

MỤC LỤC

▶ BÀI 4. VECTO TRONG MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ	2
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức	2
Ⓑ. Dạng toán rèn luyện.....	5
♦ Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	5
♦ Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai	29
♦ Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	58

A. Tóm tắt kiến thức

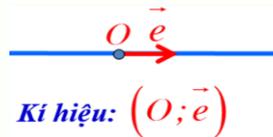
Ghi nhớ ①

①. **Trục và độ dài đại số trên trục**

- ✔ **Trục tọa độ** $(O; \vec{e})$
- ✔ **Tọa độ của điểm trên trục:** Cho M trên trục $(O; \vec{e})$.



- ✔ k là tọa độ của $M \Leftrightarrow \overline{OM} = k\vec{e}$
- ✔ **Độ dài đại số của vectơ:** Cho A, B trên trục $(O; \vec{e})$.
- ✔ $a = \overline{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = a\vec{e}$



✔ **Nhận xét:**

- ✔ \overrightarrow{AB} cùng hướng $\vec{e} \Leftrightarrow \overline{AB} > 0$
- ✔ \overrightarrow{AB} ngược hướng $\vec{e} \Leftrightarrow \overline{AB} < 0$
- ✔ Nếu $A(a), B(b)$ thì $\overline{AB} = b - a$
- ✔ $AB = |\overline{AB}| = |\overrightarrow{AB}| = |b - a|$
- ✔ Nếu $A(a), B(b), I$ là trung điểm của AB thì $I\left(\frac{a+b}{2}\right)$



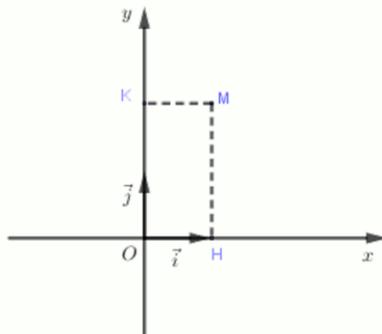
- ✔ Nếu \overrightarrow{AB} cùng hướng với \vec{i} thì $\overline{AB} = AB$, còn nếu \overrightarrow{AB} ngược hướng với \vec{i} thì $\overline{AB} = -AB$.
- ✔ Nếu hai điểm A và B trên trục $(O; \vec{i})$. có tọa độ lần lượt là a và b thì $\overline{AB} = b - a$.

②. **Hệ trục tọa độ**

✔ **.Định nghĩa:**

- ✔ **Hệ trục tọa độ** $(O; \vec{i}; \vec{j})$

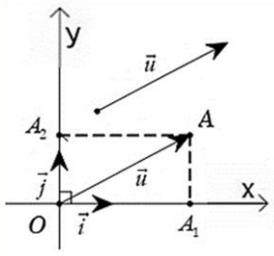
- ✓ gốc tọa độ
- ✓ Trục $(O; \vec{i})$: trục hoành Ox
- ✓ Trục $(O; \vec{j})$: trục tung Oy
- ✓ \vec{i}, \vec{j} là các vector đơn vị
- ✓ Hệ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ còn kí hiệu Oxy
- ✓ Mặt phẳng tọa độ Oxy .



Ghi nhớ 2

①. Tọa độ của vector

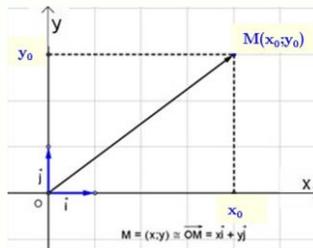
- ✓ $\vec{u} = (x; y) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$
- ✓ Cho $\vec{u} = (x; y), \vec{u}' = (x'; y')$
- ✓ $\vec{u} = \vec{u}' \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$
- ✓ Mỗi vector được hoàn toàn xác định khi biết tọa độ của nó
- ✓ $\vec{i} = (1; 0), \vec{j} = (0; 1)$



②. Tọa độ của điểm

- ✓ $M(x; y) \Leftrightarrow \overline{OM} = (x; y)$
- ✓ Nếu $MM_1 \perp Ox, MM_2 \perp Oy$ thì $x = \overline{OM_1}, y = \overline{OM_2}$

- ✓ Nếu $M \in Ox$ thì $y_M = 0$
- ✓ $M \in Oy$ thì $x_M = 0$
- ✓ Độ dài của \overline{OM} là $OM = |\overline{OM}| = \sqrt{x^2 + y^2}$



③. Liên hệ giữa tọa độ của điểm và vector trong mặt phẳng

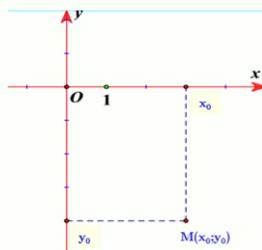
- ✓ Cho $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$.
- ✓ $\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$
- ✓ $AB = |\overline{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

④. Tọa độ của các vector $\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}, k\vec{u}$:

- ✓ Cho $\vec{u} = (u_1; u_2), \vec{v} = (v_1; v_2)$.
- ✓ $\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1; u_2 + v_2)$
- ✓ $\vec{u} - \vec{v} = (u_1 - v_1; u_2 - v_2)$
- ✓ $k\vec{u} = (ku_1; ku_2), k \in \mathbb{R}$

Nhận xét: Hai vector $\vec{u} = (u_1; u_2), \vec{v} = (v_1; v_2)$ với $\vec{v} \neq \vec{0}$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}$ sao cho:

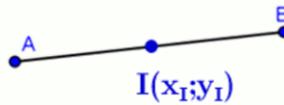
$$\begin{cases} u_1 = kv_1 \\ u_2 = kv_2 \end{cases}$$



⑤. Tọa độ của trung điểm đoạn thẳng, của trọng tâm tam giác

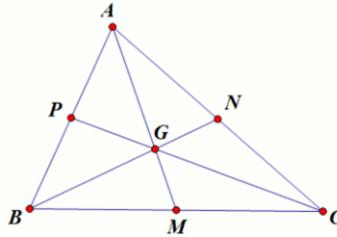
- ✓ Cho $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$. I là trung điểm của AB thì:

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2}, y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$$



☛ Cho ΔABC với $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$. G là trọng tâm của ΔABC thì:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$



B. Dạng toán rèn luyện

♦ Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = (-1; 2)$, $\vec{b} = (5; -7)$. Toạ độ của $\vec{a} + \vec{b}$ là

- A. $(-6; 9)$. B. $(4; -5)$. C. $(6; 9)$. D. $(-5; -14)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(5; 2)$, $B(10; 8)$. Toạ độ của \overline{AB} là

- A. $(2; 4)$. B. $(15; 10)$. C. $(50; 16)$. D. $(5; 6)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 3: Cho hai vecto $\vec{a} = (1; 2)$; $\vec{b} = (3; 4)$. Toạ độ $\vec{c} = 4\vec{a} - \vec{b}$

- A. $(1; 4)$. B. $(-1; 4)$. C. $(4; 1)$. D. $(-1; -4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $4\vec{a} = (4; 8)$

$$\Rightarrow \vec{c} = 4\vec{a} - \vec{b} = (4 - 3; 8 - 4) = (1; 4)$$

Câu 4: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -1)$, $B(4; 3)$. Tọa độ của vectơ \overrightarrow{AB} bằng

- A. $\overrightarrow{AB} = (8; -3)$. B. $\overrightarrow{AB} = (-2; -4)$.
 C. $\overrightarrow{AB} = (2; 4)$. D. $\overrightarrow{AB} = (6; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 5: Cho tam giác ABC với $A(1; 4)$, $B(-2; 2)$, $C(4; 0)$. Tìm tọa độ vectơ \overrightarrow{AM} với M là trung điểm BC .

- A. $\overrightarrow{AM} = (-3; 0)$. B. $\overrightarrow{AM} = (0; 3)$.
 C. $\overrightarrow{AM} = (0; -3)$. D. $\overrightarrow{AM} = (3; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Vì M là trung điểm BC nên
$$\begin{cases} x_M = \frac{x_C + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_C + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 1 \\ y_M = 1 \end{cases}. \text{ Suy ra } \overrightarrow{AM} = (0; -3).$$

Câu 6: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$. Tọa độ vectơ \vec{u} là

- A. $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; 5\right)$. B. $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$.
 C. $\vec{u} = (-1; 10)$. D. $\vec{u} = (1; -10)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:
$$\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j} = \left(\frac{1}{2}; -5\right).$$

Câu 7: Trong mặt phẳng (Oxy) cho $\vec{a} = (4; -7)$, $\vec{b} = (-1; 3)$. Tọa độ của $2\vec{a} - \vec{b}$ là

- A. $(7; -17)$.. B. $(9; -17)$. C. $(9; -11)$.. D. $(7; -11)$..

Lời giải

Chọn B

Ta có:
$$2\vec{a} - \vec{b} = (8; -14) - (-1; 3) = (9; -17).$$

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , cho $M(-1;5)$ và $N(2;4)$. Tọa độ của vectơ \overline{MN} là:

- A. $(3;-1)$. B. $(-3;1)$. C. $(1;1)$. D. $(1;9)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 9: Giá trị của m sao cho $\vec{a} = (2m-1;3m)$ cùng phương $\vec{b} = (1;1)$ là

- A. -2 . B. 1 . C. -3 . D. -1 .

Lời giải

Chọn D

$\vec{a} = (2m-1;3m)$ cùng phương $\vec{b} = (1;1)$ khi và chỉ khi $\frac{2m-1}{1} = \frac{3m}{1} \Leftrightarrow 2m-1 = 3m \Leftrightarrow m = -1$.

Câu 10: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho vectơ $\vec{a} = (1;-2)$. Trong các vectơ dưới đây, vectơ nào cùng phương với \vec{a} .

- A. $\vec{b} = (1;2)$. B. $\vec{c} = (-1;-2)$.
C. $\vec{d} = (-2;4)$. D. $\vec{e} = (2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{d} = (-2;4) = -2(1;-2) = -2\vec{a}$. Do đó, \vec{d} cùng phương với \vec{a} .

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(0;1)$; $B(2;-1)$. Vectơ nào sau đây cùng phương vectơ \overline{AB} ?

- A. $\vec{u} = (1;1)$. B. $\vec{u} = (-1;1)$.
C. $\vec{u} = (1;0)$. D. $\vec{u} = (0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overline{AB} = (2; -2)$. và $\overline{AB} = -2\vec{u}$ với $\vec{u} = (-1; 1)$.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; -3)$, $B(3; 1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

- A.** $I(-1; -2)$. **B.** $I(2; -1)$. **C.** $I(1; -2)$. **D.** $I(2; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tọa độ trung điểm đoạn thẳng ta có : $I(2; -1)$.

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(2; -5)$ và $B(4; 1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

- A.** $I(1; 3)$. **B.** $I(-1; -3)$. **C.** $I(3; 2)$. **D.** $I(3; -2)$.

Lời giải

Chọn D

$I(3; -2)$.

Câu 14: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -5)$ và $B(4; 1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

- A.** $I(3; -2)$. **B.** $I(3; 2)$. **C.** $I(1; 3)$. **D.** $I(-1; -3)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 3 \\ y_I = -2 \end{cases} \Rightarrow I(3; -2).$$

Câu 15: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -5)$ và $B(4; 1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

- A.** $I(3; -2)$. **B.** $I(3; 2)$. **C.** $I(1; 3)$. **D.** $I(-1; -3)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 3 \\ y_I = -2 \end{cases} \Rightarrow I(3; -2).$$

Câu 16: Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-2; 0)$, $B(5; -4)$. Tọa độ điểm E đối xứng với A qua B là

- A.** $E(-9; 4)$. **B.** $E(12; 8)$.
C. $E(12; -8)$. **D.** $E(-8; 12)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm E đối xứng với A qua B nên B là trung điểm của đoạn AE .

Do đó $x_E = 2x_B - x_A = 2 \cdot 5 - (-2) = 12$; $y_E = 2y_B - y_A = 2 \cdot (-4) - 0 = -8$.

$\Rightarrow E(12; -8)$.

Câu 17: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1; 3)$, $B(-7; 3)$. Tọa độ trung điểm I của AB là

- A.** $I(-4; 3)$. **B.** $I(-3; 0)$. **C.** $I(-8; 6)$. **D.** $I(-6; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ trung điểm $I = \left(\frac{-1-7}{2}; \frac{3+3}{2} \right)$ hay $I(-4; 3)$.

Câu 18: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(6; -5)$ và $B(2; 1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- A.** $I(4; -2)$. **B.** $I(3; 2)$. **C.** $I(2; -3)$. **D.** $6, 7$

Lời giải

Chọn A

Ta có:
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 4 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow I(4; -2).$$

Câu 19: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(3;5)$, $B(1;2)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(4;7)$. B. $I(-2;3)$. C. $I\left(2;\frac{7}{2}\right)$. D. $I\left(-2;\frac{7}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow I\left(2;\frac{7}{2}\right)$$

Câu 20: Trong mặt phẳng Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ biết $A(2;1)$, $B(2;-1)$, $C(-2;-3)$. Tọa độ giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$ là

- A. $(2;0)$. B. $(2;2)$. C. $(0;-2)$. D. $(0;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Giao điểm hai đường chéo là trung điểm của AC .

Vậy tọa độ giao điểm hai đường chéo là $I(0;-1)$.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;3)$, $B(3;5)$, $C(1;4)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác đã cho là

- A. $G(2;4)$. B. $G(4;2)$. C. $G(6;12)$. D. $G(3;6)$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức tọa độ trọng tâm tam giác ta có : $G(2;4)$.

Câu 22: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho $A(-4;1)$, $B(2;4)$, $C(2;-2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

- A. $G\left(0;\frac{3}{2}\right)$. B. $G(0;1)$. C. $G(0;3)$. D. $G\left(\frac{3}{2};0\right)$.

Lời giải

Chọn B

G là trọng tâm của tam giác ABC nên ta có $\begin{cases} x_G = \frac{-4+2+2}{3} = 0 \\ y_G = \frac{1+4-2}{3} = 1 \end{cases}$. Vậy $G(0;1)$.

Câu 23: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A = 2;1$, $B = -1;-2$, $C = -3;2$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$. B. $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$. C. $G\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ D. $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{-2}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1}{3} \end{cases}$.

Câu 24: Cho $A 3;3$; $B 5;5$; $C 6;9$. Tìm tọa độ trọng tâm tam giác ABC .

- A. $(4;5)$. B. $(14;17)$. C. $\left(\frac{14}{3}; \frac{17}{3}\right)$. D. $\left(\frac{14}{3}; 5\right)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $G(x; y)$ là trọng tâm tam giác ABC

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{14}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{17}{3} \end{cases}$$

Vậy tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $\left(\frac{14}{3}; \frac{17}{3}\right)$

Câu 25: Cho tam giác ABC có $A(0;8)$; $B(-3;1)$ và $C(6;-3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác đã cho.

- A. $G(3;6)$. B. $G(1;2)$. C. $G(-1;3)$ D. $G(-1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1; \quad y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 2$$

Vậy $G(1;2)$.

Câu 26: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(5;-2)$, $B(0;3)$ và $C(1;2)$. Khi đó trọng tâm G của tam giác ABC là

- A.** $G(-6;-3)$. **B.** $G(6;3)$. **C.** $G(2;1)$. **D.** $G(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_G = 2 \\ y_G = 1 \end{cases} \Rightarrow G(2;1).$$

Câu 27: Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(2;0)$, $B(-1;-2)$, $C(5;-7)$. Tọa độ trọng tâm của ΔABC là

- A.** $(2;3)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(3;2)$. **D.** $(-3;2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Gọi } G \text{ là trọng tâm của } \Delta ABC, \text{ ta có: } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 2 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = -3 \end{cases}.$$

Câu 28: Cho tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(-1;6)$, $C(0;-5)$. Tọa độ trọng tâm ΔABC là

- A.** $(-2;1)$. **B.** $(2;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;0)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Gọi } G(x; y) \text{ là trọng tâm } \Delta ABC. \text{ Ta có: } \begin{cases} x = \frac{1-1+0}{3} \\ y = \frac{2+6-5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Vậy tọa độ trọng tâm ΔABC là $(0;1)$.

Câu 29: Trong hệ trục $(O; \vec{i}; \vec{j})$, cho vector $\overline{OM} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) + 5\vec{j} - 2\vec{i}$. Tọa độ điểm M là

- A.** $(-1;-9)$. **B.** $(1;17)$. **C.** $(-1;-17)$. **D.** $(1;9)$.

Lời giải

Chọn B

$$\overline{OM} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) + 5\vec{j} - 2\vec{i} = \vec{i} + 17\vec{j}. \text{ Suy ra } M(1; 17).$$

Câu 30: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ cho điểm M thỏa mãn $\overline{OM} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$. Tọa độ của điểm M là

- A. $(-2; 3)$. B. $(2; -3)$. C. $(3; -2)$. D. $(-3; 2)$.

Lời giải

Chọn A

$$\overline{OM} = -2\vec{i} + 3\vec{j} \text{ nên tọa độ điểm } M \text{ là } (-2; 3).$$

Câu 31: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(2; 2), B(-1; 6)$. Tìm tọa độ điểm I sao cho B là trung điểm của đoạn thẳng AI .

- A. $I\left(-\frac{3}{2}; 2\right)$. B. $I(0; 14)$.
C. $I(-4; 10)$. D. $I\left(\frac{1}{2}; 4\right)$.

Lời giải

$$B \text{ là trung điểm của đoạn thẳng } AI \text{ nên ta có } \begin{cases} \frac{2+x_I}{2} = -1 \\ \frac{2+y_I}{2} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = -4 \\ y_I = 10 \end{cases}.$$

Vậy $I(-4; 10)$.

Câu 32: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(6; 1), B(-3; 5)$ và trọng tâm $G(-1; 1)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

- A. $C(6; -3)$. B. $C(-6; 3)$. C. $C(-6; -3)$. D. $C(-3; 6)$.

Lời giải

Gọi $C(x; y)$.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên
$$\begin{cases} \frac{6+(-3)+x}{3} = -1 \\ \frac{1+5+y}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = -3 \end{cases}.$$

Câu 33: Cho $A(1;2)$, $B(-2;6)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục Oy sao cho ba điểm A , B , M thẳng hàng?

A. $M(0;3)$. **B.** $M\left(0;\frac{10}{3}\right)$. **C.** $M\left(\frac{5}{2};0\right)$. **D.** $M\left(0;\frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Vì M thuộc trục Oy nên $M(0; y)$.

Suy ra $\overline{AB} = (-3;4)$, $\overline{AM} = (-1; y-2)$. Để ba điểm A , B , M thẳng hàng thì $\frac{-1}{-3} = \frac{y-2}{4}$. $\Leftrightarrow 4 = 3y - 6$
 $\Leftrightarrow y = \frac{10}{3}$.

Vậy $M\left(0;\frac{10}{3}\right)$.

Câu 34: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $C(-2;-4)$, trọng tâm $G(0;4)$ và trung điểm cạnh BC là $M(2;0)$. Tổng hoành độ của điểm A và B là

A. -2 . **B.** 2 . **C.** 4 . **D.** 8 .

Lời giải

Vì M là trung điểm BC nên
$$\begin{cases} x_B = 2x_M - x_C = 2 \cdot 2 - (-2) = 6 \\ y_B = 2y_M - y_C = 2 \cdot 0 - (-4) = 4 \end{cases} \Rightarrow B(6;4).$$

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên
$$\begin{cases} x_A = 3x_G - x_B - x_C = -4 \\ y_A = 3y_G - y_B - y_C = 12 \end{cases} \Rightarrow A(-4;12).$$

Suy ra $x_A + x_B = 2$.

Câu 35: Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;1)$, $B(3;2)$, $C(6;5)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(4;3)$. **B.** $D(3;4)$. **C.** $D(4;4)$. **D.** $D(8;6)$.

Lời giải

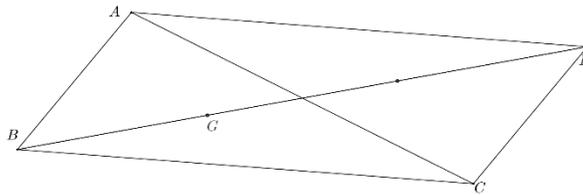
Gọi $D(x; y)$. Ta có
$$\begin{cases} \overline{AB} = (2; 1) \\ \overline{DC} = (6-x; 5-y) \end{cases}$$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 6-x \\ 1 = 5-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow D(4; 4)$.

Câu 36: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(3; 2), B(0; -2)$. Điểm $G(5; -1)$ là trọng tâm tam giác ABC . Tìm tọa độ điểm D .

- A.** $(12; 3)$. **B.** $(15; 1)$. **C.** $(10; 0)$. **D.** $(-15; -1)$.

Lời giải



Từ $ABCD$ là hình bình hành và G là trọng tâm ΔABC suy ra $\overline{BD} = 3\overline{BG}$.

Với $\overline{BG} = (5; 1)$ thì $\overline{BD} = (15; 3)$.

Do đó tọa độ điểm $D(15; 3)$.

Câu 37: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có $A(0; 3), D(2; 1)$ và $I(-1; 0)$ là tâm của hình chữ nhật. Tìm tọa độ tung điểm của cạnh BC .

- A.** $(1; 2)$. **B.** $(-2; -3)$. **C.** $(-3; -2)$. **D.** $(-4; -1)$.

Lời giải

Gọi M là tọa độ trung điểm của cạnh $AD \Rightarrow M(1; 2)$.

Gọi $N(x_N; y_N)$ là tọa độ trung điểm của cạnh BC .

Do I là tâm của hình chữ nhật $\Rightarrow I$ là trung điểm của MN .

Suy ra
$$\begin{cases} x_N = 2x_I - x_M = -3 \\ y_N = 2y_I - y_M = -2 \end{cases} \Rightarrow N(-3; -2)$$
.

Câu 38: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(1;3)$, $B(4;0)$, $C(2;-5)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn hệ thức

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}?$$

A. $M(1;18)$. **B.** $M(-1;18)$.

C. $M(1;-18)$. **D.** $M(-18;1)$.

Lời giải

Gọi tọa độ $M(x; y)$.

Suy ra $\overrightarrow{MA} = (1-x; 3-y)$, $\overrightarrow{MB} = (4-x; -y)$, $\overrightarrow{MC} = (2-x; -5-y)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-x) + (4-x) - 3(2-x) = 0 \\ 3-y-y-3(-5-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -18 \end{cases}.$$

Câu 39: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-2;1)$, $B(4;0)$, $C(2;3)$. Tìm điểm M biết rằng

$$\overrightarrow{CM} + 3\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}.$$

A. $M(2;-5)$. **B.** $M(5;-2)$. **C.** $M(-5;2)$. **D.** $M(2;5)$.

Lời giải

Gọi điểm $M(x; y)$. Khi đó ta có: $\overrightarrow{CM} = (x-2; y-3)$, $\overrightarrow{AC} = (4;2)$, $\overrightarrow{AB} = (6;-1)$.

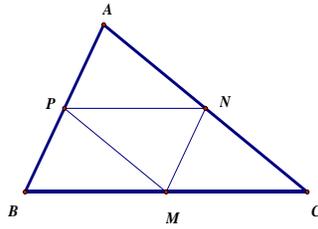
$$\text{Theo giả thiết ta có: } \overrightarrow{CM} + 3\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2+3.4 = 2.6 \\ y-3+3.2 = 2.(-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}.$$

Vậy $M(2;-5)$.

Câu 40: Các điểm $M(2;3)$, $N(0;-4)$, $P(-1;6)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA , AB của tam giác ABC . Tọa độ đỉnh A của tam giác là

A. $(1;-10)$. **B.** $(1;5)$. **C.** $(-3;-1)$. **D.** $(-2;-7)$.

Lời giải



Ta có: tứ giác $APMN$ là hình bình hành

Nên hai đường chéo AM và PN cắt nhau tại trung điểm mỗi đường

$$\text{Do đó } \begin{cases} x_A + x_M = x_P + x_N \\ y_A + y_M = y_P + y_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + 2 = 0 + (-1) \\ y_A + 3 = (-4) + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -3 \\ y_A = -1 \end{cases}$$

Câu 41: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3)$, $B(3; 4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng.

- A.** $M(1; 0)$. **B.** $M(4; 0)$. **C.** $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. **D.** $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

Lời giải

Điểm $M \in Ox \Rightarrow M(m; 0)$. Ta có $\overline{AB} = (1; 7)$ và $\overline{AM} = (m - 2; 3)$.

Câu 42: Để A, B, M thẳng hàng $\Leftrightarrow \overline{AB}$ cùng phương với $\overline{AM} \Leftrightarrow \frac{m-2}{1} = \frac{3}{7} \Leftrightarrow m = \frac{17}{7} \Rightarrow M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $B(9; 7)$, $C(11; -1)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Tìm tọa độ vectơ \overline{MN} ?

- A.** $\overline{MN} = (2; -8)$. **B.** $\overline{MN} = (1; -4)$.
C. $\overline{MN} = (10; 6)$. **D.** $\overline{MN} = (5; 3)$.

Lời giải

$$\overline{BC} = (2; -8) ; \overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC} = (1; -4).$$

Câu 43: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M(2; 3)$, $N(0; -4)$, $P(-1; 6)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Tìm tọa độ đỉnh A ?

- A.** $A(1; 5)$. **B.** $A(-3; -1)$. **C.** $A(-2; -7)$. **D.** $A(1; -10)$.

Lời giải

Gọi $A(x; y)$. Từ giả thiết, ta suy ra $\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{MN}$. (*)

Ta có $\overrightarrow{PA} = (x+1; y-6)$ và $\overrightarrow{MN} = (-2; -7)$.

$$\text{Khi đó (*)} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = -2 \\ y-6 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow A(-3; -1).$$

Câu 44: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm $A(1;3)$, $B(4;0)$, $C(2;-5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là

- A.** $M(1;18)$. **B.** $M(-1;18)$. **C.** $M(-18;1)$. **D.** $M(1;-18)$.

Lời giải

Gọi điểm $M(x_M; y_M)$.

$$\text{Theo bài ra } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-x_M) + (4-x_M) - 3(2-x_M) = 0 \\ (3-y_M) + (0-y_M) - 3(-5-y_M) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 1 \\ y_M = -18 \end{cases}.$$

Vậy $M(1;-18)$.

Câu 45: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;-3)$, $B(3;-4)$. Biết $M(x; y)$ trên trục hoành sao cho chu vi tam giác AMB nhỏ nhất. Giá trị của x nằm trong khoảng nào sau đây?

- A.** $(2;3)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Nhận xét: A, B nằm cùng phía đối với trục hoành

Gọi $M(x; 0)$ là điểm cần tìm và $A'(2;3)$ đối xứng với A qua trục hoành

$$* \overrightarrow{A'B} = (1; -7)$$

Ta có: $P = AM + MB + AB = MB + MA' + AB$

$$\Rightarrow P \geq A'B + AB$$

$$\Rightarrow P_{\min} = A'B + AB \Leftrightarrow A', M, B \text{ thẳng hàng}$$

$$* \overrightarrow{A'M} = (x-2; -3)$$

Ba điểm A', M, B thẳng hàng $\Leftrightarrow \overline{AM}$ cùng phương $\overline{A'B}$ $-7(x-2) = -3.1 \Leftrightarrow -7x+14 = -3 \Leftrightarrow x = \frac{17}{7}$

Vậy $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$ thỏa yêu cầu bài toán

Câu 46: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(2; 2), B(1; -3), C(-2; 2)$. Điểm M thuộc trục tung sao cho $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}|$ nhỏ nhất có tung độ là

- A.** $\frac{1}{3}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Leftrightarrow G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Ta có $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = |\overline{3MG}| = 3MG$.

Do đó $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}|$ nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của G lên trục Oy
 $\Rightarrow M\left(0; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 47: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2; 1), B(3; -4), C(1; 0)$. Tìm tọa độ tâm I đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A.** $I(-2; -4)$. **B.** $I(-2; 4)$. **C.** $I(2; -4)$. **D.** $I(2; 4)$.

Lời giải

Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có: $IA = IB = IC$.

$$\begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+2)^2 + (y-1)^2 = (x-3)^2 + (y+4)^2 \\ (x+2)^2 + (y-1)^2 = (x-1)^2 + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=2 \\ 3x-y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$$

Vậy $I(-2; -4)$.

Câu 48: Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1; 0), B(0; 3)$ và $C(-3; -5)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho biểu thức $P = |\overline{2MA} - \overline{3MB} + \overline{2MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A.** $M(4;0)$. **B.** $M(-4;0)$. **C.** $M(16;0)$. **D.** $M(-16;0)$.

Lời giải

Ta có $2\overline{MA} - 3\overline{MB} + 2\overline{MC} = 2(\overline{MI} + \overline{IA}) - 3(\overline{MI} + \overline{IB}) + 2(\overline{MI} + \overline{IC}), \forall I$
 $= \overline{MI} + 2(\overline{IA} - 3\overline{IB} + 2\overline{IC}), \forall I.$

Chọn điểm I sao cho $2\overline{IA} - 3\overline{IB} + 2\overline{IC} = \vec{0}$. (*)

Gọi $I(x; y)$, từ (*) ta có

$$\begin{cases} 2(1-x) - 3(0-x) + 2(-3-x) = 0 \\ 2(0-y) - 3(2-y) + 2(-5-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -19 \end{cases} \Rightarrow I(-4; -19).$$

Khi đó $P = |2\overline{MA} - 3\overline{MB} + 2\overline{MC}| = |\overline{MI}| = MI.$

Đề P nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất. Mà M thuộc trục hoành nên MI nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của I lên trục hoành $\Rightarrow M(-4;0)$.

Câu 49: Cho 3 điểm $A(-1;1), B(1;3), C(-2;0)$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai?

- A.** $3\overline{BA} = 2\overline{BC}$. **B.** A, B, C thẳng hàng.
C. $\overline{AB} = 2\overline{AC}$ **D.** $\overline{BA} + 2\overline{CA} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \overline{BA} &= (-2; -2) \\ \overline{BC} &= (-3; -3) \\ 3\overline{BA} &= (-6; -6); 2\overline{BC} = (-6; -6) \Rightarrow 3\overline{BA} = 2\overline{BC} \end{aligned}$$

Đáp án A đúng.

$\overline{BA} = -2\overline{BC}$ nên đáp án B đúng.

$\overline{AB} = (-2; -2)$

$\overline{AC} = (-1; -1)$

$\Rightarrow \overline{AB} = 2\overline{AC}$

Đáp án C đúng.

$$\overline{BA} + 2\overline{CA} = (2 + 2.1; 2 + 2.1) \neq \vec{0}.$$

Đáp án D sai.

Câu 50: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các điểm $A(m; -1), B(2; 1 - 2m), C\left(3m + 1; -\frac{7}{3}\right)$. Biết rằng có 2 giá trị m_1, m_2 của tham số m để A, B, C thẳng hàng. Tính $m_1 + m_2$.

- A. $\frac{1}{6}$. B. $-\frac{4}{3}$. C. $\frac{13}{6}$. D. $-\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overline{AB} = (2 - m; 2 - 2m), \overline{AC} = \left(2m + 1; -\frac{4}{3}\right)$.

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overline{AB}, \overline{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{2 - m}{2m + 1} = \frac{2 - 2m}{-\frac{4}{3}} \Leftrightarrow 6m^2 - m - 7 = 0 \text{ có 2 nghiệm phân}$$

biệt. Do đó: $m_1 + m_2 = \frac{1}{6}$.

Câu 51: Biết rằng hai vector \vec{a} và \vec{b} không cùng phương nhưng hai vector $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + x - 1 \vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{3}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Do hai vector $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x - 1)\vec{b}$ cùng phương.

Suy ra $2\vec{a} - 3\vec{b} = k[\vec{a} + (x - 1)\vec{b}]$ ($k \neq 0, k \in \mathbb{R}$)

$$\Rightarrow 2\vec{a} - 3\vec{b} = k\vec{a} + k(x - 1)\vec{b} \Rightarrow (k - 2)\vec{a} + [k(x - 1) + 3]\vec{b} = \vec{0} \quad (1).$$

Theo đầu bài hai vector \vec{a} và \vec{b} không cùng phương.

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k(x - 1) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ x - 1 = -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

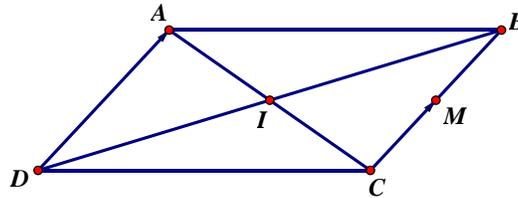
Vậy $x = -\frac{1}{2}$.

Câu 52: Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm $I(-2;0)$ và $A(1;3), D(1;1)$, M là trung điểm BC . Tìm tọa độ điểm M ?

- A. $M(-3;-1)$. B. $M(-1;-2)$. C. $M(1;2)$. D. $M(-5;-2)$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{DA} = (0;2)$.

Do I là tâm của hình bình hành $ABCD$ nên I là trung điểm của $AC \Rightarrow \begin{cases} x_C = 2x_I - x_A = -5 \\ y_C = 2y_I - y_A = -3 \end{cases}$

$\Rightarrow C(-5;-3)$.

Giả sử: $M(x;y)$.

Do M là trung điểm của BC và $ABCD$ là hình bình hành nên:

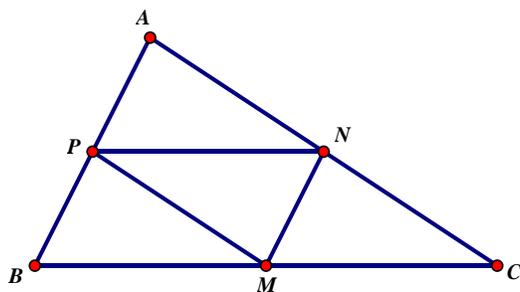
$$\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA} \Leftrightarrow \begin{cases} x+5 = \frac{1}{2}.0 \\ y+3 = \frac{1}{2}.2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow M(-5;-2).$$

Câu 53: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $M(1;-1), N(3;2), P(0;-5)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA và AB của tam giác ABC . Tìm tọa độ điểm A là

- A. $(2;-2)$. B. $(5;1)$. C. $(\sqrt{5};0)$. D. $(2;\sqrt{2})$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), C(x_C; y_C)$. Vì M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA và AB nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_B + x_C = 2x_M \\ y_B + y_C = 2y_M \\ x_A + x_C = 2x_N \\ y_A + y_C = 2y_N \\ x_A + x_B = 2x_P \\ y_A + y_B = 2y_P \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + x_C = 2 \\ y_B + y_C = -2 \\ x_A + x_C = 6 \\ y_A + y_C = 4 \\ x_A + x_B = 0 \\ y_A + y_B = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 2 \\ y_A = -2 \end{cases}$$

Vậy điểm $A(2; -2)$.

Cách 2: (ADMIN)

Ta có $APMN$ là hình bình hành, suy ra $\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{MN} \Rightarrow \begin{cases} x_A - 0 = 3 - 1 \\ y_A + 5 = 2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 2 \\ y_A = -2 \end{cases}$.

Vậy $A(2; -2)$.

Câu 54: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $M(4; 1), N(-1; 2)$, $M'(x; y)$ là điểm đối xứng với M qua N . Khi đó $x + y$ có giá trị là

- A.** -3 . **B.** 3 . **C.** 9 . **D.** -9 .

Lời giải

Chọn A

Ta có $M'(x; y)$ là điểm đối xứng với M qua N nên N là trung điểm MM' .

Tọa độ điểm M' là $\begin{cases} x_{M'} = 2x_N - x_M \\ y_{M'} = 2y_N - y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = -6 \\ y_{M'} = 3 \end{cases}$.

Vậy $x + y = -3$.

Câu 55: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hình bình hành $ABCD$. Gọi I là trung điểm CD , G là trọng tâm tam giác BCI . Biết $\overline{AB} = (6; 6)$, $\overline{AD} = (-3; 3)$, $A(m; n)$. Tìm tọa độ điểm G theo m và n .

- A.** $G(m+7; n+3)$ **B.** $G(m+3; n+7)$.
C. $G(m-3; n+7)$. **D.** $G(m+3; n-7)$.

Lời giải

Chọn B

$$\overline{AB} = (6; 6) \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_A = 6 \\ y_B - y_A = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 6 + m \\ y_B = 6 + n \end{cases} \text{ hay } B(6+m; 6+n).$$

Tương tự $D(-3+m; 3+n)$.

Mặt khác $ABCD$ là hình bình hành nên $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC} \Rightarrow \overline{AC} = (3; 9) \Rightarrow C(3+m; 9+n)$.

Vì I là trung điểm của CD nên $I(m; 6+n)$.

Vì G là trọng tâm của tam giác BCI nên $G\left(\frac{x_B + x_C + x_I}{3}; \frac{y_B + y_C + y_I}{3}\right)$.

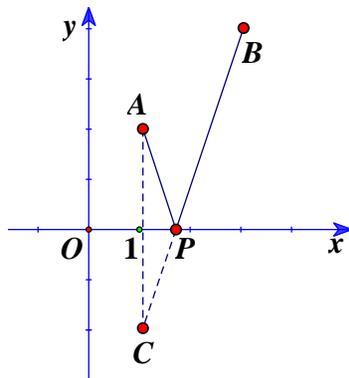
Do đó $G(m+3; n+7)$.

Câu 56: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 2)$ và $B(3; 4)$. Điểm $P\left(\frac{a}{b}; 0\right)$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản) trên trục hoành thỏa mãn tổng khoảng cách từ P tới hai điểm A và B là nhỏ nhất. Tính $S = a + b$.

- A.** $S = -2$. **B.** $S = 8$. **C.** $S = 7$. **D.** $S = 4$.

Lời giải

Chọn B



Gọi C là điểm đối xứng của $A(1;2)$ qua trục Ox .

Suy ra $C(1;-2)$.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $C(1;-2)$ và $B(3;4)$ là:

$$\frac{x-1}{3-1} = \frac{y-(-2)}{4-(-2)} \Leftrightarrow 3(x-1) = y+2 \Leftrightarrow 3x - y - 5 = 0.$$

Khi đó điểm P cần tìm là giao điểm của đường thẳng BC và trục Ox .

Cho $y=0$ suy ra: $x = \frac{5}{3}$.

Vậy $P\left(\frac{5}{3}; 0\right)$. Suy ra: $a=5; b=3$. Do đó: $S = a+b=8$

Câu 57: Trong mặt phẳng Oxy tọa độ điểm N trên cạnh BC của tam giác ABC có

$A(1;-2), B(2;3), C(-1;-2)$ sao cho $S_{\triangle ABN} = 3S_{\triangle ANC}$ là

A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $N(x; y)$ là điểm thuộc cạnh BC .

$$S_{\triangle ABN} = 3S_{\triangle ANC} \Leftrightarrow BN = 3NC \Leftrightarrow \overline{BN} = 3\overline{NC}.$$

$$\text{Mà } \overline{BN} = (x-2; y-3), \overline{NC} = (-1-x; -2-y) \text{ nên } \overline{BN} = 3\overline{NC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = -3-3x \\ y-3 = -6-3y \end{cases}$$

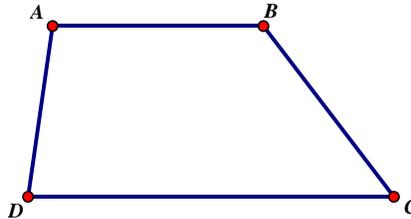
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{4} \\ y = -\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow N\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right).$$

Câu 58: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1;3), B(-1;-2), C(1;5)$. Tọa độ D trên trục Ox sao cho $ABCD$ là hình thang có hai đáy AB và CD là

- A. $(1;0)$. B. $(0;-1)$.
 C. $(-1;0)$. D. Không tồn tại điểm D .

Lời giải

Chọn D



Giả sử điểm $D(x_D;0)$, ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; -5); \overrightarrow{DC} = (1 - x_D; 5);$

$$\overrightarrow{AB} \text{ và } \overrightarrow{DC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{1 - x_D}{-2} = \frac{5}{-5} \Leftrightarrow x_D = -1 \Rightarrow D(-1;0).$$

Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (-2; -5); \overrightarrow{DC} = (2; 5) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{DC}$ nên \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{DC} không cùng hướng.

Vậy không tồn tại điểm D .

Câu 59: Cho M là một điểm thuộc đoạn thẳng AB thỏa mãn $MA = 2MB$. Tìm M biết $A(1;1), B(10;4)$.

- A. $M(7;3)$. B. $M(4;2)$. C. $M(19;7)$. D. $M(-19;-7)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi điểm $M(x; y)$

Vì M là một điểm thuộc đoạn thẳng AB và $MA = 2MB$ nên

$$\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x-10) = -9 \\ 3(y-4) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases}. \text{ Vậy } M(7;3).$$

Câu 60: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-4;5)$, $B(-2;1)$. Tọa độ của điểm M trên trục tung sao cho

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ ngắn nhất là

- A.** $M(0;2)$. **B.** $M(0;-2)$. **C.** $M(0;3)$. **D.** $M(0;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x; y) \in Oy \Rightarrow M(0; y)$.

Ta có:
$$\begin{cases} \overrightarrow{MA} = (-4; 5-y) \\ \overrightarrow{MB} = (-2; 1-y) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = (-6; 6-2y).$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = \sqrt{72 - 24y + 4y^2} = \sqrt{(2y-6)^2 + 36} \geq 6.$$

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ ngắn nhất là 6. Dấu "=" xảy ra khi: $2y - 6 = 0 \Leftrightarrow y = 3$.

Vậy $M(0;3)$.

Câu 61: Cho ba điểm $A(1;0)$, $B(0;3)$, $C(-3;-5)$. Điểm M thuộc Ox sao cho $|2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$

bé nhất. Khi đó tọa độ M là

- A.** $(-3;0)$. **B.** $(3;0)$. **C.** $(-4;0)$. **D.** $(4;0)$.

Lời giải

Chọn C

$M \in Ox \Rightarrow M(x;0)$

Ta có: $2\overrightarrow{MA} = (2-2x;0)$, $3\overrightarrow{MB} = (-3x;9)$, $2\overrightarrow{MC} = (-6-2x;-10)$

$$\Rightarrow 2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = (-x-4; -19)$$

$$\Rightarrow |2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}| = \sqrt{(x+4)^2 + 19^2} \geq 19$$

Giá trị nhỏ nhất của $|2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ bằng 19, dấu "=" xảy ra khi $x = -4$

Vậy $M(-4;0)$

Câu 62: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;-1)$ và $B(3;2)$. Tìm M thuộc trục tung sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

A. $M(0;1)$. **B.** $M(0;-1)$.

C. $M\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

D. $M\left(0;-\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Có $M \in Oy \Rightarrow M(0; y)$ và $\overline{MA} = (1; -1 - y)$, $\overline{MB} = (3; 2 - y)$.

Ta có $MA^2 + MB^2 = 1 + (y+1)^2 + 3^2 + (y-2)^2 = 2y^2 - 2y + 15 = 2\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{29}{2} \geq \frac{29}{2}$ dấu bằng xảy ra

khi $y - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}$.

Vậy $M\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 63: Trong mặt phẳng cho hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(2;2)$, $B(1;-3)$, $C(-2;2)$.

Điểm M thuộc trục tung sao cho $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}|$ nhỏ nhất có tung độ là

A. $\frac{1}{3}$.

B. $-\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. M thuộc trục tung nên $M(0; y_M)$.

Ta có $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = |3\overline{MG}| = 3MG$.

Do đó $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}|$ nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất.

Lại có $\overline{MG} = \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3} - y_M\right) \Rightarrow MG = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3} - y_M\right)^2} \geq \frac{1}{3}$.

Khi đó MG nhỏ nhất bằng $\frac{1}{3}$ xảy ra khi và chỉ khi $\frac{1}{3} - y_M = 0 \Leftrightarrow y_M = \frac{1}{3}$.

•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1. Trong mặt phẳng toạ độ, cho các điểm $A(0;2); B(1;1); C(-1;-2)$. Các điểm A', B', C' lần lượt chia các đoạn BC, CA, AB theo các tỉ số $-1; \frac{1}{2}; -2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$A' = \left(0; -\frac{1}{2}\right)$		
b)	$B' (2; 6)$		
c)	$C' = \left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$		
d)	Ba điểm A', B', C' thẳng hàng.		

Câu 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho $A(-2;5), B(-4;-2), C(1;5)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.		
b)	$G\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ là toạ độ trọng tâm của tam giác ABC .		
c)	Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi đó toạ độ điểm D là $D(3;10)$		
d)	$ACB = 45^\circ$		

Câu 3. Cho $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\vec{a} = (-1; 3)$		
b)	$\vec{b} = (1; 2)$		
c)	$\vec{a} + \vec{b} = (1; 5)$		
d)	$\vec{a} - \vec{b} = (2; 1)$		

Câu 4. Cho $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j}, \vec{b} = -2\vec{j}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\vec{a} = (-3; 1)$		
b)	$\vec{b} = (0; -2)$		
c)	$\vec{a} + \vec{b} = (3; 1)$		
d)	$\vec{a} - \vec{b} = (3; -3)$		

Câu 5. Cho $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\vec{a} = (3; -2)$		
b)	$\vec{b} = (-1; 1)$		
c)	$2\vec{a} + 3\vec{b} = (9; 1)$		
d)	$\vec{a} - 2\vec{b} = (1; 4)$		

Câu 6. Cho $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} + 2\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\vec{a} = \left(\frac{1}{2}; -2\right)$		
b)	$\vec{b} = \left(1; -\frac{1}{2}\right)$		
c)	$2\vec{a} + 3\vec{b} = \left(4; \frac{5}{2}\right)$		
d)	$\vec{a} - 2\vec{b} = \left(-\frac{3}{2}; 3\right)$		

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vector $\vec{a} = (2; -2), \vec{b} = (4; 1)$ và $\vec{c} = (0; -1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$2\vec{a} - \vec{b} - 3\vec{c} = (0; -2)$		
b)	Vector $\vec{e} = (1; -1)$ cùng phương, cùng hướng với vector \vec{a}		
c)	Vector $\vec{f} = \left(-1; -\frac{1}{4}\right)$ cùng phương, cùng hướng với vector \vec{b}		
d)	$\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{5}{2}\vec{c}$		

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có các đỉnh thỏa mãn

$\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j}, \overrightarrow{OB} = \vec{i} + \vec{j}, \overrightarrow{OC} = 4\vec{i} + \vec{j}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$A(2; -1), B(1; 1), C(4; 1)$		
b)	E là trung điểm AB nên $E\left(\frac{3}{2}; 0\right)$		
c)	G là trọng tâm ΔABC nên $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$		
d)	Điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành nên $D(2; -1)$		

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(-4; 1), B(2; 4), C(2; -2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Tọa độ điểm D sao cho C là trọng tâm tam giác ABD là $D(8; 11)$		
b)	Tọa độ điểm E thuộc trục hoành sao cho A, B, E thẳng hàng là $E(-6; 0)$		
c)	$\overrightarrow{BC} = (0; -6), \overrightarrow{AC} = (6; -3)$		
d)	Tọa độ F thỏa mãn $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CF}$ là $F(20; 5)$		

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-2; -1), B(1; 3), C(2; -3)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	A, B, C là ba đỉnh một tam giác.		
b)	Điểm $I(0; -2)$ là trung điểm của AB		
c)	Điểm M thuộc Ox sao cho $AM + BM$ bé nhất có hoành độ bằng $\frac{5}{4}$		
d)	Điểm N thuộc Oy sao cho $BN + CN$ bé nhất có tung độ bằng 2		

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (2; 3), \vec{b} = (-1; 2), \vec{c} = (-6; 4)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$ \vec{a} = \sqrt{13}$		
b)	$ \vec{b} = \sqrt{3}$		

c)	$ \vec{c} = \sqrt{13}$		
d)	Vector \vec{d} cùng phương với \vec{a} và có độ dài bằng $\frac{\sqrt{13}}{2}$ có tọa độ $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ hay $\left(-1; -\frac{3}{2}\right)$.		

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC với $A(4\sqrt{3}; -1), B(0; 3), C(8\sqrt{3}; 3)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$AC = 8$		
b)	Tam giác ABC cân tại B		
c)	$S_{\Delta ABC} = 16\sqrt{3}$		
d)	$ABC = 30^\circ$		

Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC với $A(4; 6), B(5; 1), C(1; -3)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\overline{AB} = (1; -5)$		
b)	Tọa độ điểm D thuộc Ox cách đều hai điểm A, B có hoành độ bằng 13		
c)	$I\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ là tọa độ tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC		
d)	Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{13}}{2}$		

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(7; -3), B(8; 4), C(1; 5), D(0; -2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\overline{AB} = (1; 7), \overline{AC} = (-6; 8)$		
b)	A, B, C là ba đỉnh một tam giác.		
c)	Tọa độ điểm $K(8; 4)$ là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .		
d)	Bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình vuông.		

Câu 15. Cho các vector $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}, \vec{b} = \frac{1}{3}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{c} = 3\vec{i}, \vec{d} = -2\vec{j}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\vec{a} = (2; 3)$		
b)	$\vec{b} = \left(\frac{1}{3}; 5\right)$		
c)	$\vec{c} = (0; 3)$		
d)	$\vec{d} = (0; -2)$		

Câu 16. Cho các vector $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j}, \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j}, \vec{c} = -\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j}, \vec{d} = -4\vec{j}, \vec{e} = 3\vec{i}$. Các mệnh đề sau đúng

hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\vec{a} = (1; -3)$		
b)	$\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$		
c)	$\vec{c} = \left(1; \frac{3}{2}\right)$		
d)	$\vec{d} = (0; -4), \vec{e} = (3; 0)$		

Câu 17. Cho các vector $\vec{a} = (2; 0), \vec{b} = \left(-1; \frac{1}{2}\right), \vec{c} = (4; -6)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\vec{a} + \vec{b} = \left(-1; \frac{1}{2}\right)$		
b)	$2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = \left(27; -\frac{63}{2}\right)$		
c)	Cho $m\vec{a} + \vec{b} - n\vec{c} = \vec{0}$ khi đó $\begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ n = \frac{1}{12} \end{cases}$		
d)	$\vec{c} = -4\vec{a} - 12\vec{b}$		

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; -5), B(1; 0)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$I\left(2; \frac{5}{2}\right)$ là trung điểm của AB		

b)	Tọa độ điểm C sao cho $\overrightarrow{OC} = -3\overrightarrow{AB}$ là $C(6; -15)$		
c)	Tọa độ điểm D đối xứng với A qua C là $D(9; 25)$		
d)	Tọa độ điểm M chia đoạn AB theo tỉ số $k = -3$ là $M\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{4}\right)$		

Câu 19. Cho ba điểm $A(-1;1), B(2;1), C(-1;-3)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.		
b)	$S_{\Delta ABC} = 12$		
c)	Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi $D(-4; -3)$		
d)	Điểm N thuộc trục Oy sao cho N cách đều B, C có tung độ bằng $-\frac{5}{8}$		

Câu 20. Cho tam giác ABC có $A(4;1), B(2;4), C(2;-2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$ABCD$ là hình bình hành khi $D(4;5)$		
b)	Tọa độ điểm E để tam giác BCE nhận điểm A làm trọng tâm là $E(8;1)$		
c)	Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là $H\left(\frac{13}{2}; 1\right)$		
d)	Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I\left(\frac{3}{4}; 1\right)$		

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = 2\vec{i}, \vec{b} = -3\vec{j}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{a} = (2; 0)$		
b)	$\vec{b} = (0; -3)$		
c)	$\vec{a} + \vec{b} = (2; 3)$		
d)	$3\vec{a} - 2\vec{b} = (6; 6)$		

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;3), B(2;5)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AB} = (3; -2)$		
b)	$\overrightarrow{BA} = (-3; 2)$		
c)	Tọa độ điểm M thỏa mãn: $\overrightarrow{AM} = (-4; 1)$ là $M(-5; 4)$		
d)	Tọa độ điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{NB} = -4\overrightarrow{AB}$ là $N(14; 13)$		

--	--	--	--

Câu 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho Cho $A(2,1), B(0,-3), \overline{OC} = \vec{j} + 3\vec{i}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$C(3;1)$		
b)	$\overline{OA} - 2\overline{OB} = (3;7)$		
c)	Tọa điểm D sao cho $\overline{AD} = (7;-9)$ là $D(9;-8)$		
d)	Tọa điểm E sao cho $\overline{OE} = \overline{OA} - 2\overline{OB}$ là $E(2;7)$		

Câu 24. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Ba điểm $A(-1;1), B(0;-1), C(1;1)$ tạo thành tam giác cân		
b)	Ba điểm $A(0;2), B(6;4), C(1;-1)$ tạo thành tam giác cân		
c)	Ba điểm $A(-2;1), B(3;2), C(2;7)$ tạo thành tam giác vuông		
d)	Ba điểm $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$ tạo thành tam giác cân		

Câu 25. Cho $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	ΔABC vuông tại A .		
b)	$S_{\Delta ABC} = 12$		
c)	Độ dài trung tuyến $BN = \frac{\sqrt{13}}{2}$		
d)	$I(6;1)$ là tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .		

Câu 26. Biết $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j}; \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j}; \vec{c} = -\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j}; \vec{d} = -4\vec{j}; \vec{e} = 3\vec{i}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\vec{a} = (1;3)$		
b)	$\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; -1\right)$		
c)	$\vec{c} = \left(1; \frac{3}{2}\right)$		
d)	$\vec{d} = (0;-4); \vec{e} = (3;0)$		

Câu 27. Cho $\vec{a} = (1;-2), \vec{b} = (0;3)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\vec{a} + \vec{b} = (1,1)$		
b)	$\vec{a} - \vec{b} = (1,5)$		
c)	$2\vec{a} - 3\vec{b} = (2,13)$		
d)	$\vec{a} + 2\vec{b} = (1,4)$		

Câu 28. Cho hai điểm $A(3;-5), B(1;0)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\vec{AB} = (-2;5)$		
b)	Toạ độ điểm C sao cho $\vec{OC} = -3\vec{AB}$ là $C(6;-5)$		
c)	Toạ độ điểm D đối xứng của A qua C có hoành độ bằng 7		
d)	Toạ độ điểm M chia đoạn AB theo tỉ số $k = -3$ là $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right)$		

Câu 29. Cho ba điểm $A(1;-2), B(0;4), C(3;2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\vec{AB} = (-1;6)$		
b)	$\vec{AC} = (2;4); \vec{BC} = (3;-2)$		
c)	Toạ độ trung điểm của đoạn AB là $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$		
d)	Toạ độ điểm N sao cho $\vec{AN} + 2\vec{BN} - 4\vec{CN} = \vec{0}$ là $N(11;12)$		

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2;1), B(-1;-2), C(-3;2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng AC là $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$		
b)	$\vec{AB} = (-3;-3), \vec{AC} = (-5;1)$		
c)	Ba điểm A, B, C thẳng hàng.		

d)	Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$		
-----------	---	--	--

Câu 31. Cho $\vec{a} = (1, 3), \vec{b} = (6, -2), \vec{c} = (x, 1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\vec{a} \perp \vec{b}$		
b)	Khi $x = -3$ thì $\vec{a} \perp \vec{c}$.		
c)	Khi $x = \frac{1}{3}$ thì \vec{a} cùng phương \vec{c} .		
d)	$\begin{cases} \vec{a} \perp \vec{d} \\ \vec{b} \cdot \vec{d} = 20 \end{cases}$ thì $\vec{d} = (3; -1)$		

LỜI GIẢI

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ, cho các điểm $A(0; 2); B(1; 1); C(-1; -2)$. Các điểm A', B', C' lần lượt chia các đoạn BC, CA, AB theo các tỉ số $-1; \frac{1}{2}; -2$. Khi đó:

a) $A' = \left(0; -\frac{1}{2}\right)$

b) $B' (2; 6)$

c) $C' = \left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$

b) Ba điểm A', B', C' thẳng hàng.

Lời giải

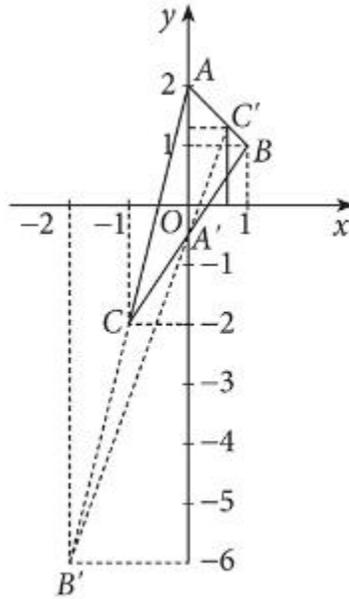
a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Theo đề bài ta có $\overrightarrow{A'B} = -\overrightarrow{A'C} = -1 \Rightarrow A'$ là trung điểm đoạn BC . Theo công

thức trung điểm ta có:

$$A' = \left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}\right) \Rightarrow A' = \left(0; -\frac{1}{2}\right)$$

Vì B' chia CA tỉ số $\frac{1}{2}$ nên $\overrightarrow{B'C} = \frac{1}{2}\overrightarrow{B'A}$.



$$\begin{cases} x_{B'} = \frac{x_C - \frac{1}{2}x_A}{1 - \frac{1}{2}} = -2 \\ y_{B'} = \frac{y_C - \frac{1}{2}y_A}{1 - \frac{1}{2}} = -6 \end{cases} \quad \text{Vậy } B'(-2; -6).$$

Tương tự tính được $C' = \left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

b) Ta có $\overrightarrow{A'B'} = \left(-2; -\frac{11}{2}\right); \overrightarrow{A'C'} = \left(\frac{2}{3}; \frac{11}{6}\right)$.

Rõ ràng $\overrightarrow{A'B'} = -3\overrightarrow{A'C'}$ nên A', B', C' thẳng hàng.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-2; 5), B(-4; -2), C(1; 5)$. Khi đó:

a) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) $G\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ là tọa độ trọng tâm của tam giác ABC .

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi đó tọa độ điểm D là $D(3; 10)$

d) $\angle ACB = 45^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; -7), \overrightarrow{AC} = (3; 0)$.

Do $\frac{3}{-2} \neq \frac{0}{-7}$ nên $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương. Vì vậy ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) Do G là trọng tâm của tam giác ABC nên $G\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

c) Giả sử $D(x; y)$. Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; -7), \overrightarrow{DC} = (1-x; 5-y)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = 1-x \\ -7 = 5-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 12 \end{cases}$. Vậy $D(3; 12)$.

d) Ta có: $AB = \sqrt{(-2)^2 + (-7)^2} = \sqrt{53}, AC = \sqrt{[1-(-2)]^2 + (5-5)^2} = 3,$

$$BC = \sqrt{[1-(-4)]^2 + [5-(-2)]^2} = \sqrt{74}.$$

Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-2) \cdot 3 + (-7) \cdot 0 = -6$.

Suy ra $\cos BAC = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{-6}{\sqrt{53} \cdot 3} = -\frac{2\sqrt{53}}{53}$ nên $BAC \approx 106^\circ$.

Ta có: $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 2.5 + 7.7 = 59$.

Suy ra $\cos ABC = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{59}{\sqrt{53} \cdot \sqrt{74}}$ nên $ABC \approx 20^\circ$.

Vậy $ACB = 180^\circ - (BAC + ABC) \approx 180^\circ - (106^\circ + 20^\circ) = 54^\circ$.

Câu 3. Cho $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$. Khi đó:

a) $\vec{a} = (-1; 3)$

b) $\vec{b} = (1; 2)$

c) $\vec{a} + \vec{b} = (1; 5)$

d) $\vec{a} - \vec{b} = (2; 1)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có : $\vec{a} = (-1; 3), \vec{b} = (1; 2) \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (0; 5), \vec{a} - \vec{b} = (-2; 1)$.

Câu 4. Cho $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j}, \vec{b} = -2\vec{j}$. Khi đó:

- a) $\vec{a} = (-3; 1)$
- b) $\vec{b} = (0; -2)$
- c) $\vec{a} + \vec{b} = (3; 1)$
- d) $\vec{a} - \vec{b} = (3; -3)$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

Ta có: $\vec{a} = (3; 1), \vec{b} = (0; -2) \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (3; -1), \vec{a} - \vec{b} = (3; 3)$.

Câu 5. Cho $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$. Khi đó:

- a) $\vec{a} = (3; -2)$
- b) $\vec{b} = (-1; 1)$
- c) $2\vec{a} + 3\vec{b} = (9; 1)$
- d) $\vec{a} - 2\vec{b} = (1; 4)$

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Ta có : $\vec{a} = (3; 2), \vec{b} = (1; -1) \Rightarrow \begin{cases} 2\vec{a} = (6; 4) \\ 3\vec{b} = (3; -3) \end{cases} \Rightarrow 2\vec{a} + 3\vec{b} = (9; 1); -2\vec{b} = (-2; 2) \Rightarrow \vec{a} - 2\vec{b} = (1; 4)$.

Câu 6. Cho $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} + 2\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$. Khi đó:

- a) $\vec{a} = \left(\frac{1}{2}; -2\right)$

$$b) \vec{b} = \left(1; -\frac{1}{2}\right)$$

$$c) 2\vec{a} + 3\vec{b} = \left(4; \frac{5}{2}\right)$$

$$d) \vec{a} - 2\vec{b} = \left(-\frac{3}{2}; 3\right).$$

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

$$\text{Ta có : } \vec{a} = \left(\frac{1}{2}; 2\right), \vec{b} = \left(1; -\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} 2\vec{a} = (1; 4) \\ 3\vec{b} = \left(3; -\frac{3}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow 2\vec{a} + 3\vec{b} = \left(4; \frac{5}{2}\right);$$

$$-2\vec{b} = (-2; 1) \Rightarrow \vec{a} - 2\vec{b} = \left(-\frac{3}{2}; 3\right).$$

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (2; -2)$, $\vec{b} = (4; 1)$ và $\vec{c} = (0; -1)$. Khi đó:

$$a) 2\vec{a} - \vec{b} - 3\vec{c} = (0; -2)$$

b) Vectơ $\vec{e} = (1; -1)$ cùng phương, cùng hướng với vectơ \vec{a}

c) Vectơ $\vec{f} = \left(-1; -\frac{1}{4}\right)$ cùng phương, cùng hướng với vectơ \vec{b}

$$c) \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{5}{2}\vec{c}$$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

$$\text{Ta có : } \begin{cases} 2\vec{a} = (4; -4) \\ -\vec{b} = (-4; -1) \\ -3\vec{c} = (0; 3) \end{cases} \Rightarrow \vec{d} = 2\vec{a} - \vec{b} - 3\vec{c} = (0; -2).$$

Ta $\vec{a} = (2; -2) = 2\vec{e}$ nên \vec{a}, \vec{e} là hai vectơ cùng phương với nhau, hơn nữa chúng cùng hướng với nhau vì $\vec{a} = k\vec{e}, k = 2 > 0$.

Tương tự : $\vec{b} = (4;1) = -4\vec{f}$, tức là $\vec{b} = k\vec{f}, k = -4 < 0$ nên \vec{b} và \vec{f} là hai vectơ cùng phương, ngược hướng với nhau.

Gọi m, n là các số thỏa mãn $\vec{a} = m\vec{b} + n\vec{c}$ (\vec{b}, \vec{c} không cùng phương).

$$\text{Khi đó : } \begin{cases} 2 = m \cdot 4 + n \cdot 0 \\ -2 = m \cdot 1 + n \cdot (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = \frac{5}{2} \end{cases} \cdot \text{Vậy } \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{5}{2}\vec{c}.$$

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có các đỉnh thỏa mãn

$\vec{OA} = 2\vec{i} - \vec{j}, \vec{OB} = \vec{i} + \vec{j}, \vec{OC} = 4\vec{i} + \vec{j}$. Khi đó:

a) $A(2; -1), B(1;1), C(4;1)$

b) E là trung điểm AB nên $E\left(\frac{3}{2}; 0\right)$

c) G là trọng tâm ΔABC nên $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$

d) Điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành nên $D(2; -1)$

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Ta có : $\vec{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} \Rightarrow A(2; -1), \vec{OB} = \vec{i} + \vec{j} \Rightarrow B(1;1), \vec{OC} = 4\vec{i} + \vec{j} \Rightarrow C(4;1)$.

b) E là trung điểm AB nên $x_E = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}, y_E = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0$ hay $E\left(\frac{3}{2}; 0\right)$

c) G là trọng tâm ΔABC nên $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{2+1+4}{3} = \frac{7}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-1+1+1}{3} = \frac{1}{3}$ hay $G\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

d) Ta có : $ABCD$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \vec{AD} = \vec{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - x_A = x_C - x_B \\ y_D - y_A = y_C - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = 4 - 1 \\ y_D + 1 = 1 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = -1 \end{cases}$$

Vậy $D(5; -1)$.

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$. Khi đó:

a) Tọa độ điểm D sao cho C là trọng tâm tam giác ABD là $D(8;11)$

b) Tọa độ điểm E thuộc trục hoành sao cho A, B, E thẳng hàng là $E(-6;0)$

c) $\overrightarrow{BC} = (0; -6), \overrightarrow{AC} = (6; -3)$

d) Tọa độ F thỏa mãn $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CF}$ là $F(20;5)$

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

C là trọng tâm tam giác ABD

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_C = \frac{x_A + x_B + x_D}{3} \\ y_C = \frac{y_A + y_B + y_D}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \frac{-4 + 2 + x_D}{3} \\ -2 = \frac{1 + 4 + y_D}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = -11 \end{cases}$$

Vậy $D(8; -11)$.

Gọi $E(x; 0) \in Ox \Rightarrow \overrightarrow{AE} = (x+4; -1), \overrightarrow{AB} = (6; 3)$.

Ba điểm A, B, E thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AE}$ cùng phương $\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \frac{x+4}{6} = \frac{-1}{3} \Leftrightarrow x+4 = -2 \Leftrightarrow x = -6$. Vậy

$E(-6; 0)$.

Gọi $F(x; y)$. Ta có: $\overrightarrow{AF} = (x+4; y-1), \overrightarrow{BC} = (0; -6), \overrightarrow{AC} = (6; -3)$

$\Rightarrow -2\overrightarrow{AC} = (-12; 6), \overrightarrow{CF} = (x-2; y+2), 2\overrightarrow{CF} = (2x-4; 2y+4)$.

Suy ra: $\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CF} = (2x-16; 2y+4)$.

Ta có: $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CF} \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 = 2x-16 \\ y-1 = 2y+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = -5 \end{cases}$. Vậy $F(20; -5)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-2; -1), B(1; 3), C(2; -3)$. Khi đó:

a) A, B, C là ba đỉnh một tam giác.

b) Điểm $I(0; -2)$ là trung điểm của AB

b) Điểm M thuộc Ox sao cho $AM + BM$ bé nhất có hoành độ bằng $\frac{5}{4}$

c) Điểm N thuộc Oy sao cho $BN + CN$ bé nhất có tung độ bằng 2

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Ta có : $\overline{AB} = (3; 4), \overline{AC} = (4; -2)$; vì $\frac{3}{4} \neq \frac{4}{-2} \Rightarrow \overline{AB}, \overline{AC}$ không cùng phương.

Vậy A, B, C không thẳng hàng hay A, B, C là ba đỉnh một tam giác.

Trung điểm AB có tọa độ $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$

Do $y_A \cdot y_B = -1.3 < 0$ nên hai điểm A, B nằm khác phía so với trục Ox . Vì M thuộc Ox mà $AM + BM$ bé nhất nên A, M, B thẳng hàng hay $\overline{AB}, \overline{AM}$ cùng phương.

Gọi $M(x; 0) \in Ox \Rightarrow \overline{AM} = (x+2; 1)$.

Ta có : $\overline{AB}, \overline{AM}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{x+2}{3} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4x+8=3 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{4}$.

Vậy $M\left(-\frac{5}{4}; 0\right)$.

Do $x_B \cdot x_C = 1.2 > 0$ nên hai điểm B, C nằm cùng phía so với trục Oy . Lấy C' đối xứng với C qua Oy , suy ra $C'(-2; -3)$ (lúc này C' và B khác phía so với trục Oy).

Vì N thuộc Oy nên $CN = C'N$. Do vậy $BN + CN = BN + C'N$; tổng này bé nhất khi và chỉ khi B, N, C' thẳng hàng hay $\overline{BC'}, \overline{BN}$ cùng phương.

Gọi $N(0; y) \in Oy \Rightarrow \overline{BN} = (-1; y-3), \overline{BC'} = (-3; -6)$.

Ta có : $\overline{BC'}, \overline{BN}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{-1}{-3} = \frac{y-3}{-6} \Leftrightarrow 6 = -3y+9 \Leftrightarrow y = 1$.

Vậy $N(0; 1)$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (2; 3), \vec{b} = (-1; 2), \vec{c} = (-6; 4)$. Khi đó:

a) $|\vec{a}| = \sqrt{13}$

b) $|\vec{b}| = \sqrt{3}$

c) $|\vec{c}| = \sqrt{13}$

b) Vector \vec{d} cùng phương với \vec{a} và có độ dài bằng $\frac{\sqrt{13}}{2}$ có tọa độ $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ hay $\left(-1; -\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Ta có : $|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}, |\vec{b}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}, |\vec{c}| = \sqrt{(-6)^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$.

Vì \vec{d} cùng phương với \vec{a} nên tồn tại $k \in \mathbb{R}$ để $\vec{d} = k\vec{a} = (2k; 3k)$

$\Rightarrow |\vec{d}| = \sqrt{4k^2 + 9k^2} = \sqrt{13k^2}$.

Mặt khác $|\vec{d}| = \frac{\sqrt{13}}{2} \Rightarrow \sqrt{13k^2} = \frac{\sqrt{13}}{2} \Rightarrow 13k^2 = \frac{13}{4} \Rightarrow k = \pm \frac{1}{2}$.

Vậy có hai vector thỏa mãn đề bài là $\vec{d} = \left(1; \frac{3}{2}\right)$ hay $\vec{d} = \left(-1; -\frac{3}{2}\right)$.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC với $A(4\sqrt{3}; -1), B(0; 3), C(8\sqrt{3}; 3)$. Khi đó:

a) $AC = 8$

b) Tam giác ABC cân tại B

b) $S_{\Delta ABC} = 16\sqrt{3}$

b) $\angle ABC = 30^\circ$

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Ta có $\vec{AB} = (-4\sqrt{3}; 4) \Rightarrow AB = \sqrt{(-4\sqrt{3})^2 + 4^2} = 8$

$$\overline{AC} = (4\sqrt{3}; 4) \Rightarrow AC = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = 8,$$

$$\overline{BC} = (8\sqrt{3}; 0) \Rightarrow BC = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 + 0^2} = 8\sqrt{3}.$$

Ta thấy $AB = AC = 8$ nên tam giác ABC cân tại A .

b) Chu vi tam giác $ABC : 2p = AB + AC + BC = 8 + 8 + 8\sqrt{3} = 8(2 + \sqrt{3})$.

Nửa chu vi tam giác là $p = 4(2 + \sqrt{3})$.

Diện tích tam giác: $S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = 16\sqrt{3}$.

c) Ta có : $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{8^2 + 8^2 - (8\sqrt{3})^2}{2 \cdot 8 \cdot 8} = -\frac{1}{2} \Rightarrow BAC = 120^\circ$.

Vì tam giác ABC cân tại A nên $ABC = ACB = 30^\circ$.

Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC với $A(4;6), B(5;1), C(1;-3)$. Khi đó:

a) $\overline{AB} = (1; -5)$

b) Tọa độ điểm D thuộc Ox cách đều hai điểm A, B có hoành độ bằng 13

c) $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ là tọa độ tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

d) Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{13}}{2}$

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) $\overline{AB} = (1; -5)$

b) Gọi $D(x; 0) \in Ox \Rightarrow AD = \sqrt{(x-4)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{x^2 - 8x + 52}$;

$$BD = \sqrt{(x-5)^2 + (-1)^2} = \sqrt{x^2 - 10x + 26}.$$

Ta có: $AD^2 = BD^2 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 52 = x^2 - 10x + 26 \Leftrightarrow 2x = -26 \Leftrightarrow x = -13$. Vậy $D(-13; 0)$.

c) Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC . Ta có : $IA = IB = IC$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)^2 + (y-6)^2 = (x-5)^2 + (y-1)^2 \\ (x-4)^2 + (y-6)^2 = (x-1)^2 + (y+3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 10y = -26 \\ -6x - 18y = -42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}. \text{ Vậy } I\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right).$$

d) Bán kính đường tròn là : $R = IA = \sqrt{\left(-\frac{1}{2} - 4\right)^2 + \left(\frac{5}{2} - 6\right)^2} = \frac{\sqrt{130}}{2}$.

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(7; -3), B(8; 4), C(1; 5), D(0; -2)$. Khi đó:

a) $\overline{AB} = (1; 7), \overline{AC} = (-6; 8)$

b) A, B, C là ba đỉnh một tam giác.

c) Tọa độ điểm $K(8; 4)$ là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .

d) Bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình vuông.

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Ta có: $\overline{AB} = (1; 7), \overline{AC} = (-6; 8)$.

b) Vì $\frac{1}{-6} \neq \frac{7}{8}$ nên hai vectơ $\overline{AB}, \overline{AC}$ không cùng phương, suy ra ba điểm A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.

c) Gọi $K(x; y)$ là điểm cần tìm, ta có: $\overline{AK} = (x - 7; y + 3), \overline{BK} = (x - 8; y - 4), \overline{BC} = (-7; 1)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overline{AK} \cdot \overline{BC} = 0 \text{ (do } AK \perp BC) \\ \overline{BK}, \overline{BC} \text{ cùng phu'o'ng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7(x - 7) + 1(y + 3) = 0 \\ \frac{x - 8}{-7} = \frac{y - 4}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7x + y = -52 \\ x + 7y = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 4 \end{cases}.$$

Vậy $K(8; 4)$.

d) Ta có: $\overline{DC} = (1; 7) = \overline{AB} \Rightarrow ABCD$ là hình bình hành (1).

Mặt khác: $\overline{AD} = (-7; 1), \overline{AB} \cdot \overline{AD} = 1 \cdot (-7) + 7 \cdot 1 = 0 \Rightarrow AB \perp AD$ (2); $AB = AD = 5\sqrt{2}$ (3).

Từ (1), (2), (3) suy ra $ABCD$ là bốn đỉnh của một hình vuông.

Câu 15. Cho các vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}, \vec{b} = \frac{1}{3}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{c} = 3\vec{i}, \vec{d} = -2\vec{j}$. Khi đó:

a) $\vec{a} = (2; 3)$

b) $\vec{b} = \left(\frac{1}{3}; 5\right)$

c) $\vec{c} = (0; 3)$

d) $\vec{d} = (0; -2)$

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Ta có: $\vec{a} = (2; 3), \vec{b} = \left(\frac{1}{3}; -5\right), \vec{c} = (3; 0), \vec{d} = (0; -2)$.

Câu 16. Cho các vector $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j}, \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j}, \vec{c} = -\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j}, \vec{d} = -4\vec{j}, \vec{e} = 3\vec{i}$. Khi đó:

a) $\vec{a} = (1; -3)$

b) $\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$

c) $\vec{c} = \left(1; \frac{3}{2}\right)$

d) $\vec{d} = (0; -4), \vec{e} = (3; 0)$

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Ta có: $\vec{a} = (1; -3), \vec{b} = \left(\frac{1}{2}; 1\right), \vec{c} = \left(-1; \frac{3}{2}\right), \vec{d} = (0; -4), \vec{e} = (3; 0)$.

Câu 17. Cho các vector $\vec{a} = (2; 0), \vec{b} = \left(-1; \frac{1}{2}\right), \vec{c} = (4; -6)$. Khi đó:

a) $\vec{a} + \vec{b} = \left(-1; \frac{1}{2}\right)$

b) $2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = \left(27; -\frac{63}{2}\right)$

c) Cho $m\vec{a} + \vec{b} - n\vec{c} = \vec{0}$ khi đó $\begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ n = \frac{1}{12} \end{cases}$

d) $\vec{c} = -4\vec{a} - 12\vec{b}$

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

a) $\vec{a} + \vec{b} = \left(1; \frac{1}{2}\right)$

b) Ta có:
$$\begin{cases} 2\vec{a} = (4; 0) \\ -3\vec{b} = \left(3; -\frac{3}{2}\right) \\ 5\vec{c} = (20; -30) \end{cases} \Rightarrow \vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = \left(27; -\frac{63}{2}\right)$$

c) Ta có: $m\vec{a} + \vec{b} - n\vec{c} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 - 4n = 0 \\ \frac{1}{2} + 6n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ n = -\frac{1}{12} \end{cases}$

d) Gọi: $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b} (x, y \in \mathbb{R})$. Ta có:
$$\begin{cases} 4 = x \cdot 2 + y \cdot (-1) \\ -6 = x \cdot 0 + y \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -12 \end{cases}$$

Vậy $\vec{c} = -4\vec{a} - 12\vec{b}$.

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; -5), B(1; 0)$. Khi đó:

a) $I\left(2; \frac{5}{2}\right)$ là trung điểm của AB

b) Tọa độ điểm C sao cho $\vec{OC} = -3\vec{AB}$ là $C(6; -15)$

c) Tọa độ điểm D đối xứng với A qua C là $D(9; 25)$

d) Tọa độ điểm M chia đoạn AB theo tỉ số $k = -3$ là $M\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{4}\right)$

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

a) Gọi $C(x_C; y_C)$. Ta có: $\vec{OC} = (x_C; y_C), \vec{AB} = (-2; 5) \Rightarrow -3\vec{AB} = (6; -15);$

$$\vec{OC} = -3\vec{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 6 \\ y_C = -15 \end{cases} \Rightarrow C(6; -15).$$

$$b) D \text{ đối xứng với } A \text{ qua } C \text{ hay } C \text{ là trung điểm của } AD \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = \frac{x_A + x_D}{2} \\ y_C = \frac{y_A + y_D}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2x_C - x_A = 2 \cdot 6 - 3 = 9 \\ y_D = 2y_C - y_A = 2(-15) - (-5) = -25 \end{cases} \Rightarrow D(9; -25).$$

$$c) M \text{ chia đoạn } AB \text{ theo tỉ số } k \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = k(x_B - x_M) \\ y_A - y_M = k(y_B - y_M) \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} x_M = \frac{x_A - k \cdot x_B}{1 - k} \\ y_M = \frac{y_A - k \cdot y_B}{1 - k} \end{cases} \text{ mà } k = 3 \text{ nên } \begin{cases} x_M = \frac{3 + 3 \cdot 1}{4} = \frac{3}{2} \\ y_M = \frac{-5 + 3 \cdot 0}{4} = -\frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right).$$

Câu 19. Cho ba điểm $A(-1;1), B(2;1), C(-1;-3)$. Khi đó:

a) A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.

b) $S_{\triangle ABC} = 12$

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi $D(-4; -3)$

d) Điểm N thuộc trục Oy sao cho N cách đều B, C có tung độ bằng $-\frac{5}{8}$

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (3;0), \overrightarrow{AC} = (0;-4)$. Xét số thực k thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC} \Rightarrow \begin{cases} 3 = k \cdot 0 \\ 0 = k(-4) \end{cases}$ (vô lí). Do vậy

không tồn tại số k thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$ hay hai vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương; suy ra ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Vậy A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.

b) Ta có: $AB = \sqrt{3^2 + 0^2} = 3, AC = \sqrt{0^2 + (-4)^2} = 4, \overrightarrow{BC} = (-3; -4), BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Dễ thấy $AB^2 + AC^2 = BC^2$ nên $\triangle ABC$ vuông tại A .

Chu vi tam giác ABC là: $2p = AB + AC + BC = 3 + 4 + 5 = 12$.

Diện tích tam giác là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$.

c) Gọi $D(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (-1-x; -3-y), \overrightarrow{AB} = (3; 0)$.

$ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-x=3 \\ -3-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=-3 \end{cases} \Rightarrow D(-4; -3)$

d) Gọi $N(0; y) \Rightarrow \begin{cases} BN^2 = (0-2)^2 + (y-1)^2 \\ CN^2 = (0+1)^2 + (y+3)^2 \end{cases}$.

N cách đều B và $C \Leftrightarrow BN = CN \Leftrightarrow BN^2 = CN^2$

$\Leftrightarrow 2^2 + (y-1)^2 = 1^2 + (y+3)^2 \Leftrightarrow y^2 - 2y + 5 = y^2 + 6y + 10 \Leftrightarrow y = -\frac{5}{8} \Rightarrow N\left(0; -\frac{5}{8}\right)$

Câu 20. Cho tam giác ABC có $A(4;1), B(2;4), C(2;-2)$. Khi đó:

a) $ABCD$ là hình bình hành khi $D(4;5)$

b) Tọa độ điểm E để tam giác BCE nhận điểm A làm trọng tâm là $E(8;1)$

c) Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là $H\left(\frac{13}{2}; 1\right)$

d) Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I\left(\frac{3}{4}; 1\right)$

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

a) Gọi $D(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (2-x; -2-y), \overrightarrow{AB} = (-2; 3)$. $ABCD$ là hình bình hành

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x=-2 \\ -2-y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-5 \end{cases}$ hay $D(4; -5)$.

b) Tam giác BCE nhận điểm A làm trọng tâm nên $\begin{cases} x_A = \frac{x_B + x_C + x_E}{3} \\ y_A = \frac{y_B + y_C + y_E}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = \frac{2+2+x_E}{3} \\ 1 = \frac{4-2+y_E}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 8 \\ y_E = 1 \end{cases}$.

Vậy $E(8;1)$.

c) Gọi $H(x; y) \Rightarrow \overline{AH} = (x-4; y-1), \overline{BH} = (x-2; y-4); \overline{BC} = (0; -6), \overline{AC} = (-2; -3)$

$$H \text{ là trực tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AH} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{BH} \cdot \overline{AC} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0(x-4) - 6(y-1) = 0 \\ -2(x-2) - 3(y-4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{2} \\ y = 1 \end{cases} \text{ hay } H\left(\frac{13}{2}; 1\right)$$

d) Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\text{Ta có : } IA = IB = IC \Leftrightarrow \begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)^2 + (y-1)^2 = (x-2)^2 + (y-4)^2 \\ (x-4)^2 + (y-1)^2 = (x-2)^2 + (y+2)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -8x - 2y + 17 = -4x - 8y + 20 \\ -8x - 2y + 17 = -4x + 4y + 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x + 6y = 3 \\ -4x - 6y = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{3}{4}; 1\right)$$

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = 2\vec{i}, \vec{b} = -3\vec{j}$. Khi đó:

- a) $\vec{a} = (2; 0)$
- b) $\vec{b} = (0; -3)$
- c) $\vec{a} + \vec{b} = (2; 3)$
- d) $3\vec{a} - 2\vec{b} = (6; 6)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Ta có $\vec{a} = (2; 0), \vec{b} = (0; -3), \vec{a} + \vec{b} = (2; -3)$

Khi đó $3\vec{a} = (6; 0), -2\vec{b} = (0; 6)$ nên $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} = (6+0; 0+6) = (6; 6)$.

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1; 3), B(2; 5)$. Khi đó:

- a) $\overline{AB} = (3; -2)$
- b) $\overline{BA} = (-3; 2)$
- c) Tọa độ điểm M thỏa mãn: $\overline{AM} = (-4; 1)$ là $M(-5; 4)$
- d) Tọa độ điểm N thỏa mãn $\overline{NB} = -4\overline{AB}$ là $N(14; 13)$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

Ta có $\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (3; 2)$ và tương tự $\overline{BA} = (-3; -2)$.

$M(x; y), \overline{AM} = (x+1; y-3)$.

Do $\overline{AM} = (-4; 1)$ nên $\begin{cases} x+1 = -4 \\ y-3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 4 \end{cases}$. Vậy $M(-5; 4)$.

Tương tự gọi điểm $N(x_N; y_N)$ ta có $\overline{NB} = (2 - x_N; 5 - y_N), \overline{AB} = (3; 2)$. Ta có

$\overline{NB} = -4\overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x_N = -4.3 \\ 5 - y_N = -4.2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 14 \\ y_N = 13 \end{cases}$. Vậy $N(14; 13)$.

Câu 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho Cho $A(2,1), B(0,-3), \overline{OC} = \vec{j} + 3\vec{i}$. Khi đó:

a) $C(3;1)$.

b) $\overline{OA} - 2\overline{OB} = (3; 7)$

c) Tọa điểm D sao cho $\overline{AD} = (7; -9)$ là $D(9; -8)$

d) Tọa điểm E sao cho $\overline{OE} = \overline{OA} - 2\overline{OB}$ là $E(2; 7)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

$\overline{OC} = \vec{j} + 3\vec{i} \Leftrightarrow \overline{OC} = 3\vec{i} + \vec{j} \Leftrightarrow C(3; 1)$

Ta có $\overline{AD} = (7; -9) \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = 7 \\ y_D - 1 = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 9 \\ y_D = -8 \end{cases}$. Vậy $D(9; -8)$.

Ta có $\overline{OA} - 2\overline{OB} = (2; 7)$ nên $\overline{OE} = (2; 7)$. Vậy $E(2; 7)$.

Câu 24. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Ba điểm $A(-1; 1), B(0; -1), C(1; 1)$ tạo thành tam giác cân

b) Ba điểm $A(0;2), B(6;4), C(1;-1)$ tạo thành tam giác cân

c) Ba điểm $A(-2;1), B(3;2), C(2;7)$ tạo thành tam giác vuông

d) Ba điểm $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$ tạo thành tam giác cân

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) $AB = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}; AC = \sqrt{4} = 2; BC = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} \Rightarrow AB = BC (= \sqrt{5}) \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại B .

b) $AB = \sqrt{36+4} = 2\sqrt{10}; AC = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}; BC = \sqrt{25+25} = 5\sqrt{2}$ Vì

$$\begin{cases} BC^2 = 50 \\ AB^2 + AC^2 = 50 \end{cases} \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \Delta ABC \text{ vuông tại } A$$

c) $AB = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}; AC = \sqrt{16+36} = \sqrt{52}; BC = \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$.

Vì $AC^2 = AB^2 + BC^2 (= 52) \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B .

Mà $BA = BC (= \sqrt{26}) \Rightarrow \Delta ABC$ vuông cân tại A .

d) $AB = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}; BC = \sqrt{64+36} = 10; AC = \sqrt{81+9} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$.

$\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 (= 100) \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A .

Câu 25. Cho $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Khi đó:

a) ΔABC vuông tại A .

b) $S_{\Delta ABC} = 12$

c) Độ dài trung tuyến $BN = \frac{\sqrt{13}}{2}$

d) $I(6;1)$ là tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) $AB = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}; BC = \sqrt{64+36} = 10; AC = \sqrt{81+9} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$.

$\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 (= 100) \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A .

$$b) S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \cdot 3\sqrt{10} = 15.$$

$$c) \text{ Gọi } N \text{ là trung điểm } AC \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{1+10}{2} = \frac{11}{2} \\ y_N = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1-2}{2} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{11}{2}; -\frac{1}{2}\right)$$

$$BN = \sqrt{\left(\frac{11}{2} - 2\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - 4\right)^2} = \frac{\sqrt{136}}{2}.$$

d) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC \cdot \Delta ABC$ vuông tại $A \Rightarrow I$ là trung điểm

$$BC \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{2+10}{2} = 6 \\ y_I = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{4-2}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow I(6;1).$$

Câu 26. Biết $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j}; \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j}; \vec{c} = -\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j}; \vec{d} = -4\vec{j}; \vec{e} = 3\vec{i}$. Khi đó:

a) $\vec{a} = (1; 3)$

b) $\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; -1\right)$

c) $\vec{c} = \left(1; \frac{3}{2}\right)$

d) $\vec{d} = (0; -4); \vec{e} = (3; 0)$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------------	---------------	---------------	----------------

$$\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = (1; -3); \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j} \Rightarrow \vec{b} = \left(\frac{1}{2}; 1\right); \vec{c} = -\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j} \Rightarrow \vec{c} = \left(-1; \frac{3}{2}\right)$$

$$\vec{d} = -4\vec{j} \Rightarrow \vec{d} = (0; -4); \vec{e} = 3\vec{i} \Rightarrow \vec{e} = (3; 0).$$

Câu 27. Cho $\vec{a} = (1; -2), \vec{b} = (0; 3)$. Khi đó:

a) $\vec{a} + \vec{b} = (1, 1)$

b) $\vec{a} - \vec{b} = (1, 5)$

c) $2\vec{a} - 3\vec{b} = (2, 13)$

d) $\vec{a} + 2\vec{b} = (1, 4)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

$$\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} = (1, 1), \quad \vec{y} = \vec{a} - \vec{b} = (1, -5), \quad \vec{z} = 2\vec{a} - 3\vec{b} = (2, -13).$$

$$\vec{a} + 2\vec{b} = (1, 4)$$

Câu 28. Cho hai điểm $A(3; -5), B(1; 0)$. Khi đó:

a) $\overline{AB} = (-2; 5)$

a) Tọa độ điểm C sao cho $\overline{OC} = -3\overline{AB}$ là $C(6; -5)$

c) Tọa độ điểm D đối xứng của A qua C có hoành độ bằng 7

d) Tọa độ điểm M chia đoạn AB theo tỉ số $k = -3$ là $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

$$\text{Gọi } C(a; b) \Rightarrow \overline{OC} = (a, b); \overline{AB} = (-2; 5). \overline{OC} = -3\overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -15 \end{cases}.$$

Vậy $C(6; -15)$.

$$\text{Gọi } D(c; d) \Rightarrow \overline{CD} = (c - 6; d + 15). \overline{AC} = (3; -10);$$

$$\overline{AC} = \overline{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} c - 6 = 3 \\ d + 15 = -10 \end{cases} \Rightarrow D(9; -25)$$

$$\text{Gọi } M(x; y) \Rightarrow \overline{MA} = (3 - x; -5 - y), \overline{MB} = (1 - x; -y).$$

$$\text{Vì } M \text{ chia đoạn } AB \text{ theo tỉ số } k = -3 \Rightarrow \overline{MA} = -3\overline{MB} \Rightarrow \begin{cases} 3 - x = -3(1 - x) \\ -5 - y = -3(-y) \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right)$$

Câu 29. Cho ba điểm $A(1; -2), B(0; 4), C(3; 2)$. Khi đó:

a) $\overline{AB} = (-1; 6)$

b) $\overline{AC} = (2; 4); \overline{BC} = (3; -2)$

c) Tọa độ trung điểm của đoạn AB là $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

d) Tọa độ điểm N sao cho $\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{BN} - 4\overrightarrow{CN} = \vec{0}$ là $N(11; 12)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 6); \overrightarrow{AC} = (2; 4); \overrightarrow{BC} = (3; -2).$$

Vì I là trung điểm của đoạn AB nên
$$\begin{cases} x_I = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{-2+4}{2} = 1 \end{cases} \cdot \text{Vậy } I\left(\frac{1}{2}; 1\right).$$

Gọi $N(x; y)$. Ta có: $\overrightarrow{AN} = (x-1; y+2); \overrightarrow{BN} = (x; y-4); \overrightarrow{CN} = (x-3; y-2)$

$$\text{Vi } \overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{BN} - 4\overrightarrow{CN} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1+2x-4(x-3)=0 \\ y+2+2(y-4)-4(y-2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=11 \\ y=2 \end{cases} \cdot N(11; 2).$$

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; 1), B(-1; -2), C(-3; 2)$. Khi đó:

a) Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AC là $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

b) $\overrightarrow{AB} = (-3; -3), \overrightarrow{AC} = (-5; 1)$

c) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

d) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Gọi M là trung điểm $AC \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{2-3}{2} = -\frac{1}{2} \\ y_M = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right).$

Tính được $\overline{AB} = (-3; -3), \overline{AC} = (-5; 1)$ dẫn đến hai vectơ đó không cùng phương. Nói cách khác ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác.

$$\text{Gọi } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{2-1-3}{3} = -\frac{2}{3} \\ y_G = \frac{1-2+2}{3} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

Câu 31. Cho $\vec{a} = (1, 3), \vec{b} = (6, -2), \vec{c} = (x, 1)$. Khi đó:

a) $\vec{a} \perp \vec{b}$.

b) Khi $x = -3$ thì $\vec{a} \perp \vec{c}$.

c) Khi $x = \frac{1}{3}$ thì \vec{a} cùng phương \vec{c} .

d) $\begin{cases} \vec{a} \perp \vec{d} \\ \vec{b} \cdot \vec{d} = 20 \end{cases}$ thì $\vec{d} = (3; -1)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 6 + 3 \cdot (-2) = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.

b) Ta có: $\vec{a} \perp \vec{c} \Leftrightarrow a_1c_1 + a_2c_2 = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot x + 3 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow x = -3$.

c) \vec{a} cùng phương $\vec{c} \Leftrightarrow \frac{c_1}{a_1} = \frac{c_2}{a_2} \Leftrightarrow \frac{x}{1} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.

d) $\begin{cases} \vec{a} \perp \vec{d} \\ \vec{b} \cdot \vec{d} = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{d} = 0 \\ \vec{b} \cdot \vec{d} = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1d_1 + a_2d_2 = 0 \\ b_1d_1 + b_2d_2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d_1 + 3d_2 = 0 \\ 6d_1 - 2d_2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d_1 = 3 \\ d_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \vec{d} = (3; -1)$.

♦ Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Tìm tọa độ của vectơ \vec{u} biết $\vec{u}(2m-1; -2)$ và cùng phương với $\vec{v}(-2; m+3)$.

Trả lời:.....

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(5;3), N(-3;5)$. Tìm tọa độ điểm P nằm trên trục hoành sao cho ba điểm M, N, P thẳng hàng

Trả lời:.....

Câu 3. Cho các điểm $A(1;2), B(-2;0); C(0;5)$ tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} + 3\overrightarrow{CM} = \vec{0}$.

Trả lời:.....

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (m;2), \vec{b} = (-3;n)$ và $\vec{c} = (-2m;7)$. Tìm m, n biết: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$

Trả lời:.....

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (m;2), \vec{b} = (-3;n)$ và $\vec{c} = (-2m;7)$. Tìm m, n biết: $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

Trả lời:.....

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2;2), B(1;-3), C(-3;0)$. Tìm tọa độ điểm E thỏa mãn $\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

Trả lời:.....

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3;4), B(-1;-2), C(8;1)$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng BC sao cho diện tích của tam giác ABC bằng ba lần diện tích của tam giác ABM .

Trả lời:.....

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;5), B(9;3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành sao cho $\angle AMB = 90^\circ$.

Trả lời:.....

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (3m;4m-1)$ và $\vec{b} = (\sqrt{2};\sqrt{2})$ (với m là tham số). Tìm m để góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng 45° .

Trả lời:.....

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(4;-2)$ và $B(10;4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục tung sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời:.....

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (2; -1), \vec{b} = (1; 1)$ và $\vec{d} = (2m + 2; 1 - m^2)$

Tìm m dương biết rằng \vec{d} cùng phương với \vec{a} .

Trả lời:.....

Câu 12. Cho các vectơ $\vec{a} = (1; -2), \vec{b} = (-2; -6), \vec{c} = (m + n; -m - 4n)$.

Tìm hai số m, n sao cho \vec{c} cùng phương \vec{a} và $|\vec{c}| = 3\sqrt{5}$.

Trả lời:.....

Câu 13. Cho các vectơ $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm x để: $\vec{a} \perp \vec{b}$

Trả lời:.....

Câu 14. Cho các vectơ $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm x để: $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.

Trả lời:.....

Câu 15. Cho các vectơ $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm x để: \vec{a}, \vec{b} cùng phương với nhau.

Trả lời:.....

Câu 16. Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1; 1), B(2; 4), C(10; -2)$. Tính diện tích tam giác ABC .

Trả lời:.....

Câu 17. Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1; 1), B(2; 4), C(10; -2)$. Tính $\cos B$.

Trả lời:.....

Câu 18. Tìm điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại B với $A(2; 4), B(1; 1)$.

Trả lời:.....

Câu 19. Tìm đỉnh D của hình thang cân $ABCD$ với $A(2; 0), B(0; 2), C(0; 7)$.

Trả lời:.....

Câu 20. Cho ba điểm $A(-1; 4), B(1; 1), C(3; -1)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho $|MA - MB|$ bé nhất.

Trả lời:.....

Câu 21. Cho ba điểm $A(-1;4), B(1;1), C(3;-1)$. Tìm điểm N thuộc trục hoành sao cho $|NA - NC|$ bé nhất.

Trả lời:.....

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(2,4), B(-1,3), C(2,5)$. Tìm tọa độ điểm E thỏa mãn đẳng thức vector $\overrightarrow{AE} - 3\overrightarrow{EC} + 2\overrightarrow{EB} = \vec{0}$

Trả lời:.....

Câu 23. Cho hai vector $\vec{a} = (1;2)$ và $\vec{b} = (5;3)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{v} = \vec{a} + 3\vec{b}$

Trả lời:.....

Câu 24. Cho hai vector $\vec{a} = (2;-2)$ và $\vec{b} = (1;4)$. Hãy phân tích vector $\vec{c} = (5;0)$ theo hai vecto \vec{a} và \vec{b} .

Trả lời:.....

Câu 25. Cho $\vec{a} = (x;2), \vec{b} = (-5;1), \vec{c} = (x;7)$. Tìm x biết $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$

Trả lời:.....

Câu 26. Cho ba điểm $A(1;0), B(0;3), C(-3;-5)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao cho $T = |2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời:.....

Câu 27. Cho $\vec{u} = (2x-1;3), \vec{v} = (1;x+2)$. Có hai giá trị của x để \vec{u} cùng phương với \vec{v} . Tính tích hai giá trị đó.

Trả lời:.....

Câu 28. Cho $A(2;-4), B(6;0), C(m;4)$. Định m để A, B, C thẳng hàng.

Trả lời:.....

Câu 29. Cho $A(1;2), B(-2;6)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng.

Trả lời:.....

Câu 30. Cho $\vec{a} = (5;2), \vec{b} = (7;-3)$. Tìm \vec{x} thỏa $\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{x} = 38 \\ \vec{b} \cdot \vec{x} = 30 \end{cases}$.

Trả lời:.....

Câu 31. Tìm góc giữa \vec{a} và \vec{b} trong trường hợp sau: $\vec{a} = (4;3), \vec{b} = (1;7)$

Trả lời:.....

Câu 32. Cho $A(2;3), B(9;4), C(5;y)$. Tìm y để ΔABC vuông tại C .

Trả lời:.....

Câu 33. Cho ΔABC có $A(-3;6), B(1;-2), C(6;3)$. Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Trả lời:.....

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho tam giác ABC có $A(1;0); B(-1;1); C(5;-1)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

Trả lời:.....

Câu 35. Cho $A(0;-2), B(5;0)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho ΔABC đều.

Trả lời:.....

Câu 36. Cho $A(2;4), B(-2;1)$. Tìm điểm C trên trục hoành sao cho ΔABC cân tại A .

Trả lời:.....

Câu 37. Cho ΔABC có $A(5;6), B(4;-1), C(-4;3)$ Tìm tọa độ điểm K là hình chiếu vuông góc của A lên BC .

Trả lời:.....

Câu 38. Cho $A(-3;2), B(4;3)$. Tìm điểm M trên trục hoành sao cho ΔABC vuông tại M .

Trả lời:.....

Câu 39. Cho $A(4;4), B(0;1)$. Tìm điểm C trên Oy sao cho trung trực của AC đi qua B .

Trả lời:.....

Câu 40. Cho ΔABC có $A(5;6), B(4;-1), C(-4;3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đoạn BC sao cho

$$S_{\Delta MAB} = 5S_{\Delta MAC}.$$

Trả lời:.....

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ và $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm các giá trị thực của k để $2|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

Trả lời:.....

Câu 42. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(0;4), B(-2;-1), C(5;-1)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , I là trung điểm đoạn CG . Trên AC lấy điểm F sao cho $\overline{CF} = \frac{1}{4}\overline{FA}$. Tìm tọa độ điểm F ?

Trả lời:.....

Câu 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

Trả lời:.....

Câu 44. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$. Tìm tọa độ điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Trả lời:.....

Câu 45. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(0;1), B(1;3), C(2;7)$ và $D(0;3)$. Tìm giao điểm của hai đường thẳng AC và BD .

Trả lời:.....

Câu 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3;6), B(2;x)$. Xác định tọa độ điểm B biết rằng $\overline{OA} \cdot \overline{OB} = 12$.

Trả lời:.....

Câu 47. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;0)$ và $B(0;2)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại C .

Trả lời:.....

Câu 48. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(0;4), B(-3;0)$ và $C(10;4)$. Gọi M, N là chân các đường phân giác trong và phân giác ngoài của góc A . Tìm tọa độ M và N .

Trả lời:.....

Câu 49. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(3;4), C(8;1)$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là giao điểm của BD và AM . Xác định các đỉnh còn lại của hình bình hành $ABCD$, biết $N\left(\frac{13}{3}; 2\right)$.

Trả lời:.....

Câu 50. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$.

Tìm tọa độ điểm P cố định và hằng số k để hệ thức sau thỏa mãn với mọi điểm M :

$$\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC} = k\overline{MP}.$$

Trả lời:.....

Câu 51. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$.

Tìm tọa độ điểm E trên Ox sao cho $EA + EB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời:.....

Câu 52. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$.

Tìm tọa độ điểm F trên Oy sao cho $|\overline{FA} + 3\overline{FB} - 2\overline{FC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời:.....

LỜI GIẢI

Câu 1. Tìm tọa độ của vectơ \vec{u} biết $\vec{u}(2m-1; -2)$ và cùng phương với $\vec{v}(-2; m+3)$.

Trả lời: $\vec{u}(1; -2); \vec{u}(-8; -2)$

Lời giải

Vì $\vec{u}(2m-1; -2)$ cùng phương với $\vec{v}(-2; m+3)$ nên $(2m-1)(m+3) - (-2)(-2) = 0$,

$$\text{hay } 2m^2 + 5m - 7 = 0$$

$$\text{Do đó, } m=1 \text{ hoặc } m = -\frac{7}{2}.$$

Vậy tọa độ của vectơ cần tìm là $\vec{u}(1; -2); \vec{u}(-8; -2)$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(5;3), N(-3;5)$. Tìm tọa độ điểm P nằm trên trục hoành sao cho ba điểm M, N, P thẳng hàng

Trả lời: $P(17;0)$

Lời giải

P là điểm nằm trên trục hoành nên $P(x,0)$. Ta có: $\overline{MN} = (-8;2); \overline{MP} = (x-5; -3)$

Ba điểm M, N, P thẳng hàng khi $\overline{MP} = k\overline{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x-5 = k \cdot (-8) \\ -3 = k \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=17 \\ k = -\frac{3}{2} \end{cases}$

Vậy $P(17;0)$.

Câu 3. Cho các điểm $A(1;2), B(-2;0); C(0;5)$ tìm tọa độ điểm M sao cho

$$\overline{AM} + 2\overline{BM} + 3\overline{CM} = \vec{0}.$$

Trả lời: $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{17}{6}\right)$

Lời giải

Ta có $\overline{AM}(x-1; y-2), \overline{BM}(x+2; y), \overline{CM}(x; y-5)$. Từ điều kiện đã cho ta suy ra

$$\begin{cases} (x-1) + 2(x+2) + 3x = 0 \\ y-2 + 2y + 3(y-5) = 0 \end{cases}. \text{ Giải hệ phương trình ta được } x = -\frac{1}{2}, y = \frac{17}{6}, \text{ suy}$$

ra $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{17}{6}\right)$.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (m;2), \vec{b} = (-3;n)$ và $\vec{c} = (-2m;7)$. Tìm m, n biết:

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

Trả lời: $m=1, n=5$

Lời giải

Ta có: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m = m-3 \\ 7 = 2+n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=5 \end{cases}$ Vậy $m=1, n=5$.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (m;2), \vec{b} = (-3;n)$ và $\vec{c} = (-2m;7)$. Tìm m, n biết:

$$\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}.$$

Trả lời: $m = -\frac{9}{4}, n = -1$

Lời giải

Ta có: $2\vec{a} - 3\vec{b} = (2m+9; 4-3n)$.

$$\text{Do đó } \vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m = 2m + 9 \\ 7 = 4 - 3n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{9}{4} \\ n = -1 \end{cases} \Rightarrow m = -\frac{9}{4}, n = -1.$$

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2;2), B(1;-3), C(-3;0)$. Tìm tọa độ điểm E thỏa mãn $\vec{AE} = -2\vec{AB} + 3\vec{AC}$.

Trả lời: $E(-11;6)$.

Lời giải

Giả sử $E(x; y)$. Ta có: $\vec{AE} = (x-2; y-2), \vec{AB} = (-1; -5), \vec{AC} = (-5; -2)$. Suy ra

$$-2\vec{AB} + 3\vec{AC} = (-13; 4). \text{ Do đó } \vec{AE} = -2\vec{AB} + 3\vec{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = -13 \\ y-2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -11 \\ y = 6. \end{cases}$$

Vậy $E(-11;6)$.

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3;4), B(-1;-2), C(8;1)$.

Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng BC sao cho diện tích của tam giác ABC bằng ba lần diện tích của tam giác ABM .

Trả lời: $M(2;-1)$ và $M(-4;-3)$.

Lời giải

Vì M nằm trên đường thẳng BC nên diện tích của tam giác ABC bằng ba lần diện tích của tam giác ABM khi và chỉ khi $BC = 3BM$ (hai tam giác có cùng đường cao kẻ từ A).

Giả sử $M(x; y)$. Ta có: $\vec{BM} = (x+1; y+2), \vec{BC} = (9;3)$.

Trường hợp 1: $\vec{BC} = 3\vec{BM}$.

$$\text{Ta có: } \vec{BC} = 3\vec{BM} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 = 3(x+1) \\ 3 = 3(y+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}. \text{ Vậy } M(2;-1).$$

Trường hợp 2: $\vec{BC} = -3\vec{BM}$.

$$\text{Ta có: } \vec{BC} = -3\vec{BM} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 = -3(x+1) \\ 3 = -3(y+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -3. \end{cases} \text{ Vậy } M(-4;-3).$$

Vậy có hai trường hợp điểm M thỏa mãn bài toán là: $M(2;-1)$ và $M(-4;-3)$.

Câu 8. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho hai điểm $A(1;5), B(9;3)$. Tìm toạ độ điểm M thuộc trục hoành sao cho $AMB = 90^\circ$.

Trả lời: $M(4;0)$ và $M(6;0)$.

Lời giải

Điểm M thuộc trục hoành nên giả sử $M(m;0)$.

Ta có: $\overline{MA} = (1-m;5), \overline{MB} = (9-m;3)$.

Theo đề bài, $AMB = 90^\circ \Leftrightarrow \overline{MA} \cdot \overline{MB} = 0 \Leftrightarrow (1-m)(9-m) + 5 \cdot 3 = 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 10m + 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = 4. \end{cases}$$

Vậy có hai trường hợp điểm M thoả mãn bài toán là: $M(4;0)$ và $M(6;0)$.

Câu 9. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (3m; 4m-1)$ và $\vec{b} = (\sqrt{2}; \sqrt{2})$ (với m là tham số). Tìm m để góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng 45° .

Trả lời: $m = \frac{1}{4}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{2}m + (4m-1)\sqrt{2}}{\sqrt{(3m)^2 + (4m-1)^2} \cdot \sqrt{2+2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{7m-1}{\sqrt{25m^2 - 8m + 1}} = 1.$$

$$\text{Ta có: } 25m^2 - 8m + 1 > 0(1), 7m-1 > 0(2) \text{ và } 7m-1 = \sqrt{25m^2 - 8m + 1} \quad (3)$$

Giải phương trình (3), thay giá trị nghiệm vào (1), (2) để kiểm tra ta có $m = \frac{1}{4}$.

Câu 10. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho hai điểm $A(4;-2)$ và $B(10;4)$. Tìm toạ độ điểm M trên trục tung sao cho $|\overline{MA} + \overline{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời: $(0;1)$

Lời giải

Điểm M thuộc trục tung nên giả sử $M(0; m)$. Ta có: $\overline{MA} = (4; -2 - m)$, $\overline{MB} = (10; 4 - m)$. Suy ra $\overline{MA} + \overline{MB} = (14; 2 - 2m)$. Do đó $|\overline{MA} + \overline{MB}| = \sqrt{14^2 + (2 - 2m)^2} \geq 14$. Dấu bằng xảy ra khi $m = 1$.
 Vậy $|\overline{MA} + \overline{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 14 khi M có tọa độ là $(0; 1)$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (2; -1)$, $\vec{b} = (1; 1)$ và $\vec{d} = (2m + 2; 1 - m^2)$.

Tìm m dương biết rằng \vec{d} cùng phương với \vec{a} .

Trả lời: $m = 2$

Lời giải:

Ta có: \vec{d} cùng phương với \vec{a} khi và chỉ khi $\frac{2m + 2}{2} = \frac{1 - m^2}{-1}$

$$\Leftrightarrow -2m - 2 = 2 - 2m^2 \Leftrightarrow 2m^2 - 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}.$$

Vì m dương nên $m = 2$ thỏa mãn.

Câu 12. Cho các vectơ $\vec{a} = (1; -2)$, $\vec{b} = (-2; -6)$, $\vec{c} = (m + n; -m - 4n)$.

Tìm hai số m, n sao cho \vec{c} cùng phương \vec{a} và $|\vec{c}| = 3\sqrt{5}$.

Trả lời: $\begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} m = -2 \\ n = -1 \end{cases}.$

Lời giải:

$$\vec{c} \text{ cùng phương } \vec{a} \text{ và } |\vec{c}| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m + n}{1} = \frac{-m - 4n}{-2} \\ \sqrt{(m + n)^2 + (-m - 4n)^2} = 3\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m - 2n = -m - 4n \\ (m + n)^2 + (m + 4n)^2 = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2n \\ (3n)^2 + (6n)^2 = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2n \\ (3n)^2 + (6n)^2 = 45 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2n \\ 45n^2 = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} m = -2 \\ n = -1 \end{cases}.$$

Câu 13. Cho các vectơ $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$, $\vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm x để: $\vec{a} \perp \vec{b}$

Trả lời: $x = -40$

Lời giải:

Ta có: $\vec{a} = \left(\frac{1}{2}; -5\right), \vec{b} = (x; -4); \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + (-5)(-4) = 0 \Leftrightarrow x = -40$.

Câu 14. Cho các vectơ $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm x để: $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.

Trả lời: $x = \pm \frac{\sqrt{37}}{2}$

Lời giải:

Ta có: $|\vec{a}| = |\vec{b}| \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (-5)^2} = \sqrt{x^2 + (-4)^2} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 16} = \frac{\sqrt{101}}{2} \Leftrightarrow x^2 + 16 = \frac{101}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{37}}{2}$.

Câu 15. Cho các vectơ $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm x để: \vec{a}, \vec{b} cùng phương với nhau.

Trả lời: $x = \frac{2}{5}$

Lời giải:

Ta có: \vec{a}, \vec{b} cùng phương khi và chỉ khi $\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{-4}{-5} \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$.

Câu 16. Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Tính diện tích tam giác ABC .

Trả lời: $\frac{3}{2}$

Lời giải:

Ta có: $\vec{AB} = (1;3), \vec{AC} = (9;-3), \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 1 \cdot 9 + 3(-3) = 0 \Rightarrow \vec{AB} \perp \vec{AC}$.

Vậy tam giác ABC vuông tại A .

Ta có: $AB = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}, AC = \sqrt{9^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{10}$;

Diện tích tam giác $ABC: S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \cdot 3\sqrt{10} = \frac{3}{2}$.

Câu 17. Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Tính $\cos B$.

Trả lời: $\frac{\sqrt{10}}{10}$

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{BA} = (-1; -3), \overrightarrow{BC} = (8; -6) \Rightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -1 \cdot 8 + (-3)(-6) = 10$.

Suy ra: $\cos B = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{BA \cdot BC} = \frac{10}{\sqrt{1^2 + 3^2} \cdot \sqrt{8^2 + (-6)^2}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 18. Tìm điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại B với $A(2;4), B(1;1)$.

Trả lời: $(-2;2), (4;0)$

Lời giải:

Gọi $C(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (x-1; y-1), BC = \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2}$; $\overrightarrow{BA} = (1;3), BA = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$.

Tam giác ABC vuông cân tại $B \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ BA = BC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1(x-1) + 3(y-1) = 0 \\ \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{10} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 3y \\ (4 - 3y - 1)^2 + (y - 1)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 3y \\ [3(y - 1)]^2 + (y - 1)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 3y \\ 10(y - 1)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases}$

Vậy có hai điểm thỏa mãn là $(-2;2), (4;0)$.

Câu 19. Tìm đỉnh D của hình thang cân $ABCD$ với $A(2;0), B(0;2), C(0;7)$.

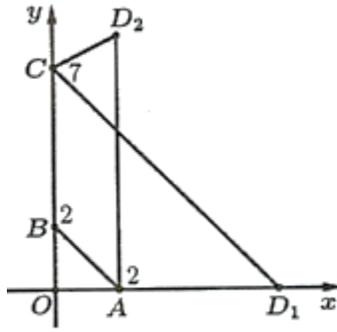
Trả lời: $D(7;0)$ hoặc $D(2;9)$

Lời giải:

Gọi $D(x; y)$

$\Rightarrow \overrightarrow{CD} = (x; y - 7), \overrightarrow{AD} = (x - 2; y)$

$\overrightarrow{AB} = (-2; 2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}, \overrightarrow{BC} = (0; 5) \Rightarrow BC = 5$



Trường hợp 1: Hình thang có hai đáy AB, CD .

Ta có: $\begin{cases} \overline{AB}, \overline{CD} \text{ cùng phu'ng} \\ AD = BC \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{-2} = \frac{y-7}{2} \\ \sqrt{(x-2)^2 + y^2} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y + 7 \\ (-y + 7 - 2)^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y + 7 \\ 2y^2 - 10y + 25 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Với $\begin{cases} x = 7 \\ y = 0 \end{cases}$ thì $CD = \sqrt{7^2 + (0-7)^2} = 7\sqrt{2} \neq AB$ nên $D(7;0)$ thỏa mãn.

Với $\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$ thì $CD = \sqrt{2^2 + (5-7)^2} = 2\sqrt{2} = AB$ (loại).

Trường hợp 2: Hình thang có hai đáy BC, AD .

Làm tương tự, ta có được điểm $D(2;9)$.

Câu 20. Cho ba điểm $A(-1;4), B(1;1), C(3;-1)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho $|MA - MB|$ bé nhất.

Trả lời: $M\left(\frac{5}{3}; 0\right)$

Lời giải:

Ta thấy: $y_A y_B = 4.1 > 0 \Rightarrow A, B$ nằm cùng phía so với trục Ox . Ta có: $|AM - BM| \leq AB$ nên

$|AM - BM|_{\max} = AB$.

Giá trị lớn nhất này đạt được khi A, B, M thẳng hàng (M nằm ngoài AB). Gọi

$$M(x; 0) \in Ox \Rightarrow \overline{AM} = (x+1; -4), \overline{AB} = (2; -3).$$

$$\text{Ta có: } \overline{AM}, \overline{AB} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{-4}{-3} \Leftrightarrow 3(x+1) = 8 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3} \text{ hay } M\left(\frac{5}{3}; 0\right).$$

Câu 21. Cho ba điểm $A(-1; 4), B(1; 1), C(3; -1)$. Tìm điểm N thuộc trục hoành sao cho $|NA - NC|$ bé nhất.

$$\text{Trả lời: } N\left(\frac{13}{3}; 0\right)$$

Lời giải:

Ta thấy: $y_A \cdot y_C = 4 \cdot (-1) < 0$ nên A, C nằm khác phía so với trục Ox .

Lấy điểm C' đối xứng với C qua Ox . Suy ra $C'(3; 1)$ và C', A cùng phía so với Ox

Ta có: $N \in Ox \Rightarrow NC = NC'$. Vì vậy: $|NA - NC| = |NA - NC'| \leq AC'$

Suy ra: $|NA - NC|_{\max} = AC'$; giá trị lớn nhất này đạt được khi A, C', N thẳng hàng (N nằm ngoài A, C').

$$\text{Gọi } N(a; 0) \in Ox \Rightarrow \overline{AN} = (a+1; -4), \overline{AC'} = (4; -3).$$

$$\text{Vì } \overline{AN}, \overline{AC'} \text{ cùng phương nên } \frac{a+1}{4} = \frac{-4}{-3} \Leftrightarrow -3a - 3 = -16 \Leftrightarrow a = \frac{13}{3}.$$

Vậy $N\left(\frac{13}{3}; 0\right)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(2, 4), B(-1, 3), C(2, 5)$. Tìm tọa độ điểm E thỏa mãn đẳng thức vectơ $\overline{AE} - 3\overline{EC} + 2\overline{EB} = \vec{0}$

$$\text{Trả lời: } E\left(5; \frac{13}{2}\right)$$

Lời giải

$$E(x; y) \cdot \overline{AE} = (x-2, y-4), \overline{EC} = (2-x, 5-y), \overline{EB} = (-1-x, 3-y)$$

$$\overline{AE} - 3\overline{EC} + 2\overline{EB} = \vec{0} \begin{cases} (x-2) - 3(2-x) + 2(-1-x) = 0 \\ (y-4) - 3(5-y) + 2(3-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 10 = 0 \\ 2y - 13 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = \frac{13}{2} \end{cases} \Rightarrow E\left(5; \frac{13}{2}\right)$$

Câu 23. Cho hai vectơ $\vec{a} = (1; 2)$ và $\vec{b} = (5; 3)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{v} = \vec{a} + 3\vec{b}$

Trả lời: $\vec{v} = (16; 11)$

Lời giải

Ta có: $2\vec{a} = (2; 4)$ và $\vec{b} = (5; 3)$ nên ta suy ra $2\vec{a} - \vec{b} = (-3; 1)$. Vậy $\vec{u} = (-3; 1)$.

Ta có $\vec{a} = (1; 2)$, $3\vec{b} = (15; 9)$, $\vec{a} + 3\vec{b} = (16; 11)$. Vậy $\vec{v} = (16; 11)$.

Câu 24. Cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -2)$ và $\vec{b} = (1; 4)$. Hãy phân tích vectơ $\vec{c} = (5; 0)$ theo hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

Trả lời: $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$

Lời giải

Giả sử $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$. Khi đó ta có $\vec{c} = (2x + y; -2x + 4y)$.

$$\text{Mặt khác } \vec{c} = (5; 0) \text{ suy ra } \begin{cases} 2x + y = 5 \\ -2x + 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$.

Câu 25. Cho $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = (-5; 1)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Tìm x biết $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$

Trả lời: $x = 15$

Lời giải

Ta có $2\vec{a} = (2x; 4)$, $3\vec{b} = (-15; 3)$ suy ra $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b} = (2x - 15; 7)$.

Mặt khác $\vec{c} = (x; 7)$ nên $2x - 15 = x \Leftrightarrow x = 15$

Câu 26. Cho ba điểm $A(1; 0)$, $B(0; 3)$, $C(-3; -5)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao cho

$T = |2\overline{MA} - 3\overline{MB} + 2\overline{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời: $M(-4;0)$

Lời giải

$$+M \in Ox \Rightarrow M(m;0)$$

$$+T = |2\overline{MA} - 3\overline{MB} + 2\overline{MC}| = |\overline{MO} + 2\overline{OA} - 3\overline{OB} + 2\overline{OC}|$$

$$\text{Đặt } \vec{u} = \overline{MO} + 2\overline{OA} - 3\overline{OB} + 2\overline{OC}$$

$$2\overline{OA} - 3\overline{OB} + 2\overline{OC} = (-4; -19); \overline{MO} = (-m; 0) \Rightarrow \vec{u} = (-m-4; -19)$$

$$T = |\vec{u}| = \sqrt{(m+4)^2 + 19^2} \geq 19, T_{\min} = 19 \Leftrightarrow m = -4. \text{ Vậy } M(-4;0).$$

Câu 27. Cho $\vec{u} = (2x-1; 3), \vec{v} = (1; x+2)$. Có hai giá trị của x để \vec{u} cùng phương với \vec{v} . Tính tích hai giá trị đó.

Trả lời: $-\frac{5}{2}$

Lời giải

Với $x = -2$: Ta có $\vec{u} = (-5; 3); \vec{v} = (1; 0)$

Vì $\frac{1}{-5} \neq \frac{0}{3}$ nên hai vectơ $\vec{u}; \vec{v}$ không cùng phương

Với $x \neq -2$: Ta có $\vec{u}; \vec{v}$ cùng phương khi và chỉ khi $\Leftrightarrow \frac{2x-1}{1} = \frac{3}{x+2}$

$$\Leftrightarrow (2x-1)(x+2) = 3 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

Vậy tích của chúng là $1 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{5}{2}$.

Câu 28. Cho $A(2; -4), B(6; 0), C(m; 4)$. Định m để A, B, C thẳng hàng.

Trả lời: $m = 10$

Lời giải

Ta có $\overline{AB} = (4; 4); \overline{AC} = (m-2; 8)$.

A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overline{AB}, \overline{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{m-2}{4} = \frac{8}{4} \Leftrightarrow m = 10$.

Vậy $m = 10$ thì A, B, C thẳng hàng.

Câu 29. Cho $A(1; 2), B(-2; 6)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng.

Trả lời: $M\left(0; \frac{10}{3}\right)$

Lời giải

Ta có M trên trục $Oy \Rightarrow M(0; y)$

Ba điểm A, B, M thẳng hàng khi \overline{AB} cùng phương với \overline{AM}

Ta có $\overline{AB} = (-3; 4), \overline{AM} = (-1; y - 2)$.

\overline{AB} cùng phương với $\overline{AM} \Leftrightarrow \frac{-1}{-3} = \frac{y-2}{4} \Leftrightarrow y = \frac{10}{3}$. Vậy $M\left(0; \frac{10}{3}\right)$.

Câu 30. Cho $\vec{a} = (5; 2), \vec{b} = (7; -3)$. Tìm \vec{x} thỏa $\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{x} = 38 \\ \vec{b} \cdot \vec{x} = 30 \end{cases}$.

Trả lời: $\vec{x} = (6, 4)$

Lời giải

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{x} = 38 \\ \vec{b} \cdot \vec{x} = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1x_1 + a_2x_2 = 38 \\ b_1x_1 + b_2x_2 = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = 38 \\ 7x_1 - 3x_2 = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \vec{x} = (6, 4).$$

Câu 31. Tìm góc giữa \vec{a} và \vec{b} trong trường hợp sau: $\vec{a} = (4; 3), \vec{b} = (1; 7)$

Trả lời: 45°

Lời giải

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{4 \cdot 1 + 3 \cdot 7}{\sqrt{4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + 7^2}} = \frac{25}{5 \cdot 5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$$

Câu 32. Cho $A(2; 3), B(9; 4), C(5; y)$. Tìm y để ΔABC vuông tại C .

Trả lời: $\begin{cases} y = 0 \\ y = 7 \end{cases}$

Lời giải

$$\overline{CA} = (-3; 3-y); \overline{CB} = (4; 4-y); \Delta ABC \text{ vuông tại } C \Leftrightarrow \overline{CA} \perp \overline{CB} \Leftrightarrow \overline{CA} \cdot \overline{CB} = 0$$

$$\Leftrightarrow -12 + (3-y)(4-y) = 0 \Leftrightarrow -12 + 12 - 3y - 4y + y^2 = 0 \Leftrightarrow y^2 - 7y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 7 \end{cases}$$

Câu 33. Cho ΔABC có $A(-3; 6), B(1; -2), C(6; 3)$. Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Trả lời: $I(1; 3)$

Lời giải

Gọi $I(x_I, y_I)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC \Leftrightarrow IA = IB = IC$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2 = (x_B - x_I)^2 + (y_B - y_I)^2 \\ (x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2 = (x_C - x_I)^2 + (y_C - y_I)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (-3 - x_I)^2 + (6 - y_I)^2 = (1 - x_I)^2 + (-2 - y_I)^2 \\ (-3 - x_I)^2 + (6 - y_I)^2 = (6 - x_I)^2 + (3 - y_I)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9 + 6x_I + x_I^2 + 36 - 12y_I + y_I^2 = 1 - 2x_I + x_I^2 + 4 + 4y_I + y_I^2 \\ 9 + 6x_I + x_I^2 + 36 - 12y_I + y_I^2 = 36 - 12x_I + x_I^2 + 9 - 6y_I + y_I^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x_I - 16y_I = -40 \\ 18x_I - 6y_I = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 3 \end{cases} \Rightarrow I(1; 3).$$

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho tam giác ABC có $A(1; 0); B(-1; 1); C(5; -1)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

Trả lời: $H(-8; -27)$

Lời giải

$$H(x; y) \text{ là trực tâm của tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AH} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{BH} \cdot \overline{AC} = 0 \end{cases} \quad (1).$$

Ta có: $\overline{AH} = (x-1; y); \overline{BC} = (6; -2); \overline{BH} = (x+1; y-1), \overline{AC} = (4; -1)$.

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 6(x-1) - 2 \cdot y = 0 \\ 4(x+1) - 1 \cdot (y-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 6 \\ 4x - y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ y = -27 \end{cases}$$

Vậy $H(-8; -27)$.

Câu 35. Cho $A(0; -2), B(5; 0)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho $\triangle ABC$ đều.

Trả lời: $C\left(\frac{5+2\sqrt{3}}{2}; -\frac{2+5\sqrt{3}}{2}\right)$ hoặc $C\left(\frac{5-2\sqrt{3}}{2}; \frac{-2+5\sqrt{3}}{2}\right)$

Lời giải

$$\triangle ABC \text{ đều} \Leftrightarrow AB = BC = AC \Leftrightarrow \begin{cases} AB = BC \\ BC = AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB^2 = BC^2 \\ BC^2 = AC^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x_C + 4y_C = 21 & (1) \\ 29 = (x_C - 5)^2 + y_C^2 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow y_C = \frac{21 - 10x_C}{4} \text{ thay vào (2): } 29 = (x_C - 5)^2 + \left(\frac{21 - 10x_C}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow C\left(\frac{5+2\sqrt{3}}{2}; -\frac{2+5\sqrt{3}}{2}\right) \text{ hoặc } C\left(\frac{5-2\sqrt{3}}{2}; \frac{-2+5\sqrt{3}}{2}\right)$$

Câu 36. Cho $A(2; 4), B(-2; 1)$. Tìm điểm C trên trục hoành sao cho $\triangle ABC$ cân tại A .

Trả lời: $C(-1; 0)$ hoặc $C(5; 0)$

Lời giải

$$C \in Ox \Rightarrow C(x_C; 0). \triangle ABC \text{ cân tại } A \Leftrightarrow AB = AC \Leftrightarrow AB^2 = AC^2$$

$$\Leftrightarrow (-2-2)^2 + (1-4)^2 = (x_C-2)^2 + (0-4)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -1 \\ x_C = 5 \end{cases} \Rightarrow C(-1; 0) \text{ hoặc } C(5; 0).$$

Câu 37. Cho $\triangle ABC$ có $A(5; 6), B(4; -1), C(-4; 3)$ Tìm tọa độ điểm K là hình chiếu vuông góc của A lên BC .

Trả lời: $K(8; 3)$

Lời giải

Gọi $K(x_K, y_K)$ là hình chiếu vuông góc của A lên BC

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AK} \perp \overline{BC} \\ \overline{BC} \text{ cùng phương } \overline{BK} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AK} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{BC} \text{ cùng phương } \overline{BK} \end{cases} (*).$$

$$\overline{AK} = (x_K - 5; y_K - 6); \overline{BC} = (1; 1); \overline{BK} = (x_K - 4; y_K + 1).$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 1(x_K - 5) + 1(y_K - 6) = 0 \\ \frac{x_K - 4}{1} = \frac{y_K + 1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_K = 8 \\ y_K = 3 \end{cases} \Rightarrow K(8; 3).$$

Câu 38. Cho $A(-3; 2), B(4; 3)$. Tìm điểm M trên trục hoành sao cho ΔABC vuông tại M .

Trả lời: $M(3; 0)$ hoặc $M(-2; 0)$

Lời giải

$$M \in Ox \Rightarrow M(x_M; 0); \overline{MA} = (-3 - x_M; 2); \overline{MB} = (4 - x_M; 3).$$

$$\Delta ABC \text{ vuông tại } M \Leftrightarrow MA \perp MB \Leftrightarrow \overline{MA} \perp \overline{MB}$$

$$\Leftrightarrow \overline{MA} \cdot \overline{MB} = 0 \Leftrightarrow (-3 - x_M)(4 - x_M) + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 3 \\ x_M = -2 \end{cases} \Leftrightarrow M(3; 0) \text{ hoặc } M(-2; 0).$$

Câu 39. Cho $A(4; 4), B(0; 1)$. Tìm điểm C trên Oy sao cho trung trực của AC đi qua B .

Trả lời: $C(0; 6) \vee C(0; -4)$

Lời giải

$$C \in Oy \Rightarrow C(0; y_C).$$

Trung trực AC đi qua $B \Leftrightarrow B$ nằm trên đường trung trực đoạn $AC \Leftrightarrow BA = BC$

$$\Leftrightarrow (4 - 0)^2 + (4 - 1)^2 = (0 - 0)^2 + (y_C - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_C = 0 \\ y_C = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow C(0; 6) \vee C(0; -4)$$

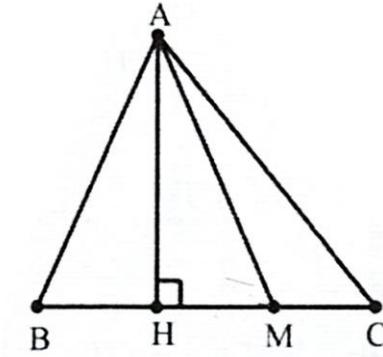
Câu 40. Cho ΔABC có $A(5; 6), B(4; -1), C(-4; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đoạn BC sao cho

$$S_{\Delta MAB} = 5S_{\Delta MAC}.$$

Trả lời: $M\left(-\frac{8}{3}; \frac{7}{3}\right)$

Lời giải

Kẻ $AH \perp BC$. $S_{\Delta MAB} = 5S_{\Delta MAC}$



$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}AH \cdot MB = 5 \cdot \frac{1}{2}AH \cdot MC \Leftrightarrow MB = 5MC$$

Mà \overrightarrow{MB} và \overrightarrow{MC} ngược hướng $\Rightarrow \overrightarrow{MB} = -5\overrightarrow{MC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_M = -5(x_C - x_M) \\ y_B - y_M = -5(y_C - y_M) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 - x_M = -5(-4 - x_M) \\ -1 - y_M = -5(3 - y_M) \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{8}{3}; \frac{7}{3}\right).$$

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ và $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm các giá trị thực của k để $2|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

Trả lời: $\begin{cases} k = -\sqrt{85} \\ k = \sqrt{85} \end{cases}$.

Lời giải

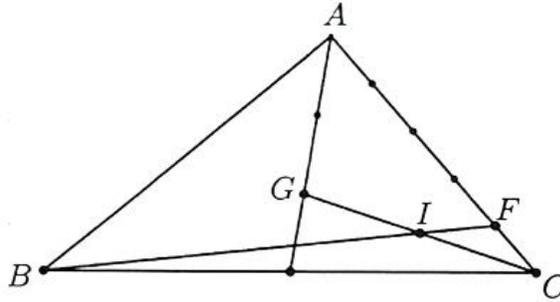
Ta có $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j} \Rightarrow \vec{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$ và $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j} \Rightarrow \vec{v} = (k; -4)$.

$$2|\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow 2\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (-5)^2} = \sqrt{k^2 + (-4)^2} \Leftrightarrow k^2 + 16 = 101 \Leftrightarrow k^2 = 85 \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\sqrt{85} \\ k = \sqrt{85} \end{cases}.$$

Câu 42. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(0;4), B(-2;-1), C(5;-1)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, I là trung điểm đoạn CG . Trên AC lấy điểm F sao cho $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$. Tìm tọa độ điểm F ?

Trả lời: $F(4;0)$

Lời giải



a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; -5)$ và $\overrightarrow{AC} = (5; -5)$.

Vì $\frac{-2}{5} \neq \frac{-5}{-5}$ nên \overrightarrow{AB} không cùng phương với \overrightarrow{AC}

\Rightarrow Ba điểm A, B, C không thẳng hàng \Rightarrow Ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác.

$$\text{b) } G \text{ là trọng tâm } \Delta ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{0-2+5}{3} = 1 \\ y_G = \frac{4-1-1}{3} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(1; \frac{2}{3}\right).$$

$$I \text{ là trung điểm } GC \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{1+5}{2} = 3 \\ y_I = \frac{\frac{2}{3}-1}{2} = -\frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow I\left(3; -\frac{1}{6}\right).$$

$$\overrightarrow{CF} = \frac{1}{4} \overrightarrow{FA} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F - 5 = \frac{1}{4}(0 - x_F) \\ y_F + 1 = \frac{1}{4}(4 - y_F) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = 4 \\ y_F = 0 \end{cases} \Rightarrow F(4; 0).$$

Câu 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$.

Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

Trả lời: $H\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

Lời giải

Gọi $H(x; y)$ là trực tâm của ΔABC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AH} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{BH} \cdot \overline{AC} = 0 \end{cases} (*).$$

$$\text{Ta có } \overline{AH} = (x+4; y-1), \overline{BC} = (0; -6), \overline{BH} = (x-2; y-4), \overline{AC} = (6; -3).$$

$$\text{Nên } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} -6(y-1) = 0 \\ 6(x-2) - 3(y-4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } H\left(\frac{1}{2}; 1\right).$$

Câu 44. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4; 1), B(2; 4), C(2; -2)$.

Tìm tọa độ điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\text{Trả lời: } I\left(\frac{-1}{4}; 1\right)$$

Lời giải

Giả sử $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và AC .

$$\text{Ta có } M(2; 1) \text{ và } N\left(-1; -\frac{1}{2}\right).$$

Vì I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên

$$\begin{cases} IM \perp BC \\ IN \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{IM} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{IN} \cdot \overline{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6(1-y) = 0 \\ 6(-1-x) - 3\left(-\frac{1}{2}-y\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{4} \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } I\left(\frac{-1}{4}; 1\right).$$

Câu 45. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(0; 1), B(1; 3), C(2; 7)$ và $D(0; 3)$. Tìm giao điểm của hai đường thẳng AC và BD .

$$\text{Trả lời: } I\left(\frac{2}{3}; 3\right)$$

Lời giải

Gọi $I(x; y)$ là giao điểm AC và BD

Suy ra $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương và $\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{BD}$ cùng phương.

Mặt khác, $\overrightarrow{AI} = (x; y-1), \overrightarrow{AC} = (2; 6)$ suy ra $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{6} \Leftrightarrow 6x - 2y = -2(1)$.

Và $\overrightarrow{BI} = (x-1; y-3), \overrightarrow{BD} = (-1; 0)$ suy ra $y = 3$.

Thế vào (1) ta có $x = \frac{2}{3}$.

Vậy $I\left(\frac{2}{3}; 3\right)$ là điểm cần tìm.

Câu 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; 6), B(2; x)$. Xác định tọa độ điểm B biết rằng $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 12$.

Trả lời: $B(2; 1)$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OA} = (3; 6), \overrightarrow{OB} = (2; x)$.

Khi đó: $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 12 \Leftrightarrow 3 \cdot 2 + 6x = 12 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy tọa độ điểm B cần tìm là $B(2; 1)$.

Câu 47. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 0)$ và $B(0; 2)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại C .

Trả lời: $C_1(0; 0), C_2(2; 2)$

Lời giải

Gọi $C(x; y)$, khi đó $\overrightarrow{CA} = (2-x; -y), \overrightarrow{CB} = (-x; 2-y)$.

Điều kiện để tam giác ABC vuông cân tại C là

$$\left\{ \begin{array}{l} CA = CB \\ CA \perp CB \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} (2-x)^2 + y^2 = x^2 + (2-y)^2 \\ (2-x) \cdot (-x) + (-y)(2-y) = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 0 \\ y = 0 \\ x = 2 \\ y = 2 \end{array} \right.$$

Vậy có hai điểm C thỏa mãn yêu cầu bài toán là $C_1(0;0), C_2(2;2)$.

Câu 48. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(0;4), B(-3;0)$ và $C(10;4)$. Gọi M, N là chân các đường phân giác trong và phân giác ngoài của góc A . Tìm tọa độ M và N .

Trả lời: $M\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right), N = (-16; -4)$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overline{AB} = (-3; -4) \Rightarrow AB = 5 \\ \overline{AC} = (10; 0) \Rightarrow AC = 10 \end{cases}$$

Gọi $M(x_M; y_M)$.

$$\text{Ta có: } \overline{MB} = -\frac{AB}{AC} \cdot \overline{MC} = -\frac{1}{2} \cdot \overline{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x_M = -\frac{1}{2} \cdot (10 - x_M) \\ 0 - y_M = -\frac{1}{2} \cdot (4 - y_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{4}{3} \\ y_M = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Suy ra $M\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Gọi $N(x_N; y_N)$.

$$\text{Ta có } \overline{NB} = \frac{AB}{AC} \cdot \overline{NC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{NC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x_N = \frac{1}{2} \cdot (10 - x_N) \\ 0 - y_N = \frac{1}{2} \cdot (4 - y_N) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -16 \\ y_N = -4 \end{cases}$$

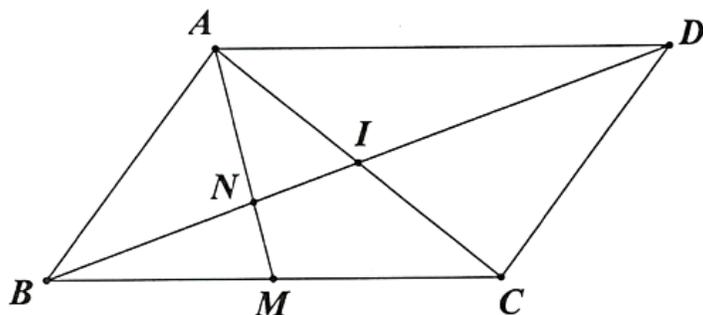
Suy ra $N = (-16; -4)$.

Câu 49. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(3;4), C(8;1)$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là giao điểm của BD và AM . Xác định các đỉnh còn lại của hình

bình hành $ABCD$, biết $N\left(\frac{13}{3}; 2\right)$.

Trả lời: $B(2;1), D(9;4)$

Lời giải



Vì I là tâm của hình bình hành $ABCD$

Nên I là trung điểm của AC

$$\Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{3+8}{2} = \frac{11}{2} \\ y_I = \frac{4+1}{2} = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{11}{2}; \frac{5}{2}\right).$$

Xét tam giác ABC thì Bi, AM là hai đường trung tuyến nên N là trọng tâm tam giác ABC .

$$\text{Do đó } \begin{cases} \frac{13}{3} = \frac{3+x_B+8}{3} \\ 2 = \frac{4+y_B+1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 2 \\ y_B = 1 \end{cases} \Rightarrow B(2;1).$$

Gọi $D(x_D; y_D)$.

$$\text{Do } I \text{ trung điểm của } BD \Rightarrow \begin{cases} 2+x_D = 11 \\ 1+y_D = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 9 \\ y_D = 4 \end{cases} \text{ nên } D(9;4).$$

Vậy $B(2;1), D(9;4)$.

Câu 50. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$.

Tìm tọa độ điểm P cố định và hằng số k để hệ thức sau thỏa mãn với mọi điểm M :

$$\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC} = k\overline{MP}.$$

Trả lời: $k = 4$

Lời giải

Gọi I là điểm sao cho $\overline{IA} + \overline{IB} + 2\overline{IC} = \vec{0} \Rightarrow I(2; -2)$.

$$\text{Ta có: } \overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC} = k\overline{MP} \Leftrightarrow 4\overline{MI} = k\overline{MP}(1)$$

Do hệ thức đã cho đúng với mọi M , nên (1) cũng đúng với mọi M .

Do đó (1) cũng đúng khi $M \equiv P$, khi đó: $4\overline{PI} = k\overline{PP} \Rightarrow P \equiv I \Rightarrow P(2; -2)$.

Từ đó suy ra (1) $\Leftrightarrow 4\overline{MI} = k\overline{MI} \Rightarrow k = 4$.

Câu 51. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$.

Tìm tọa độ điểm E trên Ox sao cho $EA + EB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời: $E(-2;0)$

Lời giải

Gọi $E(e;0)$.

Ta có: A, B nằm cùng phía với Ox .

Gọi $B'(-3;-1)$ là điểm đối xứng của B qua Ox .

Khi đó: $EA + EB = EA + EB'$ đạt giá trị nhỏ nhất khi A, E, B' thẳng hàng.

$$\text{Suy ra } \frac{AE}{EB'} = 3 \Rightarrow \overline{AE} = 3\overline{EB'} \Leftrightarrow \begin{cases} e-1 = -9-3e \\ 3=3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow e = -2 \Rightarrow E(-2;0)$$

Câu 52. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$.

Tìm tọa độ điểm F trên Oy sao cho $|\overline{FA} + 3\overline{FB} - 2\overline{FC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời: $F(0;9)$

Lời giải

Gọi J là điểm sao cho $\overline{JA} + 3\overline{JB} - 2\overline{JC} = \vec{0} \Rightarrow J(-9;9)$.

$$\text{Suy ra } \overline{FA} + 3\overline{FB} - 2\overline{FC} = 2\overline{FJ} \Rightarrow |\overline{FA} + 3\overline{FB} - 2\overline{FC}| = 2FJ.$$

Nên $|\overline{FA} + 3\overline{FB} - 2\overline{FC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi FJ nhỏ nhất.

Khi đó F là hình chiếu của J trên Oy .

Vậy $F(0;9)$.

