

MỤC LỤC

◆CHƯƠNG 3. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC	2
►BÀI 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC	2
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức	2
Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản.....	3
♦Dạng 1: Tính giá trị lượng giác	3
♦Dạng 2: Hai góc bù, phụ nhau.....	5
Ⓒ. Dạng toán rèn luyện.....	6
♦Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	6
♦Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai	22

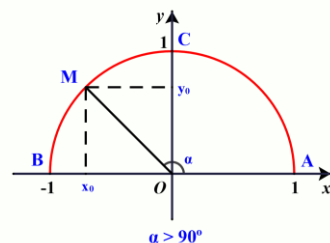
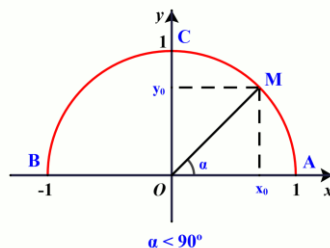
▶ BÀI 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC

A. Tóm tắt kiến thức

1. **Định nghĩa:** Với mỗi góc α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$) ta xác định một điểm M trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ và giả sử điểm M có tọa độ $M(x_0; y_0)$.

✎ Khi đó ta có định nghĩa:

- ✓ sin của góc α là y_0 , kí hiệu $\sin \alpha = y_0$;
- ✓ cosin của góc α là x_0 , kí hiệu $\cos \alpha = x_0$;
- ✓ tang của góc α là $\frac{y_0}{x_0}$ ($x_0 \neq 0$),
- ✓ kí hiệu $\tan \alpha = \frac{y_0}{x_0}$;
- ✓ cotang của góc α là $\frac{x_0}{y_0}$ ($y_0 \neq 0$),
- ✓ kí hiệu $\cot \alpha = \frac{x_0}{y_0}$.



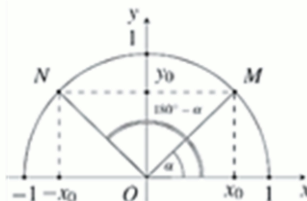
✎ Từ định nghĩa trên, ta có:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} (\alpha \neq 90^\circ); \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} (\alpha \neq 0^\circ \text{ và } \alpha \neq 180^\circ);$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} (\alpha \notin \{0^\circ; 90^\circ; 180^\circ\})$$

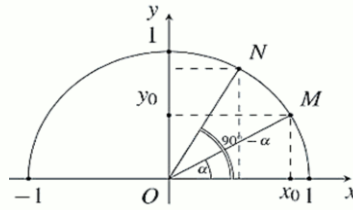
2. Tính chất:

✎ Hai góc bù nhau: Trên hình bên ta có dây cung NM song song với trục Ox và nếu $\widehat{xOM} = \alpha$ thì $\widehat{xON} = 180^\circ - \alpha$. Ta có $y_M = y_N = y_0, x_M = -x_N = x_0$. Do đó



- ✓ $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
- ✓ $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$
- ✓ $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$
- ✓ $\cot(180^\circ - \alpha) = \cot \alpha$

- ✎ Hai góc phụ nhau: Hình vẽ bên, hai điểm M và N ứng với hai góc phụ nhau α và $90^\circ - \alpha$ ($\widehat{xOM} = \alpha, \widehat{xON} = 90^\circ - \alpha$)



- ✓ $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
- ✓ $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$ $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$

3. Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt

Giá trị α	0°	30°	45°	60°	90°	180°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$		0
$\cot \alpha$		$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	

4. Các hệ thức cơ bản:

- a) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. b) $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (\alpha \neq 90^\circ)$
- c) $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad (0^\circ < \alpha < 180^\circ)$

B. Phân dạng toán cơ bản

♦ Dạng 1: Tính giá trị lượng giác

👉 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tính giá trị của các biểu thức sau:

- a) $\cos 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 30^\circ \sin 60^\circ$
b) $\sin 30^\circ \cos 60^\circ + \cos 30^\circ \sin 60^\circ$
c) $\cos 0^\circ + \cos 20^\circ + \dots + \cos 180^\circ$

d) $\tan 10^\circ \cdot \tan 80^\circ$

e) $\sin 120^\circ \cdot \cos 135^\circ$

Lời giải

Sử dụng giá trị lượng giác của các góc đặc biệt, công thức GTLG của các góc phụ nhau, bù nhau.

Casio kiểm tra kết quả.

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) 1

c) 0

d) 1

e) $-\frac{\sqrt{6}}{4}$

Câu 2: Giá trị $\cos 45^\circ + \sin 45^\circ$ bằng ?

Lời giải

Áp dụng bảng giá trị lượng giác của cung đặc biệt ta có: $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\text{Do đó } \cos 45^\circ + \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$$

Câu 3: Tính giá trị của biểu thức $P = \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ$

Lời giải

Ta có: $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (phụ chéo)

$$\text{Suy ra } P = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1.$$

Câu 4: Cho biết $\tan \alpha = -3$. Giá trị của $P = \frac{6 \sin \alpha - 7 \cos \alpha}{6 \cos \alpha + 7 \sin \alpha}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

$$P = \frac{6 \sin \alpha - 7 \cos \alpha}{6 \cos \alpha + 7 \sin \alpha} = \frac{\frac{6 \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{7 \cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{6 \cos \alpha}{\cos \alpha} + \frac{7 \sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{6 \tan \alpha - 7}{6 + 7 \tan \alpha} = \frac{6 \cdot (-3) - 7}{6 + 7 \cdot (-3)} = \frac{5}{3}.$$

Ta có

Câu 5: Tìm các giá trị lượng giác của góc 120° .

Lời giải

Lấy điểm M trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\angle xOM = 120^\circ$.

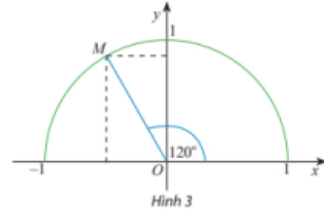
Ta có $MOy = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$.

Ta tính được toạ độ điểm M là $(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$.

Vậy theo định nghĩa ta có:

$$\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \cos 120^\circ = -\frac{1}{2};$$

$$\tan 120^\circ = -\sqrt{3}; \cot 120^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$



♦Dạng ②: Hai góc bù, phụ nhau.

📌 Các ví dụ minh họa

Câu 6: Cho biết $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$; $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$. Tính $\sin 150^\circ$; $\cos 135^\circ$; $\tan 120^\circ$.

Lời giải

$$\sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}; \cos 135^\circ = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \tan 120^\circ = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

Câu 7: Cho hai góc α và β với $\alpha + \beta = 180^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha$.

Lời giải

Hai góc α và β bù nhau nên $\sin \alpha = \sin \beta$; $\cos \alpha = -\cos \beta$.

Do đó $P = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha = -\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = -(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = -1$.

Câu 8: Tính giá trị biểu thức $P = \sin 30^\circ \cos 15^\circ + \sin 150^\circ \cos 165^\circ$.

Lời giải

Hai góc 15° và 165° bù nhau nên $\cos 15^\circ = -\cos 165^\circ$.

Do đó $P = \sin 30^\circ \cos 15^\circ + \sin 150^\circ \cos 165^\circ = \sin 150^\circ \cdot (-\cos 165^\circ) + \sin 150^\circ \cos 165^\circ = 0$

Câu 9: Cho tam giác ABC . Tính $P = \sin A \cdot \cos B + C + \cos A \cdot \sin B + C$.

Lời giải

Giả sử $A = \alpha$; $B + C = \beta$. Biểu thức trở thành $P = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$.

Trong tam giác ABC , có $A + B + C = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ$.

Do hai góc α và β bù nhau nên $\sin \alpha = \sin \beta$; $\cos \alpha = -\cos \beta$.

Do đó, $P = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = -\sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha = 0$.

©. Dạng toán rèn luyện

♦Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cot(90^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$. B. $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$.
C. $\sin(90^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$. D. $\tan(90^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$.

Lời giải

Vì α và $(90^\circ - \alpha)$ là hai cung phụ nhau nên theo tính chất giá trị lượng giác của hai cung phụ nhau ta có đáp án B đúng.

Câu 2: Tính giá trị biểu thức $P = \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ$

- A. $P = 1$. B. $P = 0$. C. $P = \sqrt{3}$. D. $P = -\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P = \sin 30^\circ \cdot \sin 30^\circ + \cos 30^\circ \cdot \cos 30^\circ = \sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 1$.

Câu 3: Biết A, B, C là ba góc của tam giác ABC , mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. $\cos(A+C) = \cos B$. B. $\tan(A+C) = -\tan B$.
C. $\cot(A+C) = \cot B$. D. $\sin(A+C) = -\sin B$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương án A: $\cos(A+C) = \cos(\pi - B) = -\cos B \Rightarrow A$ sai.

Xét phương án B: $\tan(A+C) = \tan(\pi - B) = -\tan B$. Vậy B đúng.

Xét phương án C: $\cot(A+C) = \cot(\pi - B) = -\cot B \Rightarrow C$ sai.

Xét phương án D: $\sin(A+C) = \sin(\pi - B) = \sin B \Rightarrow D$ sai.

Câu 4: Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cot(90^\circ + \alpha) = \tan \alpha$. B. $\tan(90^\circ + \alpha) = \tan \alpha$
C. $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$. D. $\tan(90^\circ + \alpha) = \cot \alpha$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\cos(90^\circ + \alpha) = \cos(180^\circ - (90^\circ - \alpha)) = -\cos(90^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$.

Câu 5: Giá trị $\cos 45^\circ + \sin 45^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A.** $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos 45^\circ + \sin 45^\circ = \sqrt{2}$.

Câu 6: Cho α là góc tù. Điều khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\sin \alpha < 0$. **B.** $\cos \alpha > 0$. **C.** $\tan \alpha < 0$. **D.** $\cot \alpha > 0$.

Lời giải

Chọn C

Góc tù có điểm biểu diễn thuộc góc phần tư thứ II, có giá trị $\sin \alpha > 0$, còn $\cos \alpha$, $\tan \alpha$ và $\cot \alpha$ đều nhỏ hơn 0.

Câu 7: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **sai**?

- A.** $\sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 0$. **B.** $\sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1$.
C. $\sin 180^\circ + \cos 180^\circ = -1$. **D.** $\sin 60^\circ + \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 1$.

Câu 8: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A.** $\sin(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$. **B.** $\sin(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$.
C. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$. **D.** $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 9: Trong các hệ thức sau, hệ thức nào **không đúng**?

- A.** $\cos^4 \alpha + \sin^4 \alpha = 1$.
B. $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha$.

C. $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

D. $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha$.

Lời giải

Chọn D

Sử dụng máy tính bỏ túi thử với $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ta có $\cos^4 \frac{\pi}{6} + \sin^4 \frac{\pi}{6} = \frac{5}{8}$.

Câu 10: Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào **sai**?

A. $\cos 30^\circ = \sin 120^\circ$.

B. $\sin 60^\circ = \cos 120^\circ$.

C. $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$.

D. $\cos 45^\circ = \sin 135^\circ$.

Lời giải

Chọn B

Phương án A đúng (giá trị lượng giác góc đặc biệt) nên B cũng đúng.

Phương án C đúng vì $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \sin 120^\circ$.

Phương án D sai.

Câu 11: Tam giác đều ABC có đường cao AH . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\cos BAH = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. $\sin ABC = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\sin AHC = \frac{1}{2}$.

D. $\sin BAH = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Tam giác ABC là tam giác đều nên có các góc bằng 60° nên dễ thấy C đúng vì

$$\sin ABC = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 12: Cho hai góc nhọn α và β trong đó $\alpha < \beta$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\tan \alpha + \tan \beta > 0$.

B. $\cos \alpha < \cos \beta$.

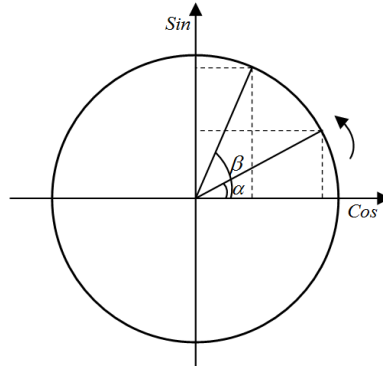
C. $\sin \alpha < \sin \beta$.

D. $\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha = \sin \beta$.

Lời giải

Chọn B

α và β là góc nhọn nên có điểm biểu diễn thuộc góc phần tư thứ nhất, có các giá trị lượng giác đều dương nên $\tan \alpha + \tan \beta > 0$; $\alpha < \beta$ nên $\sin \alpha < \sin \beta$, C đúng theo tính chất 2 góc phụ nhau.



Phương án B, C, D đều đúng và A sai.

Câu 13: Tam giác ABC vuông ở A có góc $B = 30^\circ$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** $\cos B = \frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\cos C = \frac{1}{2}$. **D.** $\sin B = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Dễ thấy A sai do $\cos B = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 14: Trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào là đúng?

- A.** $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
C. $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào giá trị lượng giác của các cung bù nhau. Dễ thấy phương án đúng là **C**.

Ta có $\sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 150^\circ = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\tan 150^\circ = -\tan 30^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ và $\cot 150^\circ = -\cot 30^\circ = -\sqrt{3}$.

Câu 15: Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **sai**?

A. $\tan \alpha = -\tan \beta$.

B. $\cot \alpha = \cot \beta$.

C. $\sin \alpha = \sin \beta$.

D. $\cos \alpha = -\cos \beta$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào giá trị lượng giác của các góc bù nhau để thấy phương án A, B, C đúng và D sai.

Câu 16: Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây

A. $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$.

B. $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$.

C. $\cos 35^\circ > \cos 10^\circ$.

D. $\sin 60^\circ < \sin 80^\circ$.

Lời giải

Chọn C

Để thấy B, C là các bất đẳng thức đúng.

Câu 17: Cho góc $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin \alpha$ và $\cot \alpha$ cùng dấu.

B. Tích $\sin \alpha \cdot \cot \alpha$ mang dấu âm.

C. Tích $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ mang dấu dương.

D. $\sin \alpha$ và $\tan \alpha$ cùng dấu.

Lời giải

Chọn B

Với $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$, ta có $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$ suy ra: $\tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0$

Vậy $\sin \alpha \cdot \cot \alpha < 0$

Câu 18: Cho α là góc tù. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau?

A. $\tan \alpha < 0$.

B. $\cot \alpha > 0$.

C. $\sin \alpha < 0$.

D. $\cos \alpha > 0$.

Lời giải

Chọn C

$\tan \alpha < 0$.

Câu 19: Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cot(90^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$.

B. $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$.

C. $\sin(90^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$.

D. $\tan(90^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$.

Lời giải

Chọn B

Vì α và $(90^\circ - \alpha)$ là hai cung phụ nhau nên theo tính chất giá trị lượng giác của hai cung phụ nhau ta có đáp án B đúng.

Câu 20: Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

A. $\tan(180^\circ + a) = -\tan a$.

B. $\cos(180^\circ + a) = -\cos a$.

C. $\sin(180^\circ + a) = \sin a$.

D. $\cot(180^\circ + a) = -\cot a$.

Lời giải

Chọn B

Lý thuyết “cung hơn kém 180° ”

Câu 21: Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **đúng**?

A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$.

B. $\cos(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$

C. $\tan(180^\circ - \alpha) = \tan \alpha$.

D. $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$

Lời giải

Chọn D

Mối liên hệ hai cung bù nhau.

Câu 22: Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau, trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào **sai**?

A. $\sin \alpha = \sin \beta$.

B. $\cos \alpha = -\cos \beta$.

C. $\tan \alpha = -\tan \beta$.

D. $\cot \alpha = \cot \beta$.

Lời giải

Chọn D

Mối liên hệ hai cung bù nhau.

Câu 23: Cho góc α tù. Điều khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\sin \alpha < 0$.

B. $\cos \alpha > 0$.

C. $\tan \alpha > 0$.

D. $\cot \alpha < 0$.

Lời giải

Chọn D

Câu 24: Hai góc nhọn α và β phụ nhau, hệ thức nào sau đây là **sai**?

A. $\sin \alpha = \cos \beta$.

B. $\tan \alpha = \cot \beta$.

C. $\cot \beta = \frac{1}{\cot \alpha}$.

D. $\cos \alpha = -\sin \beta$.

Lời giải

Chọn D

$$\cos \alpha = \cos(90^\circ - \beta) = \sin \beta.$$

Câu 25: Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **đúng**?

- A.** $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$ **B.** $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
C. $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$ **D.** $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C

Giá trị lượng giác của góc đặc biệt.

Câu 26: Bất đẳng thức nào dưới đây là **đúng**?

- A.** $\sin 90^\circ < \sin 100^\circ.$ **B.** $\cos 95^\circ > \cos 100^\circ.$
C. $\tan 85^\circ < \tan 125^\circ.$ **D.** $\cos 145^\circ > \cos 125^\circ.$

Lời giải

Chọn B

Câu 27: Giá trị của $\tan 45^\circ + \cot 135^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A.** 2. **B.** 0. **C.** $\sqrt{3}.$ **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$$\tan 45^\circ + \cot 135^\circ = 1 - 1 = 0$$

Câu 28: Giá trị của $\cos 30^\circ + \sin 60^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A.** $\frac{\sqrt{3}}{3}.$ **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}.$ **C.** $\sqrt{3}.$ **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$$\cos 30^\circ + \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

Câu 29: Giá trị của $\cos 60^\circ + \sin 30^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A.** $\frac{\sqrt{3}}{2}.$ **B.** $\sqrt{3}.$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}.$ **D.** 1

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos 60^\circ + \sin 30^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

Câu 30: Giá trị của $\tan 30^\circ + \cot 30^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{4}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\tan 30^\circ + \cot 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 31: Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **sai**?

- A. $\sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 1$. B. $\sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1$.
C. $\sin 180^\circ + \cos 180^\circ = -1$. D. $\sin 60^\circ + \cos 60^\circ = 1$.

Lời giải

Chọn D

Giá trị lượng giác của góc đặc biệt

Câu 32: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $\cos \alpha$.

- A. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. B. $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$.
C. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$.

Mặt khác $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 33: Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Tính $\tan \alpha$?

- A. $\frac{5}{4}$. B. $-\frac{5}{2}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Do $\cos \alpha < 0 \Rightarrow \tan \alpha < 0$.

$$\text{Ta có: } 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \tan^2 \alpha = \frac{5}{4} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 34: Cho biết $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $\cot \alpha$.

- A.** $\cot \alpha = 2$. **B.** $\cot \alpha = \sqrt{2}$. **C.** $\cot \alpha = \frac{1}{4}$. **D.** $\cot \alpha = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = 2.$$

Câu 35: $\cos \alpha$ bằng bao nhiêu nếu $\cot \alpha = -\frac{1}{2}$?

- A.** $\pm \frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $-\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \cot \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \tan \alpha = -2.$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 + (-2)^2} = \frac{1}{5}.$$

$$\text{Suy ra } \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 36: Nếu $\tan \alpha = 3$ thì $\cos \alpha$ bằng bao nhiêu?

- A.** $-\frac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\pm \frac{\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 + 3^2} = \frac{1}{10}.$$

Suy ra $\cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 37: Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{5}{13}$. Giá trị của biểu thức $3\sin \alpha + 2\cos \alpha$ là

A. $\frac{9}{13}$.

B. 3.

C. $-\frac{9}{13}$.

D. -3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{144}{169} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{12}{13}$

Do α là góc tù nên $\cos \alpha < 0$, từ đó $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$

Như vậy $3\sin \alpha + 2\cos \alpha = 3 \cdot \frac{5}{13} + 2 \left(-\frac{12}{13} \right) = -\frac{9}{13}$.

Câu 38: Biết $\cot \alpha = -a$, $a > 0$. Tính $\cos \alpha$

A. $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$.

B. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$.

C. $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$.

D. $\cos \alpha = -\frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$.

Lời giải

Chọn D

Do $\cot \alpha = -a$, $a > 0$ nên $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ suy ra $\cos \alpha < 0$.

Mặt khác, $\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} \Leftrightarrow \tan \alpha = \frac{-1}{a}$.

Mà ta lại có $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{a^2}{1 + a^2}$.

Khi đó $\cos \alpha = -\frac{|a|}{\sqrt{1+a^2}}$ và do $a > 0$ nên $\cos \alpha = -\frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$.

Câu 39: Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$

A. $\frac{13}{4}$.

B. $\frac{7}{4}$.

C. $\frac{11}{4}$.

D. $\frac{15}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x = 3(\sin^2 x + \cos^2 x) + \cos^2 x = 3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}$.

Câu 40: Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Giá trị của biểu thức $A = 2\sin \alpha - \cos \alpha$ bằng

A. $\frac{-7}{5}$.

B. $\frac{7}{5}$.

C. 1.

D. $\frac{11}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$.

Do α là góc tù nên $\cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{-3}{5}$.

$$A = 2\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{2 \cdot 4}{5} - \frac{-3}{5} = \frac{11}{5}.$$

Câu 41: Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, với $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$. Tính giá trị của $M = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos^3 \alpha}$

A. $M = \frac{25}{27}$

B. $M = \frac{175}{27}$.

C. $M = \frac{35}{27}$.

D. $M = -\frac{25}{27}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$.

Mà $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha \leq 0 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{-3}{5}$.

Từ đó $M = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos^3 \alpha} = \frac{-25}{27}$.

Câu 42: Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$?

A. $-\frac{19}{13}$.

B. $\frac{19}{13}$.

C. $\frac{25}{13}$.

D. $-\frac{25}{13}$.

Lời giải

Chọn B

$$E = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha} = \frac{1 + 3 \tan^2 \alpha}{2 + \tan^2 \alpha} = \frac{3(\tan^2 \alpha + 1) - 2}{1 + (1 + \tan^2 \alpha)} = \frac{\frac{3}{\cos^2 \alpha} - 2}{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1} = \frac{3 - 2 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} = \frac{19}{13}.$$

Câu 43: Cho biết $\cot \alpha = 5$. Tính giá trị của $E = 2 \cos^2 \alpha + 5 \sin \alpha \cos \alpha + 1$?

- A. $\frac{10}{26}$. B. $\frac{100}{26}$. C. $\frac{50}{26}$. D. $\frac{101}{26}$.

Lời giải

Chọn D

$$E = \sin^2 \alpha \left(2 \cot^2 \alpha + 5 \cot \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha} \right) = \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha} (3 \cot^2 \alpha + 5 \cot \alpha + 1) = \frac{101}{26}.$$

Câu 44: Cho $\cot \alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$ là

- A. $-\frac{15}{13}$. B. -13 . C. $\frac{15}{13}$. D. 13 .

Lời giải

Chọn D

$$A = \frac{3 \sin \alpha + 4 \sin \alpha \cdot \cot \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \sin \alpha \cdot \cot \alpha} = \frac{3 + 4 \cot \alpha}{2 - 5 \cot \alpha} = 13.$$

Câu 45: Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha - 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha - \tan \alpha}$ bằng bao nhiêu?

- A. $-\frac{25}{3}$. B. $-\frac{11}{13}$. C. $-\frac{11}{3}$. D. $-\frac{25}{13}$.

Lời giải

Chọn C

$$E = \frac{\cot \alpha - 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha - \tan \alpha} = \frac{1 - 3 \tan^2 \alpha}{2 - \tan^2 \alpha} = \frac{4 - 3(\tan^2 \alpha + 1)}{3 - (1 + \tan^2 \alpha)} = \frac{4 - \frac{3}{\cos^2 \alpha}}{3 - \frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{4 \cos^2 \alpha - 3}{3 \cos^2 \alpha - 1} = -\frac{11}{3}.$$

Câu 46: Biết $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị đúng của biểu thức $P = \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha$ là:

- A. $\frac{11}{9}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{10}{9}$.

Lời giải

Chọn A

$$\cos \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow P = \sin^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + 2\cos^2 \alpha = 1 + 2\cos^2 \alpha = \frac{11}{9}.$$

Câu 47: Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

A. $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2, \forall x.$

B. $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x, \forall x \neq 90^\circ$

C. $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x, \forall x.$

D. $\sin^6 x - \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x, \forall x$

Lời giải

Chọn D

$$\sin^6 x - \cos^6 x = (\sin^2 x - \cos^2 x)(1 - \sin^2 x \cos^2 x).$$

Câu 48: Trong các hệ thức sau hệ thức nào **đúng**?

A. $\sin^2 \alpha + \cos \alpha^2 = 1.$

B. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1.$

C. $\sin \alpha^2 + \cos \alpha^2 = 1.$

D. $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1.$

Lời giải

Chọn D

Công thức lượng giác cơ bản.

Câu 49: Rút gọn biểu thức sau $A = \frac{\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cdot \cos x}{\cot x}$

A. $A = 4.$

B. $A = 2.$

C. $A = 1.$

D. $A = 3.$

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} A &= \frac{\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cdot \cos x}{\cot x} = \frac{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \cos^2 x}{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}} + \frac{\sin x \cdot \cos x}{\frac{\cos x}{\sin x}} \\ &= \frac{\cos^2 x (1 - \sin^2 x)}{\cos^2 x} + \sin^2 x = 1 - \sin^2 x + \sin^2 x = 1. \end{aligned}$$

Câu 50: Biểu thức $(\cot a + \tan a)^2$ bằng

A. $\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \frac{1}{\cos^2 \alpha}.$

B. $\cot^2 a + \tan^2 a + 2$

C. $\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha}$.

D. $\cot^2 a \cdot \tan^2 a + 2$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} (\cot a + \tan a)^2 &= \cot^2 a + 2 \cot a \cdot \tan a + \tan^2 a \\ &= (\cot^2 a + 1) + (\tan^2 a + 1) = \frac{1}{\sin^2 a} + \frac{1}{\cos^2 a} \end{aligned}$$

Câu 51: Rút gọn biểu thức sau $A = (\tan x + \cot x)^2 - (\tan x - \cot x)^2$

A. $A = 4$.

B. $A = 1$.

C. $A = 2$.

D. $A = 3$

Lời giải

Chọn A

$$A = (\tan^2 x + 2 \tan x \cdot \cot x + \cot^2 x) - (\tan^2 x - 2 \tan x \cdot \cot x + \cot^2 x) = 4.$$

Câu 52: Đơn giản biểu thức $G = (1 - \sin^2 x) \cot^2 x + 1 - \cot^2 x$.

A. $\sin^2 x$.

B. $\cos^2 x$.

C. $\frac{1}{\cos x}$.

D. $\cos x$.

Lời giải

Chọn A

$$G = [(1 - \sin^2 x) - 1] \cot^2 x + 1 = -\sin^2 x \cdot \cot^2 x + 1 = 1 - \cos^2 x = \sin^2 x.$$

Câu 53: Biểu thức $A = \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \cos 60^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$ có giá trị bằng

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$ ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$) nên suy ra $\cos \alpha + \cos(180^\circ - \alpha) = 0$.

$$\begin{aligned} \text{Do đó: } A &= (\cos 20^\circ + \cos 160^\circ) + (\cos 40^\circ + \cos 140^\circ) + (\cos 60^\circ + \cos 120^\circ) \\ &+ (\cos 80^\circ + \cos 100^\circ) + \cos 180^\circ = \cos 180^\circ = -1. \end{aligned}$$

Câu 54: Cho $\tan \alpha - \cot \alpha = 3$. Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$.

A. $A = 12$.

B. $A = 11$.

C. $A = 13$.

D. $A = 5$.

Lời giải

Chọn B

Lời giải

Chọn B

$$\tan^2 x \sin^2 x - \tan^2 x + \sin^2 x =$$

$$\tan^2 x (\sin^2 x - 1) + \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} (-\cos^2 x) + \sin^2 x = 0$$

Câu 60: Giá trị của $A = \tan 5^\circ \cdot \tan 10^\circ \cdot \tan 15^\circ \dots \tan 80^\circ \cdot \tan 85^\circ$ là

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

$$A = (\tan 5^\circ \cdot \tan 85^\circ) \cdot (\tan 10^\circ \cdot \tan 80^\circ) \dots (\tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ) \cdot \tan 45^\circ = 1.$$

Câu 61: Giá trị của $B = \cos^2 73^\circ + \cos^2 87^\circ + \cos^2 3^\circ + \cos^2 17^\circ$ là

- A.** $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$$B = (\cos^2 73^\circ + \cos^2 17^\circ) + (\cos^2 87^\circ + \cos^2 3^\circ) = (\cos^2 73^\circ + \sin^2 73^\circ) + (\cos^2 87^\circ + \sin^2 87^\circ) = 2$$

Câu 62: Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Tìm m để $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 7$.

- A.** $m=9$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=\pm 3$.

Lời giải

Chọn D

$$7 = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 - 2 \Rightarrow m^2 = 9 \Leftrightarrow m = \pm 3.$$

Câu 63: Giá trị của $E = \sin 36^\circ \cos 6^\circ \sin 126^\circ \cos 84^\circ$ là

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** 1. **D.** -1 .

Lời giải

Chọn A

$$E = \sin 36^\circ \cos 6^\circ \sin(90^\circ + 36^\circ) \cos(90^\circ - 6^\circ) =$$

$$\sin 36^\circ \cos 6^\circ - \cos 36^\circ \sin 6^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

Câu 64: Giá trị của biểu thức $A = \sin^2 51^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 39^\circ + \sin^2 35^\circ$ là

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$$A = (\sin^2 51^\circ + \sin^2 39^\circ) + (\sin^2 55^\circ + \sin^2 35^\circ) = (\sin^2 51^\circ + \cos^2 51^\circ) + (\sin^2 55^\circ + \cos^2 55^\circ) = 2$$

Câu 65: Cho $\sin x + \cos x = m$. Tính theo m giá trị của $M = \sin x \cdot \cos x$.

A. $m^2 - 1$.

B. $\frac{m^2 - 1}{2}$.

C. $\frac{m^2 + 1}{2}$.

D. $m^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\sin x + \cos x = m \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = m^2$$

$$\Leftrightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x) + 2 \sin x \cdot \cos x = m^2$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2 \sin x \cdot \cos x = m^2 \Leftrightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{m^2 - 1}{2}$$

Vậy $M = \frac{m^2 - 1}{2}$.

♦Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1. Cho biểu thức: $5 \tan 135^\circ + \sqrt{3} \cot 120^\circ - \sin 90^\circ$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\tan 135^\circ = -1$		
b)	$\cot 120^\circ = \frac{-1}{\sqrt{3}}$		
c)	$\sin 90^\circ = -1$		
d)	$5 \tan 135^\circ + \sqrt{3} \cot 120^\circ - \sin 90^\circ = 7$		

Câu 2. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = 1$		
b)	$1 + 2 \sin \alpha \cdot \sin \alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2$		
c)	$1 - 2 \sin \alpha \cdot \sin \alpha = (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$		
d)	$1 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$		

Câu 3. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$A = 4\sin 30^\circ + (\sqrt{3})^3 \cdot \tan 30^\circ = 5$		
b)	$B = \frac{1}{\sqrt{3}} \cos 30^\circ - 3\sqrt{2} \sin 45^\circ + \cot 45^\circ = \frac{3}{2}$		
c)	$C = \sin^2 60^\circ + \tan^2 30^\circ - 2 = -\frac{11}{12}$		
d)	$D = 2(\sin 150^\circ + \sqrt{3}) + \frac{1}{2\sqrt{2}} \cos 135^\circ - 3 \tan 150^\circ = \frac{3}{4} + 2\sqrt{3}$		

Câu 4. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\cos \alpha > 0$		
b)	$\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$		
c)	$\tan \alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$		
d)	$\cot \alpha = 2\sqrt{2}$		

Câu 5. Cho $\tan \alpha = -\frac{5}{12}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$		
b)	$\cos \alpha = \frac{12}{13}$		
c)	$\cot \alpha = \frac{12}{5}$		
d)	$\sin \alpha = \frac{5}{13}$		

Câu 6. Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ và $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\sin \alpha > 0$		
b)	$\sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$		

c)	$\cot \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$		
d)	$\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$		

Câu 7. Cho biết $\tan \alpha = -\frac{3}{4}, 90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\cos \alpha > 0$		
b)	$\cos \alpha = -\frac{4}{5}$		
c)	$\cot \alpha = -\frac{4}{3}$		
d)	$\sin \alpha = -\frac{3}{5}$		

Câu 8. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5} (90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\cos \alpha > 0$		
b)	$\cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$		
c)	$\cos \alpha = \frac{4}{5}$		
d)	$\tan \alpha = \frac{3}{4}$		

Câu 9. Cho $\cos \alpha = -\frac{3}{4} (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\sin^2 \alpha = \frac{7}{16}$		
b)	$\sin \alpha < 0$		
c)	$\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$		
d)	$\cot \alpha = -\frac{3\sqrt{7}}{7}$		

Câu 10. Cho $\sin \alpha = \frac{12}{13} (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\cos \alpha < 0$		
b)	$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$		
c)	$\tan \alpha = -\frac{12}{5}$		
d)	$\cot \alpha = -\frac{5}{12}$		

Câu 11. Cho góc α thoả mãn $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\sin^2 \alpha = \frac{9}{25}$		
b)	$\cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$		
c)	$\frac{\cot \alpha + \tan \alpha}{\cot \alpha - \tan \alpha} = \frac{25}{7}$		
d)	$\frac{1}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{7}{25}$		

Câu 12. Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\cos \alpha < 0$		
b)	$\cos^2 \alpha = \frac{5}{9}$		
c)	$\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$		
d)	$\frac{\sin \alpha + \sqrt{5} \cos \alpha}{2 \sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{7}{4 + \sqrt{5}}$		

Câu 13. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\cos^2 \alpha = \frac{8}{9}$		
b)	$A = \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = \frac{35}{9}$		

c)	$B = 5\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = -\frac{1}{3}$		
d)	$C = \sqrt{\sin^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha} + \sqrt{\cos^2 \alpha - 7\sin^2 \alpha} = 2$		

Câu 14. Cho $\cos \alpha = \frac{3}{4}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\sin^2 \alpha = \frac{7}{16}$		
b)	$A = 3\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{5}{8}$		
c)	$B = 5\sin^2 \alpha - 3\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}$		
d)	$C = \sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^4 \alpha} + \sqrt{\sin^4 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{193}}{9}$		

Câu 15. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$D = a \sin 90^\circ + b \cos 90^\circ + c \sin 180^\circ = 2a$		
b)	$E = \sin^2 60^\circ + 2\cos^2 30^\circ - 5\tan^2 45^\circ = \frac{11}{4}$		
c)	$F = \cos^2 24^\circ + \cos^2 66^\circ + \cos^2 1^\circ + \cos^2 89^\circ = 3$		
d)	$G = \cos^2 45^\circ - 2\cos^2 50^\circ + 2\sin^2 45^\circ - 2\cos^2 40^\circ + 5\tan 55^\circ \cot 125^\circ = \frac{-11}{2}$		

Câu 16. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$		
b)	$\sin 150^\circ = \sin 30^\circ$		
c)	$\cos 40^\circ = \cos 140^\circ$		
d)	$\tan 25^\circ = \tan 155^\circ$		

Câu 17. Cho $\cot \alpha = -\sqrt{2}, (0^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\sin \alpha > 0$		
b)	$\sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$		

c)	$\cos \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{3}$		
d)	$\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$		

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho biểu thức: $5 \tan 135^\circ + \sqrt{3} \cot 120^\circ - \sin 90^\circ$. Khi đó:

a) $\tan 135^\circ = -1$

b) $\cot 120^\circ = \frac{-1}{\sqrt{3}}$

c) $\sin 90^\circ = -1$

d) $5 \tan 135^\circ + \sqrt{3} \cot 120^\circ - \sin 90^\circ = 7$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

$$5 \tan 135^\circ + \sqrt{3} \cot 120^\circ - \sin 90^\circ = 5 \cdot (-1) + \sqrt{3} \cdot \frac{-1}{\sqrt{3}} - 1 = -7.$$

Câu 2. Xét tính đúng, sai của các đẳng thức sau:

a) $(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = 1$

b) $1 + 2 \sin \alpha \cdot \sin \alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2$

c) $1 - 2 \sin \alpha \cdot \sin \alpha = (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$

d) $1 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) $(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = 1$

b) $1 + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2$.

c) $1 - 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$.

d) Ta có: $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = 1$.

Do đó: $1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$.

Câu 3. Xét tính đúng, sai của các đẳng thức sau

a) $A = 4\sin 30^\circ + (\sqrt{3})^3 \cdot \tan 30^\circ = 5$;

b) $B = \frac{1}{\sqrt{3}} \cos 30^\circ - 3\sqrt{2} \sin 45^\circ + \cot 45^\circ = \frac{3}{2}$;

c) $C = \sin^2 60^\circ + \tan^2 30^\circ - 2 = -\frac{11}{12}$

d) $D = 2(\sin 150^\circ + \sqrt{3}) + \frac{1}{2\sqrt{2}} \cos 135^\circ - 3 \tan 150^\circ = \frac{3}{4} + 2\sqrt{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) $A = 4 \cdot \frac{1}{2} + 3\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 2 + 3 = 5$.

b) $B = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = \frac{1}{2} - 3 + 1 = -\frac{3}{2}$.

c) $C = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - 2 = \frac{3}{4} + \frac{1}{3} - 2 = -\frac{11}{12}$.

d) $D = 2\sin 30^\circ + 2\sqrt{3} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \cos 45^\circ + 3 \tan 30^\circ$ do $\begin{cases} \sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ \\ \cos 135^\circ = \cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ \\ \tan 150^\circ = \tan(180^\circ - 30^\circ) = -\tan 30^\circ \end{cases}$

$D = 2 \cdot \frac{1}{2} + 2\sqrt{3} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 1 + 2\sqrt{3} - \frac{1}{4} + \sqrt{3} = \frac{3}{4} + 3\sqrt{3}$.

Câu 4. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khi đó:

a) $\cos \alpha > 0$

$$\text{b) } \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{c) } \tan \alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{d) } \cot \alpha = 2\sqrt{2}$$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

a) Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha < 0$.

$$\text{b) Ta có: } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{c) Do đó: } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Câu 5. Cho $\tan \alpha = -\frac{5}{12}$. Khi đó:

$$\text{a) } \alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$$

$$\text{b) } \cos \alpha = \frac{12}{13}$$

$$\text{c) } \cot \alpha = \frac{12}{5}$$

$$\text{d) } \sin \alpha = \frac{5}{13}$$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

$$\text{a) Vì } \tan \alpha = -\frac{5}{12} < 0 \Rightarrow \alpha \in (90^\circ; 180^\circ) \Rightarrow \cos \alpha < 0.$$

$$\text{b) Mặt khác: } \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + \frac{25}{144} = \frac{169}{144} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{144}{169} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{12}{13}.$$

$$\text{c) Vì } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{5}{12} \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) = \frac{5}{13}; \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{12}{5}.$$

Câu 6. Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ và $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$. Khi đó:

- a) $\sin \alpha > 0$
- b) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$
- c) $\cot \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$
- d) $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

Vì $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$ nên $\sin \alpha > 0$.

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$ mà $\sin \alpha > 0$,

$$\text{nên } \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}, \tan \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 7. Cho biết $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khi đó:

- a) $\cos \alpha > 0$
- b) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$
- c) $\cot \alpha = -\frac{4}{3}$
- d) $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

$$\text{Vì } \tan \alpha = -\frac{3}{4} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{4}{3}.$$

Theo giả thiết: $90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha < 0$.

Ta có: $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{25}{16} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5};$

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{3}{5}.$

Câu 8. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5} (90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Khi đó:

a) $\cos \alpha > 0$

b) $\cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$

c) $\cos \alpha = \frac{4}{5}$

d) $\tan \alpha = \frac{3}{4}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

Vì $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}.$

Mà $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha < 0.$

Do đó $\cos \alpha = -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}; \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{3}{4}.$

Câu 9. Cho $\cos \alpha = -\frac{3}{4} (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$. Khi đó:

a) $\sin^2 \alpha = \frac{7}{16}$

b) $\sin \alpha < 0$

c) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$

d) $\cot \alpha = -\frac{3\sqrt{7}}{7}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

$$\text{Vì } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{16}$$

$$\text{Mà } 0^\circ < \alpha < 90^\circ \text{ nên } \sin \alpha > 0. \text{ Do đó } \sin \alpha = \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{4}}{-\frac{3}{4}} = -\frac{\sqrt{7}}{3}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -\frac{3\sqrt{7}}{7}.$$

Câu 10. Cho $\sin \alpha = \frac{12}{13} (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$. Khi đó:

- a) $\cos \alpha < 0$
- b) $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$
- c) $\tan \alpha = -\frac{12}{5}$
- d) $\cot \alpha = -\frac{5}{12}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

Vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\cos \alpha > 0$.

$$\text{Do đó } \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{5}{13}; \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{12}{5}; \cot \alpha = \frac{5}{12}.$$

Câu 11. Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Khi đó:

- a) $\sin^2 \alpha = \frac{9}{25}$
- b) $\cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$
- c) $\frac{\cot \alpha + \tan \alpha}{\cot \alpha - \tan \alpha} = \frac{25}{7}$
- d) $\frac{1}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{7}{25}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

$$\text{Ta có: } H = \frac{\cot \alpha + \tan \alpha}{\cot \alpha - \tan \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}}{\frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}} = \frac{1}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}.$$

$$\text{Vì } \sin \alpha = \frac{3}{5} \text{ nên } \sin^2 \alpha = \frac{9}{25} \text{ và } \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{16}{25}. \text{ Do đó: } H = \frac{1}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{\frac{16}{25} - \frac{9}{25}} = \frac{25}{7}.$$

Câu 12. Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3} (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$. Khi đó:

a) $\cos \alpha < 0$

b) $\cos^2 \alpha = \frac{5}{9}$

c) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

d) $\frac{\sin \alpha + \sqrt{5} \cos \alpha}{2 \sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{7}{4 + \sqrt{5}}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

$$\text{Vì } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}.$$

$$\text{Mà } 0^\circ < \alpha < 90^\circ \text{ nên } \cos \alpha > 0. \text{ Do đó } \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ nên } A = \frac{\sin \alpha + \sqrt{5} \cos \alpha}{2 \sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{7}{4 + \sqrt{5}}.$$

Câu 13. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. Khi đó:

a) $\cos^2 \alpha = \frac{8}{9}$

b) $A = \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = \frac{35}{9}$

c) $B = 5 \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = -\frac{1}{3}$

d) $C = \sqrt{\sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha} + \sqrt{\cos^2 \alpha - 7 \sin^2 \alpha} = 2$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Ta có: $\sin \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{9}$. Vì $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ nên $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$

b) $A = \frac{1}{9} + 3 \cdot \frac{8}{9} = \frac{25}{9}$.

c) $B = 5 \cdot \frac{1}{9} - \frac{8}{9} = -\frac{1}{9}$

d) $C = \sqrt{\frac{1}{9} + 3 \cdot \frac{8}{9}} + \sqrt{\frac{8}{9} - 7 \cdot \frac{1}{9}} = \frac{5}{3} + \frac{1}{3} = 2$.

Câu 14. Cho $\cos \alpha = \frac{3}{4}$. Khi đó:

a) $\sin^2 \alpha = \frac{7}{16}$

b) $A = 3\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{5}{8}$;

c) $B = 5\sin^2 \alpha - 3\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}$;

d) $C = \sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^4 \alpha} + \sqrt{\sin^4 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{193}}{9}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) $\cos \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{16}$. Vì $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{7}{16}$.

b) $A = 3 \cdot \frac{7}{16} + \frac{9}{16} = \frac{15}{8}$.

c) $B = 5 \cdot \frac{7}{16} - 3 \cdot \frac{9}{16} = \frac{1}{2}$.

d) $C = \sqrt{\frac{7}{16} + \left(\frac{9}{16}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{7}{16}\right)^2 + \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{193}}{8}$.

Câu 15. Xét tính đúng, sai của các đẳng thức sau

a) $D = a \sin 90^\circ + b \cos 90^\circ + c \sin 180^\circ = 2a$;

b) $E = \sin^2 60^\circ + 2 \cos^2 30^\circ - 5 \tan^2 45^\circ = \frac{11}{4}$;

c) $F = \cos^2 24^\circ + \cos^2 66^\circ + \cos^2 1^\circ + \cos^2 89^\circ = 3$;

d) $G = \cos^2 45^\circ - 2 \cos^2 50^\circ + 2 \sin^2 45^\circ - 2 \cos^2 40^\circ + 5 \tan 55^\circ \cot 125^\circ = \frac{-11}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

a) $D = a.1 + b.0 + c.0 = a$.

b) $E = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 5.1 = -\frac{11}{4}$.

c) $F = \cos^2 24^\circ + \sin^2 24^\circ + \cos^2 1^\circ + \sin^2 1^\circ = 1 + 1 = 2$.

d) $G = \cos^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ - 2(\cos^2 50^\circ + \cos^2 40^\circ) - 5 \tan 55^\circ \cot 55^\circ$

$= \cos^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ - 2(\cos^2 50^\circ + \sin^2 50^\circ) - 5 \tan 55^\circ \cot 55^\circ = \frac{-11}{2}$

Câu 16. Xét tính đúng, sai của các đẳng thức sau

a) $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$

b) $\sin 150^\circ = \sin 30^\circ$

c) $\cos 40^\circ = \cos 140^\circ$

d) $\tan 25^\circ = \tan 155^\circ$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$

b) $\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ$;

c) $\cos 40^\circ = \cos(180^\circ - 140^\circ) = -\cos 140^\circ$;

d) $\tan 25^\circ = \tan(180^\circ - 155^\circ) = -\tan 155^\circ$.

Câu 17. Cho $\cot \alpha = -\sqrt{2}, (0^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Khi đó:

a) $\sin \alpha > 0$

b) $\sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

c) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{3}$

d) $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha} = \frac{1}{1 + 2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Do $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Mà $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \cot \alpha \cdot \sin \alpha = -\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 1. Cho các góc α, β thỏa mãn $0^\circ < \alpha, \beta < 180^\circ$ và $\alpha + \beta = 90^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $T = \sin^6 \alpha + \sin^6 \beta + 3 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta$.

Trả lời:.....

Câu 2. Cho $\cot \alpha = -3$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$.

Trả lời:.....

Câu 3. Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x$?

Trả lời:.....

Câu 4. Cho $\tan \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$?

Trả lời:.....

Câu 5. Tính giá trị biểu thức $A = 3\sin 90^\circ + 2\cos 0^\circ - 3\cos 60^\circ + 10\cos 180^\circ$;

Trả lời:.....

Câu 6. Tính giá trị biểu thức $B = \frac{2\sin^2 30^\circ}{1 - 2\cos^2 30^\circ} + 4\sin 60^\circ - \cot 30^\circ$.

Trả lời:.....

Câu 7. Tính giá trị biểu thức sau:

$$A = \cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 45^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 35^\circ.$$

Trả lời:.....

Câu 8. Tính giá trị biểu thức sau: $B = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$;

Trả lời:.....

Câu 9. Tính giá trị biểu thức sau: $C = \sin^2 51^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 39^\circ + \sin^2 35^\circ$;

Trả lời:.....

Câu 10. Tính giá trị biểu thức sau: $D = \cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 180^\circ$.

Trả lời:.....

Câu 11. Cho $\cot \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{3\sin \alpha + 4\cos \alpha}{2\sin \alpha - 5\cos \alpha}$?

Trả lời:.....

Câu 12. Cho $\cos \alpha = \frac{3}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $B = \frac{\tan \alpha + 3\cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$?

Trả lời:.....

Câu 13. Cho $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính $C = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha + 2\sin \alpha}$?

Trả lời:.....

Câu 14. Biết $\sin a + \cos a = \sqrt{2}$. Tính giá trị của $\sin^4 a + \cos^4 a$?

Trả lời:.....

Câu 15. Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Tìm m để $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 7$?

Trả lời:.....

Câu 16. Tính giá trị của biểu thức: $A = \sin 60^\circ + 2\cos 30^\circ - 3\sin 45^\circ$

Trả lời:.....

Câu 17. Tính giá trị của biểu thức: $B = \sin 90^\circ + \cos 60^\circ - 2\tan 135^\circ$

Trả lời:.....

Câu 18. Tính giá trị của biểu thức: $C = \sqrt{3}\sin 60^\circ - \cos 120^\circ + \cot 135^\circ$

Trả lời:.....

Câu 19. Tính giá trị của biểu thức: $D = a^2 \sin 45^\circ \cos 45^\circ + c^2 \cos 90^\circ$

Trả lời:.....

Câu 20. Tính giá trị của biểu thức: $E = \sin^2 5^\circ + \sin^2 13^\circ + \sin^2 77^\circ + \sin^2 85^\circ$

Trả lời:.....

Câu 21. Tính giá trị của biểu thức: $F = 1 - 2\sin^2 55^\circ + 4\cos^2 60^\circ - 2\sin^2 35^\circ + \tan 55^\circ \tan 35^\circ$

Trả lời:.....

Câu 22. Cho $\tan \alpha = \frac{3}{5}$. Tính $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$.

Trả lời:.....

Câu 23. Cho $\tan \alpha = 1$. Tính $B = \frac{\sin^2 \alpha + 1}{2\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$.

Trả lời:.....

Câu 24. Cho $\cot \alpha = 2$. Tính $B = \frac{\sin \alpha + 2\cos \alpha}{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}$.

Trả lời:.....

Câu 25. Cho $\cot \alpha = 4$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha}$.

Trả lời:.....

Câu 26. Tính giá trị biểu thức $P = \cos 30^\circ \cdot \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \cdot \sin 60^\circ$.

Trả lời:.....

Lời giải

Câu 27. Tính giá trị biểu thức $A = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 180^\circ$.

Trả lời:.....

Câu 28. Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{5}{13}$. Tính giá trị biểu thức $3\sin \alpha + 2\cos \alpha$.

Trả lời:.....

Câu 29. Cho $\cos \alpha = \frac{-2}{5} (90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Tính $\tan \alpha$.

Trả lời:.....

Câu 30. Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$.

Trả lời:.....

Câu 31. Cho $\tan x = -1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{\sin x + 2\cos x}{\cos x + 2\sin x}$.

Trả lời:.....

Câu 32. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{2\sin\alpha - \sqrt{2}\cos\alpha}{4\sin\alpha + 3\sqrt{2}\cos\alpha}$ biết $\cot\alpha = -\sqrt{2}$.

Trả lời:.....

Câu 33. Cho góc α thỏa mãn $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{\tan\alpha - 3\cot\alpha}{\tan\alpha + \cot\alpha}$.

Trả lời:.....

Câu 34. Cho tam giác ABC . Hãy tính $\sin A \cdot \cos(B+C) + \cos A \cdot \sin(B+C)$

Trả lời:.....

Câu 35. Cho biết $\sin\alpha + \cos\alpha = a$. Tính giá trị của $\sin\alpha \cos\alpha$.

Trả lời:.....

Câu 36. Cho $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$. Tính $P = |\sin x - \cos x|$.

Trả lời:.....

Câu 37. Cho hai góc α và β với $\alpha + \beta = 180^\circ$. Tính giá trị của biểu thức
 $P = \cos\alpha \cos\beta - \sin\beta \sin\alpha$.

Trả lời:.....

Câu 38. Tính giá trị các biểu thức sau: $A = \sin^2 3^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ + \sin^2 87^\circ$

Trả lời:.....

Câu 39. Tính giá trị các biểu thức sau: $B = \cos 0^\circ \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$.

Trả lời:.....

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho các góc α, β thỏa mãn $0^\circ < \alpha, \beta < 180^\circ$ và $\alpha + \beta = 90^\circ$. Tính giá trị của biểu thức
 $T = \sin^6\alpha + \sin^6\beta + 3\sin^2\alpha \sin^2\beta$.

Trả lời: 1

Lời giải

Ta có: $\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \sin\beta = \cos\alpha$. Mà $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ nên

$$\begin{aligned} T &= \sin^6\alpha + \cos^6\alpha + 3\sin^2\alpha \cos^2\alpha \\ &= (\sin^2\alpha)^3 + (\cos^2\alpha)^3 + 3\sin^2\alpha \cos^2\alpha (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) \\ &= (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)^3 = 1. \end{aligned}$$

Câu 2. Cho $\cot \alpha = -3$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$.

Trả lời: $-\frac{13}{20}$

Lời giải

Vì $\cot \alpha = -3$ nên $\sin \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của P cho $\sin^3 \alpha$, ta có:

$$P = \frac{1 + \cot^3 \alpha}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}(1 - \cot \alpha)} = \frac{1 + \cot^3 \alpha}{(1 + \cot^2 \alpha)(1 - \cot \alpha)} = \frac{1 + (-3)^3}{[1 + (-3)^2][1 - (-3)]} = -\frac{13}{20}$$

Câu 3. Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$?

Trả lời: $\frac{13}{4}$

Lời giải

Ta có: $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x = 3(1 - \cos^2 x) + 4\cos^2 x = 3 + \cos^2 x = 3 + \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$.

Câu 4. Cho $\tan \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{3\sin \alpha + 4\cos \alpha}{2\sin \alpha - 5\cos \alpha}$?

Trả lời: $-\frac{15}{13}$

Lời giải

Vì $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{3}$ nên $\cos \alpha \neq 0$.

Chia cả tử và mẫu của P cho $\cos \alpha$, ta được: $A = \frac{3 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + 4}{2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 5} = \frac{3 \tan \alpha + 4}{2 \tan \alpha - 5} = \frac{3 \cdot \frac{1}{3} + 4}{2 \cdot \frac{1}{3} - 5} = -\frac{15}{13}$.

Câu 5. Tính giá trị biểu thức $A = 3\sin 90^\circ + 2\cos 0^\circ - 3\cos 60^\circ + 10\cos 180^\circ$;

Trả lời: $-\frac{13}{2}$

Lời giải

$$A = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 3 \cdot \frac{1}{2} + 10 \cdot (-1) = -\frac{13}{2}$$

Câu 6. Tính giá trị biểu thức $B = \frac{2 \sin^2 30^\circ}{1 - 2 \cos^2 30^\circ} + 4 \sin 60^\circ - \cot 30^\circ$.

Trả lời: $-1 + \sqrt{3}$

Lời giải

$$B = \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2}{1 - 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} + 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} = -1 + \sqrt{3}$$

Câu 7. Tính giá trị biểu thức sau:

$$A = \cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 45^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 35^\circ.$$

Trả lời: $\frac{7}{2}$

Lời giải

$$A = (\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ) + (\cos^2 25^\circ + \sin^2 25^\circ) + (\cos^2 35^\circ + \sin^2 35^\circ) + \cos^2 45^\circ = 1 + 1 + 1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{7}{2}.$$

Câu 8. Tính giá trị biểu thức sau: $B = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$;

Trả lời: 1

Lời giải

$$\begin{aligned} B &= \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ \\ &= (\tan 1^\circ \tan 89^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \tan 88^\circ) \dots (\tan 44^\circ \tan 46^\circ) \cdot \tan 45^\circ \\ &= (\tan 1^\circ \cdot \cot 1^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \cot 2^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cot 44^\circ) \cdot \tan 45^\circ = 1 \cdot 1 \dots 1 = 1. \end{aligned}$$

Câu 9. Tính giá trị biểu thức sau: $C = \sin^2 51^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 39^\circ + \sin^2 35^\circ$;

Trả lời: 2

Lời giải

$$\begin{aligned} C &= (\sin^2 51^\circ + \sin^2 39^\circ) + (\sin^2 55^\circ + \sin^2 35^\circ) \\ &= [\sin^2 51^\circ + \sin^2 (90^\circ - 51^\circ)] + [\sin^2 55^\circ + \sin^2 (90^\circ - 55^\circ)] \end{aligned}$$

$$= (\sin^2 51^\circ + \cos^2 51^\circ) + (\sin^2 55^\circ + \cos^2 55^\circ) = 1 + 1 = 2.$$

Câu 10. Tính giá trị biểu thức sau: $D = \cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 180^\circ$.

Trả lời: -1

Lời giải

$$\begin{aligned} D &= (\cos 1^\circ + \cos 179^\circ) + (\cos 2^\circ + \cos 178^\circ) + \\ &\dots + (\cos 89^\circ + \cos 91^\circ) + \cos 90^\circ + \cos 180^\circ \\ &= [\cos 1^\circ + \cos (180^\circ - 1^\circ)] + [\cos 2^\circ + \cos (180^\circ - 2^\circ)] + \dots + [\cos 89^\circ + \cos (180^\circ - 89^\circ)] + 0 - 1 \\ &= (\cos 1^\circ - \cos 1^\circ) + (\cos 2^\circ - \cos 2^\circ) + \dots + (\cos 89^\circ - \cos 89^\circ) - 1 \\ &= 0 + 0 + \dots + 0 + 0 - 1 = -1. \end{aligned}$$

Câu 11. Cho $\cot \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{3\sin \alpha + 4\cos \alpha}{2\sin \alpha - 5\cos \alpha}$?

Trả lời: 13

Lời giải

$$\text{Do } \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin \alpha \neq 0.$$

$$\text{Chia hai vế biểu thức } A \text{ cho } \sin \alpha, \text{ ta có: } A = \frac{3 + 4 \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{2 - 5 \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{3 + 4 \cot \alpha}{2 - 5 \cot \alpha} = \frac{3 + 4 \cdot \frac{1}{3}}{2 - 5 \cdot \frac{1}{3}} = 13$$

Câu 12. Cho $\cos \alpha = \frac{3}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $B = \frac{\tan \alpha + 3\cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$?

Trả lời: $\frac{17}{8}$

Lời giải

$$B = \frac{\tan \alpha + 3 \frac{1}{\tan \alpha}}{\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}} = \frac{\frac{\tan^2 \alpha + 3}{\tan \alpha}}{\frac{\tan^2 \alpha + 1}{\tan \alpha}} = \frac{\tan^2 \alpha + 3}{\tan^2 \alpha + 1} = \frac{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 2}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{1 + 2\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 1 + 2\cos^2 \alpha. \text{ Suy ra:}$$

$$B = 1 + 2 \cdot \frac{9}{16} = \frac{17}{8}.$$

Câu 13. Cho $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính $C = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin \alpha}$?

Trả lời: $\frac{3(\sqrt{2}-1)}{3+8\sqrt{2}}$

Lời giải

Do $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \sqrt{2} \Rightarrow \cos \alpha \neq 0$.

Chia cả tử và mẫu của T cho $\cos^3 \alpha$, ta có:

$$C = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos^3 \alpha}}{\frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{3 \cos^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{2 \sin \alpha}{\cos^3 \alpha}} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\cos^2 \alpha}}{\tan^3 \alpha + 3 + 2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha}}$$

$$= \frac{\tan \alpha (\tan^2 \alpha + 1) - (\tan^2 \alpha + 1)}{\tan^3 \alpha + 3 + 2 \tan \alpha (\tan^2 \alpha + 1)}.$$

$$\text{Suy ra } C = \frac{\sqrt{2}(2+1) - (2+1)}{2\sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2}(2+1)} = \frac{3(\sqrt{2}-1)}{3+8\sqrt{2}}.$$

Câu 14. Biết $\sin a + \cos a = \sqrt{2}$. Tính giá trị của $\sin^4 a + \cos^4 a$?

Trả lời: $\frac{1}{2}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin a + \cos a = \sqrt{2} \Rightarrow 2 = (\sin a + \cos a)^2 = \sin^2 a + 2 \sin a \cos a + \cos^2 a = 1 + 2 \sin a \cos a$$

$$\Rightarrow \sin a \cdot \cos a = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Khi đó: } \sin^4 a + \cos^4 a = (\sin^2 a + \cos^2 a) - 2 \sin^2 a \cos^2 a = 1 - 2 \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{2}.$$

Câu 15. Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Tìm m để $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 7$?

Trả lời: $m = \pm 3$

Lời giải

$$\text{Ta có: } 7 = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 - 2 = m^2 - 2 \Rightarrow m^2 = 9 \Rightarrow m = \pm 3.$$

Câu 16. Tính giá trị của biểu thức: $A = \sin 60^\circ + 2 \cos 30^\circ - 3 \sin 45^\circ$

Trả lời: $\frac{\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

$$A = \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 17. Tính giá trị của biểu thức: $B = \sin 90^\circ + \cos 60^\circ - 2 \tan 135^\circ$

Trả lời: $\frac{7}{2}$

Lời giải

$$B = 1 + \frac{1}{2} - 2 \cdot (-1) = \frac{7}{2}$$

Câu 18. Tính giá trị của biểu thức: $C = \sqrt{3} \sin 60^\circ - \cos 120^\circ + \cot 135^\circ$

Trả lời: 1

Lời giải

$$C = \sqrt{3} \sin 60^\circ + \cos 60^\circ - \cot 45^\circ = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} - 1 = 1$$

Câu 19. Tính giá trị của biểu thức: $D = a^2 \sin 45^\circ \cos 45^\circ + c^2 \cos 90^\circ$

Trả lời: $\frac{a^2}{4}$

Lời giải

$$D = a^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + b^2 \cdot 0 = \frac{a^2}{4}$$

Câu 20. Tính giá trị của biểu thức: $E = \sin^2 5^\circ + \sin^2 13^\circ + \sin^2 77^\circ + \sin^2 85^\circ$

Trả lời: 2

Lời giải

$$E = \sin^2 5^\circ + \sin^2 13^\circ + \sin^2 (90^\circ - 13^\circ) + \sin^2 (90^\circ - 5^\circ)$$

$$= \sin^2 5^\circ + \sin^2 13^\circ + \cos^2 13^\circ + \cos^2 5^\circ$$

$$= (\sin^2 5^\circ + \cos^2 5^\circ) + (\sin^2 13^\circ + \cos^2 13^\circ) = 1 + 1 = 2$$

Câu 21. Tính giá trị của biểu thức: $F = 1 - 2 \sin^2 55^\circ + 4 \cos^2 60^\circ - 2 \sin^2 35^\circ + \tan 55^\circ \tan 35^\circ$

Trả lời: 1

Lời giải

$$F = 1 - 2\sin^2(90^\circ - 35^\circ) + 4\cos^2 60^\circ - 2\sin^2 35^\circ + \tan(90^\circ - 35^\circ)\tan 35^\circ$$

$$F = 1 - 2\cos^2 35^\circ + 4\cos^2 60^\circ - 2\sin^2 35^\circ + \cot 35^\circ \cdot \tan 55^\circ$$

$$= 1 - 2(\sin^2 35^\circ + \cos^2 35^\circ) + 4\cos^2 60^\circ + \tan 35^\circ \cot 35^\circ = 1 - 2 \cdot 1 + 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 1$$

Câu 22. Cho $\tan \alpha = \frac{3}{5}$. Tính $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$.

Trả lời: $-\frac{1}{4}$

Lời giải

Vì $\tan \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu cho $\cos \alpha$ ta được:

$$B = \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha) \frac{1}{\cos \alpha}}{(\sin \alpha + \cos \alpha) \frac{1}{\cos \alpha}} = \frac{\tan \alpha - 1}{\tan \alpha + 1} = \frac{\frac{3}{5} - 1}{\frac{3}{5} + 1} = -\frac{1}{4}.$$

Câu 23. Cho $\tan \alpha = 1$. Tính $B = \frac{\sin^2 \alpha + 1}{2\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$.

Trả lời: 3

Lời giải

Vì $\tan \alpha = 1 \Rightarrow \cos \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu cho $\cos^2 \alpha$ ta được :

$$B = \frac{(\sin^2 \alpha + 1) \frac{1}{\cos^2 \alpha}}{(2\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{\tan^2 \alpha + \frac{1}{\cos^2 \alpha}}{2 - \tan^2 \alpha} = \frac{\tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha + 1}{2 - \tan^2 \alpha} = 3$$

Câu 24. Cho $\cot \alpha = 2$. Tính $B = \frac{\sin \alpha + 2\cos \alpha}{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}$.

Trả lời: $-\frac{25}{7}$

Lời giải

Vì $\cot \alpha = 2 \Rightarrow \sin \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu cho $\sin^3 \alpha$ ta được :

$$B = \frac{(\sin \alpha + 2 \cos \alpha) \frac{1}{\sin^3 \alpha}}{(\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha) \frac{1}{\sin^3 \alpha}} = \frac{\frac{1}{\sin^2 \alpha} + 2 \cot \alpha \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha}}{1 - \cot^3 \alpha}$$

$$= \frac{1 + \cot^2 \alpha + 2 \cot \alpha (1 + \cot^2 \alpha)}{1 - \cot^3 \alpha} = \frac{2 \cot^3 \alpha + \cot^2 \alpha + 2 \cot \alpha + 1}{1 - \cot^3 \alpha} = -\frac{25}{7}.$$

Câu 25. Cho $\cot \alpha = 4$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha}$.

Trả lời: 5

Lời giải

$$\cot \alpha = 4 \Rightarrow \sin \alpha \neq 0. \text{ Khi đó ta có } P = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 1 + \cot \alpha = 1 + 4 = 5.$$

Câu 26. Tính giá trị biểu thức $P = \cos 30^\circ \cdot \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \cdot \sin 60^\circ$.

Trả lời: 0

Lời giải

$$\text{Vì } 30^\circ \text{ và } 60^\circ \text{ là hai góc phụ nhau nên } \begin{cases} \sin 30^\circ = \cos 60^\circ \\ \sin 60^\circ = \cos 30^\circ \end{cases}.$$

$$P = \cos 30^\circ \cdot \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \cdot \sin 60^\circ = \cos 30^\circ \cdot \cos 60^\circ - \cos 60^\circ \cdot \cos 30^\circ = 0.$$

Câu 27. Tính giá trị biểu thức $A = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 180^\circ$.

Trả lời: 9

Lời giải

$$A = 2(\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ) + 1$$

$$= 2[(\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ)] + 1$$

$$= 2[(\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ)] + 1$$

$$= 2.4 + 1 = 9$$

Câu 28. Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{5}{13}$. Tính giá trị biểu thức $3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha$.

Trả lời: $-\frac{9}{13}$

Lời giải

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{144}{169} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{12}{13}$$

Do α là góc tù nên $\cos \alpha < 0$, từ đó $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$

$$\text{Nhu vậy } 3\sin \alpha + 2\cos \alpha = 3 \cdot \frac{5}{13} + 2\left(-\frac{12}{13}\right) = -\frac{9}{13}$$

Câu 29. Cho $\cos \alpha = \frac{-2}{5}$ ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Tính $\tan \alpha$.

Trả lời: $-\frac{\sqrt{21}}{2}$

Lời giải

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{1}{\frac{4}{25}} - 1 = \frac{21}{4}.$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{2} \quad (\text{Do } 90^\circ < \alpha < 180^\circ)$$

Câu 30. Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$.

Trả lời: $\frac{13}{4}$

Lời giải

$$P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x = 3(1 - \cos^2 x) + 4\cos^2 x = 3 + \cos^2 x = 3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}.$$

Câu 31. Cho $\tan x = -1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{\sin x + 2\cos x}{\cos x + 2\sin x}$.

Trả lời: -1

Lời giải

$$P = \frac{\sin x + 2 \cos x}{\cos x + 2 \sin x} = \frac{\frac{\sin x}{\cos x} + 2}{1 + 2 \frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{\tan x + 2}{1 + 2 \tan x} = \frac{-1 + 2}{1 + 2 \cdot (-1)} = -1.$$

Câu 32. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{2 \sin \alpha - \sqrt{2} \cos \alpha}{4 \sin \alpha + 3\sqrt{2} \cos \alpha}$ biết $\cot \alpha = -\sqrt{2}$.

Trả lời: -2

Lời giải

Vì $\cot \alpha = -\sqrt{2} \Rightarrow \sin \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của biểu thức P cho $\sin \alpha$ ta được:

$$P = \frac{\frac{2 \sin \alpha - \sqrt{2} \cos \alpha}{\sin \alpha}}{\frac{4 \sin \alpha + 3\sqrt{2} \cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{2 - \sqrt{2} \cot \alpha}{4 + 3\sqrt{2} \cot \alpha} = \frac{2 - \sqrt{2}(-\sqrt{2})}{4 + 3\sqrt{2}(-\sqrt{2})} = -2$$

Câu 33. Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{\tan \alpha - 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$.

Trả lời: $\frac{1}{2}$

Lời giải

$$A = \frac{\tan \alpha - 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 3 \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\sin^2 \alpha - 3 \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{1 - 4 \cos^2 \alpha}{2} = \frac{1}{2}.$$

Câu 34. Cho tam giác ABC . Hãy tính $\sin A \cdot \cos(B+C) + \cos A \cdot \sin(B+C)$

Trả lời: 0

Lời giải

$$\begin{aligned} \sin A \cdot \cos(B+C) + \cos A \cdot \sin(B+C) &= \sin A \cdot \cos(180^\circ - A) + \cos A \cdot \sin(180^\circ - A) \\ &= -\sin A \cdot \cos A + \cos A \cdot \sin A = 0. \end{aligned}$$

Câu 35. Cho biết $\sin \alpha + \cos \alpha = a$. Tính giá trị của $\sin \alpha \cos \alpha$.

Trả lời: $\frac{a^2 - 1}{2}$

Lời giải

$$\sin \alpha + \cos \alpha = a \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = a^2$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = a^2 \Leftrightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{a^2 - 1}{2}.$$

Câu 36. Cho $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$. Tính $P = |\sin x - \cos x|$.

Trả lời: $\frac{7}{5}$

Lời giải

$$P^2 = (\sin x - \cos x)^2 = 1 - 2 \sin x \cdot \cos x, P \geq 0.$$

$$\frac{1}{5} = \sin x + \cos x \Rightarrow \frac{1}{25} = (\sin x + \cos x)^2 \Rightarrow \frac{1}{25} = 1 + 2 \sin x \cdot \cos x \Rightarrow 2 \sin x \cdot \cos x = -\frac{24}{25}.$$

$$\text{Do đó: } P^2 = 1 + \frac{24}{25} = \frac{49}{25} \Rightarrow P = \frac{7}{5} \text{ (Vì } P \geq 0 \text{)}.$$

Câu 37. Cho hai góc α và β với $\alpha + \beta = 180^\circ$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha.$$

Trả lời: -1

Lời giải

$\alpha + \beta = 180^\circ$. Hai góc α và β bù nhau nên $\sin \alpha = \sin \beta$; $\cos \alpha = -\cos \beta$.

$$\text{Do đó } P = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha = -\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = -(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = -1.$$

Câu 38. Tính giá trị các biểu thức sau: $A = \sin^2 3^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ + \sin^2 87^\circ$

Trả lời: 2

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= (\sin^2 3^\circ + \sin^2 87^\circ) + (\sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ) \\ &= (\sin^2 3^\circ + \cos^2 3^\circ) + (\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ) = 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

Câu 39. Tính giá trị các biểu thức sau: $B = \cos 0^\circ \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$.

Trả lời: 0

Lời giải

$$\begin{aligned} B &= (\cos 0^\circ + \cos 180^\circ) + (\cos 20^\circ + \cos 160^\circ) + \dots + (\cos 80^\circ + \cos 100^\circ) \\ &= (\cos 0^\circ - \cos 0^\circ) + (\cos 20^\circ - \cos 20^\circ) + \dots + (\cos 80^\circ - \cos 80^\circ) = 0 \end{aligned}$$

