lời: -3

Lời giải

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = x - y$ với điều kiện $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}.$

Vẽ đường thẳng $d_1 : x = 0$ đi qua hai điểm $(0;0)$ và $(0;1).$

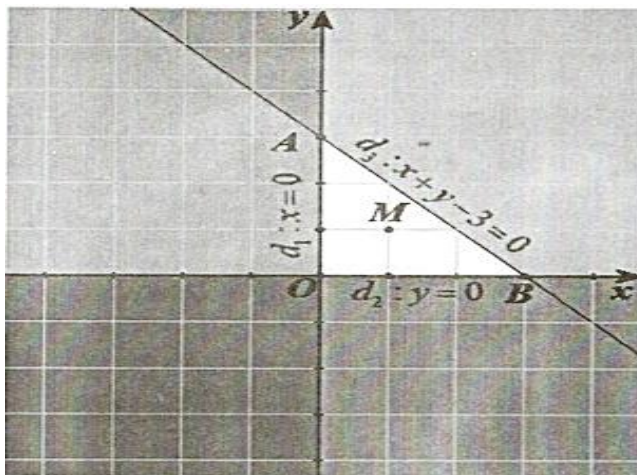
Vẽ đường thẳng $d_2 : y = 0$ đi qua hai điểm $(0;0)$ và $(1;0).$

Vẽ đường thẳng $d_3 : x + y - 3 = 0$ đi qua hai điểm $(0; 3)$ và $(3; 0)$.

Xét điểm $M(1; 1)$. Ta thấy tọa độ M thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Do đó, miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$$
 là miền không bị tô đậm (hình tam giác

OAB bao gồm cả các cạnh OA, OB và AB trên hình vẽ).



Tìm tọa độ các điểm O, A, B .

Điểm $O = d_1 \cap d_2$ nên tọa độ điểm O là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$. Vậy $O(0; 0)$.

Điểm $A = d_1 \cap d_3$ nên tọa độ điểm A là

nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$. Vậy $A(0; 3)$.

Điểm $B = d_2 \cap d_3$ nên tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$. Vậy $B(3; 0)$.

Ta thấy $F = x - y$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm O, A, B .

Tại $O(0; 0)$ thì $F = 0$.

Tại $A(0; 3)$ thì $F = -3$

Tại $B(3; 0)$ thì $F = 3$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = x - y$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$ là -3

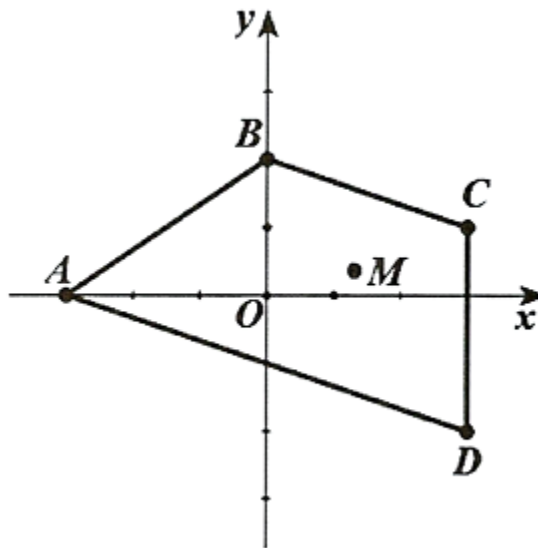
khi $x = 0, y = 3$.

Câu 19. Trong mặt phẳng Oxy , cho tứ giác $ABCD$ có $A(-3;0); B(0;2); C(3;1); D(3;-2)$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho điểm $M(m;m-1)$ nằm trong hình tứ giác $ABCD$ kể cả 4 cạnh.

Trả lời: $0 \leq m \leq \frac{9}{4}$

Lời giải

Trong mặt phẳng Oxy , cho tứ giác $ABCD$ có $A(-3;0); B(0;2); C(3;1); D(3;-2)$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho điểm $M(m;m-1)$ nằm trong hình tứ giác $ABCD$ kể cả 4 cạnh.



Nhận thấy hình tứ giác $ABCD$ tính cả 4 cạnh của nó là miền nghiệm của hệ bất phương trình gồm 4 bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng chứa điểm $O(0;0)$ và lần lượt có các bờ là các đường thẳng AB, BC, CD và DA .

Phương trình đường thẳng AB :

$$\frac{x+3}{0-(-3)} = \frac{y-0}{2-0} \Leftrightarrow 2x-3y+6=0.$$

Bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ AB (tính cả bờ AB) và chứa điểm O là $2x-3y+6 \geq 0$.

Phương trình đường thẳng $BC: \frac{x-0}{3-0} = \frac{y-2}{1-2} \Leftrightarrow x+3y-6=0$. Bất phương trình có miền nghiệm là là

nửa mặt phẳng bờ BC (tính cả bờ BC) và chứa điểm O là $x+3y-6 \leq 0$.

Phương trình đường thẳng $CD: x-3=0$. Bất phương trình có miền nghiệm là là nửa mặt phẳng bờ CD (tính cả bờ CD) và chứa điểm O là $x-3 \leq 0$.

Phương trình đường thẳng $DA: \frac{x+3}{3-(-3)} = \frac{y-0}{-2-0} \Leftrightarrow x+3y+3=0$. Bất phương trình có miền nghiệm

là là nửa mặt phẳng bờ DA (tính cả bờ DA) và chứa điểm O là $x+3y+3 \geq 0$.

Hình tứ giác $ABCD$ tính cả 4 cạnh của nó là miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x-3y+6 \geq 0 \\ x+3y-6 \leq 0 \\ x-3 \leq 0 \\ x+3y+3 \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

Điểm $M(m; m-1)$ nằm trong hình tứ giác $ABCD$ tính cả 4 cạnh của nó khi và chỉ khi $(m; m-1)$ là một nghiệm của hệ (1), tức là

$$\begin{cases} 2m-3(m-1)+6 \geq 0 \\ m+3(m-1)-6 \leq 0 \\ m-3 \leq 0 \\ m+3(m-1)+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 9 \\ m \leq \frac{9}{4} \\ m \leq 3 \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{9}{4}$$

Vậy các giá trị của m thỏa mãn là $0 \leq m \leq \frac{9}{4}$.

Câu 20. Trong một đợt dã ngoại, một trường học cần thuê xe chở 180 người và 8 tấn hàng. Nơi thuê xe có hai loại xe A và B , trong đó xe A có 10 chiếc và xe B có 9 chiếc. Một xe loại A cho thuê với giá 5 triệu đồng và một xe loại B cho thuê với giá 4 triệu đồng. Biết rằng mỗi xe loại A có thể chở tối đa 30 người và 0,8 tấn hàng, mỗi xe loại B có thể chở tối đa 20 người và 1,6 tấn hàng. Tìm số xe mỗi loại sao cho chi phí thuê là thấp nhất.

Trả lời: 4 xe loại A và 3 xe loại B .

Lời giải

Gọi x, y (xe) lần lượt là số xe loại A và B cần thuê.

Khi đó, số tiền cần bỏ ra để thuê xe là $F(x; y) = 5x + 4y$ (triệu đồng)

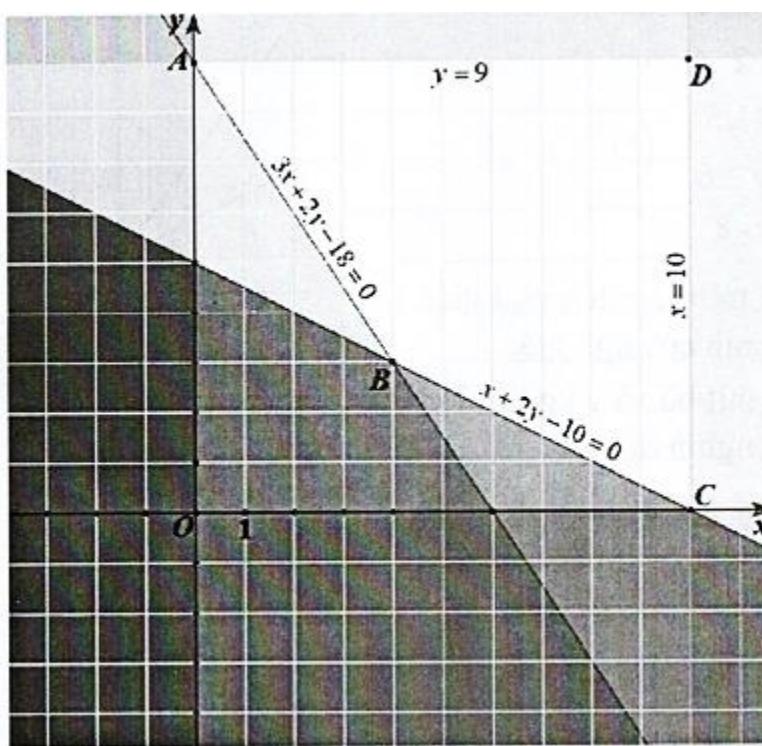
Ta có x xe loại A chở được $30x$ người và $0,8x$ tấn hàng; y xe loại B chở được $20y$ người và $1,6y$ tấn hàng.

Suy ra x xe loại A và y xe loại B chở được $30x+20y$ người và $0,8x+1,6y$ tấn hàng.

Ta có hệ bất phương trình sau:
$$\begin{cases} 30x+20y \geq 180 \\ 0,8x+1,6y \geq 8 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2y \geq 18 \\ x+2y \geq 10 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} (*)$$

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $F(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Miền nghiệm của hệ (*) là tứ giác $ABCD$ (kê cả bờ)



Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D .

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x+2y-18=0 \\ y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=9 \end{cases}$. Vậy $A(0;9)$.

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x+2y-18=0 \\ x+2y-10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$. Vậy $B(4;3)$.

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=10 \\ x+2y-10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=0 \end{cases}$. Vậy $C(10;0)$.

Tọa độ điểm D là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=10 \\ y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=9 \end{cases}$. Vậy $D(10;9)$.

Ta thấy $F(x;y) = 5x + 4y$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C, D .

Tại $A(0;9)$ thì $F = 36$ (triệu đồng).

Tại $B(4;3)$ thì $F = 32$ (triệu đồng).

Tại $C(10;0)$ thì $F = 50$ (triệu đồng).

Tại $D(10;9)$ thì $F = 86$ (triệu đồng).

Như vậy để chi phí thấp nhất cần thuê 4 xe loại A và 3 xe loại B .

Câu 21. Một gia đình cần ít nhất 1200 đơn vị protein và 800 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất $2,0\text{kg}$ thịt bò và $1,5\text{kg}$ thịt lợn. Giá tiền 1kg thịt bò là 200 nghìn đồng, 1kg thịt lợn là 100 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn. Tính $4x^2 + y^2$.

Trả lời: $\frac{45}{16}$

Lời giải

Điều kiện: $0 \leq x \leq 2; 0 \leq y \leq 1,5$

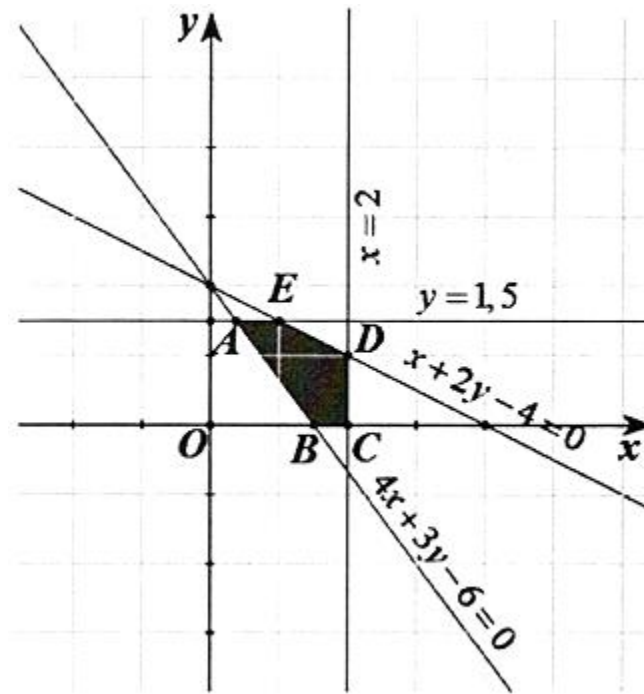
Khi đó số protein có được là $800x + 600y$ và số lipid có được là $200x + 400y$

Vì gia đình đó cần ít nhất 1200 đơn vị protein và 800 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là:

$$800x + 600y \geq 1200 \Leftrightarrow 4x + 3y \geq 6 \text{ và } 200x + 400y \geq 800 \Leftrightarrow x + 2y \geq 4$$

Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 1,5 \\ 4x + 3y \geq 6 \\ x + 2y \geq 4 \end{cases} (*)$$



Miền nghiệm của hệ trên là miền ngũ giác $ABCDE$ kể cả các cạnh của ngũ giác.

Chi phí để mua $x\text{ kg}$ thịt bò và $y\text{ kg}$ thịt lợn là $T = 200x + 100y$ (nghìn đồng).

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $T(x; y) = 200x + 100y$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D, E .

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} 4x + 5y - 6 = 0 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{8} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}. \text{ Vậy } A\left(\frac{3}{8}; \frac{3}{2}\right).$$

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}. \text{ Vậy } C(2; 0).$$

Tọa độ điểm D là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x = 2 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } D(2; 1).$$

Tọa độ điểm E là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x + 2y - 4 = 0 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}. \text{ Vậy } E\left(1; \frac{3}{2}\right).$$

Ta thấy $T(x; y) = 200x + 100y$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C, D, E .

Tại $A\left(\frac{3}{8}; \frac{3}{2}\right)$ thì $T = 200 \cdot \frac{3}{8} + 100 \cdot \frac{3}{2} = 225$ (nghìn đồng).

Tại $B\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ thì $T = 200 \cdot \frac{3}{2} + 100 \cdot 0 = 300$ (nghìn đồng).

Tại $C(2; 0)$ thì $T = 200 \cdot 2 + 100 \cdot 0 = 400$ (nghìn đồng).

Tại $D(2; 1)$ thì $T = 200 \cdot 2 + 100 \cdot 1 = 500$ (nghìn đồng).

Tại $E\left(1; \frac{3}{2}\right)$ thì $T = 200 \cdot 1 + 100 \cdot \frac{3}{2} = 350$ (nghìn đồng).

Như vậy để chi phí bỏ ra thấp nhất mà vẫn đảm bảo nhu cầu dinh dưỡng khi $x = \frac{3}{8}$ và

$$y = \frac{3}{2} \Rightarrow 4x^2 + y^2 = 4 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{45}{16}.$$

Câu 22. Một hộ nông dân định trồng bắp và khoai lang trên diện tích 4ha. Trên diện tích mỗi ha, nếu trồng bắp thì cần 10 công và thu 2 triệu đồng, nếu trồng khoai lang thì cần 15 công và thu 2,5 triệu đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu ha để thu được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 45 công.

Trả lời: 3ha bắp và 1ha khoai lang

Lời giải

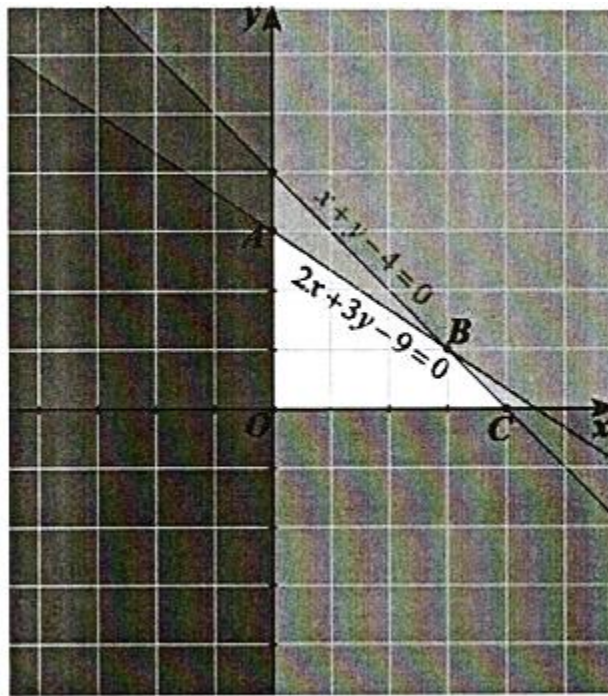
Gọi x, y (ha) lần lượt là số ha trồng bắp và khoai lang.

Điều kiện $0 \leq x \leq 4; 0 \leq y \leq 4; x + y \leq 4; 10x + 15y \leq 45 \Rightarrow 2x + 3y \leq 9$

Số tiền thu được là $T(x, y) = 2x + 2,5y$ (triệu đồng).

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} 0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 4 \\ x + y \leq 4 \\ 2x + 3y \leq 9 \end{cases} \quad (*)$$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của $T(x, y) = 2x + 2,5y$ trên miền nghiệm của hệ (*).



Tìm tọa độ các điểm O, A, B, C .

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=0 \\ 2x+3y-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=3 \end{cases}$. Vậy $A(0;3)$.

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y-4=0 \\ 2x+3y-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$. Vậy $B(3;1)$.

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y-4=0 \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=0 \end{cases}$. Vậy $C(4;0)$.

Tọa độ điểm $O(0;0)$.

Ta thấy $T(x; y) = 2x + 2,5y$ đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm O, A, B, C .

Tại $A(0;3)$ thì $T = 2.0 + 2,5.3 = 7,5$ (triệu đồng).

Tại $B(3;1)$ thì $T = 2.3 + 2,5.1 = 8,5$ (triệu đồng).

Tại $C(4;0)$ thì $T = 2.4 + 2,5.0 = 8$ (triệu đồng).

Tại $O(0;0)$ thì $T = 2.0 + 2,5.0 = 0$ (triệu đồng).

Vậy cần trồng 3ha bắp và 1ha khoai lang để thu được số tiền nhiều nhất.

Câu 23. Người ta dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 160 kg hóa chất A và 12 kg hóa chất B . Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 5 triệu đồng có thể chiết xuất được 25 kg chất A và $1,2\text{ kg}$ chất B . Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 4 triệu đồng có thể chiết xuất được 20 kg chất A và 2 kg chất B . Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất. Biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 9 tấn nguyên liệu loại I và không quá 7 tấn nguyên liệu loại II .

Trả lời: dùng $\frac{4}{5}$ tấn nguyên liệu loại I và 7 tấn nguyên liệu loại II hoặc dùng $\frac{40}{13}$ tấn nguyên liệu loại I và $\frac{54}{13}$ tấn nguyên liệu loại II

Lời giải

Gọi x, y (tấn) lần lượt là số tấn nguyên liệu loại I và loại II cần sử dụng.

Điều kiện $0 \leq x \leq 9; 0 \leq y \leq 7$.

Khi đó số kg chất A thu được là: $25x + 20y$

Số kg chất B thu được là: $1,2x + 2y$

Ta có hệ bất phương trình

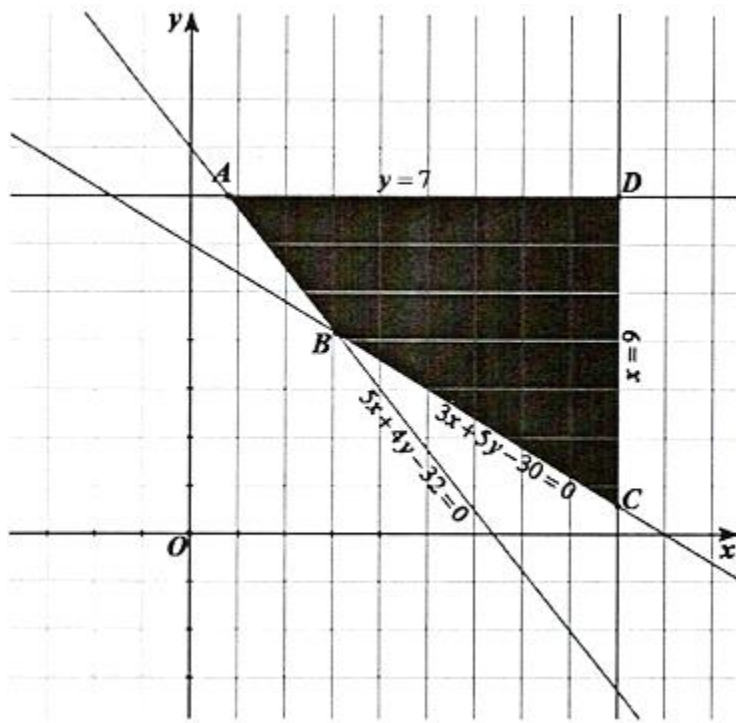
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 9 \\ 0 \leq y \leq 7 \\ 25x + 20y \geq 160 \\ 1,2x + 2y \geq 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 9 \\ 0 \leq y \leq 7 \\ 5x + 4y \geq 32 \\ 3x + 5y \geq 30 \end{cases}$$

Chi phí mua nguyên liệu là:

$$T(x; y) = 6x + 4y \text{ (triệu đồng).}$$

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $T(x; y) = 5x + 4y$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền được tô màu như hình vẽ.



Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D .

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} 5x+4y-32=0 \\ y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{4}{5} \\ y=7 \end{cases}. \text{ Vậy } A\left(\frac{4}{5}; 7\right).$$

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} 5x+4y-32=0 \\ 3x+5y-30=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{40}{13} \\ y=\frac{54}{13} \end{cases}. \text{ Vậy } B\left(\frac{40}{13}; \frac{54}{13}\right).$$

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x=9 \\ 3x+5y-30=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=\frac{3}{5} \end{cases}. \text{ Vậy } C\left(9; \frac{3}{5}\right).$$

Tọa độ điểm D là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x=9 \\ y=7 \end{cases}. \text{ Vậy } D(9; 7).$$

Ta thấy $T(x; y) = 5x + 4y$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C, D .

Tại $A\left(\frac{4}{5}; 7\right)$ thì $T = 5 \cdot \frac{4}{5} + 4 \cdot 7 = 32$ (triệu đồng).

Tại $B\left(\frac{40}{13}; \frac{54}{13}\right)$ thì $T = 5 \cdot \frac{40}{13} + 4 \cdot \frac{54}{13} = 32$ (triệu đồng).

Tại $C\left(9; \frac{3}{5}\right)$ thì $T = 5.9 + 4 \cdot \frac{3}{5} = 47,4$ (triệu đồng).

Tại $D(9; 7)$ thì $T = 5.9 + 4.7 = 73$ (triệu đồng).

Vậy cần dùng $\frac{4}{5}$ tấn nguyên liệu loại I và 7 tấn nguyên liệu loại II hoặc dùng $\frac{40}{13}$ tấn nguyên liệu

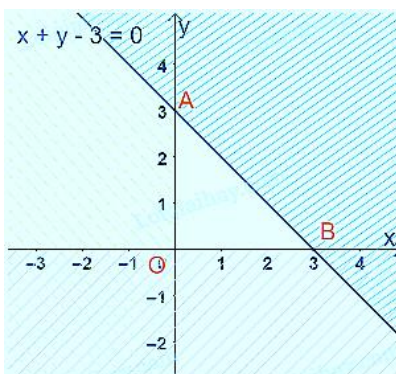
loại I và $\frac{54}{13}$ tấn nguyên liệu loại II để chi phí mua nguyên liệu là nhỏ nhất.

Câu 24: Biểu diễn miền nghiệm của mỗi hệ bất phương trình sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x + y - 3 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0; \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \\ y - x < 3; \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} x \leq 1 \\ x \leq 4 \\ x + y - 5 \leq 0 \\ y \geq 0. \end{cases} \end{array}$$

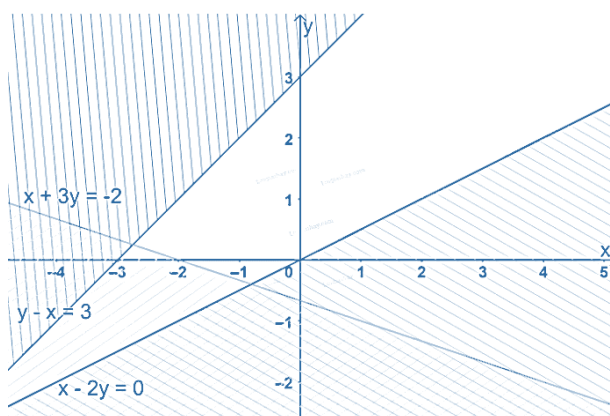
Lời giải

a) Biểu diễn từng miền nghiệm của mỗi bất phương trình trên mặt phẳng Oxy.



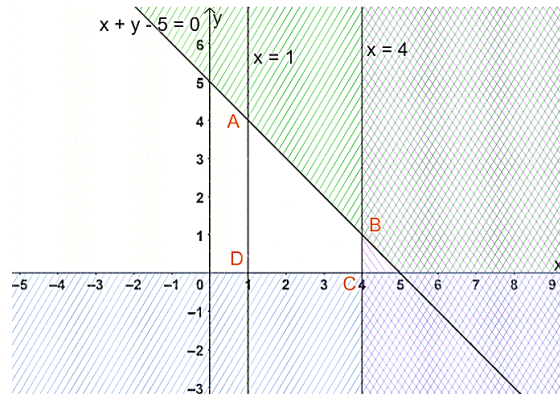
Miền không gạch chéo (miền tam giác OAB, bao gồm cả các cạnh) trong hình trên là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

b) Biểu diễn từng miền nghiệm của mỗi bất phương trình trên mặt phẳng Oxy.



Miền không gạch chéo (không bao gồm cạnh, các bờ) trong hình trên là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

c) Biểu diễn từng miền nghiệm của mỗi bất phương trình trên mặt phẳng Oxy.



Miền không gạch chéo (miền tứ giác ABCD, bao gồm cả các cạnh) trong hình trên là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Câu 25: Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- a) $\begin{cases} x < 0 \\ y \geq 0; \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y^2 < 0 \\ y - x > 1; \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y + z < 0 \\ y < 0; \end{cases}$ d) $\begin{cases} -2x + y < 3^2 \\ 4^2 x + 3y < 1. \end{cases}$

Lời giải

a) $\begin{cases} x < 0 \\ y \geq 0; \end{cases}$

d) $\begin{cases} -2x + y < 3^2 \\ 4^2 x + 3y < 1. \end{cases}$

Câu 26: Một nhà máy sản xuất hai loại thuốc trừ sâu nông nghiệp là A và B. Cứ sản xuất mỗi thùng loại A thì nhà máy thải ra 0,25 kg khí carbon dioxide (CO₂) và 0,60 kg khí sulfur dioxide (SO₂), sản xuất mỗi thùng loại B thì thải ra 0,50 kg CO₂ và 0,20 kg SO₂. Biết rằng, quy định hạn chế sản lượng CO₂ của nhà máy tối đa là 75 kg và SO₂ tối đa là 90 kg mỗi ngày.



Hình 6

a) Tìm hệ bất phương trình mô tả số thùng của mỗi loại thuốc trừ sâu mà nhà máy có thể sản xuất mỗi ngày để đáp ứng các điều kiện hạn chế trên. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đó trên mặt phẳng tọa độ.

b) Việc nhà máy sản xuất 100 thùng loại A và 80 thùng loại B mỗi ngày có phù hợp với quy định không?

c) Việc nhà máy sản xuất 60 thùng loại A và 160 thùng loại B mỗi ngày có phù hợp với quy định không?

Lời giải

a) Gọi x là số thùng thuốc trừ sâu loại A , y là số thùng thuốc trừ sâu loại B mà nhà máy sản xuất mỗi ngày. Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau:

Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$

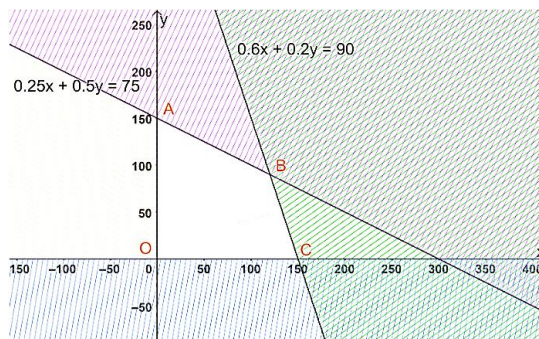
sản lượng CO_2 tối đa là 75 kg nên $0,25x + 0,5y \leq 75$

sản lượng SO_2 tối đa là 90 kg nên $0,6x + 0,2y \leq 90$

Từ đó ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 0,25x + 0,5y \leq 75 \\ 0,6x + 0,2y \leq 90 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn từng miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy , ta được như hình dưới.



b) Nhà máy sản xuất 100 thùng loại A và 80 thùng loại B mỗi ngày tức là $x = 100, y = 80$.

$$\text{Vì } \begin{cases} 0,25 \cdot 100 + 0,5 \cdot 80 = 65 \leq 75 \\ 0,6 \cdot 100 + 0,2 \cdot 80 = 76 \leq 90 \\ 100 \geq 0 \\ 80 \geq 0 \end{cases} \quad \text{nên cặp số } (100; 80) \text{ là một nghiệm}$$

Do đó việc nhà máy sản xuất 100 thùng loại A và 80 thùng loại B mỗi ngày là phù hợp với quy định.

c) Vì $0,25 \cdot 60 + 0,5 \cdot 160 = 95 > 75$ nên việc sản xuất 60 thùng loại A và 160 thùng loại B mỗi ngày vượt quá sản lượng CO_2 tối đa.

Vậy việc nhà máy sản xuất 60 thùng loại A và 160 thùng loại B mỗi ngày là không phù hợp với quy định.

Câu 27: Bạn Lan thu xếp được không quá 10 giờ để làm hai loại đèn trung thu tặng cho các trẻ em khuyết tật. Loại đèn hình con cá cần 2 giờ để làm xong 1 cái, còn loại đèn ông sao chỉ cần 1 giờ để làm xong 1 cái. Gọi x, y lần lượt là số đèn hình con cá và đèn ông sao bạn Lan sẽ làm. Hãy lập hệ bất phương trình mô tả điều kiện của x, y và biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đó.

Lời giải

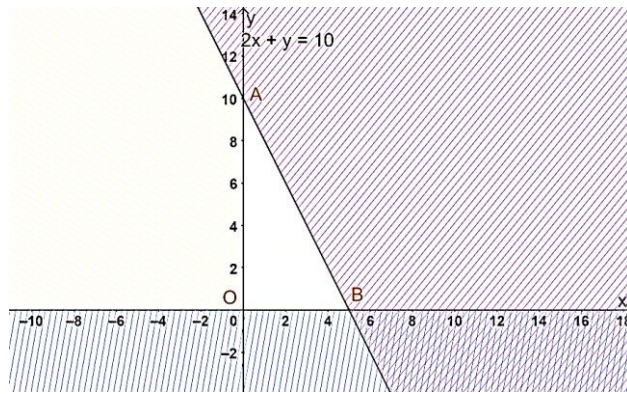
Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau:

Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$

Tổng số giờ làm không quá 10 giờ nên $2x + y \leq 10$

Từ đó ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{N})$$

Biểu diễn từng miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy, ta được như hình dưới.



Miền không gạch chéo (miền tam giác OAB, bao gồm cả các cạnh) trong hình trên là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình

Câu 28: Kiểm tra xem mỗi cặp số $(x; y)$ đã cho có là nghiệm của hệ bất phương trình tương ứng không.

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + 2y \geq -6 \\ x + 4y > 4 \end{cases} \quad (0; 2), (1; 0); \quad \text{b) } \begin{cases} 4x + y \leq -3 \\ -3x + 5y \geq -12 \end{cases} \quad (-1; -3), (0; -3)$$

Lời giải

a) Thay $x = 0, y = 2$ vào hệ $\begin{cases} 3x + 2y \geq -6 \\ x + 4y > 4 \end{cases}$ ta được:

$$\begin{cases} 3.0 + 2.2 \geq -6 \\ 0 + 4.2 > 4 \end{cases} \quad (\text{Đúng}) \quad \text{Thay } x = 1, y = 0 \text{ vào hệ } \begin{cases} 3x + 2y \geq -6 \\ x + 4y > 4 \end{cases}$$

$$\text{Ta được: } \begin{cases} 3.1 + 2.0 \geq -6 \\ 1 + 4.0 > 4 \end{cases} \quad (\text{Sai})$$

Vậy $(0; 2)$ là nghiệm của hệ còn $(1; 0)$ không là nghiệm.

b) Thay $x = -1, y = -3$ vào hệ $\begin{cases} 4x + y \leq -3 \\ -3x + 5y \geq -12 \end{cases}$ ta được:

$$\begin{cases} 4 \cdot (-1) + (-3) \leq -3 \\ -3(-1) + 5 \cdot (-3) \geq -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7 \leq -3 \\ -12 \geq -12 \end{cases} \text{ (Đúng)}$$

Thay $x = 0, y = -3$ vào hệ $\begin{cases} 4x + y \leq -3 \\ -3x + 5y \geq -12 \end{cases}$ ta được:

$$\begin{cases} 4 \cdot 0 + (-3) \leq -3 \\ -3 \cdot 0 + 5 \cdot (-3) \geq -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq -3 \\ -15 \geq -12 \end{cases} \text{ (Sai)}$$

Vậy $(-1; -3)$ là nghiệm của hệ còn $(0; -3)$ không là nghiệm.

Câu 29: Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình:

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y < -4 \\ y \geq x + 5 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 4x - 2y > 8 \\ x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

Lời giải

a) Vẽ các đường thẳng $x + 2y = -4$ (nét đứt) và $y = x + 5$ (nét liền)

Thay tọa độ O vào $x + 2y < -4$ ta được: $0 + 2 \cdot 0 < -4$ (Sai)

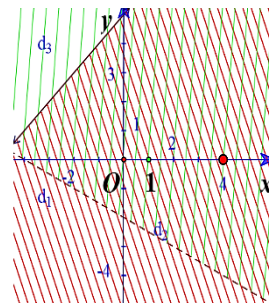
=> Gạch đi phần chứa O .

Thay tọa độ O vào $y \geq x + 5$ ta được: $0 \geq 0 + 5$ (Sai)

=> Gạch đi phần chứa O .

Miền nghiệm của hệ:

Từ hình vẽ ta thấy hệ vô nghiệm.



b) Vẽ các đường thẳng $4x - 2y = 8$ (nét đứt) và hai trục (nét

liền)

Thay tọa độ O vào $4x - 2y > 8$ ta được: $4.0 - 2.0 > 8$ (Sai)

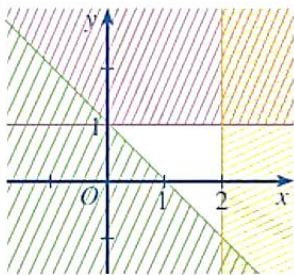
=> Gạch đi phần chứa O.

Với $x \geq 0$ thì gạch phần bên trái Oy

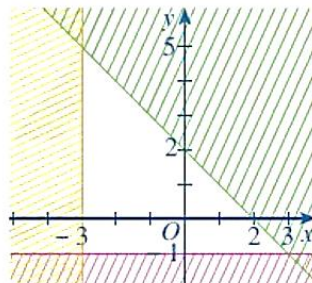
Với $y \leq 0$ thì gạch bên trên Ox

Miền nghiệm của hệ:

Miền không bị gạch ở mỗi Hình 12a, 12b là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào cho ở dưới đây?



a)



b)

Hình 12

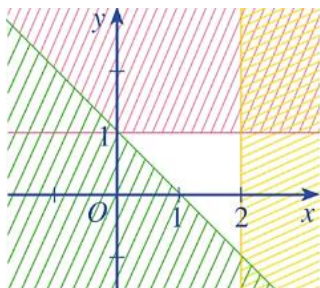
a)
$$\begin{cases} x + y < 2 \\ x > -3 \\ y \geq -1; \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} y < x \\ x \leq 0 \\ y > -3; \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} y > -x + 1 \\ x \leq 2 \\ y < 1. \end{cases}$$

Lời giải

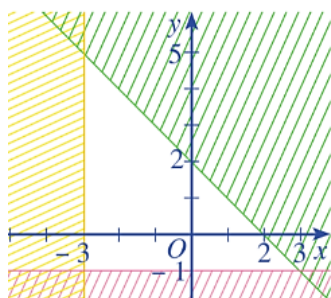
Hình 12a



Ta thấy các đường thẳng trên hình là $y = 1$; $x = 2$; $y = -x + 1$

Từ các phương trình trên thì ta chọn luôn là câu c mà không cần xét tiếp.

Hình 12b.



Ta thấy các đường thẳng trên hình là $y = -1$; $x = -3$; $x + y = -2$

Từ các phương trình trên thì ta chọn luôn là câu a mà không cần xét tiếp

Câu 30: Biểu diễn miền nghiệm của mỗi hệ bất phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ:

a) $\begin{cases} y - x < -1 \\ x > 0 \\ y < 0; \end{cases}$

b) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 4; \end{cases}$

c) $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y > 5 \\ x - y < 0. \end{cases}$

Lời giải

a) $\begin{cases} y - x < -1 \\ x > 0 \\ y < 0; \end{cases}$

Bước 1: Vẽ đường thẳng $(d_1): -x + y = -1$

Vì $-0 + 0 = 0 > -1$ nên tọa độ điểm $O(0;0)$ không thỏa mãn bất

phương trình $-x + y < -1$

Do đó miền nghiệm của của bất phương trình $-x + y < -1$ là nửa mặt phẳng bờ d_1 không chứa gốc tọa độ O không kể đường thẳng d_1 .

Bước 2: Vẽ đường thẳng $(d_2): x = 0$

Vì $1 > 0$ nên tọa độ điểm $(1;0)$ thỏa bất phương trình $x > 0$

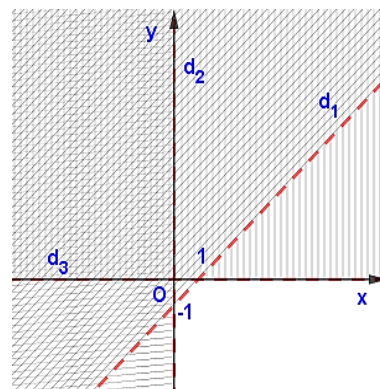
Do đó miền nghiệm của bất phương trình $x > 0$ là nửa mặt phẳng bờ Oy chứa điểm $(1;0)$ không kể bờ Oy .

Bước 3: Vẽ đường thẳng $(d_3): y = 0$

Vì $-1 < 0$ nên tọa độ điểm $(0,-1)$ thỏa bất phương trình $y < 0$

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $y < 0$ là nửa mặt phẳng bờ Ox chứa điểm $(0,-1)$ không kể bờ Ox .

Vậy miền nghiệm của hệ là miền không bị gạch.



$$\text{b)} \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 4; \end{cases}$$

Bước 1: Vẽ đường thẳng $(d_1): x = 0$

Vì $1 > 0$ nên tọa độ điểm $(1; 0)$ thỏa bất phương trình $x \geq 0$

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $x \geq 0$ là nửa mặt phẳng bờ Oy và đường thẳng $x = 0$ chứa điểm $(1; 0)$.

Bước 2: Vẽ đường thẳng $(d_2): y = 0$

Vì $1 > 0$ nên tọa độ điểm $(0, 1)$ thỏa bất phương trình $y \geq 0$

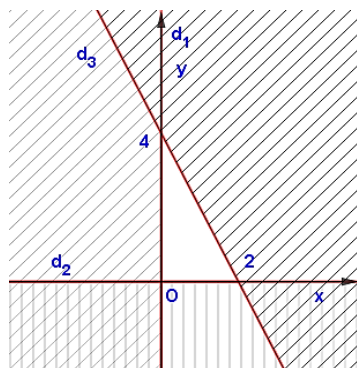
Do đó miền nghiệm của bất phương trình $y \geq 0$ là nửa mặt phẳng bờ Ox và đường thẳng $y = 0$ chứa điểm $(0; 1)$.

Bước 3: Vẽ đường thẳng $(d_3): 2x + y = 4$

Vì $2 \cdot 0 + 0 = 0 < 4$ nên tọa độ điểm $O(0; 0)$ thỏa mãn bất phương trình $2x + y \leq 4$

Do đó miền nghiệm của của bất phương trình $2x + y \leq 4$ là nửa mặt phẳng bờ d_3 và đường thẳng $2x + y = 4$ chứa gốc tọa độ O .

Vậy miền nghiệm của hệ là miền không bị gạch.



$$\text{c)} \begin{cases} x \geq 0 \\ x + y > 5 \\ x - y < 0. \end{cases}$$

Bước 1: Vẽ đường thẳng $(d_1): x = 0$

Vì $1 > 0$ nên tọa độ điểm $(1; 0)$ thỏa bất phương trình $x \geq 0$

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $x \geq 0$ là nửa mặt phẳng bờ Oy và đường thẳng $x = 0$ chứa điểm $(1; 0)$.

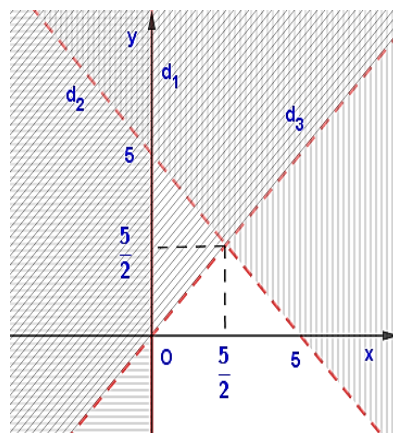
Bước 2: Vẽ đường thẳng $(d_2): x + y = 5$

Vì $0 + 0 = 0 < 5$ nên tọa độ điểm $O(0; 0)$ không thỏa mãn bất phương trình $x + y < 5$

Do đó miền nghiệm của của bất phương trình $x + y < 5$ là nửa mặt phẳng bờ d_2 không chứa gốc tọa độ O không kể đường thẳng d_2 .

Bước 3: Vẽ đường thẳng $(d_3): x - y = 0$

Vì $-1 - 0 = -1 < 0$ nên tọa độ điểm $(-1; 0)$ thỏa mãn bất phương trình $x - y < 0$



Do đó miền nghiệm của của bất phương trình $x - y < 0$ là nửa mặt phẳng bờ d_3 chứa điểm $(-1; 0)$ không kể đường thẳng d_3 .

Vậy miền nghiệm của hệ là miền không bị gạch.

Câu 31: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn; giá tiền 1 kg thịt bò là 250 nghìn đồng; 1 kg thịt lợn là 160 nghìn đồng. Giả sử gia đình đó mua x kilogram thịt bò và y kilogram thịt lợn.

- Viết các bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán thành một hệ bất phương trình rồi xác định miền nghiệm của hệ đó.
- Gọi F (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x kilogram thịt bò và y kilogram thịt lợn. Hãy biểu diễn F theo x và y .
- Tìm số kilogram thịt mỗi loại mà gia đình cần mua để chi phí là ít nhất.

Lời giải

a) Gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giả sử gia đình này mua x kilogram thịt bò và y kilogram thịt lợn thì x và y cần thỏa mãn điều kiện:

$$0 \leq x \leq 1,6 \text{ và } 0 \leq y \leq 1,1.$$

Gia đình này cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là

$$800x + 600y \geq 900 \text{ và } 200x + 400y \geq 400$$

$$\text{Hay } 8x + 6y \geq 9 \text{ và } x + 2y \geq 2$$

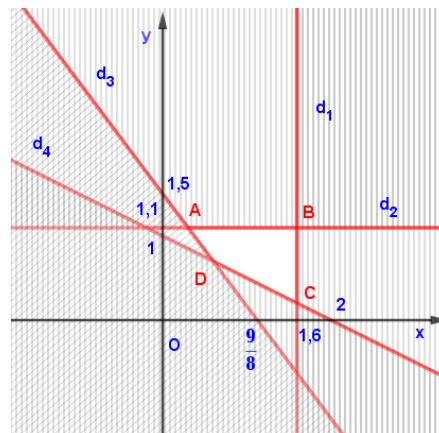
Từ các bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán, ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình:

$$\begin{aligned} (d_1): & x = 1,6 \\ (d_2): & y = 1,1 \\ (d_3): & 8x + 6y = 9 \\ (d_4): & x + 2y = 2 \end{aligned}$$

Miền nghiệm của hệ trên là miền tứ giác ABCD (kể cả biên).



b) $F = 250x + 160y$ (nghìn đồng)

c) $F(x; y)$ đạt giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác ABCD

$A \in (d_2) \cap (d_3) \Rightarrow A(0, 3; 1, 1)$, ta có $F(0, 3; 1, 1) = 250.0,3 + 160.0,1 = 91$ (nghìn đồng)

$B \in (d_1) \cap (d_2) \Rightarrow B(1, 6; 1, 1)$, ta có $F(1, 6; 1, 1) = 250.1,6 + 160.1,1 = 576$ (nghìn đồng)

$C \in (d_1) \cap (d_4) \Rightarrow C(1, 6; 0, 2)$, ta có $F(1, 6; 0, 2) = 250.1,6 + 160.0,2 = 432$ (nghìn đồng)

$D \in (d_3) \cap (d_4) \Rightarrow D(0, 6; 0, 7)$, ta có $F(0, 6; 0, 7) = 250.0,6 + 160.0,7 = 262$ (nghìn đồng)

Vậy gia đình đó cần mua 0,3 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn để chi phí là ít nhất.

Câu 32: Một học sinh dự định vẽ các tấm thiệp xuân làm bằng tay để bán trong một hội chợ Tết. Cần 2 giờ để vẽ một tấm thiệp loại nhỏ có giá 10 nghìn đồng và 3 giờ để vẽ một tấm thiệp loại lớn có giá 20 nghìn đồng. Học sinh này chỉ có 30 giờ để vẽ và ban tổ chức hội chợ yêu cầu phải vẽ ít nhất 12 tấm. Hãy cho biết bạn ấy cần vẽ bao nhiêu tấm thiệp mỗi loại để có được nhiều tiền nhất.

Lời giải

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau:

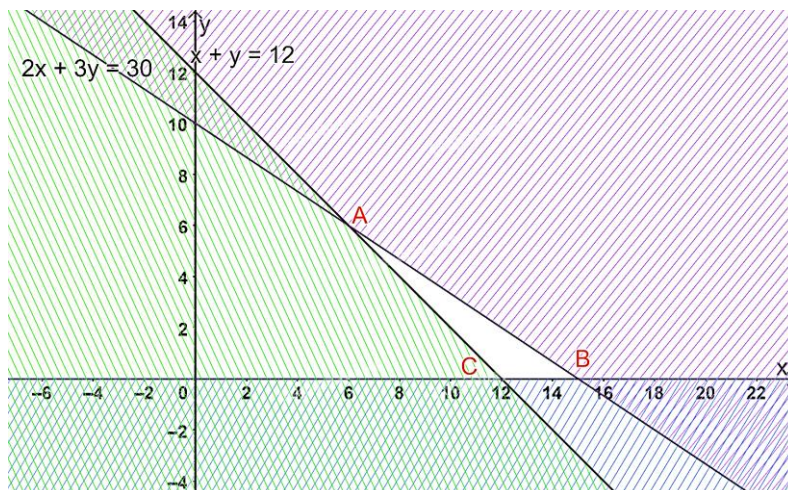
Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$

Tổng số giờ vẽ không quá 30 giờ nên $2x + 3y \leq 30$

Số tấm thiệp tối thiểu là 12 tấm nên $x + y \geq 12$

Từ đó ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 30 \\ x + y \geq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{N})$$

Biểu diễn từng miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy, ta được như hình dưới.



Miền không gạch chéo (miền tam giác ABC , bao gồm cả các cạnh) trong hình trên là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình.

Với các đỉnh $A(6;6), B(15;0), C(12;0)$.

Gọi F là số tiền (đơn vị: nghìn đồng) thu được, ta có: $F = 10x + 20y$

Tính giá trị của F tại các đỉnh của tam giác:

Tại $A(6;6): F = 10.6 + 20.6 = 180$

Tại $B(15;0): F = 10.15 + 20.0 = 150$

Tại $C(12;0): F = 10.12 + 20.0 = 120$

F đạt giá trị lớn nhất bằng 180 tại $A(6;6)$.

Vậy bạn học sinh đó cần vẽ 6 tấm thiệp loại nhỏ và 6 tấm thiệp loại to để có được nhiều tiền nhất.

Câu 33: Trong một tuần, bạn Mạnh có thể thu xếp được tối đa 12 giờ để tập thể dục giảm cân bằng hai môn: đạp xe và tập cử tạ tại phòng tập. Cho biết mỗi giờ đạp xe sẽ tiêu hao 350 calo và không tốn chi phí, mỗi giờ tập cử tạ sẽ tiêu hao 700 calo với chi phí 50 000 đồng / giờ. Mạnh muốn tiêu hao nhiều calo nhưng không được vượt quá 7 000 calo một tuần. Hãy giúp bạn Mạnh tính số giờ đạp xe và số giờ tập tạ một tuần trong hai trường hợp sau:

- a) Mạnh muốn chi phí luyện tập là ít nhất.
- b) Mạnh muốn số calo tiêu hao là nhiều nhất.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số giờ đạp xe và tập tạ trong một tuần.

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau:

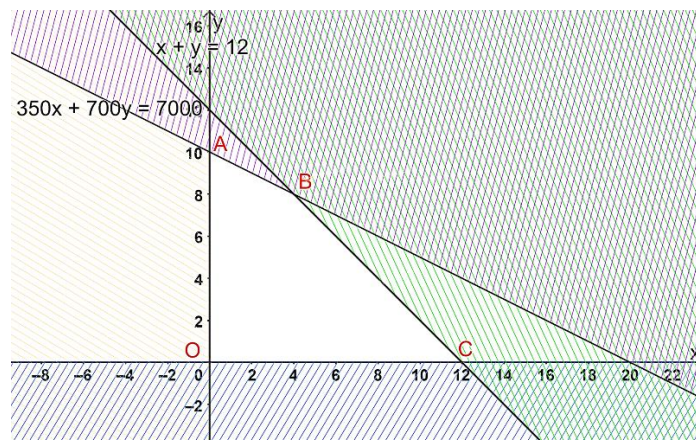
Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$

Số giờ tập thể dục tối đa là 12 giờ nên $x + y \leq 12$

Tổng số calo tiêu hao một tuần không quá 7000 calo nên $350x + 700y \leq 7000$

Từ đó ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x + y \leq 12 \\ 350x + 700y \leq 7000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn từng miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy , ta được như hình dưới.



Miền không gạch chéo (miền tứ giác $OABC$, bao gồm cả các cạnh) trong hình trên là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình.

Với các đỉnh $O(0;0)$, $A(0;10)$, $B(4;8)$, $C(12;0)$.

a) Gọi F là chi phí luyện tập (đơn vị: nghìn đồng), ta có: $F = 50y$

Tính giá trị của F tại các đỉnh của tứ giác:

Tại $O(0;0)$, $F = 50.0 = 0$

Tại $A(0;10)$, $F = 50.10 = 500$

Tại $B(4;8)$, $F = 50.8 = 400$

Tại $C(12;0)$, $F = 50.0 = 0$

F đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 tại $O(0;0)$, $C(12;0)$.

Vậy bạn Mạnh cần đạp xe 12 giờ hoặc không tập thể dục..

b) Gọi T là lượng calo tiêu hao (đơn vị: calo), ta có: $T = 350x + 700y$

Tính giá trị của T tại các đỉnh của tứ giác:

Tại $O(0;0)$, $T = 350.0 + 700.0 = 0$

Tại $A(0;10)$, $T = 350.0 + 700.10 = 7000$

Tại $B(4;8)$, $T = 350.4 + 700.8 = 7000$

Tại $C(12;0)$, $T = 350.12 + 700.0 = 4200$

T đạt giá trị lớn nhất bằng 7000 tại $A(0;10)$, $B(4;8)$.

Vậy bạn Mạnh có thể chọn một trong hai phương án: Tập tạ 10 giờ hoặc đạp xe 4 tiếng và tập tạ 8 tiếng.