

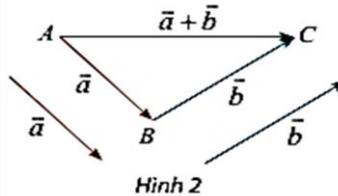
MỤC LỤC

▶ BÀI 2. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTO'	2
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức	2
Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản	4
♦ Dạng 1: Chứng minh đẳng thức vectơ	4
♦ Dạng 2: Tính độ dài tổng, hiệu vectơ	5
Ⓒ. Dạng toán rèn luyện	8
♦ Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn	8
♦ Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai	19
♦ Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn	39

A. Tóm tắt kiến thức

1. Tổng của hai vectơ

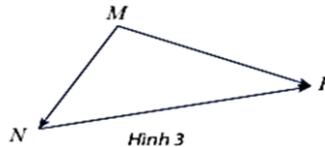
- Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} . Từ một điểm A tùy ý, lấy hai điểm B, C sao cho $\overline{AB} = \vec{a}$, $\overline{BC} = \vec{b}$. Khi đó \overline{AC} được gọi là **tổng của hai vectơ** \vec{a}, \vec{b} và được kí hiệu là $\vec{a} + \vec{b}$.
- Vậy $\vec{a} + \vec{b} = \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$.



- Phép toán tìm tổng của hai vectơ còn được gọi là **phép cộng vectơ**.
- Từ định nghĩa tổng của hai vectơ, ta suy ra quy tắc cộng vectơ sau đây:

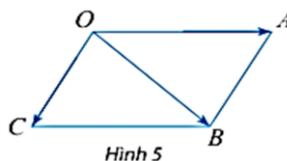
✍ Quy tắc ba điểm

- Với ba điểm M, N, P , ta có: $\overline{MN} + \overline{NP} = \overline{MP}$.



✍ Quy tắc hình bình hành

- Nếu $OABC$ là hình bình hành thì ta có $\overline{OA} + \overline{OC} = \overline{OB}$.

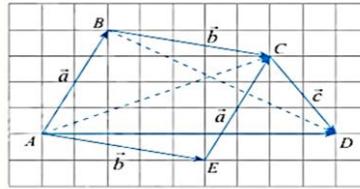


✍ Chú ý:

- Khi cộng hai vectơ theo quy tắc ba điểm, điểm cuối của vectơ thứ nhất phải là điểm đầu của vectơ thứ hai.
- Để áp dụng quy tắc hình bình hành, ta cần đưa bài toán tìm tổng hai vectơ về bài toán tìm tổng của hai vectơ có chung điểm đầu.

2. Tính chất của phép cộng các vector

- Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ được biểu diễn như



Hình 9

- Phép cộng vector có các tính chất sau:**

- Tính chất giao hoán: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$;
- Tính chất kết hợp: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$;
- Với mọi vector \vec{a} , ta luôn có: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$.

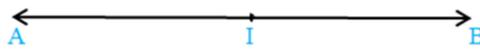
- Chú ý:** Từ tính chất kết hợp, ta có thể xác định được tổng của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, kí hiệu là \vec{c} với $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$.

3. Hiệu của hai vector

- Vector $\vec{a} + (-\vec{b})$ được gọi là **hiệu của hai vector** \vec{a} và \vec{b} và được kí hiệu là $\vec{a} - \vec{b}$. Phép lấy hiệu hai vector được gọi là phép trừ vector.
- Quy tắc hiệu: Với ba điểm O, M, N ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM}$.

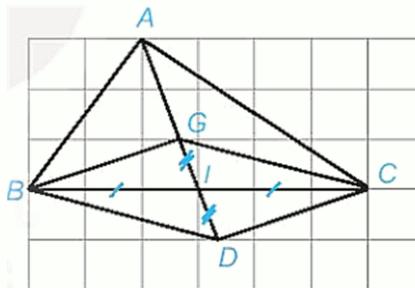
4. Tính chất vector của trung điểm đoạn thẳng và trọng tâm tam giác

- Khi I là trung điểm của AB , thì hai vector \overrightarrow{IA} và \overrightarrow{IB} có cùng độ dài và ngược hướng.



Hình 4.15

- Do đó, \overrightarrow{IA} và \overrightarrow{IB} đối nhau, suy ra $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
- Trọng tâm G của tam giác ABC thuộc trung tuyến AI và $GA = 2GI$. Lấy điểm D đối xứng với G qua I .



Hình 4.16

- $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

B. Phân dạng toán cơ bản

♦ Dạng 1: Chứng minh đẳng thức vector.

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho các điểm E, F, G, H, K . Thực hiện các phép cộng vector:

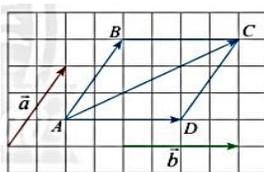
$$\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FH}; \overrightarrow{FK} + \overrightarrow{KG}; \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{HE}.$$

Lời giải

Áp dụng quy tắc ba điểm, ta có:

$$\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FH} = \overrightarrow{EH}; \overrightarrow{FK} + \overrightarrow{KG} = \overrightarrow{FG}; \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{HE} = \overrightarrow{EE} = \vec{0}.$$

Câu 2: Tìm tổng của hai vector \vec{a} và \vec{b} trong Hình 6.



Hình 6

Lời giải

Ta có: $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$, suy ra $\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Theo quy tắc hình bình hành, ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Vậy $\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 3: Cho bốn điểm A, B, C, D . Chứng minh $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} \\ &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}. \end{aligned}$$

Câu 4: Cho tứ giác $ABCD$ có I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD và O là trung điểm của IJ .

Chứng minh $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

Lời giải

Do I, J, O lần lượt là trung điểm của AB, CD và IJ nên:

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}; \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{JD} = \vec{0}; \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OJ} = \vec{0}.$$

Ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} =$

$$\begin{aligned} &(\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IA}) + (\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{OJ} + \overrightarrow{JC}) + (\overrightarrow{OJ} + \overrightarrow{JD}) \\ &= (\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OJ}) + (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OJ}) + (\overrightarrow{JC} + \overrightarrow{JD}) \end{aligned}$$

Câu 5: Chứng minh rằng điểm I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow \vec{IA} = \vec{IB}$.

Lời giải

Nếu I là trung điểm của đoạn thẳng AB thì $IA = IB$ và hai véc-tơ \vec{IA}, \vec{IB} ngược hướng. Vậy $\vec{IA} = -\vec{IB}$

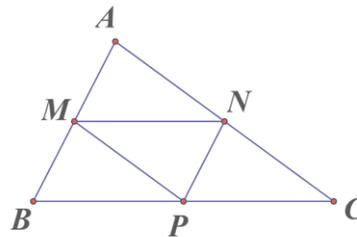
Ngược lại, nếu $\vec{IA} = -\vec{IB}$ thì $IA = IB$ và hai véc-tơ \vec{IA}, \vec{IB} ngược hướng.

Do đó A, I, B thẳng hàng. Vậy I là trung điểm của đoạn thẳng AB .

Câu 6: Cho tam giác ABC . Các điểm M, N và P lần lượt là trung điểm của AB, AC và BC . Chứng minh rằng với điểm O bất kì ta có $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OM} + \vec{ON} + \vec{OP}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} &= \vec{OM} + \vec{MA} + \vec{OP} + \vec{PB} + \vec{ON} + \vec{NC} \\ &= \vec{OM} + \vec{ON} + \vec{OP} + \vec{MA} + \vec{PB} + \vec{NC} \\ &= \vec{OM} + \vec{ON} + \vec{OP} + \vec{MA} + \vec{NM} + \vec{AN} \\ &= \vec{OM} + \vec{ON} + \vec{OP} + \vec{MN} + \vec{NM} \\ &= \vec{OM} + \vec{ON} + \vec{OP} + \vec{0} = \vec{OM} + \vec{ON} + \vec{OP}. \end{aligned}$$



Câu 7: Với hai vector \vec{a}, \vec{b} cho trước, lấy một điểm A vẽ các vector $\vec{AB} = \vec{a}, \vec{BC} = \vec{b}$. Lấy điểm A' khác A và cũng vẽ các vector $\vec{A'B'} = \vec{a}, \vec{B'C'} = \vec{b}$. Hỏi hai vector \vec{AC} và $\vec{A'C'}$ có mối quan hệ gì?

Lời giải

$$\begin{aligned} \vec{AB} = \vec{a} &\Rightarrow \begin{cases} AB // a \\ AB = a \end{cases} \text{ và } \vec{A'B'} = \vec{a} \Rightarrow \begin{cases} A'B' // a \\ A'B' = a \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} AB // A'B' \\ AB = A'B' \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} BC // B'C' \\ BC = B'C' \end{cases} \\ &\Rightarrow \Delta ABC = \Delta A'B'C' (c-g-c) \\ &\quad \begin{cases} AC // A'C' \\ AC = A'C' \end{cases} \\ &\Rightarrow \vec{AC} = \vec{A'C'}. \end{aligned}$$

♦ **Dạng 2: Tính độ dài tổng, hiệu vector.**

Các ví dụ minh họa

Câu 8: Cho tứ giác $ABCD$. Thực hiện các phép cộng vector sau:

a) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}) + \overrightarrow{BC}$;

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$.

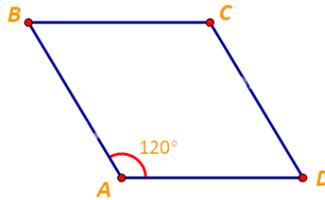
Lời giải

Áp dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng vectơ, ta có:

a) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}) + \overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CC} = \vec{0}$.

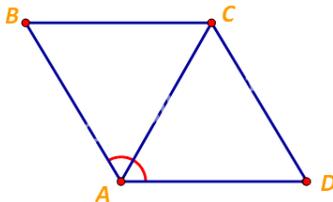
b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

Câu 9: Cho hình thoi ABCD có cạnh có độ dài bằng 1 và $BAD = 120^\circ$. Tính độ dài của các vectơ $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BA}$



Lời giải

$$\begin{aligned} \overrightarrow{CD} &= \overrightarrow{BA} \text{ do hai vectơ } \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{BA} \text{ cùng hướng và } CD = BA \\ \Rightarrow \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} &= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CA} \\ \Leftrightarrow |\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}| &= |\overrightarrow{CA}| = CA \end{aligned}$$



Xét tam giác ABC, ta có:

$$BA = BC \text{ và } \angle BAC = \frac{1}{2} \cdot \angle BAD = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta ABC \text{ đều, hay } CA = BC = 1$$

Dựa vào tính chất kết hợp, ta có:

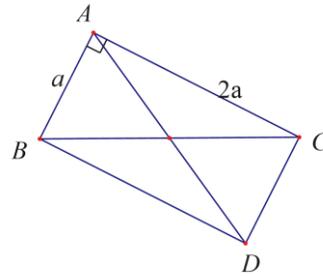
$$\begin{aligned} \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BA} &= (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{BA} \\ &= (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}) + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CA} \\ \Rightarrow |\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BA}| &= |\overrightarrow{CA}| = CA = 1 \end{aligned}$$

Câu 10: Cho tam giác ABC vuông tại A, biết $AB = a$; $AC = 2a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ và $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$.

Lời giải

$$|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AD}| = AD = BC = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$$

$$|\vec{AB} - \vec{AC}| = |\vec{CB}| = CB = a\sqrt{5}$$

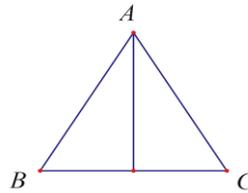


Câu 11: Cho tam giác đều ABC cạnh a. Tính $|\vec{AB} + \vec{BC}|$ và $|\vec{CA} - \vec{CB}|$.

Lời giải

$$|\vec{AB} + \vec{BC}| = |\vec{AC}| = AC = a$$

$$|\vec{AB} - \vec{AC}| = |\vec{CB}| = CB = a$$



Câu 12: Cho hình thoi ABCD cạnh a có $\angle BAD = 60^\circ$. Gọi O là giao điểm hai đường chéo. Tính:

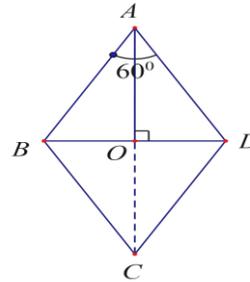
a) $|\vec{AB} + \vec{AD}|$ b) $|\vec{BA} - \vec{BC}|$; c) $|\vec{OB} - \vec{DC}|$

Lời giải

a) $|\vec{AB} + \vec{AD}| = |\vec{AC}| = AC = 2AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = a\sqrt{3}$

b) $|\vec{BA} - \vec{BC}| = |\vec{CA}| = CA = a\sqrt{3}$

c) $|\vec{OB} - \vec{DC}| = |\vec{DO} - \vec{DC}| = |\vec{CO}| = CO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



Câu 13: Cho hình vuông ABCD cạnh a, có O là giao điểm hai đường chéo. Tính:

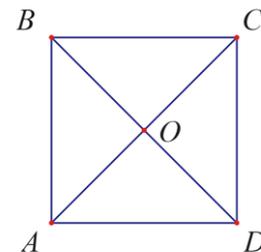
a) $|\vec{OA} - \vec{CB}|$ b) $|\vec{AB} + \vec{DC}|$; c) $|\vec{CD} - \vec{DA}|$

Lời giải

a) $|\vec{OA} - \vec{CB}| = |\vec{CO} - \vec{CB}| = |\vec{BO}| = BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

b) $|\vec{AB} + \vec{DC}| = |\vec{AB} + \vec{AB}| = 2|\vec{AB}| = 2a$

c) $|\vec{CD} - \vec{DA}| = |\vec{CD} - \vec{CB}| = |\vec{BD}| = BD = a\sqrt{2}$



©. Dạng toán rèn luyện

♦ Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AB}$ với I là điểm bất kì. B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$.
- C. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IM}$ với I là điểm bất kì. D. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B

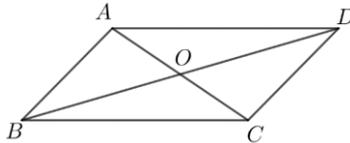
Vì M là trung điểm của AB nên ta luôn có $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$.

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$.
- C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ nên sai.

Câu 3: Đẳng thức nào sau đây luôn đúng với mọi điểm A, B, C bất kì?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}$.
- C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$.

Câu 4: Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức **sai**?

A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn C

Xét đáp án A có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ **đúng** theo quy tắc ba điểm đối với phép cộng.

Xét đáp án B có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ **đúng** theo quy tắc ba điểm đối với phép cộng.

Xét đáp án C có $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$ theo quy tắc ba điểm đối với phép cộng nên $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$ là **sai**.

Xét đáp án D có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ **đúng** theo quy tắc ba điểm đối với phép trừ.

Câu 5: Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. **B.** $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA}$.

C. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} \Leftrightarrow \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD}$$

Đáp án này sai do $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$

Câu 6: Chọn khẳng định **sai**?

A. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AB}$.

B. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.

C. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.

D. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BA}$.

Vậy $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$ sai.

Câu 7: Cho ba điểm M, N, P bất kì. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PN}$. B. $\overrightarrow{MP} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MN}$. D. $\overrightarrow{MP} - \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PN}$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng quy tắc ba điểm ta có $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MN}$.

Vậy C là phương án đúng.

Câu 8: Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn C

Theo quy tắc về hiệu hai véc tơ ta có: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ nên khẳng định C sai.

Câu 9: Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC và M là điểm bất kỳ. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

A. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MG}$.

Lời giải

Chọn D

Với G là trọng tâm của tam giác ABC và M là điểm bất kỳ, ta có:

$$\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0} \Leftrightarrow -\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}.$$

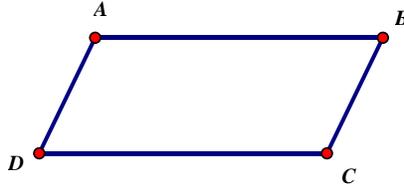
$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}.$$

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}.$$

Câu 10: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO}$ bằng

A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$. B. \overrightarrow{AB} . C. \overrightarrow{CD} . D. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$.

Lời giải



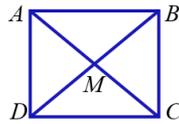
Ta có $\vec{OA} + \vec{BO} = \vec{BO} + \vec{OA} = \vec{BA}$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\vec{BA} = \vec{CD}$

Câu 11: Cho hình vuông $ABCD$, có M là giao điểm của hai đường chéo. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**?

- A. $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$. B. $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$.
C. $\vec{BA} + \vec{BC} = 2\vec{BM}$. D. $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MC} + \vec{MD}$.

Lời giải

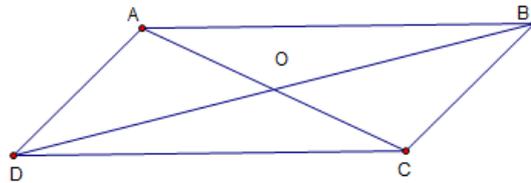


Chọn D

Câu 12: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{0}$. B. $\vec{OA} + \vec{CO} = \vec{0}$.
C. $\vec{AO} + \vec{OC} = \vec{0}$. D. $\vec{OA} - \vec{OC} = \vec{0}$.

Lời giải



Vì $ABCD$ là hình bình hành nên O là trung điểm của AC .

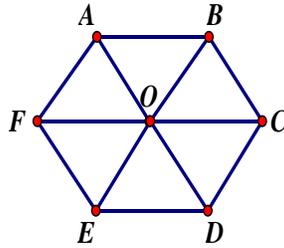
Vậy $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{0}$.

Câu 13: Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức **sai**?

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AD}$.
- C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D



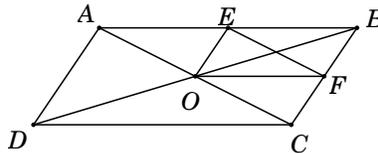
Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{AO} = 2\overrightarrow{AO} \neq \vec{0}$.

Câu 14: Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$; hai điểm E, F lần lượt là trung điểm AB, BC . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EO}$. B. $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EO}$.
- C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF} - \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có OF, OE lần lượt là đường trung bình của tam giác $\triangle BCD$ và $\triangle ABC$.

$\Rightarrow BEOF$ là hình bình hành.

$$\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BO} \Rightarrow \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF} - \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BD}.$$

Câu 15: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

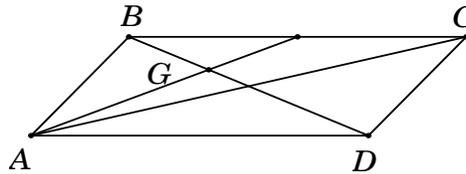
- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{CD}$.

C. $\vec{GA} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.

D. $\vec{GA} + \vec{GD} + \vec{GC} = \vec{CD}$.

Lời giải

Chọn A



Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

Do đó $\vec{GA} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{GA} + \vec{GC} + \vec{GB} + \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{BC} + \vec{CD}$
 $= \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{BD}$.

Câu 16: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Khi đó $|\vec{CB} - \vec{CA}|$ bằng?

A. $a\sqrt{3}$.

B. a .

C. $2a$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $|\vec{CB} - \vec{CA}| = |\vec{AB}| = a$ do tam giác đều ABC có cạnh bằng a .

Câu 17: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Độ dài $|\vec{AB} + \vec{BC}|$ bằng

A. a .

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $2a$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$|\vec{AB} + \vec{BC}| = |\vec{AC}| = AC = a$.

Câu 18: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Tính độ dài của vectơ $\vec{OA} + \vec{OB}$.

A. $2a$.

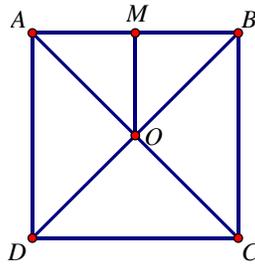
B. $\frac{a}{2}$.

C. a .

D. $3a$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của AB .

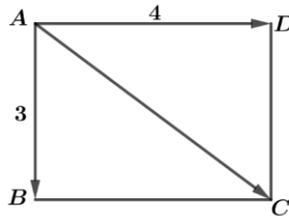
$$\Rightarrow |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = 2|\overrightarrow{OM}| = 2OM = AD = a.$$

Câu 19: Cho hình chữ nhật $ABCD$, $AB = 3$, $AD = 4$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

- A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = 8$. B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = 7$.
C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = 6$. D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = 5$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Câu 20: Cho tam giác ABC cân tại C . Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = 2|\overrightarrow{MC}| \text{ là}$$

- A. Đường thẳng song song với AB . B. Đường thẳng vuông góc với AB .
C. Một điểm. D. Một đường tròn.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm AB , ta có:

$$|\overline{MA} + \overline{MB}| = 2|\overline{MC}| \Leftrightarrow 2|\overline{MI}| = 2|\overline{MC}| \Leftrightarrow MI = MC.$$

Điều đó chứng tỏ điểm M cách đều hai điểm I, C , nên tập hợp các điểm M là đường trung trực của đoạn IC .

Mặt khác, tam giác ABC cân tại C suy ra $IC \perp AB$ nên đường trung trực của đoạn IC song song với đường thẳng AB .

Câu 21: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Tính độ dài của vectơ $\overline{OA} + \overline{OB}$.

A. $2a$.

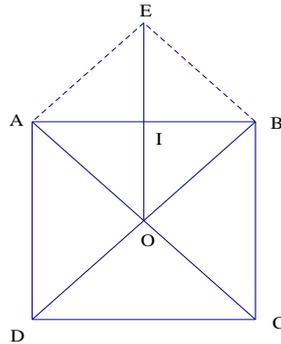
B. $\frac{a}{2}$.

C. a .

D. $3a$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overline{OA} + \overline{OB} = \overline{OE} = 2\overline{OI}$,

với E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $AOBE$.

$$I = AB \cap OE.$$

$$\text{Suy ra } |\overline{OA} + \overline{OB}| = |2\overline{OI}| = 2 \cdot |\overline{OI}| = 2 \cdot OI.$$

Trong tam giác vuông ABD ta có OI là đường trung bình nên $OI = \frac{AD}{2} = \frac{a}{2}$.

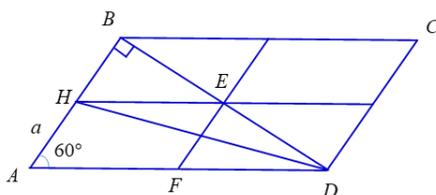
$$\text{Vậy } |\overline{OA} + \overline{OB}| = 2 \cdot \frac{a}{2} = a.$$

Câu 22: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = a$, $AB \perp BD$, $\angle BAD = 60^\circ$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BD, AD . Độ dài vectơ $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AF}$ là

- A. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$.
 C. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$. D. $2a$

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm AB .

Ta có: $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{HE}$ nên suy ra:

$$\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{HE} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{HD} \Rightarrow |\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AF}| = |\overrightarrow{HD}| = HD$$

$$BD = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}, \quad HD = \sqrt{HB^2 + BD^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (a\sqrt{3})^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

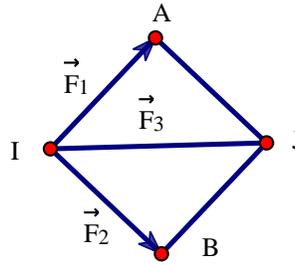
$$\text{Vậy } |\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AF}| = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

Câu 23: Cho hai lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ đều có cường độ bằng 100 N và có cùng điểm đặt tại một điểm. Góc hợp bởi $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ bằng 90° . Khi đó cường độ lực tổng hợp của $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ bằng

- A. 190 N. B. $50\sqrt{3}$ N.
 C. $100\sqrt{2}$ N. D. 200 N.

Lời giải

Chọn C



Vẽ $\vec{IA} = \vec{F}_1, \vec{IB} = \vec{F}_2$, Vẽ hình vuông $IAJB$.

Theo qui tắc hình bình hành có: $\vec{IJ} = \vec{IA} + \vec{IB} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, có $IJ = \sqrt{IA^2 + IB^2} = 100\sqrt{2} \text{ (N)}$.

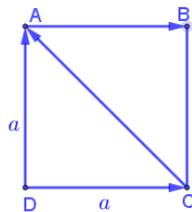
Vậy cường độ lực tổng hợp của \vec{F}_1 và \vec{F}_2 bằng $100\sqrt{2} \text{ (N)}$.

Câu 24: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\vec{AB} - \vec{DA}|$ là:

- A. $|\vec{AB} - \vec{DA}| = 2a$.
- B. $|\vec{AB} - \vec{DA}| = 0$.
- C. $|\vec{AB} - \vec{DA}| = a\sqrt{2}$.
- D. $|\vec{AB} - \vec{DA}| = a$.

Lời giải

Chọn C



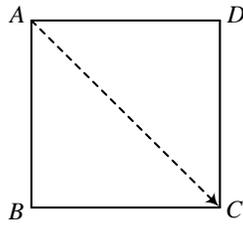
Ta có: $\vec{AB} = \vec{DC}$ nên $|\vec{AB} - \vec{DA}| = |\vec{DC} - \vec{DA}| = |\vec{AC}| = AC = a\sqrt{2}$.

Câu 25: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $S = |2\vec{AD} + \vec{DB}|$?

- A. $S = a$.
- B. $S = a\sqrt{3}$.
- C. $S = a\sqrt{2}$.
- D. $S = a\sqrt{5}$.

Lời giải

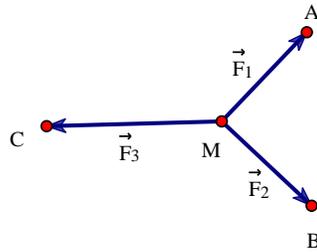
Chọn C



Ta có: $2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow |2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = a\sqrt{2}$.

Vậy $S = a\sqrt{2}$.

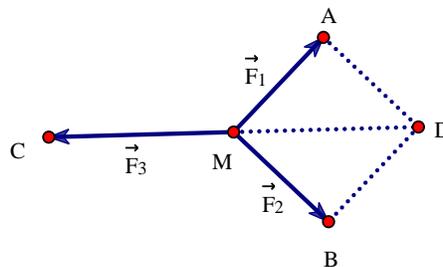
Câu 26: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}, \vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên.



Cho biết cường độ của \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều bằng $100N$ và góc $AMB = 90^\circ$. Khi đó cường độ của lực \vec{F}_3 là

- A. $50\sqrt{3}N$.
- B. $100\sqrt{3}N$.
- C. $50\sqrt{2}N$.
- D. $100\sqrt{2}N$.

Lời giải



Chọn D

Vẽ hình vuông $ADBM$, cạnh $MA = 100$ thì $MD = 100\sqrt{2}$.

Theo qui tắc hình bình hành có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MD}$.

Vật đứng yên khi $\vec{F}_3 = -\vec{MD}$. Suy ra cường độ của lực \vec{F}_3 là: $|\vec{F}_3| = 100\sqrt{2}N$.

♦ **Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai**

Câu 1. Cho hình bình hành $ABCD$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\vec{CB} + \vec{CD} = \vec{CA}$		
b)	$\vec{AC} + \vec{DA} = \vec{CD}$		
c)	$\vec{BA} - \vec{BC} = \vec{AC}$		
d)	$\vec{BA} - \vec{BC} + \vec{AD} = \vec{CD}$		

Câu 2. Cho bốn điểm A, B, C, D . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{CA}$		
b)	$\vec{AD} + \vec{DA} = \vec{0}$		
c)	$\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{CB}$		
d)	$\vec{AB} - \vec{CD} = \vec{AC} + \vec{DB}$		

Câu 3. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\vec{BA} + \vec{AB} = \vec{0}$		
b)	$\vec{OA} + \vec{AC} = \vec{OC}$		
c)	$\vec{OA} - \vec{OB} + \vec{DC} = \vec{CB}$		
d)	$\vec{OB} + \vec{OA} - \vec{CA} = \vec{DC}$		

Câu 4. Cho tam giác ABC . Bên ngoài của tam giác vẽ các hình bình hành $ABIJ, BCPQ, CARS$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\vec{RJ} = \vec{RA} + \vec{AJ}$		
b)	$\vec{IQ} = \vec{IB} + \vec{QB}$		
c)	$\vec{PS} = \vec{PC} + \vec{SC}$		
d)	$\vec{RJ} + \vec{IQ} + \vec{PS} = \vec{0}$		

Câu 5. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$		
b)	Gọi E là điểm đối xứng với B qua C . Khi đó $ADEC$ là hình thang.		
c)	$ \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = a\sqrt{2}$		
d)	$ \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = a\sqrt{3}$		

Câu 6. Cho tam giác ABC đều cạnh a , có trọng tâm G . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$		
b)	$ \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = 2a$		
c)	$ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = a\sqrt{3}$		
d)	$ \overrightarrow{BG} - \overrightarrow{BC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$		

Câu 7. Cho ΔABC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ khi điểm M là một đỉnh của hình bình hành $ABCM$.		
b)	$\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{NB}$ khi điểm N trùng với điểm A .		
c)	$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$ khi M là trung điểm của đoạn AC .		
d)	$\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{CD}$ khi N là điểm đối xứng với B qua A .		

Câu 8. Cho sáu điểm A, B, C, D, E, F . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{FA}$		
b)	$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DE}$		
c)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$		
d)	$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{ED}$		

Câu 9. Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$		
b)	$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AD}$		
c)	$ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = AC$		

d)	Nếu $ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} $ thì $ABCD$ là hình thoi.		
-----------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--

Câu 10. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$		
b)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AC}$		
c)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{FC}$		
d)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{FD} = \overrightarrow{AF}$		

Câu 11. Cho hình bình hành $ABCD$. Hai điểm M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AN}$		
b)	$\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AN}$		
c)	$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BM}$		
d)	$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$		

Câu 12. Cho tam giác ABC . Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$		
b)	$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP}$		
c)	$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MP}$		
d)	$\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{PC}$		

Câu 13. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AH}$		
b)	$ \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$		
c)	$ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = a\sqrt{3}$		
d)	$ \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = a$		

Câu 14. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , có O là giao điểm hai đường chéo. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	O là trung điểm của AC, BD		
b)	$ \vec{OA} - \vec{CB} = a\sqrt{2}$		
c)	$ \vec{AB} + \vec{DC} = a$		
d)	$ \vec{CD} - \vec{DA} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$		

Câu 15. Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a , có $BAD = 60^\circ$. Gọi O là giao điểm hai đường chéo. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\triangle BAD, \triangle BCD$ đều cạnh a .		
b)	$ \vec{AB} + \vec{AD} = a\sqrt{2}$		
c)	$ \vec{BA} - \vec{BC} = a\sqrt{3}$		
d)	$ \vec{OB} - \vec{DC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$		

Câu 16. Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{CA} + \vec{AB} = \vec{BC}$		
b)	$\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$		
c)	$\vec{AB} + \vec{CA} = \vec{CB}$		
d)	$\vec{AB} - \vec{BC} = \vec{CA}$		

Câu 17. Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{OA} - \vec{OB} = \vec{CD}$		
b)	$\vec{OB} - \vec{OC} = \vec{OD} - \vec{OA}$		
c)	$\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{DB}$		
d)	$\vec{BC} - \vec{BA} = \vec{DC} - \vec{DA}$		

Câu 18. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tứ giác $BMNP$ và $APMN$ là hình bình hành		
b)	$\vec{BM} + \vec{CN} + \vec{AP} = \vec{0}$		

c)	$\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BM}$		
d)	$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ với O là điểm bất kì		

Câu 19. Cho 5 điểm A, B, C, D, E . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$		
b)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{AE}$		
c)	$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$		
d)	$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$		

Câu 20. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F phân biệt. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$		
b)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$		
c)	$\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{BF} = \vec{0}$		
d)	$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$		

Câu 21. Cho hình bình hành $ABCD$ với M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$		
b)	$\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$		
c)	$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$		
d)	$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BM}$		

Câu 22. Cho $ABCD$ là hình vuông tâm O có cạnh a . M là một điểm bất kì trong mặt phẳng. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO}$		
b)	$ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} = AO$		
c)	$ \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 0$		
d)	Độ dài vector $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$ bằng DC		

Câu 23. Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng $3a$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$AO = 3a \frac{\sqrt{3}}{2}$		
b)	$ \vec{AB} - \vec{AC} = 2a$		
c)	$ \vec{AB} - \vec{CB} - \vec{AC} = 0$		
d)	$ \vec{AB} + \vec{AC} = a\sqrt{3}$		

Câu 24. Cho tam giác ABC với trực tâm H . D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\vec{OB} = \vec{DO}$		
b)	$CH \parallel DA$		
c)	$\vec{HA} = \vec{AC}$		
d)	$\vec{AD} = \vec{HC}$		

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho hình bình hành $ABCD$. Khi đó:

- a) $\vec{CB} + \vec{CD} = \vec{CA}$
- b) $\vec{AC} + \vec{DA} = \vec{CD}$
- c) $\vec{BA} - \vec{BC} = \vec{AC}$
- d) $\vec{BA} - \vec{BC} + \vec{AD} = \vec{CD}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Ta có: $\vec{CB} + \vec{CD} = \vec{CA}$ (quy tắc hình bình hành).

Ta có: $\vec{AC} + \vec{DA} = \vec{DC}$ (quy tắc ba điểm)

$$\vec{BA} - \vec{BC} + \vec{AD} = \vec{BA} + \vec{CB} + \vec{AD}$$

$$= (\vec{CB} + \vec{BA}) + \vec{AD} = \vec{CA} + \vec{AD} = \vec{CD} \text{ (quy tắc ba điểm).}$$

Câu 2. Cho bốn điểm A, B, C, D . Khi đó:

- a) $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{CA}$
- b) $\vec{AD} + \vec{DA} = \vec{0}$

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$;

d) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}) = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ (luôn đúng).

Ta có: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}) + (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ (luôn đúng)

Câu 3. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó:

a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC}$

c) $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB}$

d) $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DC}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Ta có: $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ (do $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AB}$ là hai vector đối nhau); $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DC}$

Câu 4. Cho tam giác ABC . Bên ngoài của tam giác vẽ các hình bình hành

$ABIJ, BCPQ, CARS$. Khi đó:

a) $\overrightarrow{RJ} = \overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}$

- b) $\overrightarrow{IQ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{QB}$
 c) $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{SC}$
 d) $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Ta có: $\overrightarrow{RJ} = \overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}$, $\overrightarrow{IQ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BQ}$, $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CS}$.

Khi đó: $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS}$

$$\begin{aligned}
 &= (\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AJ}) + (\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BQ}) + (\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CS}) \\
 &= (\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{CS}) + (\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{PC}) \\
 &= (\overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CS}) + (\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{PC}) \\
 &= \overrightarrow{SS} + \overrightarrow{BB} + \overrightarrow{CC} = \vec{0}
 \end{aligned}$$

Vậy $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$.

Câu 5. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Khi đó:

- a) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$
 b) Gọi E là điểm đối xứng với B qua C . Khi đó $ADEC$ là hình thang.
 c) $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = a\sqrt{2}$
 d) $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

Theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

Theo định lí Pytago: $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$= a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$$

Vậy $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = a\sqrt{2}$.

Gọi E là điểm đối xứng với B qua C .

Do $CE = AD = a, CE // AD$ nên $ADEC$ là hình bình hành.

Ta có: $\vec{AD} + \vec{AC} = \vec{AE}$. Áp dụng định lí Pytago cho tam giác ABE :

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 = a^2 + (2a)^2 = 5a^2 \Rightarrow AE = a\sqrt{5}$$

Vậy $|\vec{AD} + \vec{AC}| = AE = a\sqrt{5}$

Câu 6. Cho tam giác ABC đều cạnh a , có trọng tâm G . Khi đó:

a) $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

b) $|\vec{AB} - \vec{CB}| = 2a$;

c) $|\vec{AB} + \vec{AC}| = a\sqrt{3}$;

d) $|\vec{BG} - \vec{BC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

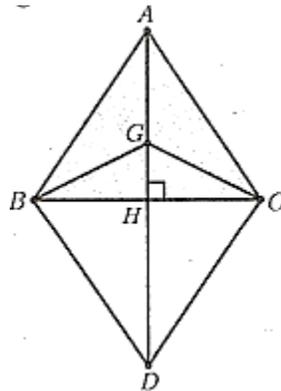
Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

Ta có: $\vec{AB} - \vec{CB} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} \Rightarrow |\vec{AB} - \vec{CB}| = |\vec{AC}| = AC = a$.

Vẽ hình bình hành $ABDC$, gọi H là giao điểm AD và BC

Suy ra H là trung điểm của cả AD và BC .



Theo quy tắc hình bình hành: $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$. Ta có AH là đường cao của tam giác ABC nên

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Suy ra: $AD = 2AH = a\sqrt{3}$.

Vậy $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = a\sqrt{3}$.

Ta có: $\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{CG}$.

Để thấy $CG = AG = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $|\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CG}| = CG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 7. Cho ΔABC . Khi đó:

a) $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ khi điểm M là một đỉnh của hình bình hành $ABCM$.

b) $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{NB}$ khi điểm N trùng với điểm A .

c) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$ khi M là trung điểm của đoạn AC .

d) $\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{CD}$ khi N là điểm đối xứng với B qua A .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Ta có: $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA}) + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CM}$$

Vậy điểm M là một đỉnh của hình bình hành $ABCM$.

b) Ta có: $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{NB} \Leftrightarrow (\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{NB} \Leftrightarrow \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{NB} \Leftrightarrow \overrightarrow{NC} = \vec{0}$. Vậy điểm N trùng với điểm C .

c) Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MB}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Vậy M là trung điểm của đoạn AC .

d) Ta có: $\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow (\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{BN}) + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DN} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CN} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CN}$.

Vậy N là điểm đối xứng với B qua C .

Câu 8. Cho sáu điểm A, B, C, D, E, F . Khi đó:

a) $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF} - \overline{CB} - \overline{ED} = \overline{FA}$.

b) $\overline{AB} - \overline{AF} + \overline{CD} - \overline{CB} + \overline{EF} = \overline{DE}$.

c) $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{CB}$.

d) $\overline{AC} + \overline{BD} + \overline{EF} = \overline{AF} + \overline{BC} + \overline{ED}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

a) Ta có : $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF} - \overline{CB} - \overline{ED} = \overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF} + \overline{BC} + \overline{DE}$
 $= (\overline{AB} + \overline{BC}) + (\overline{CD} + \overline{DE}) + \overline{EF} = \overline{AC} + \overline{CE} + \overline{EF} = \overline{AE} + \overline{EF} = \overline{AF}$.

b) Ta có : $\overline{AB} - \overline{AF} + \overline{CD} - \overline{CB} + \overline{EF} = \overline{FB} + \overline{BD} + \overline{EF} = \overline{FD} + \overline{EF} = \overline{ED}$.

c) Ta có: $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{CB} \Leftrightarrow \overline{AB} - \overline{AD} = \overline{CB} - \overline{CD} \Leftrightarrow \overline{DB} = \overline{DB}$.

d) Ta có: $\overline{AC} + \overline{BD} + \overline{EF} = \overline{AF} + \overline{BC} + \overline{ED}$

$\Leftrightarrow (\overline{AC} - \overline{AF}) + (\overline{BD} - \overline{BC}) + (\overline{EF} - \overline{ED}) = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overline{FC} + \overline{CD} + \overline{DF} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{FD} + \overline{DF} = \vec{0}$.

Câu 9. Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Khi đó:

a) $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AD}$

b) $\overline{AC} + \overline{BA} = \overline{AD}$

c) $|\overline{AB} + \overline{AD}| = AC$

d) Nếu $|\overline{AB} + \overline{AD}| = |\overline{CB} - \overline{CD}|$ thì $ABCD$ là hình thoi.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

a) Ta có: $\overline{AC} + \overline{BA} = \overline{BC} = \overline{AD}$ (vì $ABCD$ là hình bình hành).

Ta có : $|\overline{AB} + \overline{AD}| = |\overline{AC}| = AC$ (vì $ABCD$ là hình bình hành).

b) Ta có : $|\overline{AB} + \overline{AD}| = |\overline{CB} - \overline{CD}| \Leftrightarrow |\overline{AC}| = |\overline{DB}| \Leftrightarrow AC = BD.$

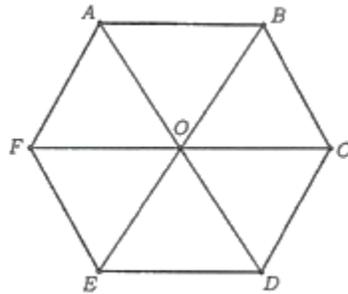
Vì $ABCD$ là hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau nên $ABCD$ là hình chữ nhật.

Câu 10. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Khi đó:

- a) $\overline{AB} = \overline{CD}$
- b) $\overline{AB} + \overline{OD} = \overline{AC}$
- c) $\overline{AB} + \overline{OC} = \overline{FC}$
- d) $\overline{AB} + \overline{AE} - \overline{FD} = \overline{AF}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------



Ta có: $\overline{AB} + \overline{OD} = \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$ (do $BCDO$ là hình bình hành).

Ta có: $\overline{AB} + \overline{AE} - \overline{FD} = \overline{AD} + \overline{DF} = \overline{AF}$ (do $ABDE$ là hình bình hành).

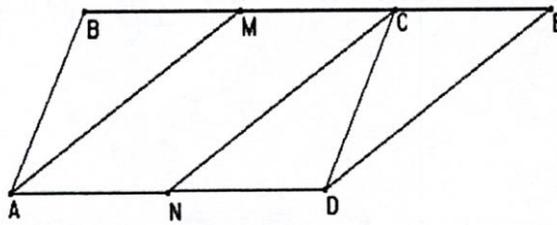
Câu 11. Cho hình bình hành $ABCD$. Hai điểm M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Khi đó:

- a) $\overline{MC} = \overline{AN}$
- b) $\overline{NC} + \overline{MC} = \overline{AN}$
- c) $\overline{AM} + \overline{CD} = \overline{BM}$
- d) $\overline{AM} + \overline{AN} = \overline{AB} + \overline{AD}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

Dễ thấy tứ giác $ABCD, AMCN$ là hình bình hành



Vì $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AN}$ nên ta có: $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AC}$

Vì $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ nên ta có: $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BM}$

Vì $\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AM}$ nên ta có: $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AE}$, E là đỉnh của hình bình hành $AMED$.

Vậy $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

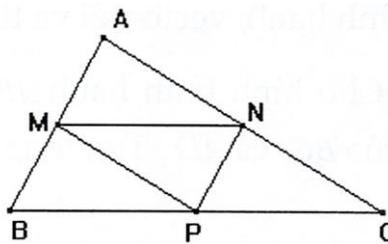
Câu 12. Cho tam giác ABC . Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC . Khi đó:

- a) $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$
- b) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP}$
- c) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MP}$
- d) $\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{PC}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Để thấy tứ giác $AMPN, MNCP$ là hình bình hành



$$\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$$

$$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN} (\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP})$$

$$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$$

$$\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{BC}$$

Câu 13. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Khi đó:

- a) $|\overline{AB} + \overline{AC}| = \overline{AH}$
 b) $|\overline{AB} - \overline{AC}| = \overline{BC}$
 c) $|\overline{AB} + \overline{AC}| = a\sqrt{3}$
 d) $|\overline{AB} - \overline{AC}| = a$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

$$|\overline{AB} + \overline{AC}| = |2\overline{AH}| = 2 \cdot AH = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

$$|\overline{AB} - \overline{AC}| = |\overline{CB}| = CB = a.$$

Câu 14. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , có O là giao điểm hai đường chéo. Khi đó:

- a) O là trung điểm của AC, BD
 b) $|\overline{OA} - \overline{CB}| = a\sqrt{2}$
 c) $|\overline{AB} + \overline{DC}| = a$
 d) $|\overline{CD} - \overline{DA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

a) O là giao điểm hai đường chéo nên O là trung điểm của AC, BD

$$b) |\overline{OA} - \overline{CB}| = |\overline{CO} - \overline{CB}| = |\overline{BO}| = BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$c) |\overline{AB} + \overline{DC}| = |\overline{AB} + \overline{AB}| = 2|\overline{AB}| = 2a$$

$$d) |\overline{CD} - \overline{DA}| = |\overline{CD} - \overline{CB}| = |\overline{BD}| = BD = a\sqrt{2}$$

Câu 15. Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a , có $BAD = 60^\circ$. Gọi O là giao điểm hai đường chéo. Khi đó:

- a) $\triangle BAD, \triangle BCD$ đều cạnh a .

$$b) |\overline{AB} + \overline{AD}| = a\sqrt{2}$$

$$c) |\overline{BA} - \overline{BC}| = a\sqrt{3}$$

$$d) |\overline{OB} - \overline{DC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Giả thiết cho ta $\triangle BAD, \triangle BCD$ đều cạnh a .

$$b) |\overline{AB} + \overline{AD}| = |\overline{AC}| = AC = 2AO = 2\sqrt{AB^2 - BO^2} = a\sqrt{3}$$

$$c) |\overline{BA} - \overline{BC}| = |\overline{CA}| = CA = a\sqrt{3}$$

$$d) |\overline{OB} - \overline{DC}| = |\overline{DO} - \overline{DC}| = |\overline{CO}| = CO = AO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Câu 16. Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Khi đó:

$$a) \overline{CA} + \overline{AB} = \overline{BC}.$$

$$b) \overline{AB} + \overline{AC} = \overline{BC}.$$

$$c) \overline{AB} + \overline{CA} = \overline{CB}.$$

$$d) \overline{AB} - \overline{BC} = \overline{CA}.$$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

Xét các khẳng định:

a) Ta có $\overline{CA} + \overline{AB} = \overline{CB} = -\overline{BC}$. Vậy a) sai.

b) Ta có $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AD} \neq \overline{BC}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy b) sai.

c) Ta có $\overline{AB} + \overline{CA} = \overline{CA} + \overline{AB} = \overline{CB}$. Vậy c) đúng.

d) $\overline{AB} - \overline{BC} = \overline{CA} \Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{BA}$. Vậy d) sai.

Câu 17. Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Khi đó:

$$a) \overline{OA} - \overline{OB} = \overline{CD}.$$

$$b) \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$$

$$c) \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}.$$

$$d) \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA}$$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

Xét các khẳng định:

a) Ta có $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$. Vậy a) đúng.

b) Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AD} \end{cases}$. Vậy b) sai.

c) Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. Vậy c) đúng.

d) Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AC} \end{cases}$. Vậy d) đúng.

Câu 18. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Khi đó:

a) Tứ giác $BMNP$ và $APMN$ là hình bình hành

$$b) \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}.$$

$$c) \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BM}.$$

d) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ với O là điểm bất kì.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

$$BMNP \text{ là hình bình hành} \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PN}.$$

$$\text{Vì } N \text{ là trung điểm của } AC \Rightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NA}.$$

Do đó theo quy tắc ba điểm ta có

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = (\overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NA}) + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$$

Vì tứ giác $APMN$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AM}$, kết hợp với quy tắc trừ

$$\Rightarrow \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM}.$$

Mà $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$ do M là trung điểm của BC .

Vậy $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$

Theo quy tắc ba điểm ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} &= (\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PA}) + (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NC}) \\ &= (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) + \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NC} = (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) - (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP}) \end{aligned}$$

Theo câu b) ta có $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$ suy ra $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$.

Câu 19. Cho 5 điểm A, B, C, D, E . Khi đó:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{AE}$

c) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$

d) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------------	---------------	---------------	----------------

a) $\vec{u} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{AE}$

b) VT: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$
 $= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} : VP$

c) VT: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} - (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD})$
 $= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$

Câu 20. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F phân biệt. Khi đó:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$

$$c) \overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{BF} = \vec{0}$$

$$d) \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

$$a) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$$

$$b) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$$

$$c) \overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{BB} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$$

$$d) \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BF}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AF}$$

Câu 21. Cho hình bình hành $ABCD$ với M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Khi đó:

$$a) \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$$

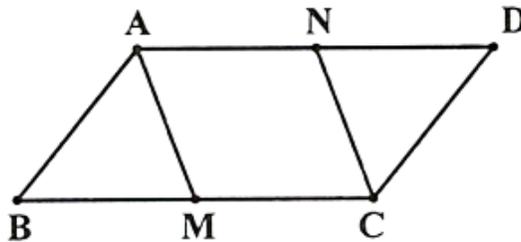
$$b) \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

$$c) \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

$$d) \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BM}$$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



Theo qui tắc hình bình hành ta có: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$

Do $AMCN$ là hình bình hành, ta có: $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA}$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$$

Do $AMCN$ là hình bình hành, ta có:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NM} = \vec{0}$$

Do $ABCD$ là hình bình hành, ta có $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$, suy ra $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BM}$

Câu 22. Cho $ABCD$ là hình vuông tâm O có cạnh a . M là một điểm bất kì trong mặt phẳng.

Khi đó:

a) $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO}$

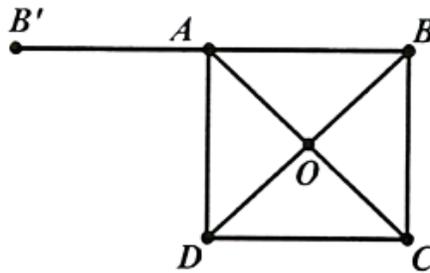
b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}| = AO$

c) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = 0$

d) Độ dài vectơ $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$ bằng DC

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



a) Ta có $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BO} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AO}$

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}| = AO$

Ta có $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO}$ suy ra $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = 0$

b) Áp dụng quy tắc trừ ta có

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DC}$$

Lấy B' là điểm đối xứng của B qua A

Khi đó $-\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB'} \Rightarrow \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{BB'}$

Suy ra $|\overline{MA} - \overline{MB} - \overline{MC} + \overline{MD}| = |\overline{BB'}| = BB'$

Câu 23. Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng $3a$. Khi đó:

a) $AO = 3a \frac{\sqrt{3}}{2}$

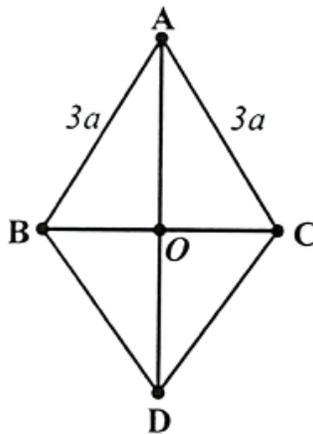
b) $|\overline{AB} - \overline{AC}| = 2a$

c) $|\overline{AB} - \overline{CB} - \overline{AC}| = 0$

d) $|\overline{AB} + \overline{AC}| = a\sqrt{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



Ta có: $\overline{AB} - \overline{AC} = \overline{CB} \Rightarrow |\overline{AB} - \overline{AC}| = |\overline{CB}| = CB = 3a$

$\overline{AB} - \overline{CB} - \overline{AC} = \overline{AB} - \overline{AC} - \overline{CB} = \overline{CB} - \overline{CB} = \vec{0}$

$\Rightarrow |\overline{AB} - \overline{CB} - \overline{AC}| = 0$

Dựng hình bình hành $ABDC$, Theo qui tắc hình bình hành ta có $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AD}$ Gọi O là giao

điểm của AD và BC , Ta có $AO = 3a \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |\overline{AB} + \overline{AC}| = |\overline{AD}| = AD = 2AO = 3a\sqrt{3}$

Câu 24. Cho tam giác ABC với trực tâm H . D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khi đó:

- a) $\overline{OB} = \overline{DO}$
- b) $CH // DA$
- c) $\overline{HA} = \overline{AC}$
- d) $\overline{AD} = \overline{HC}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Ta có BD là đường kính $\Rightarrow \overline{OB} = \overline{DO}$.

$$AH \perp BC, DC \perp BC \Rightarrow AH // DC \quad (1)$$

Ta lại có $CH \perp AB, DA \perp AB \Rightarrow CH // DA \quad (2)$

Từ (1) và (2) \Rightarrow Tứ giác $HADC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overline{HA} = \overline{CD}, \overline{AD} = \overline{HC}$.

♦Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Cho tam giác ABC và điểm P thỏa mãn $|\overline{PB} + \overline{PA} - \overline{PC}| = |\overline{PB} + \overline{PC} - \overline{PA}|$,
 $|\overline{PC} + \overline{PB} - \overline{PA}| = |\overline{PC} + \overline{PA} - \overline{PB}|$. Khi đó $|\overline{PA} + \overline{PC} - \overline{PB}| = |\overline{PA} + \overline{PB} - \overline{PC}|$ đúng hay sai?

Trả lời:

Câu 2. Cho tam giác $ABC (AB < AC)$, AD là phân giác trong của góc A . Qua trung điểm M của cạnh BC , ta kẻ đường thẳng song song với AD , cắt cạnh AC tại E và cắt tia BA tại F . Biết rằng $AB = 6$ và $4BD = 3BM$. Tính: $|\overline{CM} - \overline{EM}|$?

Trả lời:

Câu 3. Cho hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 có điểm đặt O tạo với nhau góc 60° , biết rằng cường độ của hai lực \vec{F}_1 và \vec{F}_2 đều bằng $100N$. Tính cường độ tổng hợp của hai lực trên?

Trả lời:

Câu 4. Một dòng sông chảy từ phía Bắc xuống phía Nam với vận tốc $10km/h$, có một chiếc ca nô chuyển động từ phía Đông sang phía Tây với vận tốc $35km/h$ so với dòng nước. Tìm vận tốc của ca nô so với bờ?

Trả lời:

Câu 5. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$, M là trung điểm BC . Tính $|\overline{AB} + \overline{BM}|$

Trả lời:

Câu 6. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$, M là trung điểm BC . Tính $|\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD}|$.

Trả lời:

Câu 7. Cho hai tam giác vuông ABC và DBC có chung cạnh huyền BC . Gọi I là trung điểm BC . Biết rằng $BC = \sqrt{2}$ và $AID = 120^\circ$. Tính $|\overline{IA} + \overline{ID}|$.

Trả lời:

Câu 8. Cho tam giác vuông ABC có các cạnh góc vuông là $AB = 1, AC = 2$.

Điểm M thỏa mãn $\overline{AC} - \overline{AB} = \overline{AM}$. Tính độ dài vector \overline{AM} ?

Trả lời:

Câu 9. Cho tam giác vuông ABC có các cạnh góc vuông là $AB = 1, AC = 2$.

Điểm N thỏa mãn $\overline{CN} = \overline{CA} + \overline{CB} + \overline{CI}$ với I là trung điểm AB . Tính độ dài vector \overline{CN} ?

Trả lời:

Câu 10. Cho hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 có điểm đặt A tạo với nhau góc 45° , biết rằng cường độ của hai lực \vec{F}_1 và \vec{F}_2 lần lượt bằng $60N, 90N$. Tính cường độ tổng hợp của hai lực trên?

Trả lời:

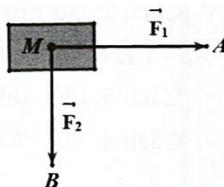
Câu 11. Cho tam giác vuông cân ABC tại A có $AB = a$. Tính $|\overline{AB} + \overline{AC}|$.

Trả lời:

Câu 12. Cho hình chữ nhật $ABCD$, $AB = 3, AD = 4$. Tính $|\overline{AB} + \overline{AD}|$.

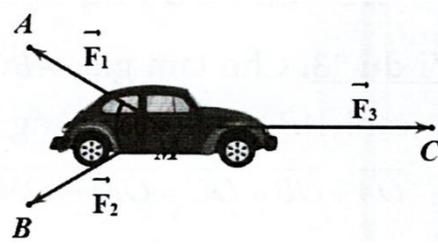
Trả lời:

Câu 13. Cho hai lực $\vec{F}_1 = \overline{MA}, \vec{F}_2 = \overline{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M . Cường độ hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 lần lượt là $300N$ và $400N$, $AMB = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tác động lên vật?



Trả lời:

Câu 14. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}, \vec{F}_2 = \vec{MB}, \vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một ô tô tại điểm M và ô tô đứng yên. Cho biết cường độ hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều bằng $25N$ và góc $AMB = 60^\circ$. Khi đó tính cường độ \vec{F}_3 .

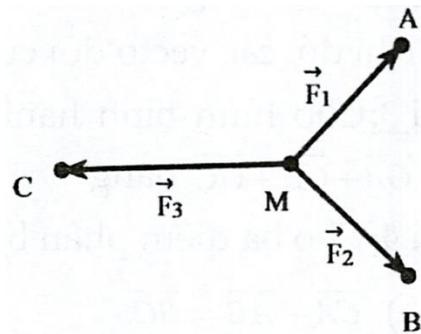


Trả lời:

Câu 15. Cho hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều có cường độ bằng $100N$ và có cùng điểm đặt tại một điểm. Góc hợp bởi \vec{F}_1 và \vec{F}_2 bằng 90° . Khi đó tính cường độ lực tổng hợp của \vec{F}_1 và \vec{F}_2

Trả lời:

Câu 16. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}, \vec{F}_2 = \vec{MB}, \vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều bằng $100N$ và góc $AMB = 90^\circ$. Khi đó tính cường độ của lực \vec{F}_3 .



Trả lời:

Câu 17. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = a$ và $B = 60^\circ$. Tính $|\vec{AB} + \vec{BC}|$ và $|\vec{AB} - \vec{AC}|$.

Trả lời:

Câu 18. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy $AB = a, CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Tính $|\vec{DM} - \vec{BA} - \vec{CN}|$

Trả lời:

Câu 19. Cho tam giác ABC vuông tại A có $ABC = 30^\circ$ và $BC = a\sqrt{5}$.

Tính độ dài của vectơ $\overline{AB} + \overline{AC}$.

Trả lời:

Câu 20. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm là O và cạnh a . Tính $|\overline{OA} - \overline{CB}|, |\overline{CD} - \overline{DA}|$

Trả lời:

Câu 21. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O và M là trung điểm AB . Tính độ dài của vectơ $\overline{OA} + \overline{OB}$.

Trả lời:

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho tam giác ABC và điểm P thỏa mãn $|\overline{PB} + \overline{PA} - \overline{PC}| = |\overline{PB} + \overline{PC} - \overline{PA}|$,
 $|\overline{PC} + \overline{PB} - \overline{PA}| = |\overline{PC} + \overline{PA} - \overline{PB}|$. Khi đó $|\overline{PA} + \overline{PC} - \overline{PB}| = |\overline{PA} + \overline{PB} - \overline{PC}|$ đúng hay sai?

Trả lời: Đúng

Lời giải

Ta có $|\overline{PB} + \overline{PA} - \overline{PC}| = |\overline{PB} + \overline{PC} - \overline{PA}|$ tương đương với $|\overline{PB} + \overline{CA}| = |\overline{PB} + \overline{AC}|$,

hai vectơ \overline{PB} và \overline{AC} có giá vuông góc hay hai đường thẳng PB

và AC vuông góc. Tương tự điều kiện $|\overline{PC} + \overline{PB} - \overline{PA}| = |\overline{PC} + \overline{PA} - \overline{PB}|$ tương đương

$|\overline{PC} + \overline{AB}| = |\overline{PC} + \overline{BA}|$, suy ra hai vectơ \overline{PC} và \overline{AB} có giá vuông góc hay

hai đường thẳng PC và AB vuông góc. Từ đó P là trực tâm tam giác ABC ,

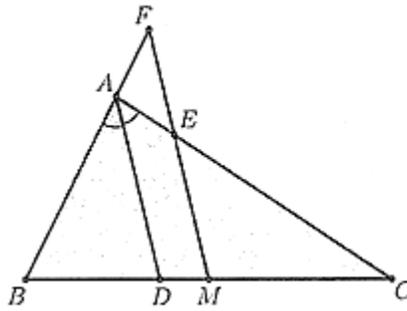
suy ra hai vectơ \overline{PA} và \overline{BC} có giá vuông góc, tương tự cách làm Bài 4 ta suy ra

$|\overline{PA} + \overline{BC}| = |\overline{PA} - \overline{BC}|$ hay $|\overline{PA} + \overline{PC} - \overline{PB}| = |\overline{PA} + \overline{PB} - \overline{PC}|$

Câu 2. Cho tam giác ABC ($AB < AC$), AD là phân giác trong của góc A . Qua trung điểm M của cạnh BC , ta kẻ đường thẳng song song với AD , cắt cạnh AC tại E và cắt tia BA tại F . Biết rằng $AB = 6$ và $4BD = 3BM$. Tính: $|\overline{CM} - \overline{EM}|$?

Trả lời: 8

Lời giải



Ta có: $\overline{CM} - \overline{EM} = \overline{CM} + \overline{ME} = \overline{CE}$

Ta có: $ME \parallel AD \Rightarrow \frac{CE}{CA} = \frac{CM}{CD}$ (1); $AD \parallel MF \Rightarrow \frac{BA}{BF} = \frac{BD}{BM}$ (2)

Nhân theo vế (1), (2) với $BM = CM$, ta được: $\frac{CE}{BF} \cdot \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$ (3).

Theo giả thiết, AD là phân giác của góc A nên $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $\frac{CE}{BF} = 1 \Rightarrow CE = BF$ (5).

Từ (2): $\frac{BA}{BF} = \frac{BD}{BM} = \frac{3}{4} \Rightarrow BF = \frac{4}{3}BA = \frac{4}{3} \cdot 6 = 8$ (6).

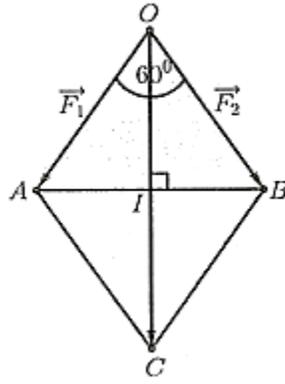
Từ (5) và (6) suy ra $CE = BF = 8$.

Vậy $|\overline{CM} - \overline{EM}| = |\overline{CE}| = CE = 8$.

Câu 3. Cho hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 có điểm đặt O tạo với nhau góc 60° , biết rằng cường độ của hai lực \vec{F}_1 và \vec{F}_2 đều bằng $100N$. Tính cường độ tổng hợp của hai lực trên?

Trả lời: $100\sqrt{3}N$

Lời giải



Chọn các điểm A, B thỏa mãn $\vec{F}_1 = \vec{OA}, \vec{F}_2 = \vec{OB}$ (hình vẽ). Gọi điểm C là một đỉnh của hình bình hành $OACB$, khi đó ta có $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OC}$ (quy tắc hình bình hành).

Cường độ tổng hợp hai lực là: $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{OC}| = OC$

Xét tam giác OAB có $OA = OB = 100$ và $AOB = 60^\circ$ nên tam giác OAB đều.

Gọi I là tâm hình bình hành $OACB$, khi đó OI cũng là đường cao tam giác đều OAB .

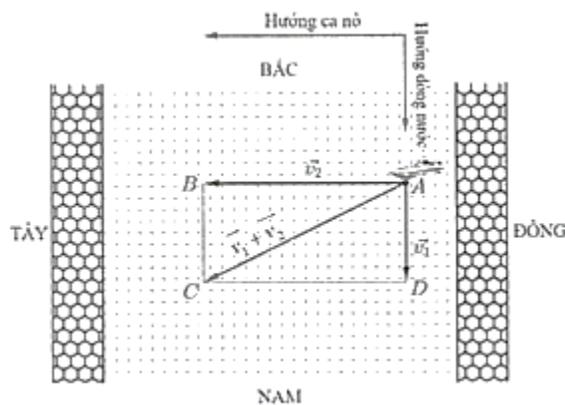
Do đó $OI = \frac{100\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$, suy ra $OC = 2OI = 100\sqrt{3}$.

Vậy hợp lực của \vec{F}_1, \vec{F}_2 có độ lớn là $100\sqrt{3}N$.

Câu 4. Một dòng sông chảy từ phía Bắc xuống phía Nam với vận tốc $10km/h$, có một chiếc ca nô chuyển động từ phía Đông sang phía Tây với vận tốc $35km/h$ so với dòng nước. Tìm vận tốc của ca nô so với bờ?

Trả lời: xấp xỉ $36,4km/h$.

Lời giải



Gọi \vec{v}_1, \vec{v}_2 lần lượt là vector vận tốc của dòng nước đối với bờ và ca nô đối với dòng nước. Khi đó vận tốc của ca nô đối với bờ chính là tổng $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Đặt $\vec{v}_1 = \vec{AD}, \vec{v}_2 = \vec{AB}$ với A là vị trí của ca nô.

Vẽ hình bình hành $ABCD$, ta có: $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$.

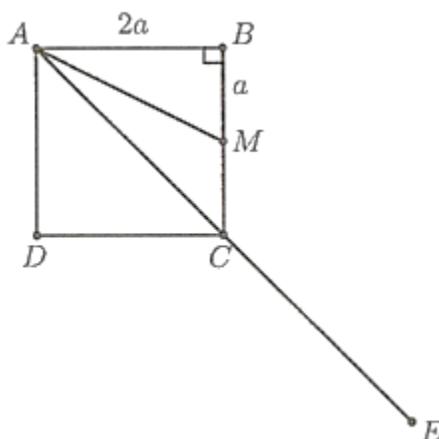
Theo định lí Py-ta-go: $AC = \sqrt{10^2 + 35^2} = 5\sqrt{53} \approx 36,4 \text{ km/h}$.

Vậy vận tốc của ca nô đối với bờ là xấp xỉ $36,4 \text{ km/h}$.

Câu 5. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a, M$ là trung điểm BC . Tính $|\vec{AB} + \vec{BM}|$

Trả lời: $a\sqrt{5}$

Lời giải



Ta có: $|\vec{AB} + \vec{BM}| = |\vec{AM}| = AM$.

Theo định lí Py-ta-go: $AM^2 = AB^2 + BM^2 = (2a)^2 + a^2 = 5a^2 \Rightarrow AM = a\sqrt{5}$

Vậy $|\vec{AB} + \vec{BM}| = AM = a\sqrt{5}$

Câu 6. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a, M$ là trung điểm BC . Tính $|\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}|$.

Trả lời: $4a\sqrt{2}$

Lời giải

Ta có: $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = (\overline{AB} + \overline{AD}) + \overline{AC} = \overline{AC} + \overline{AC}$

Gọi E đối xứng với A qua C , suy ra $\overline{AC} = \overline{CE}$.

Khi đó: $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = \overline{AC} + \overline{AC} = \overline{AC} + \overline{CE} = \overline{AE}$.

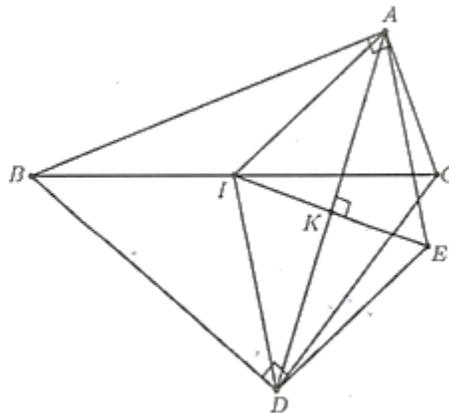
Ta có: $AE = 2AC = 2.2a\sqrt{2} = 4a\sqrt{2}$ (do AC là đường chéo của hình vuông cạnh $2a$). Vậy

$$|\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD}| = AE = 4a\sqrt{2}.$$

Câu 7. Cho hai tam giác vuông ABC và DBC có chung cạnh huyền BC . Gọi I là trung điểm BC . Biết rằng $BC = \sqrt{2}$ và $AID = 120^\circ$. Tính $|\overline{IA} + \overline{ID}|$.

Trả lời: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Lời giải



Ta có: $|\overline{AB} - \overline{AC}| = |\overline{CB}| = BC = \sqrt{2}$.

Ta có IA, ID lần lượt là đường trung tuyến của các tam giác vuông ABC, DBC , nên:

$$IA = ID = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Vẽ hình bình hành $IAED$, mà $IA = ID$ nên $IAED$ là hình thoi; đồng thời $AID = 120^\circ$, nên $IAE = 60^\circ$. Do đó $\triangle IAE$ đều.

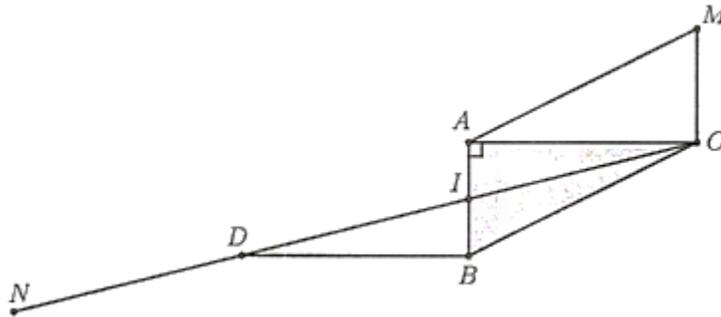
Vậy $|\overline{IA} + \overline{ID}| = |\overline{IE}| = IE = IA = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 8. Cho tam giác vuông ABC có các cạnh góc vuông là $AB = 1, AC = 2$.

Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM}$. Tính độ dài vectơ \overrightarrow{AM} ?

Trả lời: $\sqrt{5}$

Lời giải



Ta có : $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AM}$.

Vẽ hình bình hành $ABCM$, ta có điểm M thỏa mãn.

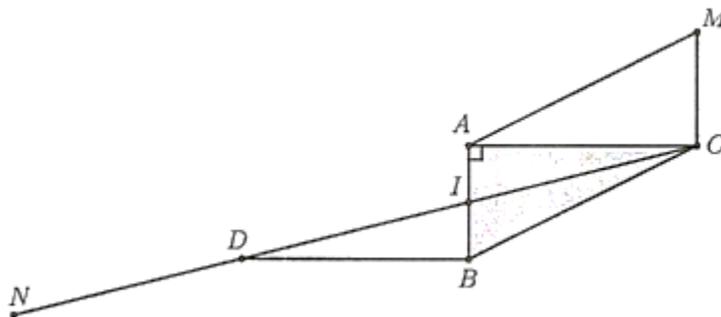
Ta có: $|\overrightarrow{AM}| = AM = BC = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Câu 9. Cho tam giác vuông ABC có các cạnh góc vuông là $AB = 1, AC = 2$.

Điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CI}$ với I là trung điểm AB . Tính độ dài vectơ \overrightarrow{CN} ?

Trả lời: $\frac{3\sqrt{17}}{2}$

Lời giải



Vẽ hình bình hành $ACBD$, ta có: $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CD}$.

Khi đó: $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CI} \Leftrightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CI}$.

Lấy điểm N đối xứng với I qua D , ta có $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{DN}$.

Do đó: $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CI} \Leftrightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DN} \Leftrightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CN}$ (thỏa mãn).

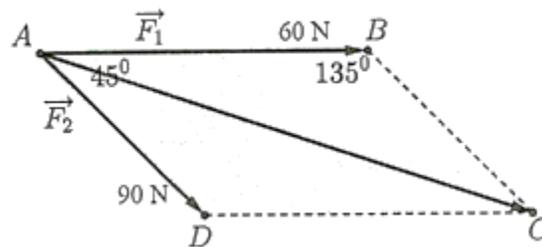
Ta có $|\overline{CN}| = CN = 3CI$ với $CI = \sqrt{AC^2 + AI^2} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{17}}{2}$.

Vậy $|\overline{CN}| = \frac{3\sqrt{17}}{2}$.

Câu 10. Cho hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 có điểm đặt A tạo với nhau góc 45° , biết rằng cường độ của hai lực \vec{F}_1 và \vec{F}_2 lần lượt bằng $60N, 90N$. Tính cường độ tổng hợp của hai lực trên?

Trả lời: $\approx 139,06N$

Lời giải



Đặt $\vec{F}_1 = \overline{AB}, \vec{F}_2 = \overline{AD}$.

Vẽ hình bình hành $ABCD$.

Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$.

Vì $BAD = 45^\circ \Rightarrow ABC = 135^\circ$; $AD = 90 = BC$

Theo định lí cosin ta có :

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 135^\circ \\ &= 60^2 + 90^2 - 2 \cdot 60 \cdot 90 \cdot \frac{-\sqrt{2}}{2} \approx 19336,75 \Rightarrow AC \approx 139,06. \end{aligned}$$

Vậy vectơ hợp lực của \vec{F}_1, \vec{F}_2 có độ lớn là: $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \approx 139,06N$.

Câu 11. Cho tam giác vuông cân ABC tại A có $AB = a$. Tính $|\overline{AB} + \overline{AC}|$.

Trả lời: $a\sqrt{2}$

Lời giải

Gọi D là điểm thỏa mãn tứ giác $ABDC$ là hình vuông.

$$\Rightarrow |\overline{AB} + \overline{AC}| = |\overline{AD}| = AD = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}.$$

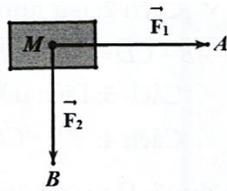
Câu 12. Cho hình chữ nhật $ABCD$, $AB = 3$, $AD = 4$. Tính $|\overline{AB} + \overline{AD}|$.

Trả lời: 5

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC} \Rightarrow |\overline{AB} + \overline{AD}| = |\overline{AC}| = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5$$

Câu 13. Cho hai lực $\vec{F}_1 = \overline{MA}$, $\vec{F}_2 = \overline{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M . Cường độ hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 lần lượt là 300N và 400N, $AMB = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tác động lên vật?



Trả lời: 500(N)

Lời giải

Ta có tổng lực tác dụng lên vật: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \overline{MA} + \overline{MB} = \overline{MC}$ (Với C là điểm sao cho $AMBC$ là hình bình hành)

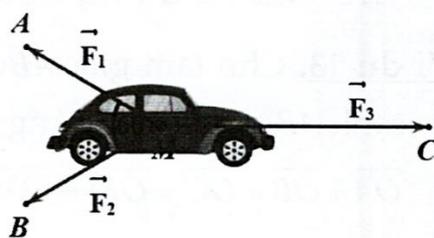
$$\text{Khi đó cường độ lực tác dụng lên vật: } |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\overline{MC}| = MC$$

$$\text{Ta có: } MA = |\overline{MA}| = |\vec{F}_1| = 400 \text{ N}, \quad MB = |\overline{MB}| = |\vec{F}_2| = 300 \text{ N}$$

Mặt khác, do $AMB = 90^\circ$ nên $AMBC$ là hình chữ nhật.

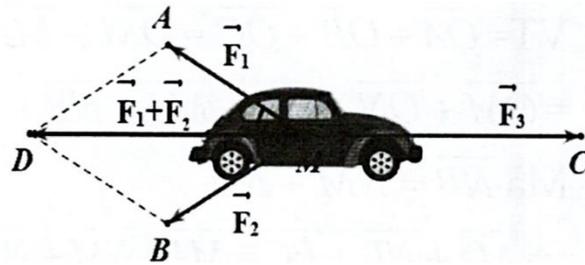
$$\text{Khi đó: } MC = \sqrt{MA^2 + MB^2} = \sqrt{400^2 + 300^2} = 500 \text{ (N)}$$

Câu 14. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overline{MA}$, $\vec{F}_2 = \overline{MB}$, $\vec{F}_3 = \overline{MC}$ cùng tác động vào một ô tô tại điểm M và ô tô đứng yên. Cho biết cường độ hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều bằng 25N và góc $AMB = 60^\circ$. Khi đó tính cường độ \vec{F}_3 .



Trả lời: $25\sqrt{3}(N)$

Lời giải



- Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MD}$ (với D là điểm sao cho $AMBD$ là hình bình hành)

- Ta có: $MA = |\vec{MA}| = |\vec{F}_1| = 25N$ và $MB = |\vec{MB}| = |\vec{F}_2| = 25N$

- Do $AMB = 60^\circ$ nên ΔMAB là tam giác đều. Khi đó: $MD = 2 \cdot \frac{25\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}(N)$

- Do ô tô đứng yên nên cường độ lực tác dụng lên ô tô bằng 0 hay $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$

Suy ra: $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \Rightarrow |\vec{F}_3| = |-(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)| = |\vec{DM}| = MD = 25\sqrt{3}(N)$

Vậy cường độ của \vec{F}_3 là $25\sqrt{3}(N)$

Câu 15. Cho hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều có cường độ bằng $100N$ và có cùng điểm đặt tại một điểm.

Góc hợp bởi \vec{F}_1 và \vec{F}_2 bằng 90° . Khi đó tính cường độ lực tổng hợp của \vec{F}_1 và \vec{F}_2

Trả lời: $100\sqrt{2}(N)$

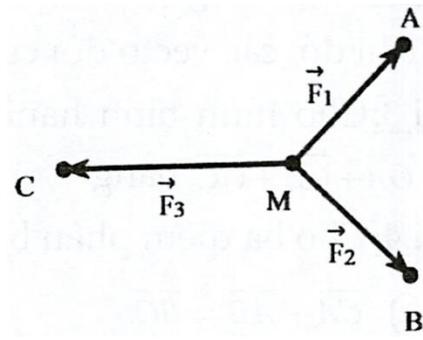
Lời giải

Vẽ $\vec{IA} = \vec{F}_1, \vec{IB} = \vec{F}_2$, Vẽ hình vuông $IAJB$.

$\vec{IJ} = \vec{IA} + \vec{IB} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, có $IJ = \sqrt{IA^2 + IB^2} = 100\sqrt{2}(N)$.

Vậy cường độ lực tổng hợp của \vec{F}_1 và \vec{F}_2 bằng $100\sqrt{2}(N)$.

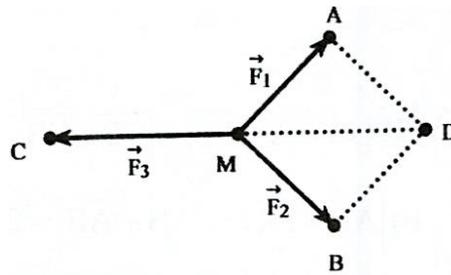
Câu 16. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}, \vec{F}_2 = \vec{MB}, \vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều bằng $100N$ và góc $AMB = 90^\circ$. Khi đó tính cường độ của lực \vec{F}_3 .



Trả lời: $100\sqrt{2}N$

Lời giải

Vẽ hình vuông $ADBM$, cạnh $MA = 100$ thì $MD = 100\sqrt{2}$. Theo qui tắc hình bình hành có $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MD}$. Vật đứng yên khi $\vec{F}_3 = -\vec{MD}$. Suy ra cường độ của lực \vec{F}_3 là: $|\vec{F}_3| = 100\sqrt{2}N$.



Câu 17. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = a$ và $B = 60^\circ$. Tính $|\vec{AB} + \vec{BC}|$ và $|\vec{AB} - \vec{AC}|$.

Trả lời: $a\sqrt{3}$ và $2a$

Lời giải

$$|\vec{AB} + \vec{BC}| = |\vec{AC}| = AC = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3};$$

$$|\vec{AB} - \vec{AC}| = |\vec{CB}| = CB = \frac{a}{\cos 60^\circ} = 2a;$$

Câu 18. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy $AB = a, CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Tính $|\vec{DM} - \vec{BA} - \vec{CN}|$

Trả lời: $\frac{3a}{2}$

Lời giải

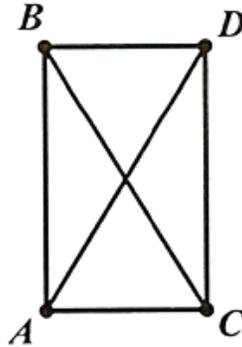
Ta có: $|\overrightarrow{DM} - \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CN}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{NC}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}| = |\overrightarrow{MN}| = MN = \frac{AB + CD}{2} = \frac{3a}{2}$.

Câu 19. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\angle ABC = 30^\circ$ và $BC = a\sqrt{5}$.

Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Trả lời: $a\sqrt{5}$

Lời giải



Gọi D là điểm sao cho tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

Khi đó theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$

Vì tam giác ABC vuông ở A nên tứ giác $ABDC$ là hình chữ nhật

suy ra $AD = BC = a\sqrt{5}$

Vậy $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = a\sqrt{5}$

Câu 20. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm là O và cạnh a . Tính $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}|$, $|\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA}|$

Trả lời: $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $a\sqrt{2}$

Lời giải

Vì O là tâm của hình vuông nên $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO}$ suy ra $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BO}$

Vậy $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{BO}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

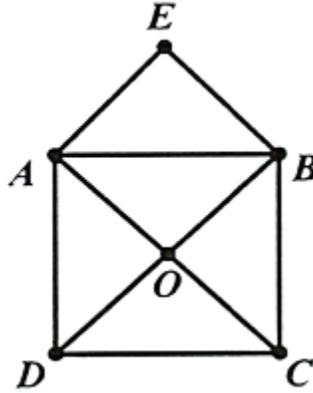
Do $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ suy ra $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$

Mà $|\overrightarrow{BD}| = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{2}$ suy ra $|\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA}| = a\sqrt{2}$

Câu 21. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O và M là trung điểm AB . Tính độ dài của vector $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.

Trả lời: a

Lời giải



Gọi E là điểm sao cho tứ giác $OBEA$ là hình bình hành khi đó nó cũng là hình vuông

Ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OE} \Rightarrow |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = OE = AB = a$

Câu 22: Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm hai đường chéo và một điểm M tùy ý. Chứng minh rằng:

- a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$;
- b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

Lời giải

a) $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BB} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA}) + (\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC}) = (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}) + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC})$

$= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} \left(\forall \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0} \right)$

Câu 23: Cho tứ giác $ABCD$, thực hiện các phép cộng và trừ vector sau:

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$;
- b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.
- c) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

$$a) \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = (\overline{AB} + \overline{BC}) + (\overline{CD} + \overline{DA}) = \overline{AC} + \overline{CA} = \overline{AA} = \vec{0}$$

$$b) \overline{AB} - \overline{AD} = \overline{AB} + \overline{DA} = \overline{DA} + \overline{AB} = \overline{DB}$$

$$c) \overline{CB} - \overline{CD} = \overline{CB} + \overline{DC} = \overline{DC} + \overline{CB} = \overline{DB}$$

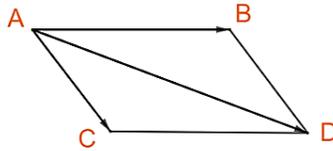
Câu 24: Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a . Tính độ dài của các vector:

$$a) \overline{BA} + \overline{AC};$$

$$b) \overline{AB} + \overline{AC};$$

$$c) \overline{BA} - \overline{BC}.$$

Lời giải



$$a) \overline{BA} + \overline{AC} = \overline{BC} \Rightarrow |\overline{BC}| = BC = a$$

b) Dùng hình bình hành $ABDC$, giao điểm của hai đường chéo là O ta có:

$$\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AD}$$

$$AD = 2AO = 2\sqrt{AB^2 - BO^2} = 2\sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow |\overline{AB} + \overline{AC}| = |\overline{AD}| = AD = a\sqrt{3}$$

$$c) \overline{BA} - \overline{BC} = \overline{BA} + \overline{CB} = \overline{CB} + \overline{BA} = \overline{CA}$$

$$\Rightarrow |\overline{BA} - \overline{BC}| = |\overline{CA}| = CA = a$$

Câu 25: Cho bốn điểm bất kỳ A, B, C, D . Hãy chứng minh rằng

$$a) \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = \vec{0}.$$

$$b) \overline{AC} - \overline{AD} = \overline{BC} - \overline{BD}$$

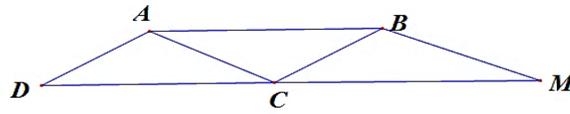
Lời giải

$$a) \text{Ta có } \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = (\overline{AB} + \overline{BC}) + (\overline{CD} + \overline{DA}) = \overline{AC} + \overline{CA} = \vec{0}.$$

$$b) \text{Ta có } \begin{cases} \overline{AC} - \overline{AD} = \overline{DC} \\ \overline{BC} - \overline{BD} = \overline{DC} \end{cases} \text{ nên } \overline{AC} - \overline{AD} = \overline{BC} - \overline{BD}.$$

Câu 26: Cho hình bình hành $ABCD$. Hãy tìm điểm M để $\overline{BM} = \overline{AB} + \overline{AD}$. Tìm mối quan hệ giữa hai vec tơ \overline{CD} và \overline{CM} .

Lời giải



Ta có theo quy tắc hình bình hành $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AC}$ nên M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $BACM$ (như hình vẽ).

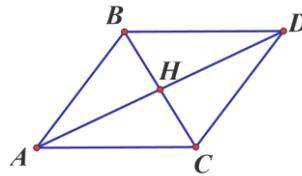
Câu 27: Cho tam giác đều ABC cạnh a . Tính độ dài các vectơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

a) Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ nên $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CB}| = CB = a$

b) Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

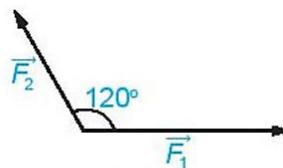


Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow AH \perp BC$. Suy ra $AH = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Dựng D là điểm sao cho tứ giác $ABDC$ là hình thoi.

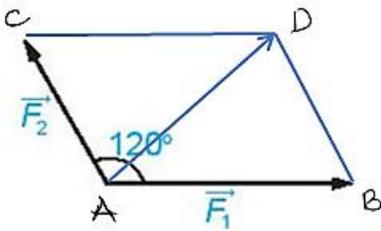
Ta lại có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 2AH = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Câu 28: Hình 4.19 biểu diễn hai lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ cùng tác động lên một vật, cho $|\overrightarrow{F_1}| = 3N, |\overrightarrow{F_2}| = 2N$. Tính độ lớn của hợp lực $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$.



Hình 4.19

Lời giải



Gọi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{F_2}$

Ta có $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{F}$

Xét tam giác ABD

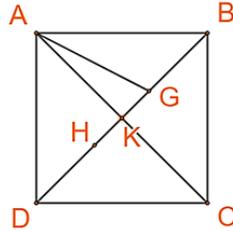
$$\begin{aligned} AD &= \sqrt{BA^2 + BD^2 - 2BA \cdot BD \cdot \cos 60^\circ} \\ &= \sqrt{9 + 4 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{7}. \end{aligned}$$

Vậy $|\overrightarrow{F}| = \sqrt{7}N$.

Câu 29: Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a và ba điểm G, H, K thoả mãn: $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KC} = \vec{0}$; $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$; $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HD} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$.

Tính độ dài các vectơ $\overrightarrow{KA}, \overrightarrow{GH}, \overrightarrow{AG}$.

Lời giải



Ta có $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$

+) $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KC} = \vec{0}$

Suy ra K là trung điểm AC $\Rightarrow AK = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

+) $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HD} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$, suy ra H là trọng tâm của tam giác ADC $\Rightarrow DH = \frac{2}{3}DK = \frac{1}{3}DB$ (1)

+) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$, suy ra G là trọng tâm của tam giác ABC

$\Rightarrow BG = \frac{2}{3}BK = \frac{1}{3}BD$ (2)

(1,2) $\Rightarrow HG = \frac{1}{3}BD = \frac{a\sqrt{2}}{3}$

Mà $KG = KH = \frac{1}{2}HG = \frac{a\sqrt{2}}{6}$ (2)

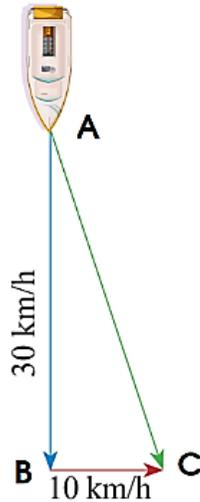
$\Rightarrow AG = \sqrt{AK^2 + GK^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{3}$

$$\Rightarrow |\overline{AG}| = \frac{a\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{Vậy } \left| \overline{KA} \right| = \frac{a\sqrt{2}}{2}, \left| \overline{GH} \right| = \frac{a\sqrt{2}}{3}, \left| \overline{AG} \right| = \frac{a\sqrt{5}}{3}.$$

Câu 30: Một con tàu có vectơ vận tốc chỉ theo hướng nam, vận tốc của dòng nước là một vectơ theo hướng đông như Hình 17. Tính độ dài vectơ tổng của hai vectơ nói trên.

Lời giải



Hình 17

Gọi vectơ vận tốc của tàu là \overline{AB} , vectơ vận tốc của dòng nước là vectơ \overline{BC}

Ta có vectơ tổng là $\vec{F} = \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$

Độ dài vectơ tổng là $|\vec{F}| = |\overline{AC}| = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{30^2 + 10^2} = 10\sqrt{10}$ (km / h)

Vậy độ dài vectơ tổng là $10\sqrt{10}$ (km / h).

Câu 31: Cho đường tròn tâm O . Giả sử A, B là hai điểm nằm trên đường tròn. Tìm điều kiện cần và đủ để hai vectơ \overline{OA} và \overline{OB} đối nhau.

Lời giải

Hai vectơ \overline{OA} và \overline{OB} đối nhau \Leftrightarrow hai tia OA, OB đối nhau và $OA = OB$.

$\Leftrightarrow O$ là trung điểm của AB hay AB là đường kính của đường tròn (O).

Vậy điều kiện cần và đủ để hai vectơ \overline{OA} và \overline{OB} đối nhau là AB là đường kính của đường tròn (O).

Câu 32: Cho $ABCD$ là hình bình hành. Chứng minh $\overline{MB} - \overline{MA} = \overline{MC} - \overline{MD}$ với mỗi điểm M trong mặt phẳng.

Lời giải

Ta có: $\overline{AM} = -\overline{MA}, \overline{DM} = -\overline{MD}$

$$\Rightarrow \overline{MB} - \overline{MA} = \overline{MB} + \overline{AM} = \overline{AM} + \overline{MB} = \overline{AB}$$

$$\text{Tương tự ta có: } \overline{MC} - \overline{MD} = \overline{MC} + \overline{DM} = \overline{DM} + \overline{MC} = \overline{DC}$$

Mà $\overline{AB} = \overline{DC}$ (do $ABCD$ là hình bình hành)

$$\Rightarrow \overline{MB} - \overline{MA} = \overline{MC} - \overline{MD} \text{ (đpcm).}$$

Câu 33: Hai con tàu xuất phát cùng lúc từ bờ bên này để sang bờ bên kia của dòng sông với vận tốc riêng không đổi và có độ lớn bằng nhau. Hai tàu luôn được giữ lái sao cho chúng tạo với bờ cùng một góc nhọn nhưng một tàu hướng xuống hạ lưu, một tàu hướng lên thượng nguồn (hình vẽ). Vận tốc dòng nước là đáng kể, các yếu tố bên ngoài khác không ảnh hưởng đến vận tốc của các tàu. Hỏi tàu nào sang bờ bên kia trước?



Lời giải

Gọi tàu thứ nhất là tàu hướng xuống hạ lưu có vận tốc thực tế là $\overline{v}_1 = \overline{v}_r + \overline{v}_n$

tàu thứ hai là tàu hướng lên thượng nguồn có vận tốc thực tế là $\overline{v}_2 = \overline{v}_r - \overline{v}_n$

Ta thấy $\overline{v}_1 > \overline{v}_2$ nên tàu thứ nhất sẽ sang bờ bên kia trước.