

## MỤC LỤC

▶ BÀI 2. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC.....	2
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức .....	2
Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản.....	3
♦ Dạng 1: Ứng dụng định lý cosin trong tam giác và giải tam giác. ....	3
♦ Dạng 2: Ứng dụng định lý sin trong tam giác và giải tam giác.....	5
Ⓒ. Dạng toán rèn luyện.....	7
♦ Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	7
♦ Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai .....	33
♦ Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	44

**A. Tóm tắt kiến thức**

- ✓ Ngắm Tháp Rùa từ bờ, chỉ với những dụng cụ đơn giản, dễ chuẩn bị, ta cũng có thể xác định được khoảng cách từ vị trí ta đứng tới Tháp Rùa. Em có biết vì sao?



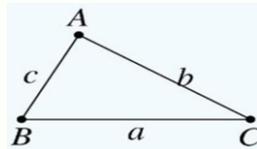
Có hay không, một kiểu định lí Pythagore cho tam giác tùy ý?



**1. Định lý Côsin**

✍ Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a, AC = b$  và  $AB = c$ . Ta có

- ✓  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ .
- ✓  $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$ .
- ✓  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ .



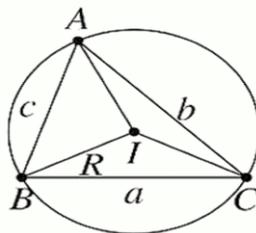
✍ **Hệ quả:** Áp dụng để tính góc

- ✓  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ .
- ✓  $\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$ .
- ✓  $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ .

**2. Định lý sin:**

✍ Tam giác  $ABC$  với  $BC = a, CA = b, AB = c$  và  $R$  là bán kính đường tròn ngoại tiếp,

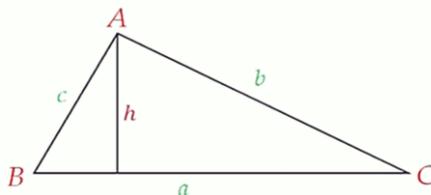
ta có: 
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$



### 3. Công thức tính diện tích tam giác

✎ Cho tam giác  $ABC$  có

- ✔  $h_a, h_b, h_c$  là độ dài đường cao lần lượt tương ứng với các cạnh  $BC, CA, AB$ ;
- ✔  $R$  là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác;
- ✔  $r$  là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác
- ✔  $p = \frac{a+b+c}{2}$  là nửa chu vi tam giác;
- ✔  $S$  là diện tích tam giác. Khi đó ta có:



- ✔  $S = \frac{1}{2}a \cdot h_a = \frac{1}{2}b \cdot h_b = \frac{1}{2}c \cdot h_c$ .
- ✔  $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$
- ✔  $S = \frac{abc}{4R}$ .
- ✔  $S = p \cdot r$
- ✔  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ .

## B. Phân dạng toán cơ bản

♦ **Dạng 1:** Ứng dụng định lý cosin trong tam giác và giải tam giác.

☞ **Các ví dụ minh họa**

**Câu 1:** Cho tam giác  $ABC$  có  $\hat{A} = 72^\circ, \hat{B} = 83^\circ, BC = 18$ . Tính độ dài các cạnh  $AC, AB$  và bán kính  $R$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

**Lời giải**

Đặt  $a = BC, b = AC, c = AB$ .

Ta có:  $a = 18, \hat{C} = 180^\circ - (72^\circ + 83^\circ) = 25^\circ$ .

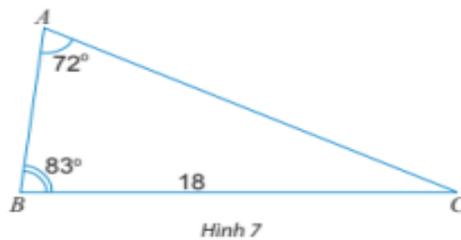
Áp dụng định lí sin, ta có  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2$ .

Suy ra:

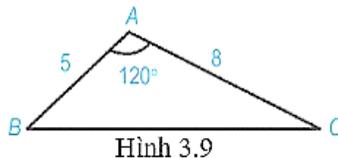
$$AC = b = \frac{a \sin B}{\sin A} = \frac{18 \cdot \sin 83^\circ}{\sin 72^\circ} \approx 18,8;$$

$$AB = c = \frac{a \sin C}{\sin A} = \frac{18 \cdot \sin 25^\circ}{\sin 72^\circ} \approx 8;$$

$$R = \frac{a}{2 \cdot \sin A} = \frac{18}{2 \cdot \sin 72^\circ} \approx 9,5.$$



**Câu 2:** Cho tam giác  $ABC$  (H.3.9) có  $A = 120^\circ$  và  $AB = 5, AC = 8$ . Tính độ dài cạnh  $BC$ .



### Lời giải

Áp dụng Định lí côsin cho tam giác  $ABC$ , ta có:

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 120^\circ \\ &= 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 129 \end{aligned}$$

Vậy  $BC = \sqrt{129}$ .

**Câu 3:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 5, AC = 8$  và  $A = 45^\circ$ . Tính độ dài các cạnh và độ lớn các góc còn lại của tam giác.

### Lời giải

Áp dụng định lý cosin:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 45^\circ = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 89 - 40\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{89 - 40\sqrt{2}}.$$

Áp dụng định lý cosin :

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{(89 - 40\sqrt{2}) + 5^2 - 8^2}{2(89 - 40\sqrt{2}) \cdot 5} \approx -0,0202 \Rightarrow B \approx 91^\circ 9'$$

$$C \approx 180^\circ - 45^\circ - 91^\circ 9' 26,83'' \approx 43^\circ 50' 33,17''.$$

**Câu 4:** Cho tam giác  $ABC$  có các cạnh  $BC = a = 6 \text{ cm}$ ,  $AC = b = 7 \text{ cm}$ ,  $AB = c = 5 \text{ cm}$ . Tính  $\cos B$ .

**Lời giải**

Theo hệ quả của định lý cosin ta có: 
$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{6^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{1}{5}$$

**Câu 5:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 3$ ;  $AC = 5$  và  $BC = 6$ . Giá trị của  $\cos A$  bằng

**Lời giải**

Ta có 
$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{3^2 + 5^2 - 6^2}{2 \cdot 3 \cdot 5} = -\frac{1}{5}.$$

**Câu 6:** Cho tam giác  $ABC$  có độ dài ba cạnh là  $AB = 2$ ,  $BC = 3$ ,  $CA = 4$ . Tính góc  $ABC$

**Lời giải**

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ta có: 
$$\cos ABC = \frac{BA^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot BA \cdot BC}$$

$$\Leftrightarrow \cos ABC = \frac{2^2 + 3^2 - 4^2}{2 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{-3}{12} = \frac{-1}{4}.$$

Suy ra góc  $ABC = 104^\circ 29'$ .

♦ **Dạng ②: Ứng dụng định lý sin trong tam giác và giải tam giác.**

☞ **Các ví dụ minh họa**

**Câu 7:** Cho tam giác  $ABC$  có  $\hat{A} = 72^\circ$ ,  $B = 83^\circ$ ,  $BC = 18$ . Tính độ dài các cạnh  $AC$ ,  $AB$  và bán kính  $R$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

**Lời giải**

Đặt  $a = BC$ ,  $b = AC$ ,  $c = AB$ .

Ta có:  $a = 18$ ,  $\hat{C} = 180^\circ - (72^\circ + 83^\circ) = 25^\circ$ .

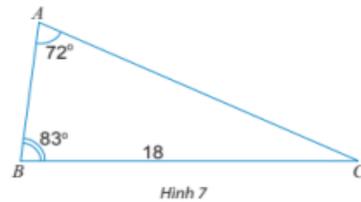
Áp dụng định lí sin, ta có  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2$ .

Suy ra:

$$AC = b = \frac{a \sin B}{\sin A} = \frac{18 \cdot \sin 83^\circ}{\sin 72^\circ} \approx 18,8;$$

$$AB = c = \frac{a \sin C}{\sin A} = \frac{18 \cdot \sin 25^\circ}{\sin 72^\circ} \approx 8;$$

$$R = \frac{a}{2 \cdot \sin A} = \frac{18}{2 \cdot \sin 72^\circ} \approx 9,5.$$



**Câu 8:** Cho tam giác  $ABC$  có  $b = 8, c = 5$  và  $B = 80^\circ$ . Tính số đo các góc, bán kính đường tròn ngoại tiếp và độ dài cạnh còn lại của tam giác.

**Lời giải**

Áp dụng Định lí sin cho tam giác  $ABC$  ta có:

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \begin{cases} \sin C = \frac{c \cdot \sin B}{b} = \frac{5 \cdot \sin 80^\circ}{8} \approx 0,62 \\ R = \frac{b}{2 \sin B} = \frac{8}{2 \cdot \sin 80^\circ} = 4,06 \end{cases}$$

**Câu 9:** Giải tam giác  $ABC$ , biết  $c = 14$  và  $A = 60^\circ, B = 40^\circ$ .

**Lời giải**

Ta có  $C = 180^\circ - (A + B) = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ$ .

Áp dụng Định lí sin ta có:  $\frac{a}{\sin 60^\circ} = \frac{b}{\sin 40^\circ} = \frac{14}{\sin 80^\circ}$ .

Suy ra  $a = \frac{14 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 80^\circ} \approx 12,31$ ;  $b = \frac{14 \cdot \sin 40^\circ}{\sin 80^\circ} \approx 9,14$ .

**Câu 10:** Giải tam giác  $ABC$ , biết  $b = 32, c = 45$  và  $A = 87^\circ$ .

**Lời giải**

Áp dụng Định lí côsin cho tam giác  $ABC$ , ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A = 32^2 + 45^2 - 2 \cdot 32 \cdot 45 \cdot \cos 87^\circ = 2898,27$$

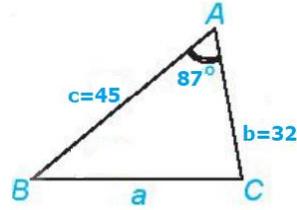
Suy ra  $a \approx 53,84$ .

Áp dụng Định lí sin cho tam giác  $ABC$ , ta có:

$$\frac{53,84}{\sin 87^\circ} = \frac{32}{\sin B}$$

$$\text{Suy ra } \sin B = \frac{32 \cdot \sin 87^\circ}{53,84} \approx 0,59 \Rightarrow B \approx 36^\circ 9'.$$

$$\text{Ta có } C = 180^\circ - (A + B) = 180^\circ - (36^\circ 9' + 87^\circ) = 56^\circ 51'.$$



### ©. Dạng toán rèn luyện

#### ♦ Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Cho  $\triangle ABC$  có  $a = 4$ ,  $c = 5$ ,  $B = 150^\circ$ . Tính diện tích tam giác  $ABC$

- A.  $S = 10$ .    B.  $S = 10\sqrt{3}$ .    C.  $S = 5$ .    D.  $S = 5\sqrt{3}$ .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } S = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \sin 150^\circ = 5.$$

**Câu 2:** Cho  $\triangle ABC$  có  $a = 2$ ;  $b = 6$ ;  $C = 135^\circ$ . Diện tích của tam giác là

- A.  $6\sqrt{2}$ .    B.  $3\sqrt{2}$ .    C.  $4\sqrt{3}$ .    D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có. } S = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 \cdot \sin 135^\circ = 3\sqrt{2}.$$

**Câu 3:** Cho tam giác  $ABC$  có  $A = 60^\circ$ ,  $b = 10$ ,  $c = 20$ . Diện tích tam giác  $ABC$  bằng

- A.  $70\sqrt{3}$ .    B.  $60\sqrt{3}$ .    C.  $50\sqrt{3}$ .    D.  $40\sqrt{3}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}b.c.\sin A = \frac{1}{2}.10.20.\sin 60^\circ = 50\sqrt{3}$ .

**Câu 4:** Cho  $\Delta ABC$  có  $a = 2$ ,  $b = 6$ ,  $C = 153^\circ$ . Diện tích của tam giác là

- A.** 4.                                      **B.**  $6\sqrt{2}$ .                                      **C.**  $3\sqrt{2}$ .                                      **D.**  $4\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}a.b.\sin C = \frac{1}{2}.2.6.\sin 135^\circ = 3\sqrt{2}$ .

**Câu 5:** Tam giác có độ dài ba cạnh lần lượt là 9, 10, 11 có diện tích bằng:

- A.**  $15\sqrt{2}$ .                                      **B.**  $30\sqrt{2}$ .                                      **C.**  $50\sqrt{3}$ .                                      **D.**  $25\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Nửa chu vi của tam giác đã cho là  $p = \frac{9+10+11}{2} = 15$ .

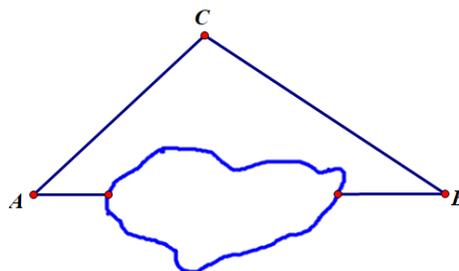
Diện tích của tam giác đã cho là  $S = \sqrt{p(p-9)(p-10)(p-11)} = 30\sqrt{2}$ .

**Câu 6:** Khoảng cách từ  $A$  đến  $B$  không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm  $C$  mà từ đó có thể nhìn được  $A$  và  $B$  dưới một góc  $60^\circ$ . Biết  $CA = 200(m)$ ,  $CB = 180(m)$ . Khoảng cách  $AB$  bằng bao nhiêu?

- A.** 168(m).                                      **B.** 228(m).                                      **C.**  $20\sqrt{91}$ (m).                                      **D.** 112(m).

**Lời giải**

**Chọn C**



$$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CA.CB.\cos 60^\circ = 36400 \Rightarrow AB = 20\sqrt{91}(\text{m}).$$

**Câu 7:** Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải đi qua một đầm lầy. Người ta xác định một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc  $78^\circ 24'$ . Biết rằng  $CA = 250\text{m}$ ,  $CB = 120\text{m}$ . Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?

- A. 255m.                      B. 166m.                      C. 298m.                      D. 266m.

**Lời giải**

**Chọn A**

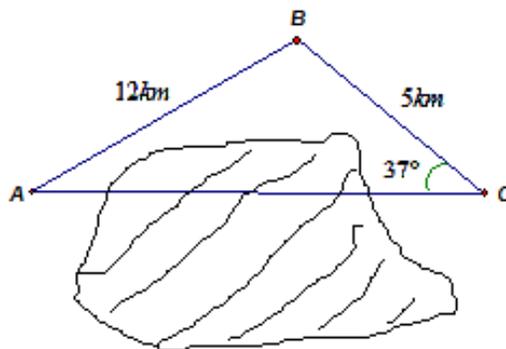
Ta có:  $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC.BC.\cos ACB} \approx 255\text{m}.$

**Câu 8:** Khoảng cách từ A đến C không thể đo trực tiếp vì phải qua một đầm lầy nên người ta làm như sau. Xác định một điểm B có khoảng cách AB là 12km và đo được góc  $ACB = 37^\circ$ . Hãy tính khoảng cách AC biết rằng BC bằng 5km.

- A.  $AC \approx 17\text{ km}.$                       B.  $AC \approx 12\text{ km}.$                       C.  $AC \approx 15,6\text{ km}.$                       D.  $AC \approx 20\text{ km}.$

**Lời giải**

**Chọn C**



Áp dụng định lí Côsin ta có:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC.BC.\cos ACB$$

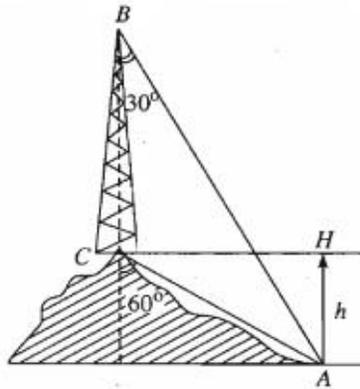
$$\Leftrightarrow 144 = AC^2 + 25 - 10AC.\cos 37^\circ$$

$$\Leftrightarrow AC^2 - 10AC.\cos 37^\circ - 119 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AC = 5 \cos 37^\circ + \sqrt{25 \cos^2 37^\circ + 119} \approx 15,6(n) \\ AC = 5 \cos 37^\circ - \sqrt{25 \cos^2 37^\circ + 119} \approx -7,6(l) \end{cases}$$

Vậy  $AC \approx 15,6 \text{ km}$ .

**Câu 9:** Trên ngọn đồi có một cái tháp cao  $100\text{m}$  (hình vẽ). Đỉnh tháp  $B$  và chân tháp  $C$  lần lượt nhìn điểm  $A$  ở chân đồi dưới các góc tương ứng bằng  $30^\circ$  và  $60^\circ$  so với phương thẳng đứng. Tính chiều cao  $AH$  của ngọn đồi



- A.  $60\text{m}$ .      B.  $50\text{m}$ .      C.  $55\text{m}$ .      D.  $45\text{m}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ giả thiết suy ra:  $ACB = 120^\circ$ ;  $ABC = 30^\circ \Rightarrow BAC = 30^\circ$ . Do đó, tam giác  $ABC$  cân tại  $C$   
 $\Rightarrow AC = BC = 100$ .

Trong tam giác vuông  $AHC$ :  $\sin ACH = \frac{AH}{AC} \Leftrightarrow AH = AC \cdot \sin 30^\circ = 50\text{m}$ .

**Câu 10:** Cho tam giác  $ABC$  có ba cạnh  $a = 5, b = 6, c = 7$ . Tính cosin góc  $A$ .

- A.  $\frac{5}{7}$ .      B.  $\frac{2}{21}$ .      C.  $\frac{55}{42}$ .      D.  $\frac{10}{7}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ta có  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{5}{7}$ .

**Câu 11:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 5; BC = 7; AC = 8$ . Số đo góc  $A$  bằng

- A.  $45^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $30^\circ$ .

**Lời giải**

### Chọn C

Ta có  $AB = 5; BC = 7; AC = 8$ .

$$\text{Từ đó suy ra } \cos A = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2AB.AC} = \frac{8^2 + 5^2 - 7^2}{2.8.5} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 60^\circ.$$

**Câu 12:** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = 4; AC = 6; A = 120^\circ$ . Độ dài cạnh BC là

- A.  $\sqrt{19}$ .      B.  $3\sqrt{19}$ .      C.  $2\sqrt{19}$ .      D.  $2\sqrt{7}$ .

Lời giải

### Chọn C

Áp dụng Định lí Côsin ta có:  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos A$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{4^2 + 6^2 - 2.4.6.\cos 120^\circ} = 2\sqrt{19}.$$

**Câu 13:** Cho tam giác  $ABC$  có  $B = 60^\circ, AB = 10, BC = 6$ . Tính độ dài cạnh  $AC$  :

- A.  $2\sqrt{19}$ .      B.  $6\sqrt{2}$ .      C. 14.      D. 76.

Lời giải

### Chọn A

Ta có  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB.BC.\cos B = 76 \Rightarrow AC = 2\sqrt{19}$ .

**Câu 14:** Cho tam giác  $ABC$  có  $B = 135^\circ, AB = \sqrt{2}$  và  $BC = 3$ . Độ dài cạnh  $AC$  bằng?

- A.  $\sqrt{5}$ .      B.  $\sqrt{17}$ .      C. 5.      D.  $\frac{9}{4}$ .

Lời giải

### Chọn B

Theo định lý cosin:  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2.AB.BC.\cos B = 2 + 9 - 2.\sqrt{2}.3.\cos 135^\circ = 17$

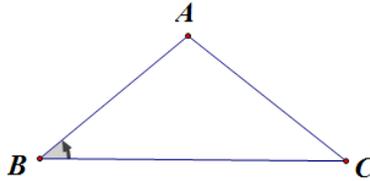
$$\Rightarrow AC = \sqrt{17}.$$

**Câu 15:** Tam giác  $ABC$  có  $B = 135^\circ, BC = 3, AB = \sqrt{2}$ . Tính cạnh  $AC$ .

- A.  $\sqrt{5}$ .      B. 2,25.      C. 5.      D.  $\sqrt{17}$ .

Lời giải

**Chọn D**



Áp dụng định lý cosin trong tam giác  $ABC$ , ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B = 2 + 9 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 \cdot \cos 135^\circ = 17.$$

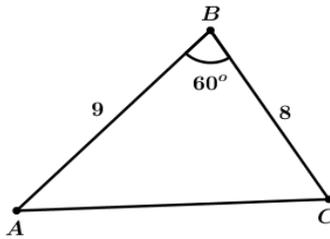
Suy ra  $AC = \sqrt{17}$ .

**Câu 16:** Cho tam giác  $\triangle ABC$  có  $AB = 9, BC = 8, \angle B = 60^\circ$ . Tính độ dài đoạn  $AC$ .

- A.  $\sqrt{113}$ .      B.  $\sqrt{73}$ .      C.  $\sqrt{217}$ .      D. 8

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có:  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle B = 8^2 + 9^2 - 2 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 73 \Rightarrow AC = \sqrt{73}$

**Câu 17:** Cho tam giác  $ABC$  có các cạnh  $BC = a = 6 \text{ cm}, AC = b = 7 \text{ cm}, AB = c = 5 \text{ cm}$ . Tính  $\cos B$

- A.  $\cos B = \frac{1}{5}$ .      B.  $\cos B = \frac{19}{35}$ .  
C.  $\cos B = \frac{1}{15}$ .      D.  $\cos B = \frac{5}{7}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{6^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{1}{5}$ .

**Câu 18:** Tam giác  $ABC$  có  $a = 8, c = 3, B = 60^\circ$ . Độ dài cạnh  $b$  bằng bao nhiêu?

- A.  $\sqrt{61}$ .      B. 49.      C.  $\sqrt{97}$ .      D. 7.

Lời giải

Chọn D

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = 8^2 + 3^2 - 2 \cdot 8 \cdot 3 \cos 60^\circ = 49 \Rightarrow b = 7.$$

**Câu 19:** Cho  $\Delta ABC$  có  $BC = 12, AC = 15$ , góc  $C = 60^\circ$ . Khi đó độ dài cạnh  $AB$  là:

- A.  $AB = 6\sqrt{7}$ .      B.  $AB = 3\sqrt{7}$       C.  $AB = 6\sqrt{21}$ .      D.  $AB = 3\sqrt{21}$ .

Lời giải

Chọn D

Theo định lí cosin ta có:  $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC \cdot AC \cdot \cos C = 12^2 + 15^2 - 2 \cdot 12 \cdot 15 \cdot \cos 60^\circ = 189$   
 $\Rightarrow AB = 3\sqrt{21}$ .

**Câu 20:** Tam giác  $ABC$  có  $A = 120^\circ$  thì câu nào sau đây đúng

- A.  $a^2 = b^2 + c^2 + 3bc$ .      B.  $a^2 = b^2 + c^2 - bc$ .  
C.  $a^2 = b^2 + c^2 - 3bc$ .      D.  $a^2 = b^2 + c^2 + bc$ .

Lời giải

Chọn D

Ta có  $a^2 = b^2 + c^2 - 2ab \cdot \cos A = b^2 + c^2 - 2ab \cdot \cos 120^\circ = b^2 + c^2 + ab$ .

**Câu 21:** Cho tam giác  $ABC$  có  $a = 4, b = 3, C = 60^\circ$ . Tính độ dài cạnh  $c$ .

- A.  $c = 5$ .      B.  $c = \sqrt{13}$ .  
C.  $c = \sqrt{25 + 12\sqrt{3}}$ .      D.  $c = 13$ .

Lời giải

Chọn B

Theo định lí cosin ta có:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 4^2 + 3^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 13.$$

Vậy  $c = \sqrt{13}$ .

**Câu 22:** Tam giác  $ABC$  có:  $a=5$ ;  $b=3$ ;  $c=5$ . Số đo của góc  $BAC$  là

- A.**  $A > 60^\circ$ .      **B.**  $A = 30^\circ$ .      **C.**  $A = 45^\circ$ .      **D.**  $A = 90^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \Rightarrow \cos A = \frac{3^2 + 5^2 - 5^2}{2.3.5} = \frac{3}{10} \Rightarrow \cos A < \frac{1}{2} \Rightarrow A > 60^\circ.$$

**Câu 23:** Tam giác  $ABC$  có  $A = 120^\circ$  thì câu nào sau đây đúng?

- A.**  $a^2 = b^2 + c^2 - bc$ .      **B.**  $a^2 = b^2 + c^2 - 3bc$ .  
**C.**  $a^2 = b^2 + c^2 + bc$ .      **D.**  $a^2 = b^2 + c^2 + 3bc$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } a^2 = b^2 + c^2 - 2ab \cdot \cos A = b^2 + c^2 - 2ab \cdot \cos 120^\circ = b^2 + c^2 + ab.$$

**Câu 24:** Cho tam giác  $ABC$  có ba cạnh  $a=5$ ,  $b=6$ ,  $c=7$ . Tính cosin góc  $A$ .

- A.**  $\frac{5}{7}$ .      **B.**  $\frac{2}{21}$ .      **C.**  $\frac{55}{42}$ .      **D.**  $\frac{10}{7}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{6^2 + 7^2 - 5^2}{2.6.7} = \frac{5}{7}.$$

**Câu 25:** Tính góc  $C$  của tam giác  $ABC$  biết  $c^2 = a^2 + b^2 + ab$ .

- A.**  $C = 150^\circ$ .      **B.**  $C = 120^\circ$ .      **C.**  $C = 60^\circ$ .      **D.**  $C = 30^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Áp dụng định lí cô-sin cho tam giác  $ABC$  ta có  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$

Mặt khác theo giả thiết  $c^2 = a^2 + b^2 + ab$

$$\text{Do đó ta được } c^2 = a^2 + b^2 + ab = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \Leftrightarrow \cos C = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow C = 120^\circ$$

**Câu 26:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 3a$ ,  $AC = 4a$ ,  $A = 60^\circ$ . Khi đó độ dài cạnh  $BC$  bằng

- A.  $a\sqrt{37}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{37}}{2}$ .      C.  $5a$ .      D.  $a\sqrt{13}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo định lý cosin, ta có

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A} = \sqrt{9a^2 + 16a^2 - 2 \cdot 3a \cdot 4a \cdot \frac{1}{2}} = a\sqrt{13}.$$

**Câu 27:** Cho tam giác  $ABC$  có  $a = 4$ ,  $b = 3$ ,  $C = 60^\circ$ . Tính độ dài cạnh  $c$ .

- A.  $c = \sqrt{13}$ .      B.  $c = 13$ .  
C.  $c = 5$ .      D.  $c = \sqrt{25 + 12\sqrt{3}}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo định lý côsin:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C = 4^2 + 3^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 13 \Rightarrow c = \sqrt{13}.$$

**Câu 28:** Trong tam giác  $ABC$  có  $AB = 2$  cm,  $AC = 1$  cm,  $A = 60^\circ$ . Khi đó độ dài cạnh  $BC$  là

- A.  $\sqrt{5}$  cm.      B. 1 cm.      C. 2 cm.      D.  $\sqrt{3}$  cm.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A \Rightarrow BC^2 = 2^2 + 1^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow BC^2 = 3$$

$$\text{Vậy } BC = \sqrt{3} \text{ cm.}$$

**Câu 29:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 5$ ,  $BC = 7$ ,  $CA = 8$ . Số đo góc  $A$  bằng

- A.  $45^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $30^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\cos BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB.AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow BAC = 60^\circ$ .

Vậy số đo góc  $A$  bằng  $60^\circ$ .

**Câu 30:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = 10$  và góc  $A = 30^\circ$ . Bán kính  $R$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  bằng

- A.**  $\frac{10}{\sqrt{3}}$ .      **B.**  $5$ .      **C.**  $10\sqrt{3}$ .      **D.**  $10$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Áp dụng định lý sin trong tam giác  $ABC$  ta có  $2R = \frac{BC}{\sin A} = \frac{10}{\sin 30^\circ} = \frac{10}{\left(\frac{1}{2}\right)} \Rightarrow R = 10$ .

**Câu 31:** Tam giác đều cạnh  $a$  nội tiếp trong đường tròn bán kính  $R$  bằng

- A.**  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      **B.**  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .      **C.**  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ .      **D.**  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều cạnh  $a$ :  $R = \frac{2}{3}h = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 32:** Cho tam giác  $ABC$  có góc  $A = 30^\circ$ , góc  $B = 45^\circ$ . Tính  $\frac{h_a}{h_b}$ .

- A.**  $\frac{h_a}{h_b} = \frac{1}{2}$ .      **B.**  $\frac{h_a}{h_b} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ .      **C.**  $\frac{h_a}{h_b} = \sqrt{2}$ .      **D.**  $\frac{h_a}{h_b} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $S = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2}b.h_b \Rightarrow \frac{h_a}{h_b} = \frac{b}{a}$ .

Theo định lý sin có:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\sin B}{\sin A} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$ .

Vậy  $\frac{h_a}{h_b} = \frac{b}{a} = \sqrt{2}$ .

**Câu 33:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 5; A = 30^\circ; B = 70^\circ$ . Độ dài của cạnh  $BC$  có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây

- A.** 5,2..      **B.** 2,5..      **C.** 2,6..      **D.** 9,8.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $C = 180^\circ - (A + B) = 80^\circ$ .

Áp dụng định lý sin ta có  $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Leftrightarrow BC = \frac{AB \sin A}{\sin C} = \frac{5 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 80^\circ} \approx 2,5$ .

Vậy  $BC = 2,5..$

**Câu 34:** Tính chu vi tam giác  $ABC$  biết rằng  $AB = 6$  và  $2 \sin A = 3 \sin B = 4 \sin C$ .

- A.**  $10\sqrt{6}..$       **B.** 26..      **C.** 13..      **D.**  $5\sqrt{26}..$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow \frac{6}{\frac{3}{4} \sin B} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = 8$ .

Và  $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow \frac{BC}{\sin A} = \frac{8}{\frac{2}{3} \sin A} \Rightarrow BC = 12$ .

Chu vi tam giác  $C = AB + BC + CA = 26$ .

**Câu 35:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BAC = 60^\circ, ABC = 45^\circ, BC = \sqrt{6} m$ . Tính độ dài cạnh  $AC$  ?

- A.**  $AC = 4 m$ .      **B.**  $AC = \sqrt{2} m$ .      **C.**  $AC = 2 m$ .      **D.**  $AC = 1 m$ .

**Lời giải**

### Chọn C

Áp dụng định lý hàm số sin ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \frac{BC \cdot \sin B}{\sin A} = \frac{\sqrt{6} \sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = 2m.$$

**Câu 36:** Cho tam giác  $ABC$  nhọn có  $BC = 3a$  và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  là  $R = a\sqrt{3}$ . Tính số đo góc  $A$ .

- A.**  $A = 45^\circ$ .      **B.**  $A = 30^\circ$ .      **C.**  $A = 60^\circ$ .      **D.**  $A = 120^\circ$ .

**Lời giải**

### Chọn C

Áp dụng định lý sin trong tam giác  $ABC$ , ta có  $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow \sin A = \frac{BC}{2R} = \frac{3a}{2a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Suy ra  $A = 60^\circ$  (do tam giác  $ABC$  nhọn).

**Câu 37:** Cho  $\Delta ABC$  có  $AB = 5, A = 40^\circ, B = 60^\circ$ . Độ dài  $BC$  gần nhất với kết quả nào?

- A.** 3,1.      **B.** 3,7.      **C.** 3,5.      **D.** 3,8.

**Lời giải**

### Chọn A

$$C = 180^\circ - (40^\circ + 60^\circ) = 80^\circ.$$

Áp dụng định lý sin vào  $\Delta ABC$ :

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow BC = \frac{AB}{\sin C} \cdot \sin A = \frac{5}{\sin 80^\circ} \cdot \sin 40^\circ = 3,26..$$

**Câu 38:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = 10$  và góc  $A = 30^\circ$ . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  bằng

- A.**  $R = 10\sqrt{3}$ .      **B.**  $R = 10$ .      **C.**  $R = \frac{10}{\sqrt{3}}$ .      **D.**  $R = 5$ .

**Lời giải**

### Chọn B

Trong tam giác  $ABC$  ta có  $\frac{BC}{\sin A} = 2R$  suy ra  $R = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{10}{2\sin 30^\circ} = 10$ .

**Câu 39:** Cho tam giác  $ABC$  nhọn có  $BC = 3a$  và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  là  $R = a\sqrt{3}$ . Tính số đo góc  $A$ .

- A.  $A = 45^\circ$ .      B.  $A = 30^\circ$ .      C.  $A = 60^\circ$ .      D.  $A = 120^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Áp dụng định lý sin trong tam giác  $ABC$ , ta có  $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow \sin A = \frac{BC}{2R} = \frac{3a}{2a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Suy ra  $A = 60^\circ$  (do tam giác  $ABC$  nhọn).

**Câu 40:** Cho  $\Delta ABC$  có  $BC = a$ ,  $BAC = 120^\circ$ . Bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$  là

- A.  $R = a$ .      B.  $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $R = \frac{a}{2}$ .      D.  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo định lý sin trong tam giác ta có  $2R = \frac{BC}{\sin BAC} \Rightarrow R = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{\sin 120^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 41:** Cho tam giác  $ABC$  nhọn thỏa mãn  $2a \sin B = b\sqrt{3}$ . Tính số đo góc  $A$

- A.  $90^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Có  $a \sin B = b \sin A$  nên  $2a \sin B = b\sqrt{3} \Leftrightarrow 2b \sin A = b\sqrt{3} \Leftrightarrow \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Vậy  $A = 60^\circ$ .

**Câu 42:** Cho  $\Delta ABC$  có  $B = 45^\circ$ ,  $C = 30^\circ$ ,  $AC = 2$ . Độ dài cạnh  $AB$  là

- A.  $\sqrt{2}$ .      B.  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ .      C.  $1 + \sqrt{3}$ .      D.  $2\sqrt{2}$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Áp dụng định lý sin cho  $\Delta ABC$  ta có

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AB = \frac{AC \cdot \sin C}{\sin B} = \frac{2 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}.$$

**Câu 43:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = 10$  và góc  $A = 30^\circ$ . Bán kính  $R$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  bằng

**A.**  $R = 5$ .      **B.**  $R = 10\sqrt{3}$ .      **C.**  $R = 10$ .      **D.**  $R = \frac{10}{\sqrt{3}}$ .

### Lời giải

#### Chọn C

Ta có  $\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{10}{2 \cdot \sin 30^\circ} = 10$ .

**Câu 44:** Cho  $\Delta ABC$  có  $BC = 6$  và góc  $BAC = 30^\circ$ . Bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$  bằng

**A.**  $2\sqrt{3}$ .      **B.** 3.      **C.** 12.      **D.** 6.

### Lời giải

#### Chọn D

Theo định lý sin trong tam giác ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow \frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{6}{2 \sin 30^\circ} = 6.$$

**Câu 45:** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = 5\text{cm}$ ,  $BAC = 30^\circ$ . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  bằng

**A.**  $5\text{cm}$ .      **B.**  $10\text{cm}$ .      **C.**  $5\sqrt{3}\text{cm}$ .      **D.**  $\frac{5\sqrt{3}}{3}\text{cm}$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Áp dụng định lý sin ta có  $\frac{BC}{\sin BAC} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{5}{2 \cdot \sin 30^\circ} = 5$ .

**Câu 46:** Cho tam giác  $ABC$  có  $\frac{5}{\sin A} = \frac{4}{\sin B} = \frac{3}{\sin C}$  và  $a = 10$ . Tính chu vi tam giác đó.

- A. 24.                      B. 36.                      C. 22.                      D. 12.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\frac{5}{\sin A} = \frac{4}{\sin B} = \frac{3}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{10}{\sin A} = \frac{8}{\sin B} = \frac{6}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{8}{\sin B} = \frac{6}{\sin C}$ .

Theo định lý sin trong tam giác ta tính được  $b = 8, c = 6$ .

Chu vi tam giác là  $a + b + c = 24$ .

**Câu 47:** Cho tam giác  $ABC$  thỏa mãn hệ thức  $b + c = 2a$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $\cos B + \cos C = 2 \cos A$ .                      B.  $\sin B + \sin C = 2 \sin A$ .  
C.  $\sin B + \sin C = \frac{1}{2} \sin A$ .                      D.  $\sin B + \cos C = 2 \sin A$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$b + c = 2a \Leftrightarrow 2R \sin B + 2R \sin C = 2 \cdot 2R \sin A \Leftrightarrow \sin B + \sin C = 2 \sin A$ .

**Câu 48:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 5, A = 30^\circ, B = 70^\circ$ . Độ dài của cạnh  $BC$  có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây

- A. 2,5.                      B. 2,6.                      C. 9,8.                      D. 5,2.

**Lời giải**

**Chọn A**

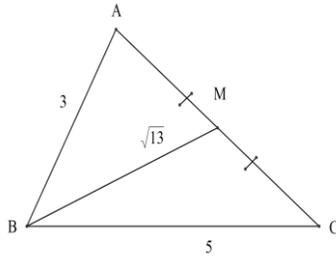
Ta có  $A = 30^\circ, B = 70^\circ \Rightarrow C = 80^\circ$ .

Theo định lý sin ta có  $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow BC = \frac{AB \cdot \sin A}{\sin C} = \frac{5 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 80^\circ} \approx 2,54$ .

**Câu 49:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 3, BC = 5$  và độ dài đường trung tuyến  $BM = \sqrt{13}$ . Tính độ dài  $AC$ .

- A.  $\sqrt{11}$ .                      B. 4.                      C.  $\frac{9}{2}$ .                      D.  $\sqrt{10}$ .

### Lời giải



Theo công thức tính độ dài đường trung tuyến;ta có:

$$BM^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \Leftrightarrow (\sqrt{13})^2 = \frac{3^2 + 5^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \Leftrightarrow AC = 4.$$

**Câu 50:** Cho tam giác  $ABC$  có góc  $BAC = 60^\circ$  và cạnh  $BC = \sqrt{3}$ . Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

- A.**  $R = 4$ .      **B.**  $R = 1$ .      **C.**  $R = 2$ .      **D.**  $R = 3$ .

### Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 1.$$

**Câu 51:** Trong mặt phẳng, cho tam giác  $ABC$  có  $AC = 4$  cm, góc  $A = 60^\circ$ ,  $B = 45^\circ$ . Độ dài cạnh  $BC$  là

- A.**  $2\sqrt{6}$ .      **B.**  $2 + 2\sqrt{3}$ .  
**C.**  $2\sqrt{3} - 2$ .      **D.**  $\sqrt{6}$ .

### Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Leftrightarrow BC = \frac{4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{6}.$$

**Câu 52:** Tam giác  $ABC$  có  $A = 68^\circ 12'$ ,  $B = 34^\circ 44'$ ,  $AB = 117$ . Tính  $AC$ ?

- A.** 68.      **B.** 168.      **C.** 118.      **D.** 200.

### Lời giải

Ta có: Trong tam giác  $ABC$ :  $A + B + C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - 68^\circ 12' - 34^\circ 44' = 77^\circ 4'$ .

Mặt khác  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{117 \cdot \sin 34^{\circ} 44'}{\sin 77^{\circ} 4'} \approx 68.$

**Câu 53:** Cho  $\Delta ABC$  có  $a = 6, b = 8, c = 10$ . Diện tích  $S$  của tam giác trên là:

- A. 48.                      B. 24.                      C. 12.                      D. 30.

**Lời giải**

Ta có: Nửa chu vi  $\Delta ABC$ :  $p = \frac{a+b+c}{2}.$

Áp dụng công thức Hê-rông:  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{12(12-6)(12-8)(12-10)} = 24.$

**Câu 54:** Cho  $\Delta ABC$  có  $a = 4, c = 5, B = 150^{\circ}$ . Diện tích của tam giác là:

- A.  $5\sqrt{3}$ .                      B. 5.                      C. 10.                      D.  $10\sqrt{3}$ .

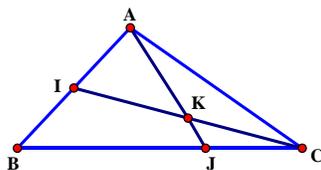
**Lời giải**

Ta có:  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} a.c.\sin B = \frac{1}{2} .4.5.\sin 150^{\circ} = 5.$

**Câu 55:** Cho tam giác  $ABC$ . Biết  $AB = 2$ ;  $BC = 3$  và  $ABC = 60^{\circ}$ . Tính chu vi và diện tích tam giác  $ABC$ .

- A.  $5 + \sqrt{7}$  và  $\frac{3}{2}$ .                      B.  $5 + \sqrt{7}$  và  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ .  
 C.  $5\sqrt{7}$  và  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $5 + \sqrt{19}$  và  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**



Ta có:  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2.AB.BC.\cos ABC = 4 + 9 - 2.2.3.\cos 60^{\circ} = 13 - 6 = 7.$

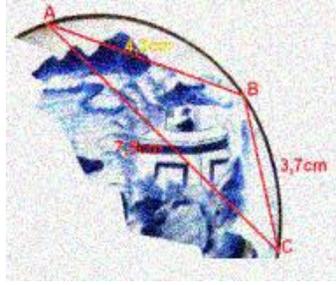
Suy ra  $AC = \sqrt{7}.$

Chu vi tam giác  $ABC$  là  $AB + AC + BC = 2 + 3 + \sqrt{7}.$

Diện tích tam giác  $ABC$  là  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB.BC.\sin ABC = \frac{1}{2} .2.3.\sin 60^{\circ} = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$

**Câu 56:** Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học đã tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ muốn khôi phục lại hình dạng chiếc đĩa này. Để xác định bán kính

của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như hình vẽ ( $AB = 4,3 \text{ cm}$ ;  $BC = 3,7 \text{ cm}$ ;  $CA = 7,5 \text{ cm}$ ). Bán kính của chiếc đĩa này bằng



- A.  $5,74 \text{ cm}$ .      B.  $6,01 \text{ cm}$ .      C.  $5,85 \text{ cm}$ .      D.  $4,57 \text{ cm}$ .

**Lời giải**

Bán kính  $R$  của chiếc đĩa bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

Nửa chu vi của tam giác  $ABC$  là:  $p = \frac{AB + BC + CA}{2} = \frac{4,3 + 3,7 + 7,5}{2} = \frac{31}{4} \text{ cm}$ .

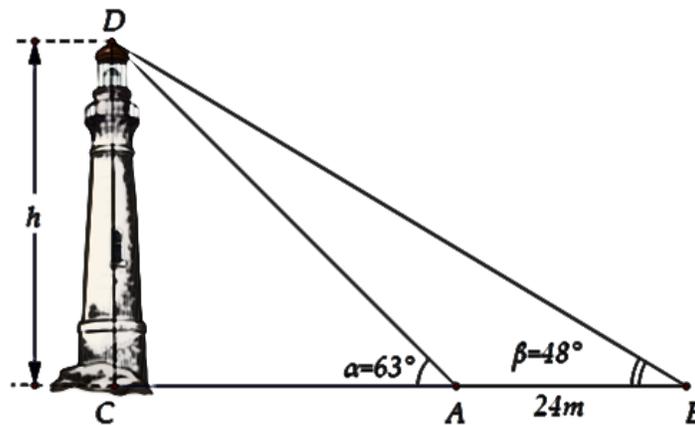
Diện tích tam giác  $ABC$  là:  $S = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - CA)} \approx 5,2 \text{ cm}^2$ .

Mà  $S = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4R} \Rightarrow R = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4S} \approx 5,73 \text{ cm}$ .

**Câu 57:** Giả sử  $CD = h$  là chiều cao của tháp trong đó  $C$  là chân tháp. Chọn hai điểm  $A, B$  trên mặt đất sao cho ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng. Ta đo được  $AB = 24 \text{ m}$ ,  $CAD = 63^\circ$ ;  $CBD = 48^\circ$ . Chiều cao  $h$  của khối tháp gần với giá trị nào sau đây?

- A.  $61,4 \text{ m}$ .      B.  $18,5 \text{ m}$ .      C.  $60 \text{ m}$ .      D.  $18 \text{ m}$ .

**Lời giải**



Ta có  $CAD = 63^\circ \Rightarrow BAD = 117^\circ \Rightarrow ADB = 180^\circ - (117^\circ + 48^\circ) = 15^\circ$

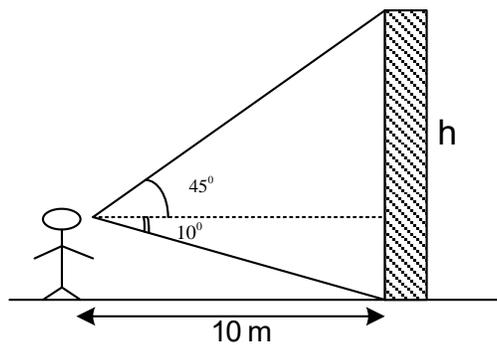
Áp dụng định lý sin trong tam giác  $ABD$  ta có:  $\frac{AB}{\sin ADB} = \frac{BD}{\sin BAD} \Rightarrow BD = \frac{AB \cdot \sin BAD}{\sin ADB}$

Tam giác  $BCD$  vuông tại  $C$  nên có:  $\sin CBD = \frac{CD}{BD} \Rightarrow CD = BD \cdot \sin CBD$

$$\text{Vậy } CD = \frac{AB \cdot \sin BAD \cdot \sin CBD}{\sin ADB} = \frac{24 \cdot \sin 117^\circ \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} = 61,4m.$$

**Câu 58:** Một người quan sát đứng cách một cái tháp  $10m$ , nhìn thẳng cái tháp dưới một góc  $55^\circ$  và được phân tích như trong hình. Tính chiều cao của tháp.

- A.** 67m.      **B.** 24m.      **C.** 16m.      **D.** 12m.



**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $h_1, h_2$  lần lượt là độ dài cạnh đối diện góc  $45^\circ, 10^\circ$ .

$$h_1 = 10m \text{ (do tam giác vuông cân).}$$

$$h_2 = 10 \cdot \tan 10^\circ \approx 1,76m.$$

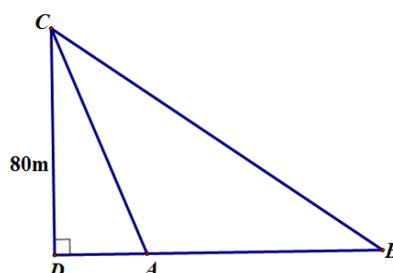
$$h = h_1 + h_2 \approx 11,76m.$$

**Câu 59:** Từ một đỉnh tháp chiều cao  $CD = 80m$ , người ta nhìn hai điểm  $A$  và  $B$  trên mặt đất dưới các góc  $72^\circ 12'$  và  $34^\circ 26'$ . Ba điểm  $A, B, D$  thẳng hàng. Tính khoảng cách  $AB$ .

- A.** 71m.      **B.** 91m.      **C.** 79m.      **D.** 40m.

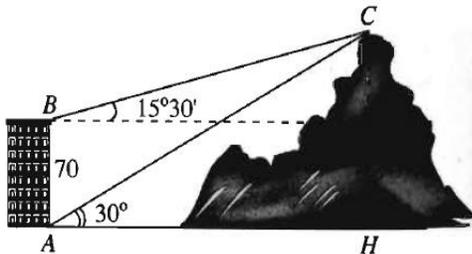
**Lời giải**

**Chọn B**



$$AB = BD - AD = CD \cdot \cot CBD - CD \cdot \cot CAD \approx 91\text{m}.$$

**Câu 60:** Từ hai vị trí  $A$  và  $B$  của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh  $C$  của ngọn núi. Biết rằng độ cao  $AB = 70\text{m}$ , phương nhìn  $AC$  tạo với phương nằm ngang góc  $30^\circ$ , phương nhìn  $BC$  tạo với phương nằm ngang góc  $15^\circ 30'$  (tham khảo hình vẽ). Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị nào sau đây?



- A. 195m.      B. 234m.      C. 165m.      D. 135m.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ giả thiết, ta suy ra tam giác  $ABC$  có  $CAB = 60^\circ$ ,  $ABC = 105^\circ 30'$  và  $AB = 70$ .

Khi đó  $A + B + C = 180^\circ \Leftrightarrow C = 180^\circ - A + B = 180^\circ - 165^\circ 30' = 14^\circ 30'$ .

Theo định lí sin, ta có  $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$  hay  $\frac{AC}{\sin 105^\circ 30'} = \frac{70}{\sin 14^\circ 30'}$ .

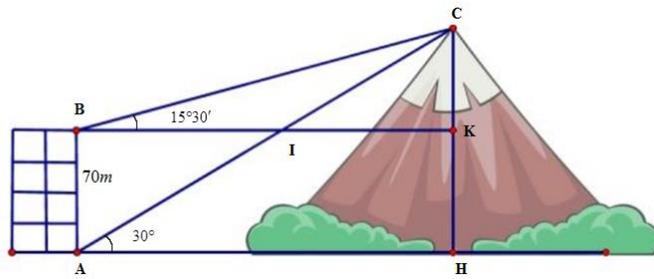
Do đó  $AC = \frac{70 \cdot \sin 105^\circ 30'}{\sin 14^\circ 30'} \approx 269,4\text{m}$ .

Gọi  $CH$  là khoảng cách từ  $C$  đến mặt đất. Tam giác vuông  $ACH$  có cạnh  $CH$  đối diện với góc  $30^\circ$

nên  $CH = \frac{AC}{2} = \frac{269,4}{2} = 134,7\text{m}$ .

Vậy ngọn núi cao khoảng  $135\text{m}$ .

**Câu 61:** Từ hai vị trí  $A$  và  $B$  của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh  $C$  của ngọn núi. Biết rằng độ cao  $AB$  bằng  $70\text{m}$ , phương nhìn  $AC$  tạo với phương nằm ngang góc  $30^\circ$ . Phương nhìn  $BC$  tạo với phương nằm ngang góc  $15^\circ 30'$ . Khi đó chiều cao của ngọn núi so với mặt đất (làm tròn đến hàng đơn vị) bằng



- A. 135m.      B. 133m.      C. 136m.      D. 134m.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\angle CIK = \angle CAH = 30^\circ$ ;  $\angle BAC = 60^\circ$ ;  $\angle BIC = 180^\circ - \angle CIK = 150^\circ$ .

$$\angle BCA = \angle BCI = 180^\circ - \angle CBK - \angle BIC = 14^\circ 30'$$

Trong tam giác  $ABC$  ta có:  $\frac{AB}{\sin \angle BCA} = \frac{BC}{\sin \angle BAC} \Rightarrow BC = \frac{AB \cdot \sin \angle BAC}{\sin \angle BCA}$ .

Trong tam giác  $BCK$  ta có:  $CK = BC \sin \angle CBK = \frac{AB \cdot \sin \angle BAC \cdot \sin \angle CBK}{\sin \angle BCA}$ .

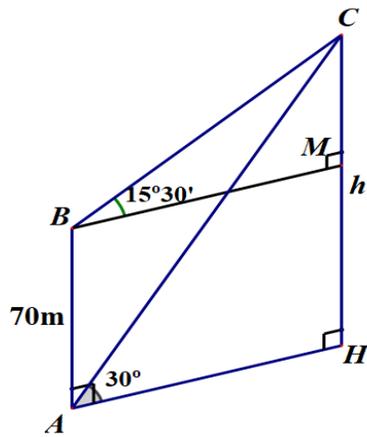
Vậy đường cao khối chóp là:  $CH = CK + KH = CK + AB = \frac{AB \cdot \sin \angle BAC \cdot \sin \angle CBK}{\sin \angle BCA} + AB \approx 135m$ .

**Câu 62:** Từ hai vị trí  $A, B$  của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh  $C$  của một ngọn núi. Biết rằng  $A$  là điểm nằm phía chân của tòa nhà tiếp xúc với mặt đất,  $B$  là điểm nằm trên nóc của tòa nhà, phương  $AB$  vuông góc với mặt đất, khoảng cách  $AB$  là  $70(m)$ , phương nhìn  $AC$  tạo với phương nằm ngang một góc  $30^\circ$ , phương nhìn  $BC$  tạo với phương nằm ngang một góc  $15^\circ 30'$ . Hỏi ngọn núi đó cao bao nhiêu mét so với mặt đất (làm tròn đến hàng phần trăm)?

- A. 143,7(m).      B. 134,7(m).      C. 77,77(m).      D. 126,21(m).

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi  $H$  là hình chiếu của  $C$  trên mặt đất,  $M$  là hình chiếu của  $B$  trên  $CH$ . Chiều cao của ngọn núi là  $h = CH$ . Xét điều kiện trong thực tế đỉnh núi cao hơn nóc tòa nhà thì  $h > 70$  và  $M$  nằm giữa hai điểm  $C$  và  $H$ .

$$\Delta ACH \text{ vuông tại } H, \angle CAH = 30^\circ \Rightarrow h = AH \cdot \tan 30^\circ \quad (1)$$

$$\Delta BCM \text{ vuông tại } M, \angle CBM = 15^\circ 30' \Rightarrow CM = BM \cdot \tan(15^\circ 30') = AH \cdot \tan(15^\circ 30')$$

$$\Rightarrow AH = \frac{h - 70}{\tan(15^\circ 30')} \quad (2)$$

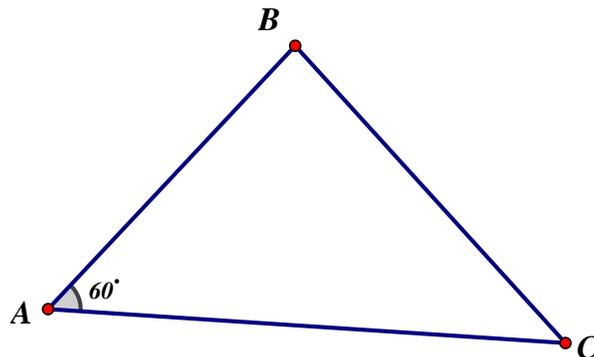
$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } h = \frac{h - 70}{\tan(15^\circ 30')} \cdot \tan 30^\circ \Leftrightarrow h = \frac{70 \cdot \tan 30^\circ}{\tan 30^\circ - \tan(15^\circ 30')} \approx 134,70(m).$$

**Câu 63:** Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí  $A$ , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc  $60^\circ$ . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ  $20\text{ km/h}$ , tàu thứ hai chạy với tốc độ  $30\text{ km/h}$ . Hỏi sau 3 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu  $\text{km}$ ?

- A.  $10\sqrt{7}$ .      B.  $20\sqrt{7}$ .      C.  $30\sqrt{7}$ .      D.  $35\sqrt{7}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có quãng đường tàu thứ nhất đi được là  $s_1 = v_1 t = 20 \cdot 3 = 60(\text{km})$ .

Quãng đường tàu thứ hai đi được là  $s_2 = v_2 t = 30.3 = 90(\text{km})$ .

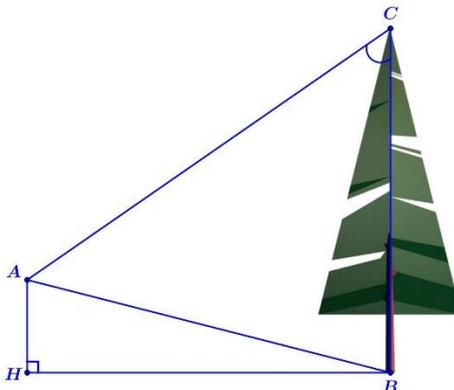
Áp dụng định lý cosin cho tam giác  $ABC$  với  $B$  là vị trí tàu thứ nhất chạy đến sau 3 giờ, nghĩa là  $AB = s_1 = 60\text{km}$ ;  $C$  là vị trí tàu thứ hai chạy đến sau 3 giờ, nghĩa là  $AC = s_2 = 90\text{km}$

Ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos BAC \Leftrightarrow BC^2 = 60^2 + 90^2 - 2.60.90.\cos 60^\circ \Leftrightarrow BC^2 = 6300.$$

Vậy khoảng cách hai tàu sau 3 giờ chạy là  $BC = 30\sqrt{7}$ .

**Câu 64:** Từ vị trí  $A$  người ta quan sát một cây cao.

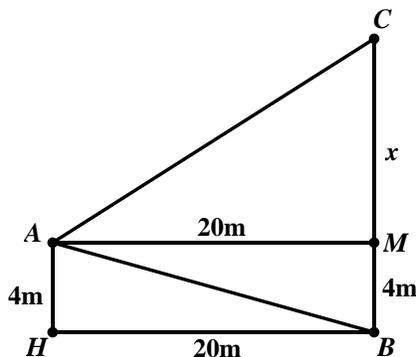


Biết  $AH = 4\text{m}$ ,  $HB = 20\text{m}$ ,  $BAC = 45^\circ$ . Khi đó chiều cao của cây (làm tròn đến hàng phần mười) bằng

- A.** 17,3m.      **B.** 17,6m.      **C.** 17,2m.      **D.** 17,4m.

**Lời giải**

**Chọn A**



Vì tam giác  $AHB$  vuông tại  $H$  nên ta có  $AB = \sqrt{AH^2 + HB^2} = 4\sqrt{26}$ .

Kẻ  $AM \parallel HB$ ,  $M \in BC$ . Khi đó  $AM = 20\text{m}$ ,  $BM = 4\text{m}$  và tam giác  $ABM$  vuông tại  $M$ . Suy ra

$$\sin \angle ABM = \frac{AM}{AB} = \frac{5}{\sqrt{26}}.$$

Áp dụng định lý sin cho tam giác  $ABC$ , ta có

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}.$$

Đặt  $MC = x$ , khi đó ta được

$$\frac{4+x}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{20^2+x^2}}{\frac{AM}{AB}} \Leftrightarrow \sqrt{2}(4+x) = \frac{\sqrt{26(400+x^2)}}{5}$$

$$\Leftrightarrow 24x^2 + 400x - 9600 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -30 \\ x = \frac{40}{3} \end{cases}. \text{ Suy ra } MC = x = \frac{40}{3}.$$

Vậy chiều cao của cây bằng  $BC = x + 4 = \frac{52}{3} \Rightarrow BC \approx 17,3$ .

### Cách 2 (Tính gần đúng chiều cao của cây)

Vì tam giác  $AHB$  vuông tại  $H$  nên ta có  $AB = \sqrt{AH^2 + HB^2} = 4\sqrt{26}$ .

Ta có  $\sin \angle BAH = \frac{BH}{AB} = \frac{5}{\sqrt{26}} \Rightarrow \angle BAH \approx 78,69^\circ \Rightarrow \angle ABC \approx 78,69^\circ \Rightarrow \angle ACB \approx 56,31^\circ$ .

Áp dụng định lý sin cho tam giác  $ABC$ , ta có

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}.$$

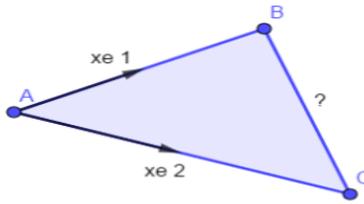
Suy ra  $BC \approx 17,3$ .

**Câu 65:** Hai chiếc xe cùng xuất phát ở vị trí A, đi theo hai hướng tạo với nhau một góc  $60^\circ$ . Xe thứ nhất chạy với tốc độ  $30\text{km/h}$ , xe thứ hai chạy với tốc độ  $40\text{km/h}$ . Hỏi sau 1h, khoảng cách giữa 2 xe là:

- A.  $13\text{km}$ .      B.  $15\sqrt{3}\text{km}$ .      C.  $10\sqrt{13}$ .      D.  $15\text{km}$ .

Lời giải

Chọn C



Trong 1h, xe 1 đi được quãng đường là  $AB = 30km$

Trong 1h, xe 2 đi được quãng đường là  $AC = 40km$

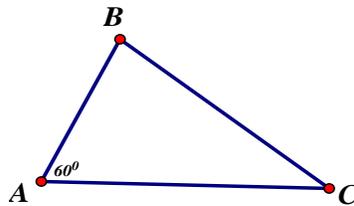
Sau 1h khoảng cách giữa 2 xe là  $BC$ :  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos 60^\circ = 1300 \Rightarrow BC = 10\sqrt{13}km$ .

**Câu 66:** Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí  $A$ , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc  $60^\circ$ . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ  $20km/h$ , tàu thứ hai chạy với tốc độ  $30km/h$ . Hỏi sau 3 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu  $km$ .

- A.  $30\sqrt{7}$ .      B.  $35\sqrt{7}$ .      C.  $10\sqrt{7}$ .      D.  $20\sqrt{7}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  $B$  và  $C$  lần lượt là hai vị trí mà tàu thứ nhất và tàu thứ hai tới được sau 3 giờ.

Xét tam giác  $ABC$  có:  $BAC = 60^\circ$ ,  $AB = 3.20 = 60(km)$ ,  $AC = 3.30 = 90(km)$ .

Áp dụng định lý cosin được:  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos 60^\circ$

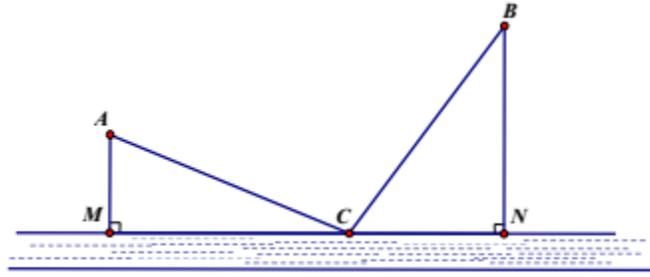
$$= 60^2 + 90^2 - 2.60.90.\frac{1}{2} = 6300$$

$$\Rightarrow BC = 30\sqrt{7} (km).$$

Vậy sau 3 giờ hai tàu cách nhau  $30\sqrt{7} (km)$ .

**Câu 67:** Thành phố Hải Đông dự định xây dựng một trạm nước sạch để cung cấp cho hai khu dân cư  $A$  và  $B$ . Trạm nước sạch đặt tại vị trí  $C$  trên bờ sông. Biết  $AB = 3\sqrt{17} km$ , khoảng cách từ  $A$

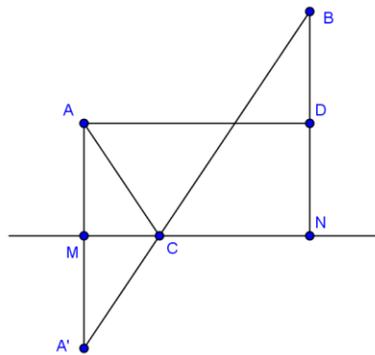
và  $B$  đến bờ sông lần lượt là  $AM = 3\text{ km}$ ,  $BN = 6\text{ km}$  (hình vẽ). Gọi  $T$  là tổng độ dài đường ống từ trạm nước đến  $A$  và  $B$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $T$ .



- A. 14,32 km.    B. 15,56 km.    C. 16 km.    D. 15 km.

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi  $A'$  đối xứng với  $A$  qua  $MN$ ,  $D$  là trung điểm của  $NB$ .

Do  $A$  cố định nên  $A'$  cũng cố định.

Ta có:  $T = CA + CB = CA' + CB \geq A'B$  (không đổi).

Đẳng thức xảy ra khi  $\{C\} = MN \cap A'B$ .

Khi đó:  $\frac{MC}{NC} = \frac{MA'}{NB} = \frac{MA}{NB} = \frac{1}{2}$  (1)

Mặt khác,  $MN = AD = \sqrt{AD^2 + DB^2} = \sqrt{153 + 9} = 9\sqrt{2}$  km (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $MC = 3\sqrt{2}$  km,  $NC = 6\sqrt{2}$  km.

Vậy  $T = CA + CB = \sqrt{AM^2 + MC^2} + \sqrt{BN^2 + NC^2} = \sqrt{9 + 18} + \sqrt{36 + 72} = 9\sqrt{3} \approx 15,56\text{ km}$

♦Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

**Câu 1.** Cho tam giác  $ABC$  có  $b = 7\text{ cm}, c = 5\text{ cm}, \hat{A} = 120^\circ$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$a = \sqrt{127}\text{ cm}$		
b)	$\cos C \approx 0,91$		
c)	$\cos B \approx 0,21$		
d)	$R \approx 6,03(\text{cm})$		

**Câu 2.** Cho tam giác  $ABC$  có các cạnh  $a = 6\text{ m}, b = 8\text{ m}, c = 10\text{ m}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$p = 16(\text{cm})$		
b)	$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$		
c)	$S = 24(\text{cm}^2)$		
d)	$r = 4(\text{cm})$		

**Câu 3.** Cho tam giác  $ABC$  biết  $a = 3\text{ cm}, b = 4\text{ cm}, \hat{C} = 30^\circ$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$		
b)	$c \approx 3,05(\text{cm})$		
c)	$\cos A \approx 0,68$		
d)	$\hat{A} \approx 77,2^\circ$		

**Câu 4.** Cho tam giác  $ABC$  biết  $a = 8\text{ dm}, \hat{B} = 45^\circ, \hat{C} = 60^\circ$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\hat{A} = 75^\circ$		
b)	$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$		
c)	$b \approx 5,26(\text{cm})$		
d)	$c \approx 3,17(\text{cm})$		

**Câu 5.** Cho tam giác  $ABC$  có các cạnh  $a = 3\text{ cm}, b = 4\text{ cm}, c = 5\text{ cm}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$p = 12(\text{cm})$		

b)	$S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$		
c)	$S_{ABC} = 6(cm^2)$ .		
d)	$R = 3,5(cm)$		

**Câu 6.** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a, CA = b, AB = c$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$		
b)	Góc $A$ vuông khi và chỉ khi $a^2 = b^2 + c^2$ ;		
c)	Góc $A$ nhọn khi và chỉ khi $a^2 > b^2 + c^2$ ;		
d)	Góc $A$ tù khi và chỉ khi $a^2 < b^2 + c^2$ .		

**Câu 7.** Cho tam giác  $ABC$  biết các cạnh  $a = 52,1cm, b = 85cm, c = 54cm$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$		
b)	$A \approx 32^\circ$		
c)	$B \approx 126^\circ$		
d)	$C \approx 38^\circ$ .		

**Câu 8.** Cho tam giác  $ABC$  với  $a = 49,4cm; b = 26,4cm$  và  $\hat{C} = 47^\circ 20'$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$		
b)	$c \approx 47cm$		
c)	$A \approx 137^\circ$		
d)	$B \approx 31^\circ 40'$		

**Câu 9.** Cho tam giác  $ABC$  biết cạnh  $a = 137,5cm, \hat{B} = 83^\circ, \hat{C} = 57^\circ$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\hat{A} = 40^\circ$		
b)	$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = R$		

c)	$R \approx 106,96 \text{ cm}$		
d)	$b \approx 179,4 \text{ cm}$		

**Câu 10.** Cho tam giác  $ABC$  có số đo các cạnh lần lượt là 7,9 và 12. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$p = 14$		
b)	$S = 13\sqrt{5}$		
c)	$R = \frac{7\sqrt{5}}{10}$		
d)	$r = \sqrt{3}$		

**Câu 11.** Cho  $\Delta ABC$  có  $\hat{A} = 135^\circ, \hat{C} = 15^\circ$  và  $b = 12$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\hat{B} = 30^\circ$ .		
b)	$a = 12\sqrt{2}$ ;		
c)	$c \approx 8,21$ ;		
d)	$R = 15$		

**Câu 12.** Cho tam giác  $ABC$ , biết  $b = 7, c = 5, \cos A = \frac{3}{5}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\sin A = \frac{4}{5}$		
b)	$S = 14$		
c)	$a = 3\sqrt{2}$		
d)	$r = 4 - \sqrt{2}$		

**Câu 13.** Cho  $\Delta ABC$  có  $AB = 3, AC = 4A$ , diện tích  $S = 3\sqrt{3}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$		
b)	$\sin A = -\frac{\sqrt{3}}{2}$		
c)	$\cos A = \frac{1}{2}$		

<b>d)</b>	$\cos A = -\frac{1}{2}$		
-----------	-------------------------	--	--

**Câu 14.** Cho tam giác  $ABC$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
<b>a)</b>	$a = b \cos C + c \cos B$		
<b>b)</b>	$\sin A = \sin B \cos C + \sin C \cos B$		
<b>c)</b>	$h_a = 2R \sin B \sin C$		
<b>d)</b>	$b^2 - c^2 = a(b \cos C - c \cos B)$		

**Câu 15.** Cho  $\Delta ABC$  có  $BC = \sqrt{6}, CA = 2, AB = 1 + \sqrt{3}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
<b>a)</b>	$A = 30^\circ$		
<b>b)</b>	$\hat{B} = 35^\circ$		
<b>c)</b>	$S = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$		
<b>d)</b>	$R = \sqrt{2}$ .		

### LỜI GIẢI THAM KHẢO

Thí sinh ghi dấu X vào cột được chọn tương ứng với mệnh đề bên trái

**Câu 1.** Cho tam giác  $ABC$  có  $b = 7 \text{ cm}, c = 5 \text{ cm}, \hat{A} = 120^\circ$ . Khi đó:

- a)  $a = \sqrt{127} \text{ cm}$
- b)  $\cos C \approx 0,91$
- c)  $\cos B \approx 0,21$
- d)  $R \approx 6,03(\text{cm})$

#### Lời giải

<b>a) Sai</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Đúng</b>
---------------	----------------	---------------	----------------

Áp dụng định lí cosin trong tam giác, ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow a^2 = 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ = 109.$$

Do đó,  $a = \sqrt{109} \text{ cm}$ .

Ta có  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B \Rightarrow \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{109 + 5^2 - 7^2}{2\sqrt{109} \cdot 5} \approx 0,81$ .

Tương tự,  $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{109 + 7^2 - 5^2}{2\sqrt{109} \cdot 7} \approx 0,91$ .

Áp dụng định lí sin trong tam giác, ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \text{ nên } R = \frac{a}{2 \cdot \sin A} = \frac{\sqrt{109}}{2 \cdot \sin 120^\circ} \approx 6,03(\text{cm}).$$

**Câu 2.** Cho tam giác  $ABC$  có các cạnh  $a = 6m, b = 8m, c = 10m$ . Khi đó:

- a)  $p = 16(\text{cm})$
- b)  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$
- c)  $S = 24(\text{cm}^2)$
- d)  $r = 4(\text{cm})$

**Lời giải**

<b>a) Sai</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
---------------	----------------	----------------	---------------

Ta có  $p = (6 + 8 + 10) : 2 = 12(\text{cm})$ .

Áp dụng công thức Heron trong tam giác, ta có:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ hay } S = \sqrt{12 \cdot (12-6) \cdot (12-8) \cdot (12-10)} = 24(\text{cm}^2).$$

Mà  $S = p \cdot r$  nên  $r = S : p = 24 : 12 = 2(\text{cm})$ .

**Câu 3.** Cho tam giác  $ABC$  biết  $a = 3\text{cm}, b = 4\text{cm}, \hat{C} = 30^\circ$ . Khi đó:

- a)  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
- b)  $c \approx 3,05(\text{cm})$
- c)  $\cos A \approx 0,68$
- d)  $\hat{A} \approx 77,2^\circ$

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	---------------	----------------	---------------

Áp dụng định lí cosin trong tam giác, ta có:  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$  hay

$$c^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 30^\circ = 25 - 12\sqrt{3}. \text{ Do đó, } c \approx 2,05(\text{cm}).$$

$$\text{Ta có } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{4^2 + (25 - 12\sqrt{3})^2 - 3^2}{2 \cdot 4 \cdot \sqrt{25 - 12\sqrt{3}}} \approx 0,68.$$

Suy ra  $\hat{A} \approx 47,2^\circ$ . Do đó,  $\hat{B} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{C} = 180^\circ - 47,2^\circ - 30^\circ = 102,8^\circ$ .

**Câu 4.** Cho tam giác  $ABC$  biết  $a = 8\text{dm}$ ,  $\hat{B} = 45^\circ$ ,  $\hat{C} = 60^\circ$ . Khi đó:

a)  $\hat{A} = 75^\circ$

b)  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

c)  $b \approx 5,26(\text{cm})$

d)  $c \approx 3,17(\text{cm})$

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	----------------	---------------	---------------

Trong  $\Delta ABC$  ta có:  $\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ$ .

Áp dụng định lí sin trong tam giác, ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{8}{\sin 75^\circ} = \frac{b}{\sin 45^\circ} = \frac{c}{\sin 60^\circ}$$

$$\text{Do đó, } b = \frac{8 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 75^\circ} \approx 5,86(\text{cm}); c = \frac{8 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 75^\circ} \approx 7,17(\text{cm}).$$

**Câu 5.** Cho tam giác  $ABC$  có các cạnh  $a = 3\text{cm}$ ,  $b = 4\text{cm}$ ,  $c = 5\text{cm}$ . Khi đó:

a)  $p = 12(\text{cm})$

b)  $S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

c)  $S_{ABC} = 6(\text{cm}^2)$ .

d)  $R = 3,5(\text{cm})$

**Lời giải**

<b>a) Sai</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
---------------	----------------	----------------	---------------

Ta có  $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3+4+5}{2} = 6(\text{cm})$ . Áp dụng công thức Heron ta có:

$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{6 \cdot (6-3) \cdot (6-4) \cdot (6-5)} = 6 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Áp dụng công thức tính diện tích  $S = \frac{abc}{4R}$ , suy ra  $R = \frac{abc}{4S} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{4 \cdot 6} = 2,5 \text{ (cm)}$ .

**Câu 6.** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a, CA = b, AB = c$ . Khi đó:

- a)  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
- b) Góc  $A$  vuông khi và chỉ khi  $a^2 = b^2 + c^2$ ;
- b) Góc  $A$  nhọn khi và chỉ khi  $a^2 > b^2 + c^2$ ;
- c) Góc  $A$  tù khi và chỉ khi  $a^2 < b^2 + c^2$ .

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Áp dụng định lí côsin trong tam giác  $ABC$ , ta có:  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ .

b) Góc  $A$  vuông khi và chỉ khi  $a^2 = b^2 + c^2$ ;

c) Góc  $A$  nhọn khi và chỉ khi  $\cos A > 0$  hay  $b^2 + c^2 - a^2 > 0 \Leftrightarrow a^2 < b^2 + c^2$ .

d) Góc  $A$  tù khi và chỉ khi  $\cos A < 0$  hay  $b^2 + c^2 - a^2 < 0 \Leftrightarrow a^2 > b^2 + c^2$ .

**Câu 7.** Cho tam giác  $ABC$  biết các cạnh  $a = 52,1 \text{ cm}, b = 85 \text{ cm}, c = 54 \text{ cm}$ . Khi đó:

a)  $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$

b)  $A \approx 32^\circ$

c)  $B \approx 126^\circ$

d)  $C \approx 38^\circ$ .

**Lời giải :**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Đúng</b>
----------------	---------------	---------------	----------------

Theo hệ quả định lí  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$$= \frac{85^2 + 54^2 - 52,1^2}{2 \cdot 85 \cdot 54} \approx 0,81 \Rightarrow A \approx 36^\circ;$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{52,1^2 + 54^2 - 85^2}{2 \cdot 52,1 \cdot 54} \approx -0,28 \Rightarrow B \approx 106^\circ$$

$$C = 180^\circ - (A + B) \approx 38^\circ.$$

**Câu 8.** Cho tam giác  $ABC$  với  $a = 49,4 \text{ cm}; b = 26,4 \text{ cm}$  và  $\hat{C} = 47^\circ 20'$ . Khi đó:

- a)  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
- b)  $c \approx 47 \text{ cm}$
- c)  $A \approx 137^\circ$
- d)  $B \approx 31^\circ 40'$

**Lời giải :**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Đúng</b>
----------------	---------------	---------------	----------------

Theo định lí cosin, ta có:  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

$$= (49,4)^2 + (26,4)^2 - 2 \cdot 49,4 \cdot 26,4 \cdot \cos(47^\circ 20') \approx 1369,66.$$

Suy ra:  $c \approx 37 \text{ cm}$ .

$$\text{Ta có: } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \approx \frac{(26,4)^2 + 1369,66 - (49,4)^2}{2 \cdot 26,4 \cdot 37} \approx -0,191 \Rightarrow A \approx 101^\circ$$

$$\text{Ta có: } B = 180^\circ - (A + C) \approx 31^\circ 40'$$

**Câu 9.** Cho tam giác  $ABC$  biết cạnh  $a = 137,5 \text{ cm}, \hat{B} = 83^\circ, \hat{C} = 57^\circ$ . Khi đó:

- a)  $\hat{A} = 40^\circ$
- b)  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = R$
- c)  $R \approx 106,96 \text{ cm}$
- d)  $b \approx 179,4 \text{ cm}$

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	---------------	----------------	---------------

$$\text{Ta có: } \hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 180^\circ - (83^\circ + 57^\circ) = 40^\circ$$

Theo định lí sin:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

Suy ra:  $R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{137,5}{2 \sin 40^\circ} \approx 106,96 \text{ cm}$ ;

$b = \frac{a \sin B}{\sin A} = \frac{137,5 \cdot \sin 83^\circ}{\sin 40^\circ} \approx 212,32 \text{ cm}$ ;  $c = \frac{a \sin C}{\sin A} = \frac{137,5 \cdot \sin 57^\circ}{\sin 40^\circ} \approx 179,4 \text{ cm}$ .

**Câu 10.** Cho tam giác  $ABC$  có số đo các cạnh lần lượt là 7,9 và 12 . Khi đó:

a)  $p = 14$

b)  $S = 13\sqrt{5}$

c)  $R = \frac{7\sqrt{5}}{10}$

d)  $r = \sqrt{3}$ .

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	---------------	---------------	---------------

Giả sử:  $a = 7, b = 9, c = 12$ .

Đặt  $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{7+9+12}{2} = 14$  (nửa chu vi tam giác).

Theo công thức Hê-rông, ta có:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{14(14-7)(14-9)(14-12)} = 14\sqrt{5};$$

$$\text{Ta có: } S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{7 \cdot 9 \cdot 12}{4 \cdot 14\sqrt{5}} = \frac{27\sqrt{5}}{10}; S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{14\sqrt{5}}{14} = \sqrt{5}.$$

**Câu 11.** Cho  $\Delta ABC$  có  $\hat{A} = 135^\circ, \hat{C} = 15^\circ$  và  $b = 12$ . Khi đó:

a)  $\hat{B} = 30^\circ$ .

b)  $a = 12\sqrt{2}$ ;

c)  $c \approx 8,21$ ;

d)  $R = 15$

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có:  $\hat{B} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{C}) = 180^\circ - (135^\circ + 15^\circ) = 30^\circ$ .

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow \frac{a}{\sin 135^\circ} = \frac{12}{\sin 30^\circ} = \frac{c}{\sin 15^\circ} = 2R$$

$$a = \frac{12 \cdot \sin 135^\circ}{\sin 30^\circ} = 12\sqrt{2}; \quad c = \frac{12 \cdot \sin 15^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 6,21; \quad R = \frac{12}{2 \sin 30^\circ} = 12.$$

**Câu 12.** Cho tam giác  $ABC$ , biết  $b = 7, c = 5, \cos A = \frac{3}{5}$ . Khi đó:

a)  $\sin A = \frac{4}{5}$

b)  $S = 14$

c)  $a = 3\sqrt{2}$

d)  $r = 4 - \sqrt{2}$

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có:  $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = \frac{16}{25} \Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$  (vì  $\sin A > 0$ ).

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = 14$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} = 32 \Rightarrow a = 4\sqrt{2}.$$

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2 \cdot \sin A} = \frac{5\sqrt{2}}{2}; \quad p = \frac{a+b+c}{2} = 6 + 2\sqrt{2}$$

$$S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{14}{6 + 2\sqrt{2}} = 3 - \sqrt{2}.$$

**Câu 13.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = 3, AC = 4A$ , diện tích  $S = 3\sqrt{3}$ . Khi đó:

a)  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$

b)  $\sin A = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

c)  $\cos A = \frac{1}{2}$

$$d) \cos A = -\frac{1}{2}$$

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Đúng</b>
----------------	---------------	----------------	----------------

Ta có:  $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{2S}{AB \cdot AC} = \frac{2 \cdot 3\sqrt{3}}{3 \cdot 4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

$$\cos^2 A = 1 - \sin^2 A = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} \cos A = \frac{1}{2} \\ \cos A = -\frac{1}{2} \end{cases}; BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A.$$

Với  $\cos A = \frac{1}{2}$ :  $BC^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 13 \Rightarrow BC = \sqrt{13}$ .

Với  $\cos A = -\frac{1}{2}$ :  $BC^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 37 \Rightarrow BC = \sqrt{37}$ .

**Câu 14.** Cho tam giác  $ABC$ . Khi đó:

a)  $a = b \cos C + c \cos B$

b)  $\sin A = \sin B \cos C + \sin C \cos B$

c)  $h_a = 2R \sin B \sin C$

d)  $b^2 - c^2 = a(b \cos C - c \cos B)$

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Đúng</b>
----------------	----------------	----------------	----------------

a)  $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$ ;  $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ .  $VP = b \cos C + c \cos B = b \cdot \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} + c \cdot \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$   
 $= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a} + \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2a} = \frac{2a^2}{2a} = a = VP(dpcm)$ .

b)  $\sin B = \frac{b}{2R}$ ;  $\sin C = \frac{c}{2R}$

$VP = \sin B \cos C + \sin C \cos B = \frac{b}{2R} \cdot \cos C + \frac{c}{2R} \cdot \cos B = \frac{1}{2R} (b \cos C + c \cos B)$

(mà  $a = b \cos C + c \cos B$ , chứng minh câu a).  $= \frac{1}{2R} \cdot a = VP(dpcm)$ .

$$c) S = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} bc \sin A \Rightarrow h_a = \frac{bc \sin A}{a} = \frac{2R \sin B \cdot 2R \sin C \cdot \sin A}{2R \sin A} = 2R \sin B \sin C = VP(dp\ cm).$$

$$d) a(b \cos C - c \cos B) = ab \cdot \cos C - ac \cdot \cos B = ab \cdot \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} - ac \cdot \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} - \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2} = \frac{a^2 + b^2 - c^2 - a^2 - c^2 + b^2}{2} = b^2 - c^2.$$

**Câu 15.** Cho  $\Delta ABC$  có  $BC = \sqrt{6}, CA = 2, AB = 1 + \sqrt{3}$ . Khi đó:

a)  $A = 30^\circ$

b)  $\hat{B} = 35^\circ$

c)  $S = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$

d)  $R = \sqrt{2}$ .

**Lời giải**

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

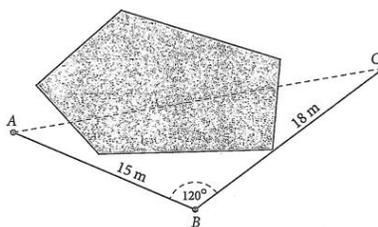
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 60^\circ; \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{B} = 45^\circ.$$

$$S = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}; S = \frac{1}{2} BC \cdot AH \Rightarrow AH = \frac{2S}{BC}; S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \sqrt{2}.$$

**♦Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1.** Để kéo dây điện từ cột điện vào nhà phải qua một cái ao, anh Nam không thể đo độ dài dây điện cần mua trực tiếp được nên đã làm như sau: Lấy một điểm  $B$  như trong hình, người ta đo được độ dài từ  $B$  đến  $A$  (nhà) là  $15m$ , từ  $B$  đến  $C$  (cột điện) là  $18m$  và  $ABC = 120^\circ$ . Hãy tính độ dài dây điện nối từ nhà ra đến cột điện.

**Trả lời:**.....



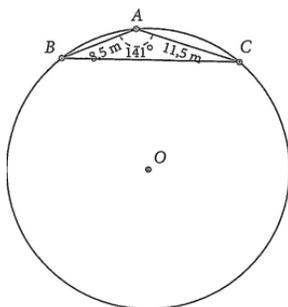
**Lời giải**

Áp dụng định lí côsin cho tam giác  $ABC$  ta có:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B} = \sqrt{15^2 + 18^2 - 2 \cdot 15 \cdot 18 \cdot \cos 120^\circ} \approx 28,62(m).$$

Vậy độ dài dây điện nối từ nhà ra cột điện dài 28,62 m.

**Câu 2.** Để đo đường kính một hồ hình tròn, người ta làm như sau: Lấy ba điểm  $A, B, C$  như hình vẽ, sao cho  $AB = 8,5m; AC = 11,5m; BAC = 141^\circ$ . Hãy tính đường kính của hồ nước đó.



**Trả lời:**.....

### Lời giải

Áp dụng định lí côsin cho tam giác  $ABC$  ta có:

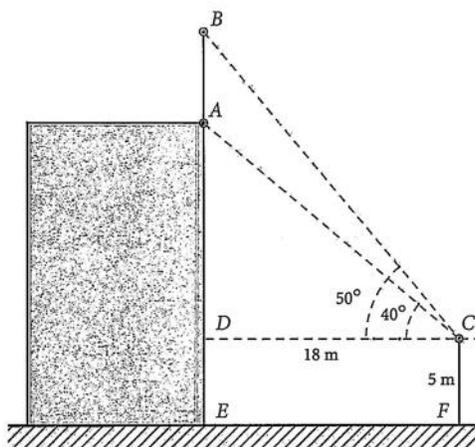
$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A} = \sqrt{8,5^2 + 11,5^2 - 2 \cdot 8,5 \cdot 11,5 \cdot \cos 141^\circ} \approx 18,88(m).$$

$$\text{Ta lại có: } \frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} \approx \frac{18,88}{2 \cdot \sin 141^\circ} \approx 15(m).$$

$$\text{Do đó, } d = 2R \approx 15 \cdot 2 = 30(m).$$

Vậy đường kính của hồ nước khoảng 30m.

**Câu 3.** Để đo chiều cao của một cột cờ trên đỉnh một toà nhà anh Bắc đã làm như sau: Anh đứng trên một đài quan sát có tầm quan sát cao 5m so với mặt đất, khi quan sát anh đo được góc quan sát chân cột là  $40^\circ$  và góc quan sát đỉnh cột là  $50^\circ$ , khoảng cách từ chân toà nhà đến vị trí quan sát là 18m. Tính chiều cao cột cờ và chiều cao của toà nhà.



**Trả lời:**.....

**Lời giải**

Trong tam giác  $DAC$ , ta có:

$$\cos ACD = \frac{DC}{AC}, \text{ suy ra } AC = \frac{DC}{\cos A} = \frac{18}{\cos 40^\circ} \approx 23,5(m).$$

$$\tan ACD = \tan 40^\circ = \frac{AD}{DC}, \text{ suy ra } AD = DC \cdot \tan 40^\circ = 18 \cdot \tan 40^\circ \approx 15,10(m).$$

Vậy chiều cao của toà nhà là:  $AE = AD + DE = AD + CF \approx 15,10 + 5 = 20,1(m)$ .

Trong tam giác  $DBC$  ta có:

$$\cos BCD = \frac{DC}{BC}, \text{ suy ra } BC = \frac{DC}{\cos B} = \frac{18}{\cos 50^\circ} \approx 28(m).$$

Lại có góc  $ACB = 50^\circ - 40^\circ = 10^\circ$ , áp dụng định lí cosin trong tam giác  $ABC$ , ta có:

$$AB = \sqrt{CA^2 + CB^2 - 2CA \cdot CB \cdot \cos ACB}$$

$$\approx \sqrt{23,5^2 + 28^2 - 2 \cdot 23,5 \cdot 28 \cdot \cos 10^\circ} \approx 6,34(m).$$

Vậy chiều cao của cột cờ khoảng 6,34 m.

**Câu 4.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $\hat{A} = 60^\circ$  và  $AB = 5, AD = 8$ . Tính độ dài đường chéo  $AC$ .

**Trả lời:**.....

**Lời giải**

Vì  $ABCD$  là hình bình hành nên ta có:  $BC = AD = 8, \angle ABC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ .

Áp dụng định lí côsin cho tam giác  $ABC$ , ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos ABC = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 120^\circ = 129 \Rightarrow AC = \sqrt{129}.$$

**Câu 5.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 5, AC = 8, \hat{A} = 60^\circ$ . Tính bán kính  $R$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác.

**Trả lời:**.....

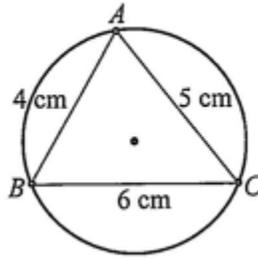
**Lời giải**

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ = 49$$

Áp dụng định lí côsin, ta có:  $\Rightarrow BC = 7$ .

$$\text{Áp dụng định lí sin ta có: } \frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{7}{2 \sin 60^\circ} = \frac{7\sqrt{3}}{3}.$$

**Câu 6.** Từ một miếng bìa hình tròn, bạn Nam cắt ra một hình tam giác  $ABC$  có độ dài các cạnh  $AB = 4\text{ cm}, AC = 5\text{ cm}, BC = 6\text{ cm}$  (Hình). Tính bán kính  $R$  của miếng bìa ban đầu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị xăng-ti-mét)



**Trả lời:**.....

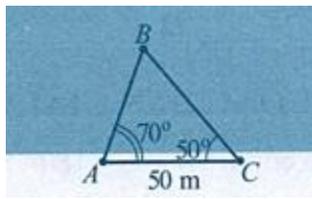
**Lời giải**

Áp dụng định lí côsin cho tam giác  $ABC$ , ta có:  $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{4^2 + 5^2 - 6^2}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{1}{8}$ . Mà

$$\hat{A} < 180^\circ \text{ nên } \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \frac{1}{64}} = \frac{3\sqrt{7}}{8}$$

$$\text{Áp dụng định lí sin, ta có: } \frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{6}{2 \cdot \frac{3\sqrt{7}}{8}} \approx 3(\text{cm}).$$

**Câu 7.** Để đo khoảng cách từ vị trí  $A$  trên bờ sông đến vị trí  $B$  của con tàu bị mắc cạn gần một cù lao giữa sông, bạn Minh đi dọc bờ sông từ vị trí  $A$  đến vị trí  $C$  cách  $A$  một khoảng bằng  $50\text{ m}$  và đo các góc  $BAC = 70^\circ, BCA = 50^\circ$ . (Hình). Tính khoảng cách  $AB$  theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



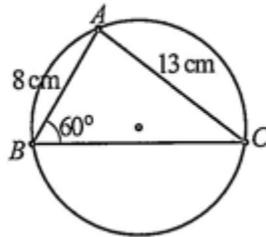
Trả lời:.....

**Lời giải**

Xét tam giác  $ABC$ , ta có:  $\hat{B} = 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ = 60^\circ$ .

Áp dụng định lí sin, ta có:  $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AB = \frac{AC \sin C}{\sin B} = \frac{50 \sin 50^\circ}{\sin 60^\circ} \approx 44(m)$

**Câu 8.** Từ một tấm bìa hình tròn, bạn Thảo cắt ra một hình tam giác có các cạnh  $AB = 8\text{ cm}$ ,  $AC = 13\text{ cm}$  và  $\hat{B} = 60^\circ$  (Hình). Tính độ dài cạnh  $BC$  và bán kính  $R$  của miếng bìa (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị xăng-ti-mét).



Trả lời:.....

**Lời giải**

Đặt  $BC = x(cm)(x > 0)$ .

Áp dụng định lí côsin ta có:  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$

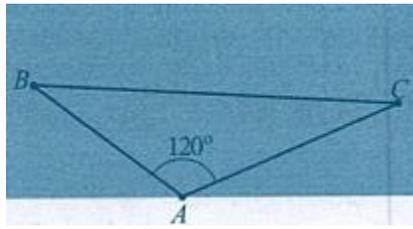
Suy ra  $13^2 = 8^2 + x^2 - 2 \cdot 8 \cdot x \cdot \cos 60^\circ \Leftrightarrow x^2 - 8x - 105 = 0$ .

Giải phương trình trên ta được  $x = 15$  hoặc  $x = -7$ . Vì  $x > 0$  nên  $x = 15$ .

Suy ra  $BC = 15(cm)$ . Áp dụng định lí sin ta có:

$\frac{AC}{\sin B} = 2R \Rightarrow R = \frac{AC}{2 \sin B} = \frac{13}{2 \sin 60^\circ} \approx 7,5(cm)$ .

**Câu 9.** Hai tàu đánh cá cùng xuất phát từ bến  $A$  và đi thẳng đều về hai vùng biển khác nhau, theo hai hướng tạo với nhau góc  $120^\circ$  (Hình). Tàu thứ nhất đi với tốc độ 8 hải lí một giờ và tàu thứ hai đi với tốc độ 10 hải lí một giờ. Hỏi sau bao lâu thì khoảng cách giữa hai tàu là 60 hải lí (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị giờ)?



**Trả lời:**.....

**Lời giải**

Giả sử sau  $x$  (giờ) ( $x > 0$ ) tàu thứ nhất ở vị trí  $B$ , tàu thứ hai ở vị trí  $C$  và khoảng cách  $BC = 60$  (hải lí).

Ta có:  $AB = 8x$  (hải lí);  $AC = 10x$  (hải lí). Áp dụng định lí côsin, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos BAC$$

$$\Leftrightarrow 60^2 = (8x)^2 + (10x)^2 - 2 \cdot 8x \cdot 10x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 244x^2 = 3600 \Rightarrow x \approx 3,8.$$

Vậy sau 3,8 giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là 60 hải lí.

**Câu 10.** Cho tam giác  $ABC$  có  $a = 7\text{ cm}, b = 8, c = 6\text{ cm}$ . Hãy tính độ dài đường trung tuyến  $m_a$  của tam giác đã cho?

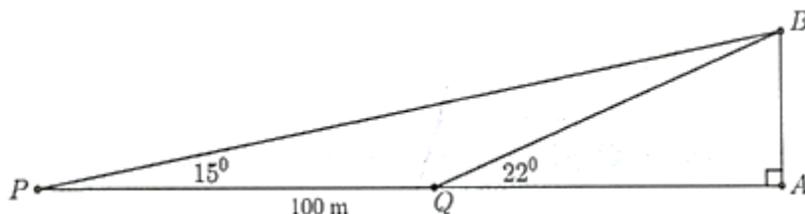
**Trả lời:**.....

**Lời giải**

Ta có:

$$m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4} = \frac{2(8^2 + 6^2) - 7^2}{4} = \frac{151}{4} \Rightarrow m_a = \frac{\sqrt{151}}{2}.$$

**Câu 11.** Hai chiếc tàu thủy  $P$  và  $Q$  cách nhau  $100\text{ m}$ . Từ  $P$  và  $Q$  thẳng hàng với chân  $A$  của tháp hải đăng  $AB$  ở trên bờ biển người ra nhìn chiều cao  $AB$  của tháp dưới các góc  $BPA = 15^\circ$  và  $BQA = 22^\circ$ . Tính chiều cao  $AB$  của tháp?



**Trả lời:**.....

### Lời giải

$\Delta ABP$  và  $\Delta ABQ$  vuông tại  $A$  nên  $AP = AB \cdot \cot 15^\circ$ ,  $AQ = AB \cdot \cot 22^\circ$ .

Suy ra:  $PQ = AP - AQ = AB \cdot \cot 15^\circ - AB \cdot \cot 22^\circ = AB(\cot 15^\circ - \cot 22^\circ)$

$$\Rightarrow AB = \frac{PQ}{\cot 15^\circ - \cot 22^\circ} = \frac{100}{\cot 15^\circ - \cot 22^\circ} \approx 79,56m.$$

Vậy tháp hải đăng có chiều cao xấp xỉ  $79,56m$ .

**Câu 12.** Biết hai lực cùng tác động vào một vật tạo với nhau góc  $40^\circ$ . Cường độ của hai lực đó là  $3N$  và  $4N$ . Tính cường độ của lực tổng hợp?

**Trả lời:**.....

### Lời giải

Giả sử vật được đặt ở vị trí  $A$ , hai lực tác động vào  $A$  lần lượt là các vectơ  $\overline{AB}, \overline{AD}$  có độ lớn là  $3N, 4N$ .

Vẽ hình bình hành  $ABCD$ , ta có hợp lực tác động vào  $A$  là:  $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$ . Do  $ABCD$  là hình bình hành nên  $AD = BC = 4$ .

Ta có:  $\angle ABC = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ . Xét tam giác  $ABC$ , theo định lí cô-sin ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 140^\circ \approx 43,39$$

$$\Rightarrow AC \approx 6,59.$$

Vậy độ lớn của lực tổng hợp tác động vào vật  $A$  là xấp xỉ  $6,59N$ .

**Câu 13.** Cho tam giác  $ABC$  thỏa mãn điều kiện  $4m_a^2 = b^2 + c^2$ , trong đó  $m_a$  là độ dài trung tuyến tam giác kẻ từ  $A$ ;  $a, b, c$  là các cạnh của tam giác. Khi đó tam giác  $ABC$  là tam giác gì?

**Trả lời:**.....

### Lời giải

$$\text{Ta có : } m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4} \Rightarrow 4m_a^2 = 2(b^2 + c^2) - a^2.$$

$$\text{Kết hợp giả thiết: } 4m_a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow 2(b^2 + c^2) - a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 = a^2.$$

Vậy tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ .

**Câu 14.** Cho tam giác  $ABC$  thỏa mãn điều kiện  $\frac{h_a}{h_b} + \frac{h_b}{h_c} + \frac{h_c}{h_a} = \frac{h_b}{h_a} + \frac{h_c}{h_b} + \frac{h_a}{h_c}$ . Khi đó tam giác

$ABC$  là tam giác gì?

**Trả lời:**.....

**Lời giải**

Ta có:  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}h_a a = \frac{1}{2}h_b b = \frac{1}{2}h_c c \Rightarrow h_a = \frac{2S_{\Delta ABC}}{a}, h_b = \frac{2S_{\Delta ABC}}{b}, h_c = \frac{2S_{\Delta ABC}}{c}$ .

Ta có:  $\frac{h_a}{h_b} + \frac{h_b}{h_c} + \frac{h_c}{h_a} = \frac{h_b}{h_a} + \frac{h_c}{h_b} + \frac{h_a}{h_c} \Leftrightarrow \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} = \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$

$\Leftrightarrow b^2c + c^2a + a^2b = a^2c + b^2a + c^2b \Leftrightarrow (a-b)(ab + c^2 - ac - bc) = 0$

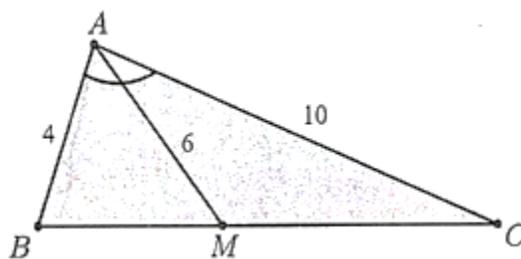
$\Leftrightarrow (a-b)(b-c)(a-c) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ b = c.. \\ a = c \end{cases}$

Vậy tam giác  $ABC$  cân.

**Câu 15.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 4, AC = 10$  và đường trung tuyến  $AM = 6$ . Tính độ dài cạnh  $BC$  ?

**Trả lời:**.....

**Lời giải**



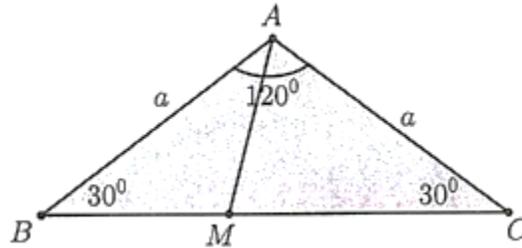
Ta có:  $AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$

$\Rightarrow BC^2 = 4 \left( \frac{AB^2 + AC^2}{2} - AM^2 \right) = 4 \left( \frac{4^2 + 10^2}{2} - 6^2 \right) = 88 \Rightarrow BC = 2\sqrt{22}$ .

**Câu 16.** Cho tam giác cân  $ABC$  có  $\hat{A} = 120^\circ$  và  $AB = AC = a$ . Lấy điểm  $M$  trên cạnh  $BC$  sao cho  $BM = \frac{2BC}{5}$ . Tính độ dài  $AM$  ?

**Trả lời:**.....

**Lời giải**



Ta có:  $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 120^\circ}$

$$= \sqrt{a^2 + a^2 - 2a \cdot a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = a\sqrt{3} \Rightarrow BM = \frac{2a\sqrt{3}}{5} \quad AM = \sqrt{AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos 30^\circ}$$

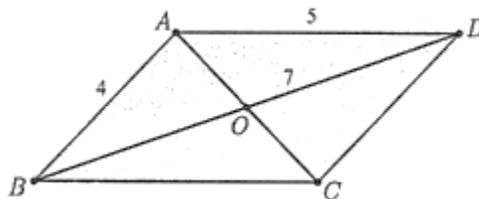
$$= \sqrt{a^2 + \left(\frac{2a\sqrt{3}}{5}\right)^2 - 2a \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{7}}{5}.$$

**Câu 17.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $AB = 4, BC = 5, BD = 7$ . Tính  $AC$ .

**Trả lời:**.....

**Lời giải**

Do  $ABCD$  là hình bình hành nên  $AD = BC = 5$ .



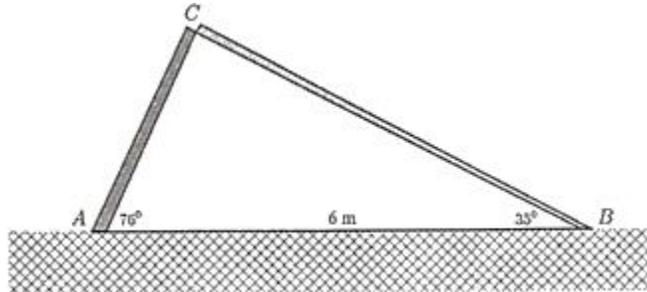
Gọi  $O$  là giao điểm hai đường chéo hình bình hành, suy ra  $O$  là trung điểm  $BD$ .

$$\text{Xét } \triangle ABD: OA^2 = \frac{AB^2 + AD^2}{2} - \frac{BD^2}{4}$$

$$= \frac{4^2 + 5^2}{2} - \frac{7^2}{4} = \frac{33}{4} \Rightarrow OA = \frac{\sqrt{33}}{2}.$$

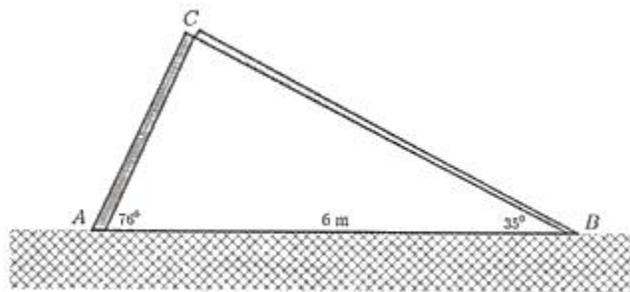
Do đó:  $AC = 2OA = \sqrt{33}$ .

**Câu 18.** Một cái cây dạng thẳng đứng bị gió mạnh làm gãy không hoàn toàn (hai đoạn thân bị gãy vẫn dính liền nhau như hình vẽ). Một người muốn đo chiều cao của cây trước khi gãy, người ấy đo được đoạn thẳng nối từ gốc cây đến ngọn cây (đã ngã) là  $AB = 6m$ , hai góc  $CAB = 76^\circ, CBA = 35^\circ$ . Tính chiều dài của cây trước khi bị gãy (giả sử sự biến dạng lúc gãy không ảnh hưởng đến tổng độ dài của cây)?



**Trả lời:**.....

**Lời giải**



Ta có:  $\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - (76^\circ + 35^\circ) = 69^\circ$ .

Theo định lí sin:  $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{6 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 69^\circ} \approx 3,69m$ ;

$\Rightarrow BC = \frac{AB \cdot \sin A}{\sin C} = \frac{6 \cdot \sin 76^\circ}{\sin 69^\circ} \approx 6,24m \Rightarrow AC + BC \approx 9,93m$ .

Vậy chiều cao ban đầu của cây xấp xỉ bằng  $9,93m$ .

**Câu 19.** Cho tam giác  $ABC$  thỏa mãn  $h_a = \sqrt{p(p-a)}$ , trong đó  $a, b, c$  là ba cạnh,  $h_a$  là chiều cao ứng với cạnh  $a$  của tam giác và  $p$  là nửa chu vi tam giác đó. Tam giác  $ABC$  là tam giác gì?

**Trả lời:**.....

**Lời giải**

Ta có:  $h_a = \sqrt{p(p-a)} \Leftrightarrow \frac{2S}{a} = \sqrt{p(p-a)}$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{a} = \sqrt{p(p-a)} \Leftrightarrow 4(p-b)(p-c) = a^2 \Leftrightarrow (a+c-b)(a+b-c) = a^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 - (b-c)^2 = a^2 \Leftrightarrow (b-c)^2 = 0 \Leftrightarrow b = c.$$

Vậy tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ .

**Câu 20.** Cho  $\Delta ABC$  có  $AB=9, BC=10, AC=\sqrt{73}$ . Kéo dài  $BC$  một đoạn  $CI=5$ . Tính độ dài  $AI$

**Trả lời:**.....

**Lời giải**

Xét  $\Delta ABC$ , ta có:  $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{10^2 + 9^2 - (\sqrt{73})^2}{2 \cdot 10 \cdot 9} = \frac{3}{5}$

Xét  $\Delta ABI$ , ta có:

$$AI^2 = AB^2 + BI^2 - 2 \cdot AB \cdot BI \cdot \cos B = 9^2 + (10+5)^2 - 2 \cdot 9 \cdot (10+5) \cdot \frac{3}{5} = 144$$

$$\Rightarrow AI = 12$$

Vì  $BI^2 = AB^2 + AI^2$  nên  $\Delta ABI$  vuông tại  $A$  hay  $IA \perp AB$ .

**Câu 21.** Cho hình thoi  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ . Góc  $BAD = 30^\circ$ . Tính diện tích hình thoi  $ABCD$ .

**Trả lời:**.....

**Lời giải**

Ta có:  $S_{ABCD} = 2 \cdot S_{ABD} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD \cdot \sin BAD = a \cdot a \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} a^2$ .

**Câu 22.** Cho tam giác  $ABC$ , có  $AB=8, AC=9, BC=10$ . Một điểm  $M$  nằm trên cạnh  $BC$  sao cho  $BM=7$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $AM$ .

**Trả lời:**.....

**Lời giải**

Xét  $\Delta ABC$  :

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = \frac{83}{160} \cdot AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos B$$

$$= 8^2 + 7^2 - 2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \frac{83}{160} = \frac{549}{10} \Rightarrow AM = \frac{3\sqrt{610}}{10}.$$

**Câu 23.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , biết  $AB = 6\text{ cm}$ ,  $AC = 8\text{ cm}$  và  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABM$

Trả lời:.....

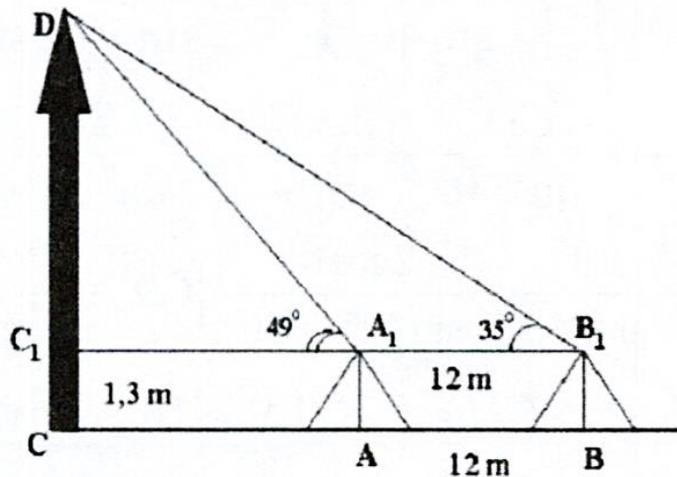
**Lời giải**

$$AB = 6\text{ cm}, AC = 8\text{ cm} \Rightarrow BC = 10\text{ cm}, AM = BM = \frac{1}{2}BC = 5\text{ cm}$$

$$p = \frac{6+5+5}{2} = 8$$

$$S_{ABM} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 12; S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 6}{4 \cdot 12} = \frac{25}{8}$$

**Câu 24.** Muốn đo chiều cao của tháp chàm Por Klong Garai ở Ninh Thuận người ta lấy hai điểm  $A$  và  $B$  trên mặt đất có khoảng cách  $AB = 12\text{ m}$  cùng thẳng hàng với chân  $C$  của tháp để đặt hai giác kế. Chân của giác kế có chiều cao  $h = 1,3\text{ m}$ . Gọi  $D$  là đỉnh tháp và hai điểm  $A_1, B_1$  cùng thẳng hàng với  $C_1$  thuộc chiều cao  $CD$  của tháp. Người ta đo được góc  $DA_1C_1 = 49^\circ$  và  $DB_1C_1 = 35^\circ$ . Tính chiều cao  $CD$  của tháp.



Trả lời:.....

**Lời giải**

Ta có:  $C_1DA_1 = 90^\circ - 49^\circ = 41^\circ$ ;  $C_1DB_1 = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$ , nên  $A_1DB_1 = 14^\circ$ .

Xét tam giác  $A_1DB_1$ , có:  $\frac{A_1B_1}{\sin A_1DB_1} = \frac{A_1D}{\sin A_1B_1D} \Rightarrow A_1D = \frac{12 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 14^\circ} \approx 28,45 m$ .

Xét tam giác  $C_1A_1D$  vuông tại  $C_1$ , có:

$$\sin C_1A_1D = \frac{C_1D}{A_1D} \Rightarrow C_1D = A_1D \cdot \sin C_1A_1D = 28,45 \cdot \sin 49^\circ \approx 21,47 m$$

$$\Rightarrow CD = C_1D + CC_1 \approx 22,77 m.$$

**Câu 25.** Cho  $\Delta ABC$  có  $AB=8, AC=5, BAC=60^\circ$ . Tính chiều cao  $AH$  của  $\Delta ABC$

**Trả lời:**.....

**Lời giải**

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ} = 7; S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin BAC = 10\sqrt{3}.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC \Leftrightarrow 10\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot AH \Leftrightarrow AH = \frac{20\sqrt{3}}{7}.$$

**Câu 26.** Cho  $\Delta ABC$  có  $BC = a; AC = b$ .  $\Delta ABC$  có diện tích lớn nhất khi  $\hat{C} = ?$

**Trả lời:**.....

**Lời giải**

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC \cdot \sin C = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin C.$$

Diện tích tam giác  $ABC$  lớn nhất khi  $\sin C$  lớn nhất  $\Rightarrow \sin C = 1 \Leftrightarrow C = 90^\circ$

**Câu 27.** Cho tam giác nhọn  $ABC$  có  $a=3, b=4$  và diện tích  $S=3\sqrt{3}$ . Tính bán kính  $R$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác đó..

**Trả lời:**.....

**Lời giải**

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C \Rightarrow \sin C = \frac{2S}{ab} = \frac{2 \cdot 3\sqrt{3}}{3 \cdot 4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \hat{C} = 60^\circ.$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos C} = \sqrt{13}; \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{c}{2 \sin C} = \frac{\sqrt{13}}{2 \sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{39}}{3}.$$

**Câu 28.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 2, AC = 3, \hat{A} = 60^\circ$ . Tính độ dài đường phân giác trong góc  $A$  của tam giác  $ABC$ .

**Trả lời:**.....

**Lời giải**

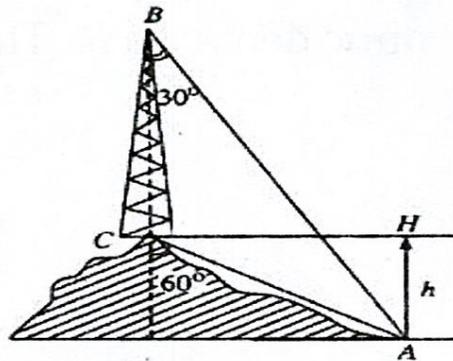
Giả sử đường phân giác trong góc  $A$  của  $\Delta ABC$  cắt cạnh  $BC$  tại điểm  $D$ .

Với  $S$  là kí hiệu diện tích tam giác ta có

$$S_{ABC} = S_{ADB} + S_{ADC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} AD \cdot AB \sin \frac{A}{2} + \frac{1}{2} AD \cdot AC \cdot \sin \frac{A}{2}.$$

$$\Leftrightarrow AD = 2 \cos \frac{A}{2} \cdot \frac{AB \cdot AC}{AB + AC} = \frac{2 \cdot 3}{2 + 3} \cdot 2 \cdot \cos 30^\circ = \frac{2}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{5}.$$

**Câu 29.** Trên ngọn đồi có một cái tháp cao  $100m$  (hình vẽ). Đỉnh tháp  $B$  và chân tháp  $C$  lần lượt nhìn điểm  $A$  ở chân đồi dưới các góc tương ứng bằng  $30^\circ$  và  $60^\circ$  so với phương thẳng đứng. Tính chiều cao  $AH$  của ngọn đồi.



**Trả lời:**.....

**Lời giải**

$\angle ACB = 120^\circ; \angle ABC = 30^\circ \Rightarrow \angle BAC = 30^\circ$ . Nên  $\Delta ABC$  cân tại  $C \Rightarrow AC = BC = 100$

Trong tam giác vuông  $AHC$ :  $\sin \angle ACH = \frac{AH}{AC} \Leftrightarrow AH = AC \cdot \sin 30^\circ = 50m$ .

**Câu 30.** Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí  $A$ , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc  $60^\circ$ . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ  $20km/h$ , tàu thứ hai chạy với tốc độ  $30km/h$ . Hỏi sau 3 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km?

**Trả lời:**.....

**Lời giải**

Ta có quãng đường tàu thứ nhất đi được là  $s_1 = v_1 t = 20 \cdot 3 = 60(km)$ .

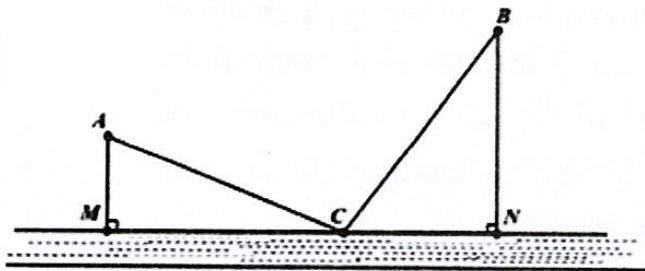
Quãng đường tàu thứ hai đi được là  $s_2 = v_2 t = 30 \cdot 3 = 90(km)$ .

$\Delta ABC$  với  $B$  là vị trí tàu thứ nhất chạy đến sau 3 giờ, nghĩa là  $AB = s_1 = 60km$ ;  $C$  là vị trí tàu thứ hai chạy đến sau 3 giờ, nghĩa là  $AC = s_2 = 90km$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos BAC \Leftrightarrow BC^2 = 60^2 + 90^2 - 2 \cdot 60 \cdot 90 \cdot \cos 60^\circ$$

$$\Leftrightarrow BC^2 = 6300. \text{ Vậy khoảng cách hai tàu sau 3 giờ chạy là } BC = 30\sqrt{7}.$$

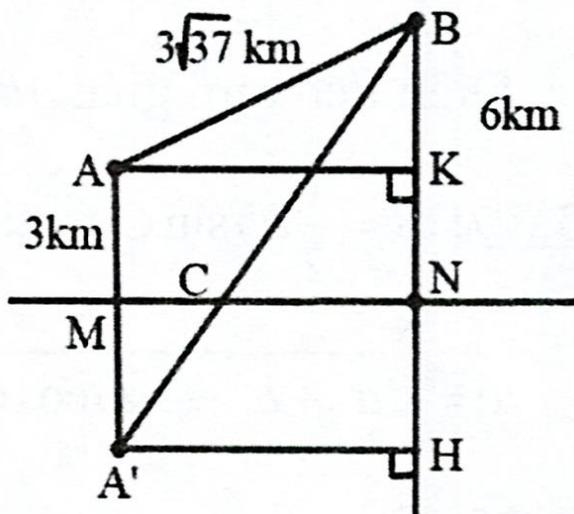
**Câu 31.** Thành phố Hải Đông dự định xây dựng một trạm nước sạch để cung cấp cho hai khu dân cư  $A$  và  $B$ . Trạm nước sạch đặt tại vị trí  $C$  trên bờ sông. Biết  $AB = 3\sqrt{17} km$ , khoảng cách từ  $A$  và  $B$  đến bờ sông lần lượt là  $AM = 3km, BN = 6km$  (hình vẽ). Gọi  $T$  là tổng độ dài đường ống từ trạm nước đến  $A$  và  $B$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $T$ .



Trả lời:.....

**Lời giải**

Kẻ  $AK \perp BN; A'H \perp BN$ .



Gọi  $A'$  đối xứng với  $A$  qua  $MN, D$  là trung của  $NB$ .

$T = CA + CB = CA' + CB \geq A'B$  (không đỏi). Đẳng thức xảy ra khi  $\{C\} = MN \cap A'B$ .

$$MN = AK = A'H = \sqrt{AB^2 - KB^2} = \sqrt{(3\sqrt{37})^2 - 3^2} = 18 \text{ km}.$$

Vậy  $A'B = \sqrt{A'H^2 + HB^2} = \sqrt{18^2 + 9^2} = 9\sqrt{5} \approx 20,12 \text{ km}$ .

**Câu 32.** Tam giác  $ABC$  có  $\cos(A+B) = -\frac{1}{8}$ ,  $AC = 4$ ,  $BC = 5$ . Tính cạnh  $AB$ .

Trả lời:.....

**Lời giải**

Vì trong tam giác  $ABC$  ta có  $A+B$  bù với góc  $C$  nên  $A+B = 180^\circ - C$

$$\cos(A+B) = -\frac{1}{8} \Rightarrow \cos C = \frac{1}{8}; AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C} = \sqrt{4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \frac{1}{8}} = 6$$

**Câu 33.** Tam giác có ba cạnh lần lượt là 5,12,13. Tính độ dài đường cao ứng với cạnh lớn nhất.

Trả lời:.....

**Lời giải**

Đặt  $a = 5, b = 12, c = 13$ . Nửa chu vi của tam giác là:  $p = \frac{5+12+13}{2} = 15$

Diện tích của tam giác là:

$$S = \sqrt{p(p-5)(p-12)(p-13)} = \sqrt{15(15-5)(15-12)(15-13)} = 30.$$

Cách khác: vì  $5^2 + 12^2 = 13^2$  nên tam giác đã cho vuông,  $S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30$

Đường cao ứng với cạnh lớn nhất là:  $h_c = \frac{2S}{c} = \frac{2 \cdot 30}{13} = \frac{60}{13}$ .

**Câu 34.** Tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  và nội tiếp trong đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$ . Gọi  $r$  là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ . Tính tỉ số  $\frac{R}{r}$ .

Trả lời:.....

**Lời giải**

Giả sử  $AB = AC = a \Rightarrow BC = a\sqrt{2} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Mặt khác  $S = pr = \frac{AB \cdot AC}{2} \Leftrightarrow \frac{2a + a\sqrt{2}}{2} r = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow r = \frac{a}{2 + \sqrt{2}}$

Suy ra  $\frac{R}{r} = 1 + \sqrt{2}$ .

**Câu 35.** Tính góc  $C$  của tam giác  $ABC$  biết  $a \neq b$  và  $a(a^2 - c^2) = b(b^2 - c^2)$ .

**Trả lời:**.....

**Lời giải**

$$a(a^2 - c^2) = b(b^2 - c^2) \Leftrightarrow a^3 - b^3 - c^2(a - b) = 0$$

$$\Leftrightarrow (a - b)(a^2 + ab + b^2) - c^2(a - b) = 0$$

$$\Leftrightarrow (a - b)(a^2 + ab + b^2 - c^2) = 0 \Leftrightarrow a^2 + ab + b^2 - c^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 - c^2 = -ab \text{ vì } a \neq b$$

$$\Rightarrow \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{-ab}{2ab} = \frac{-1}{2}$$

Do đó  $C = 120^\circ$

**Câu 36.** Cho tam giác  $ABC$ , các đường cao  $h_a, h_b, h_c$  thỏa mãn hệ thức  $3h_a = 2h_b + h_c$ . Tìm hệ thức liên hệ giữa  $a, b, c$ .

**Trả lời:**.....

**Lời giải**

Kí hiệu  $S = S_{\Delta ABC}$ . Ta có:  $3h_a = 2h_b + h_c \Leftrightarrow \frac{3 \cdot 2S}{a} = \frac{2 \cdot 2S}{b} + \frac{2S}{c} \Leftrightarrow \frac{3}{a} = \frac{2}{b} + \frac{1}{c}$

**Câu 37.** Cho tam giác  $ABC$  có  $\frac{5}{\sin A} = \frac{4}{\sin B} = \frac{3}{\sin C}$  và  $a = 10$ . Tính chu vi tam giác đó.

**Trả lời:**.....

**Lời giải**

$$\frac{5}{\sin A} = \frac{4}{\sin B} = \frac{3}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{10}{\sin A} = \frac{8}{\sin B} = \frac{6}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{8}{\sin B} = \frac{6}{\sin C}$$

Theo định lý sin trong tam giác ta tính được  $b = 8, c = 6$ .

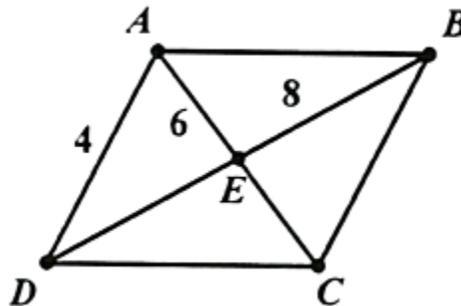
Chu vi tam giác là  $a+b+c=24$ .

**Câu 38.** Hình bình hành có một cạnh là 4 hai đường chéo là 6 và 8. Tính độ dài cạnh kề với cạnh có độ dài bằng 4.

**Trả lời:**.....

**Lời giải**

Gọi hình bình hành là  $ABCD$ . Gọi  $E$  là giao điểm hai đường chéo. Giả sử  $AD=4$ .



Xét  $\triangle ADE$ . Ta có:  $\cos ADE = \frac{AD^2 + DE^2 - AE^2}{2 \cdot AD \cdot DE}$

$$= \frac{4^2 + 4^2 - 3^2}{2 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{23}{32}$$

Xét  $\triangle ABD$ . Ta có:  $AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2 \cdot AD \cdot BD \cdot \cos ADB = 4^2 + 8^2 - 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot \frac{23}{32} = 34$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{34}.$$

**Câu 39.** Tam giác  $ABC$  có  $AB=1, AC=3, A=60^\circ$ . Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\triangle ABC$ .

**Trả lời:**.....

**Lời giải**

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos A = 3^2 + 1^2 - 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ = 7 \Rightarrow BC = \sqrt{7}$$

Ta lại có:  $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \cdot \sin A} = \frac{\sqrt{7}}{2 \cdot \sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{21}}{3}$ .

**Câu 40.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn có  $BC=3a$  và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  là  $R=a\sqrt{3}$ . Tính số đo góc  $A$ .

**Trả lời:**.....

### Lời giải

Áp dụng định lý sin trong tam giác  $ABC$ , ta có

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow \sin A = \frac{BC}{2R} = \frac{3a}{2a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra  $A = 60^\circ$  (do tam giác  $ABC$  nhọn).

**Câu 41.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn thỏa mãn  $2a \sin B = b\sqrt{3}$ . Tính số đo góc  $A$ .

Trả lời:.....

### Lời giải

$$\text{Có } a \sin B = b \sin A \text{ nên } 2a \sin B = b\sqrt{3} \Leftrightarrow 2b \sin A = b\sqrt{3} \Leftrightarrow \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy  $A = 60^\circ$  (Do  $ABC$  là tam giác nhọn).

**Câu 42.** Cho tam giác  $ABC$  có góc  $A = 30^\circ$ , góc  $B = 45^\circ$ . Tính  $\frac{h_a}{h_b}$ .

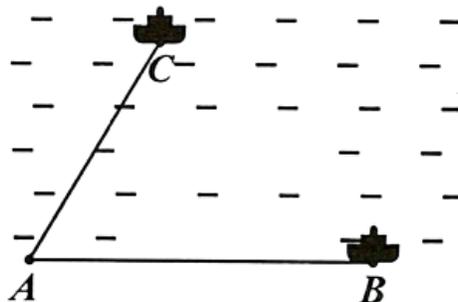
Trả lời:.....

### Lời giải

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b \Rightarrow \frac{h_a}{h_b} = \frac{b}{a}.$$

$$\text{Theo định lý sin có: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\sin B}{\sin A} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}. \text{ Vậy } \frac{h_a}{h_b} = \frac{b}{a} = \sqrt{2}.$$

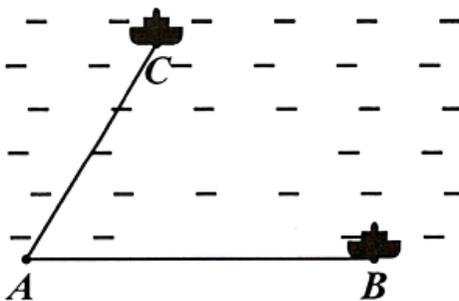
**Câu 43.** Hai chiếc tàu thuyền cùng xuất phát từ một vị trí  $A$ , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc  $60^\circ$ . Tàu  $B$  chạy với tốc độ 20 hải lí một giờ. Tàu  $C$  chạy với tốc độ 15 hải lí một giờ. Sau hai giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lí?



Trả lời:.....

**Lời giải**

Sau 2 giờ tàu  $B$  đi được 40 hải lí, tàu  $C$  đi được 30 hải lí.



Vậy tam giác  $ABC$  có  $AB = 40, AC = 30$  và  $A = 60^\circ$ .

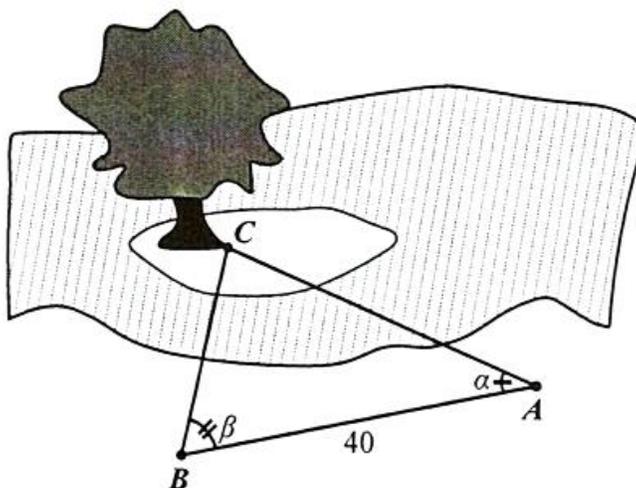
Áp dụng định lí cô-sin vào tam giác  $ABC$ , ta có:

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \\ &= 30^2 + 40^2 - 2 \cdot 30 \cdot 40 \cdot \cos 60^\circ = 1300 \\ &\Rightarrow a \approx 36. \end{aligned}$$

Vậy sau 2 giờ hai tàu cách nhau khoảng 36 hải lí.

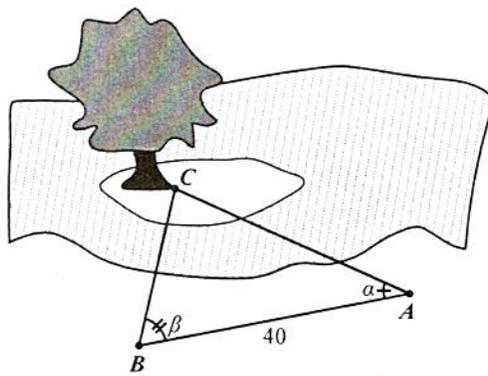
**Câu 44.** Để đo khoảng cách từ một điểm  $A$  trên bờ sông đến gốc cây  $C$  trên cù lao giữa sông, người ta chọn một điểm  $B$  cùng ở trên bờ với  $A$  sao cho từ  $A$  và  $B$  có thể nhìn thấy điểm  $C$ .

Ta đo được khoảng cách  $AB = 40m$ ,  $CAB = 45^\circ, CBA = 70^\circ$ . Vậy sau khi đo đạc và tính toán khoảng cách  $AC$  bằng bao nhiêu mét?



Trả lời:.....

**Lời giải**



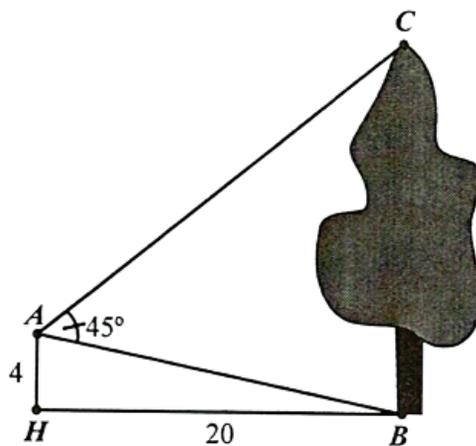
Ta có:  $C = 180^\circ - A - B = 65^\circ$ .

Áp dụng định lí sin vào tam giác  $ABC$  ta có

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{40 \cdot \sin 70^\circ}{\sin 65^\circ} \approx 41,47m.$$

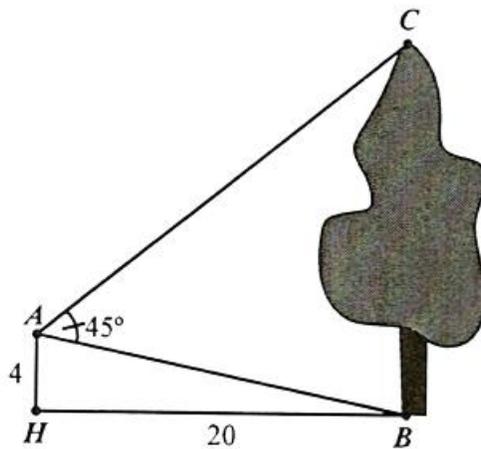
Vậy khoảng cách giữa  $A$  và  $C$  khoảng  $41,47m$ .

**Câu 45.** Từ vị trí  $A$  người ta quan sát một cây cao (hình vẽ). Biết  $AH = 4m$ ,  $HB = 20m$ ,  $BAC = 45^\circ$ . Tính chiều cao của cây?



Trả lời:.....

**Lời giải**



Trong tam giác  $AHB$ , ta có

$$\tan ABH = \frac{AH}{BH} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \Rightarrow ABH \approx 11^{\circ}19'.$$

$$AB = \sqrt{AH^2 + HB^2} = 4\sqrt{26}.$$

$$\text{Suy ra } ABC = 90^{\circ} - 11^{\circ}19' = 78^{\circ}41'.$$

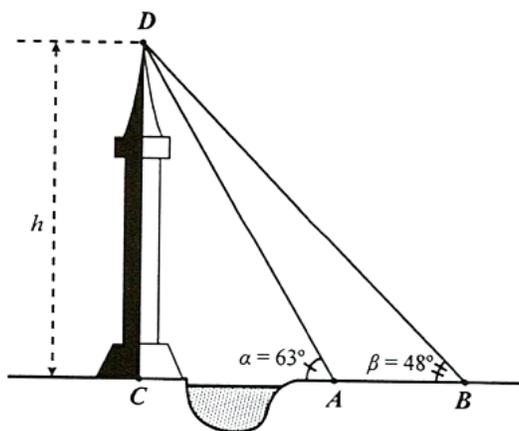
$$\text{Suy ra } ACB = 180^{\circ} - (BAC + ABC) = 56^{\circ}19'.$$

Áp dụng định lí sin trong tam giác  $ABC$ , ta được:

$$\frac{AB}{\sin ACB} = \frac{CB}{\sin BAC} \Rightarrow CB = \frac{AB \cdot \sin BAC}{\sin ACB} \approx 17,33m$$

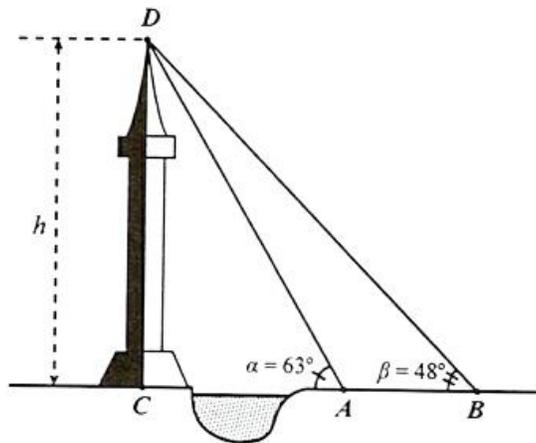
**Câu 46.** Giả sử  $CD = h$  là chiều cao của tháp trong đó  $C$  là chân tháp. Chọn hai điểm  $A, B$  trên mặt đất sao cho ba điểm  $A, B$  và  $C$  thẳng hàng. Ta đo được  $AB = 24m$ ,

$CAD = 63^{\circ}, CBD = 48^{\circ}$ . Tính chiều cao  $h$  của tháp?



**Trả lời:**.....

**Lời giải**



Ta có  $\alpha = D_1 + \beta \Rightarrow D_1 = \alpha - \beta = 63^\circ - 48^\circ = 15^\circ$ .

Áp dụng định lí sin vào tam giác  $ABD$ , ta có

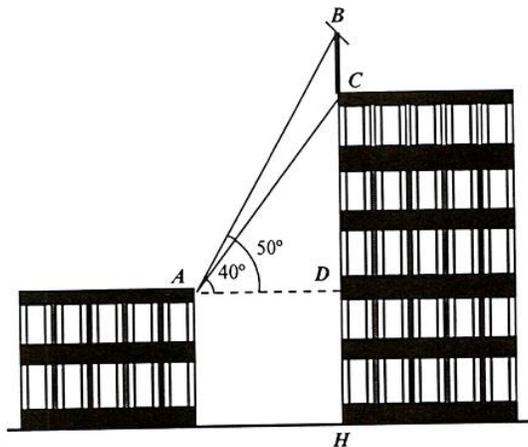
$$\frac{AD}{\sin \beta} = \frac{AB}{\sin D_1} \Rightarrow AD = \frac{AB \cdot \sin \beta}{\sin D_1} = \frac{24 \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} \approx 68,91m$$

Trong tam giác vuông  $ACD$ , có

$$h = CD = AD \cdot \sin \alpha \approx 68,91m.$$

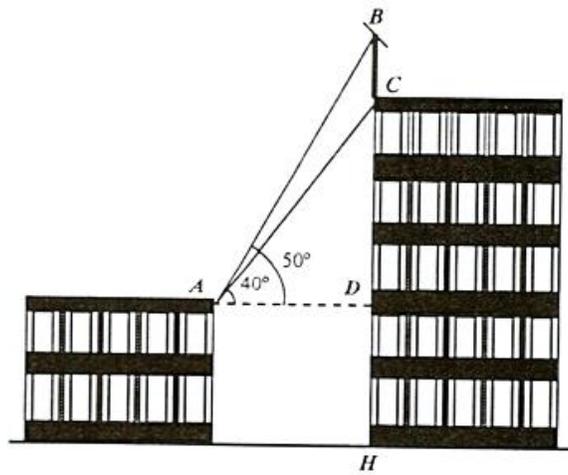
Vậy chiều cao của cái tháp khoảng  $68,91m$ .

**Câu 47.** Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao  $5m$ . Từ vị trí quan sát  $A$  cao  $7m$  so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh  $B$  và chân  $C$  của cột ăng-ten dưới góc  $50^\circ$  và  $40^\circ$  so với phương nằm ngang. Tính chiều cao của tòa nhà?



**Trả lời:**.....

**Lời giải**



Từ hình vẽ, suy ra  $BAC = 10^\circ$

và  $ABD = 180^\circ - (BAD + ADB) = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ) = 40^\circ$

Áp dụng định lí sin trong tam giác  $ABC$ , ta có

$$\frac{BC}{\sin BAC} = \frac{AC}{\sin ABC}$$

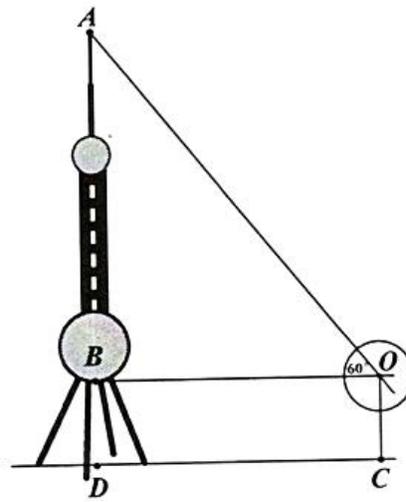
$$\Rightarrow AC = \frac{BC \cdot \sin ABC}{\sin BAC} = \frac{5 \cdot \sin 40^\circ}{\sin 10^\circ} \approx 18,5m$$

Trong tam giác vuông  $ADC$ , ta có  $\sin CAD = \frac{CD}{AC} \Rightarrow CD = AC \cdot \sin CAD = 11,9m$ .

Suy ra,  $CH = CD + DH = 11,9 + 7 = 18,9m$ .

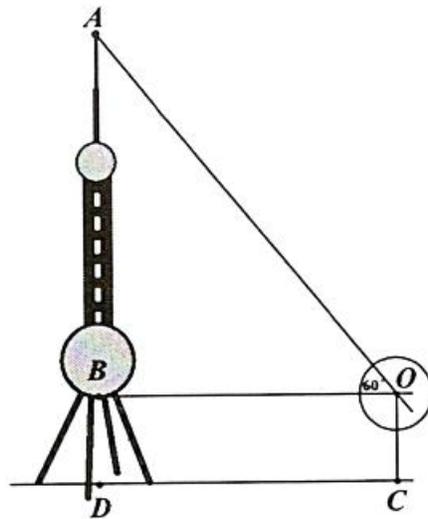
Vậy chiều cao của toà nhà khoảng  $18,9m$ .

**Câu 48.** Xác định chiều cao của một tháp mà không cần lên đỉnh của tháp. Đặt kế giác thẳng đứng cách chân tháp một khoảng  $CD = 60m$ , biết chiều cao của giác kế là  $OC = 1m$ . Quay thanh giác kế sao cho khi ngắm theo thanh ta nhìn thấy đỉnh  $A$  của tháp. Đọc trên giác kế số đo của góc  $AOB = 60^\circ$ . Tính chiều cao của ngọn tháp?



Trả lời:.....

Lời giải



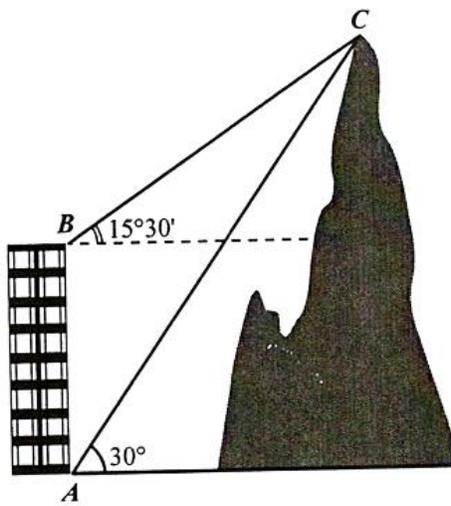
Tam giác  $OAB$  vuông tại  $B$ , có

$$\tan AOB = \frac{AB}{OB} \Rightarrow AB = \tan 60^\circ \cdot OB = 60\sqrt{3} m.$$

Vậy chiều cao của ngọn tháp là

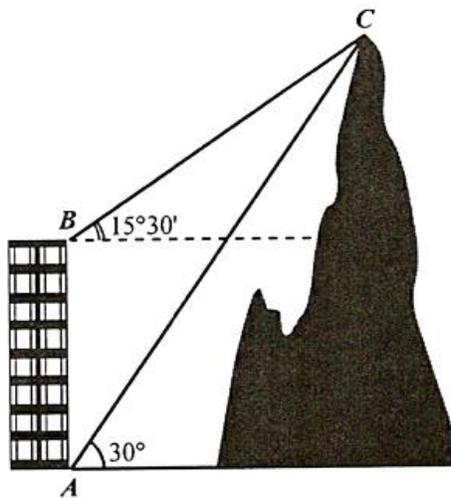
$$h = AB + OC = (60\sqrt{3} + 1) \approx 105 m.$$

**Câu 49.** Từ hai vị trí  $A$  và  $B$  của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh  $C$  của ngọn núi. Biết rằng độ cao  $AB = 70m$ , phương nhìn  $AC$  tạo với phương nằm ngang góc  $30^\circ$ , phương nhìn  $BC$  tạo với phương nằm ngang góc  $15^\circ 30'$ . Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất là bao nhiêu mét?



Trả lời:.....

**Lời giải**



Từ giả thiết, ta suy ra tam giác  $ABC$  có  $CAB = 60^\circ$ ,  $ABC = 105^\circ 30'$  và  $AB = 70$ .

Khi đó  $A + B + C = 180^\circ$

$$\Leftrightarrow C = 180^\circ - (A + B) = 180^\circ - 165^\circ 30' = 14^\circ 30'$$

Theo định lí sin, ta có

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC = \frac{70 \cdot \sin 105^\circ 30'}{\sin 14^\circ 30'} \approx 269,4m.$$

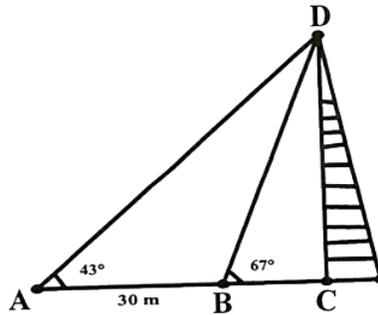
Gọi  $CH$  là khoảng cách từ  $C$  đến mặt đất.

Tam giác vuông  $ACH$  có cạnh  $CH$  đối diện với góc  $30^\circ$  nên:

$$CH = AC \cdot \sin 30^\circ = \frac{AC}{2} = \frac{269,4}{2} = 134,7m.$$

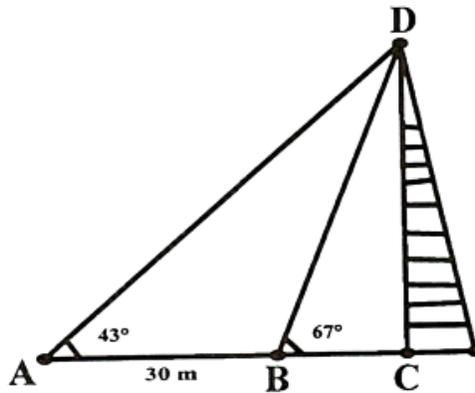
Vậy ngọn núi cao khoảng 135m.

**Câu 50.** Giả sử chúng ta cần đo chiều cao  $CD$  của một cái tháp với  $C$  là chân tháp,  $D$  là đỉnh tháp. Vì không thể đến chân tháp được nên từ hai điểm  $A, B$  có khoảng cách  $AB = 30m$  sao cho ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng, người ta đo được các góc  $CAD = 43^\circ$ ,  $CBD = 67^\circ$  (như hình vẽ trên). Hãy tính chiều cao  $CD$  của tháp?



Trả lời:.....

**Lời giải**



$$\frac{DB}{\sin DAB} = \frac{AB}{\sin ADB} \Rightarrow BD = \frac{30 \sin 43^\circ}{\sin 24^\circ}$$

$$\text{Lại có } \frac{CD}{DB} = \sin 67^\circ \Rightarrow CD = DB \cdot \sin 67^\circ = \frac{30 \sin 67^\circ \sin 43^\circ}{\sin 24^\circ} \approx 46m.$$

Vậy chiều cao của tháp xấp xỉ 46m.

**Câu 51:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 4, AC = 6, A = 120^\circ$ . Tính độ dài cạnh  $BC$

**Lời giải**

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A = 6^2 + 4^2 - 2.6.4.\cos 120^\circ$$

$$= 6^2 + 4^2 - 2.6.4.\frac{-1}{2} = 76 \Rightarrow BC = \sqrt{76} = 2\sqrt{19}.$$

**Câu 52:** Cho tam giác  $ABC$  có  $a = 7; b = 8; c = 5$ . Tính  $A, S, h_a, R$ .

**Lời giải**

$$+ \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{8^2 + 5^2 - 7^2}{2.8.5} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 60^\circ.$$

$$+ S = \frac{1}{2}bc.\sin A = \frac{1}{2}.8.5.\sin 60^\circ = 10\sqrt{3}.$$

$$+ \text{Ta có: } S = \frac{1}{2}a.h_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2.10\sqrt{3}}{7} = \frac{20\sqrt{3}}{7}.$$

$$+ \text{Ta có: } S = \frac{a.b.c}{4R} \Rightarrow R = \frac{a.b.c}{4S} = \frac{7.8.5}{4.10\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}.$$

**Câu 53:** Cho tam giác  $ABC$  có độ dài ba cạnh là  $AB = 2, BC = 5, CA = 6$ . Tính độ dài đường trung tuyến  $MA$ , với  $M$  là trung điểm của  $BC$ .

**Lời giải**

Áp dụng công thức tính độ dài trung tuyến ta có:

$$MA = \sqrt{\frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}} = \sqrt{\frac{2^2 + 6^2}{2} - \frac{5^2}{4}} = \frac{\sqrt{55}}{2}.$$

**Câu 54:** Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AC = 6$  cm,  $BC = 10$  cm. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ .

**Lời giải**

Do tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AC = 6$  cm,  $BC = 10$  cm nên

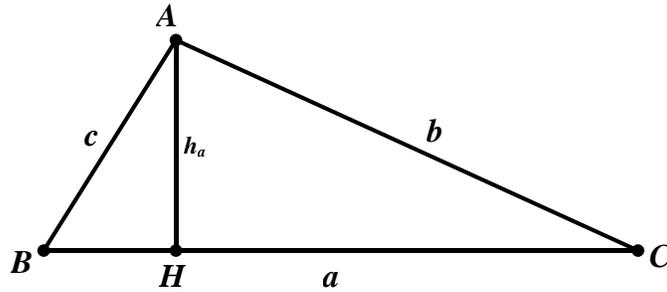
$$AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$$

Diện tích tam giác  $ABC$  là  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = 24$ .

Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$  là  $r = \frac{2S_{\triangle ABC}}{AB + BC + CA} = \frac{2.24}{6 + 8 + 10} = 2$ .

**Câu 55:** Cho tam giác  $ABC$  có  $b=7, c=5, \cos A = \frac{3}{5}$ . Tính độ dài đường cao  $h_a$  của tam giác  $ABC$ .

**Lời giải**



Theo định lí hàm cos ta có  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 49 + 25 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} = 32 \Rightarrow a = 4\sqrt{2}$ .

Ta lại có:  $\cos A = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$ .

Diện tích tam giác  $ABC$  là  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5} = 14$ .

Vì  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}a \cdot h_a$  nên  $h_a = \frac{2S_{\Delta ABC}}{a} = \frac{28}{4\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$

Vậy  $h_a = \frac{7\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 56:** Cho tam giác  $ABC$  có  $a=13, b=8, c=7$ . Tính góc  $A$ , suy ra  $S, h_a, R, r, m_a$ .

**Lời giải**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = -\frac{1}{2} \Rightarrow A = 120^\circ$$

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 56 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3}$$

$$S = \frac{1}{2}a \cdot h_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} = \frac{28\sqrt{3}}{13}$$

$$S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 13}{4 \cdot 14\sqrt{3}} = \frac{13\sqrt{3}}{3}$$

$$S = p \cdot r \Rightarrow r = \frac{2S}{a+b+c} = \frac{2 \cdot 14\sqrt{3}}{7+8+13} = \sqrt{3}$$

$$m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} \Rightarrow m_a = \frac{\sqrt{57}}{2}$$

**Câu 57:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 4$ ,  $AC = 5$  và  $\cos A = \frac{3}{5}$ . Tính cạnh  $BC$ , và độ dài đường cao kẻ từ  $A$ .

### Lời giải

Áp dụng định lí côsin ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A = 4^2 + 5^2 - 2.4.5.\frac{3}{5} = 17 \text{ Suy ra } BC = \sqrt{17}$$

$$\text{Vì } \sin^2 A + \cos^2 A = 1 \text{ nên } \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Theo công thức tính diện tích ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin A = \frac{1}{2}.4.5.\frac{4}{5} = 8 \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } S_{ABC} = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2}.\sqrt{17}.h_a \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{1}{2}.\sqrt{17}.h_a = 8 \Rightarrow h_a = \frac{16\sqrt{17}}{17}$$

$$\text{Vậy độ dài đường cao kẻ từ } A \text{ là } h_a = \frac{16\sqrt{17}}{17}$$

**Câu 58:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 10$ ,  $AC = 4$  và  $A = 60^\circ$ .

a) Tính chu vi của tam giác

b) Tính  $\tan C$

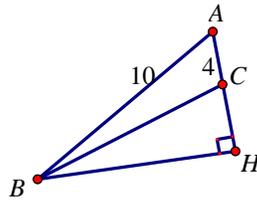
### Lời giải

a) Theo định lí côsin ta có

$$BC^2 = 10^2 + 4^2 - 2.10.4\cos 60^\circ = 76 \\ \Rightarrow BC \approx 8,72$$

Suy ra chu vi tam giác là  $2p \approx 10 + 4 + 8,72 = 22,72$

b) (Hình 2.23a)



Hình 2.22a

Kẻ đường cao BH ta có

$$AH = AB \cos 60^\circ = 5$$

$$\Rightarrow HC = 5 - 4 = 1$$

$$BH = AB \cdot \sin 60^\circ = 5\sqrt{3}. \text{ Vậy } \tan C = -\tan BCH = -\frac{HB}{HC} = -5\sqrt{3}$$

**Câu 59:** Giải tam giác  $ABC$  biết  $A = 60^\circ$ ,  $B = 40^\circ$  và  $c = 14$ .

**Lời giải**

Ta có  $C = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ = 80^\circ$

Theo định lí sin ta có

$$a = \frac{c \sin A}{\sin C} = \frac{14 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 80^\circ} \Rightarrow a \approx 12,3$$

$$b = \frac{c \sin B}{\sin C} = \frac{14 \cdot \sin 40^\circ}{\sin 80^\circ} \Rightarrow b \approx 9,1$$

**Câu 60:** Giải tam giác  $ABC$ , biết:

$$b = 4,5; \quad A = 30^\circ; \quad C = 75^\circ$$

**Lời giải**

Ta có  $B = 180^\circ - A - C = 180^\circ - 30^\circ - 75^\circ = 75^\circ = C$

suy ra tam giác  $ABC$  cân tại  $A \Rightarrow c = b = 4,5$ .

Theo định lí sin ta có

$$a = \frac{b \sin A}{\sin B} = \frac{4,5 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 75^\circ} \Rightarrow a \approx 2,33.$$

**Câu 61:** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  biết  $a = \sqrt{3}$ ;  $B = C = 30^\circ$ . Tính  $R, r$ , cạnh  $c, b$ , suy ra  $S$

**Lời giải**

Áp dụng định lí sin:

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 1$$

$$\Rightarrow b = c = 2R \sin 30^\circ = 1$$

$$S = \frac{1}{2} b \cdot c \sin A = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$r = \frac{S}{p} = \frac{\sqrt{3}}{2} (2 - \sqrt{3}).$$

**Câu 62:** Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn bán kính bằng 3, biết  $A = 30^\circ$ ,  $B = 45^\circ$ . Tính độ dài trung tuyến kẻ từ  $A$  và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } C = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ = 105^\circ$$

$$\text{Theo định lí sin ta có } a = 2R \sin A = 2 \cdot 3 \cdot \sin 30^\circ = 3, \quad b = 2R \sin B = 2 \cdot 3 \cdot \sin 45^\circ = 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

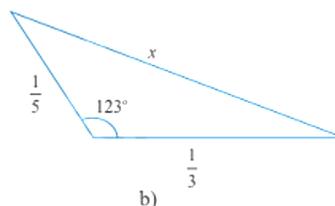
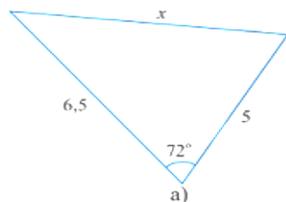
$$c = 2R \sin C = 2 \cdot 3 \cdot \sin 105^\circ \approx 5,796$$

$$\text{Theo công thức đường trung tuyến ta có } m_a^2 = \frac{2b^2 + c^2 - a^2}{4} \approx \frac{2 \cdot 18 + 5,796^2 - 9}{4} = 23,547$$

Theo công thức tính diện tích tam giác ta có

$$S_{ABC} = pr = \frac{1}{2} bc \sin A \Rightarrow r = \frac{bc \sin A}{2p} \\ \approx \frac{3\sqrt{2} \cdot 5,796 \sin 30^\circ}{3 + 3\sqrt{2} + 5,796} \approx 0,943$$

**Câu 63:** Tính độ dài cạnh  $x$  trong các tam giác sau:



**Lời giải**

a) Áp dụng định lí cosin, ta có:

$$x^2 = 6,5^2 + 5^2 - 2 \cdot 6,5 \cdot 5 \cdot \cos 72^\circ \approx 47,16$$

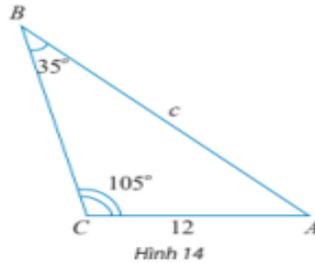
$$\Leftrightarrow x \approx 6,87$$

b) Áp dụng định lí cosin, ta có:

$$x^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} \cdot \cos 123^\circ \approx 0,224$$

$$\Leftrightarrow x \approx 0,473$$

**Câu 64:** Tính độ dài cạnh c trong tam giác ABC ở Hình 14.



**Lời giải**

Áp dụng định lí sin, ta có:

$$\frac{c}{\sin 105^\circ} = \frac{12}{\sin 35^\circ} \Rightarrow c = \frac{12 \cdot \sin 105^\circ}{\sin 35^\circ} \approx 3,37$$

**Câu 65:** Cho tam giác ABC, biết cạnh  $a = 152$ ,  $\hat{B} = 79^\circ$ ,  $\hat{C} = 61^\circ$ . Tính các góc, các cạnh còn lại và bán kính đường tròn ngoại tiếp của tam giác đó.

**Lời giải**

Đặt  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ .

Ta có:  $a = 152$ ;  $\hat{A} = 180^\circ - (79^\circ + 61^\circ) = 40^\circ$

Áp dụng định lí sin, ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

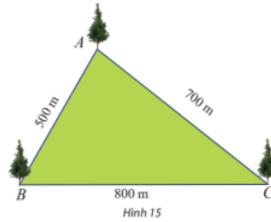
Suy ra:

$$AC = b = \frac{a \cdot \sin B}{\sin A} = \frac{152 \cdot \sin 79^\circ}{\sin 40^\circ} \approx 232,13$$

$$AB = c = \frac{a \cdot \sin C}{\sin A} = \frac{152 \cdot \sin 61^\circ}{\sin 40^\circ} \approx 206,82$$

$$R = \frac{a}{\sin A} = \frac{152}{\sin 40^\circ} \approx 236,47$$

**Câu 66:** Một công viên có dạng hình tam giác với các kích thước như Hình 15. Tính số đo các góc của tam giác đó.



**Lời giải**

Đặt  $a = BC, b = AC, c = AB$

Ta có:  $a = 800, b = 700, c = 500$ .

Áp dụng định lí cosin, ta có:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}; \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}; \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

Suy ra:

$$\cos A = \frac{700^2 + 500^2 - 800^2}{2 \cdot 700 \cdot 500} = \frac{1}{7} \Rightarrow \hat{A} = 81^\circ 47' 12,44''$$

$$\cos B = \frac{500^2 + 800^2 - 700^2}{2 \cdot 500 \cdot 800} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{B} = 60^\circ$$

$$\cos C = \frac{800^2 + 700^2 - 500^2}{2 \cdot 800 \cdot 700} = \frac{11}{14} \Rightarrow \hat{C} = 38^\circ 12' 47,56''$$

Vậy  $\hat{A} = 81^\circ 47' 12,44''; \hat{B} = 60^\circ; \hat{C} = 38^\circ 12' 47,56''$ .

**Câu 67:** Tính diện tích một lá cờ hình tam giác cân có độ dài cạnh bên thành là 90 cm và góc ở đỉnh là  $35^\circ$ .



Hình 16

**Lời giải**

Kí hiệu các điểm A, B, C như hình trên.

Từ giả thiết ta có:  $AB = AC = 90, \hat{A} = 35^\circ$

Áp dụng công thức  $S = \frac{1}{2}bc\sin A$ , ta có:  $S = \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 90 \cdot \sin 35^\circ \approx 2323 \text{ (cm}^2\text{)}$

**Câu 68:** Cho tam giác ABC có  $AB = 6$ ,  $AC = 8$  và  $A = 60^\circ$

a) Tính diện tích tam giác ABC.

b) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tính diện tích tam giác IBC.

### Lời giải

Đặt  $a = BC$ ,  $b = AC$ ,  $c = AB$ .

Áp dụng công thức  $S = \frac{1}{2}bc\sin A$ , ta có:  $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$

b) Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC ta được:

$$BC^2 = a^2 = 8^2 + 6^2 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ = 52 \\ \Rightarrow BC = 2\sqrt{13}$$

Xét tam giác IBC ta có:

Góc  $BIC = 2 \cdot BAC = 120^\circ$ . (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn một cung)

$$IB = IC = R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{2\sqrt{13}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{39}}{3} \\ \Rightarrow S_{IBC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\sqrt{39}}{3} \cdot \frac{4\sqrt{39}}{3} \sin 120^\circ = \frac{52\sqrt{3}}{3}$$

**Câu 69:** Cho tam giác ABC có trọng tâm G và độ dài ba cạnh AB, BC, CA lần lượt là 15, 18, 27.

a) Tính diện tích và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

b) Tính diện tích tam giác GBC.

### Lời giải

a) Đặt  $a = BC$ ,  $b = AC$ ,  $c = AB$ .

Ta có:  $p = \frac{1}{2}(15 + 18 + 27) = 30$

Áp dụng công thức heron, ta có:

$$S_{ABC} = \sqrt{30(30-15)(30-18)(30-27)} = 90\sqrt{2}$$

$$\text{Và } r = \frac{S}{p} = \frac{90\sqrt{2}}{30} = 3\sqrt{2}$$

b) Gọi, H, K lần lượt là chân đường cao hạ từ A và G xuống BC, M là trung điểm BC.

G là trọng tâm tam giác ABC nên  $GM = \frac{1}{3}AM$

$$\Rightarrow GK = \frac{1}{3} \cdot AH$$

$$\Rightarrow S_{GBC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 90\sqrt{2} = 30\sqrt{2}.$$

Xét tam giác IBC ta có:

Góc  $BIC = 2 \cdot BAC = 120^\circ$  (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn một cung)

$$IB = IC = R = \frac{a}{\sin A} = \frac{2\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4\sqrt{39}}{3}$$

$$\Rightarrow S_{IBC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\sqrt{39}}{3} \cdot \frac{4\sqrt{39}}{3} \sin 120^\circ = \frac{52\sqrt{3}}{3}$$

**Câu 70:** Cho  $h_a$  là đường cao vẽ từ đỉnh A, R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Chứng minh hệ thức:  $h_a = 2R \sin B \sin C$ .

**Lời giải**

Đặt  $a = BC, b = AC, c = AB$

Ta có:  $\sin C = \frac{AH}{AC} = \frac{h_a}{b} \Rightarrow h_a = b \cdot \sin C$

Theo định lí sin, ta có:  $\frac{b}{\sin B} = 2R \Rightarrow b = 2R \cdot \sin B \Rightarrow h_a = 2R \cdot \sin B \cdot \sin C$

**Câu 71:** Cho tam giác ABC có góc B nhọn, AD và CE là hai đường cao

a) Chứng minh  $\frac{S_{BDE}}{S_{BAC}} = \frac{BD \cdot BE}{BA \cdot BC}$ .

b) Biết rằng  $S_{ABC} = 9S_{BDE}$  và  $DE = 2\sqrt{2}$ . Tính  $\cos B$  và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

**Lời giải**

a) Áp dụng công thức  $S = \frac{1}{2}ac \cdot \sin B$  cho tam giác  $ABC$  và  $BED$ , ta có:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot \sin B; S_{BED} = \frac{1}{2} \cdot BE \cdot BD \cdot \sin B \Rightarrow \frac{S_{BED}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot BE \cdot BD \cdot \sin B}{\frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot \sin B} = \frac{BE \cdot BD}{BA \cdot BC}$$

b) Ta có:  $\cos B = \frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC}$

Mà  $\frac{S_{BED}}{S_{ABC}} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{BD}{BA} \cdot \frac{BE}{BC} = \frac{1}{9}$

$$\Rightarrow \cos B = \frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC} = \frac{1}{3}$$

+) Xét tam giác  $ABC$  và tam giác  $DEB$  ta có:

$$\frac{BE}{BC} = \frac{BD}{BA} = \frac{1}{3} \text{ và góc } B \text{ chung}$$

$$\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta DEB \text{ (cgc)}$$

$$\Rightarrow \frac{DE}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow AC = 3 \cdot DE = 3 \cdot 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}.$$

Ta có:  $\cos B = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin B = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$  (do  $B$  là góc nhọn)

Áp dụng định lí sin trong tam giác  $ABC$  ta có:

$$\frac{AC}{\sin B} = 2R \Rightarrow R = \frac{6\sqrt{2}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} : 2 = \frac{9}{2}$$

**Câu 72:** Cho tứ giác lồi  $ABCD$  có các đường chéo  $AC = x$ ,  $BD = y$  và góc giữa  $AC$  và  $BD$  bằng  $\alpha$ . Gọi  $S$  là diện tích của tứ giác  $ABCD$

a) Chứng minh  $S = \frac{1}{2}xy \sin \alpha$ .

b) Nêu kết quả trong trường hợp  $AC \perp BD$

### Lời giải

Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$

a) Áp dụng công thức  $S = \frac{1}{2}ac \cdot \sin B$ , ta có:

$$S_{OAD} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OD \cdot \sin \alpha; S_{OBC} = \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC \cdot \sin \alpha$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB \cdot \sin(180^\circ - \alpha); S_{OCD} = \frac{1}{2} \cdot OD \cdot OC \cdot \sin(180^\circ - \alpha).$$

Mà  $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$

$$\Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB \cdot \sin \alpha; S_{OCD} = \frac{1}{2} \cdot OD \cdot OC \cdot \sin \alpha.$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = (S_{OAD} + S_{OAB}) + (S_{OBC} + S_{OCD})$$

$$= \frac{1}{2} \cdot OA \cdot \sin \alpha \cdot (OD + OB) + \frac{1}{2} \cdot OC \cdot \sin \alpha \cdot (OB + OD)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot OA \cdot \sin \alpha \cdot BD + \frac{1}{2} \cdot OC \cdot \sin \alpha \cdot BD$$

$$= \frac{1}{2} \cdot BD \cdot \sin \alpha \cdot (OA + OC)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot x \cdot y \cdot \sin \alpha.$$

b) Nếu  $AC \perp BD$  thì  $\alpha = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha = 1$ .

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot y \cdot 1 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot y.$$