

MỤC LỤC

► BÀI 3. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO ĐỘ PHÂN TÁN	2
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức	2
Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản.....	3
♦ Dạng 1: Hãy tính khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.....	3
♦ Dạng 2: Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu	5
Ⓒ. Dạng toán rèn luyện.....	7
♦ Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	7
♦ Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai	19
♦ Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	41

A. Tóm tắt kiến thức

1. Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị

a. Khoảng biến thiên

- ✍ Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được:

$$X_1 \leq X_2 \leq \dots \leq X_n$$
- ✓ Khoảng biến thiên của một mẫu số liệu, kí hiệu là R , là hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu đó, tức là:

$$R = X_n - X_1$$
- ✓ Khoảng tứ phân vị, kí hiệu là Δ_Q , là hiệu giữa Q_3 và Q_1 , tức là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$
- ✍ **Ý nghĩa:** Dùng để đo độ phân tán của toàn bộ mẫu số liệu: Khoảng biến thiên càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.
- ✓ *Khoảng biến thiên đặc trưng cho độ phân tán của toàn bộ mẫu số liệu.*
- ✓ *Khoảng tứ phân vị đặc trưng cho độ phân tán của một nửa các số liệu, có giá trị thuộc đoạn từ Q_1 đến Q_3 trong mẫu.*

b. Khoảng tứ phân vị

- ✓ Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$
- ✍ **Ý nghĩa:** Khoảng tứ phân vị cũng là một số đo độ phân tán của mẫu số liệu. Khoảng tứ phân vị càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.
- ✍ **Chú ý.** Một số tài liệu gọi khoảng biến thiên là biên độ và khoảng tứ phân vị là độ trải giữa.

c. Giá trị ngoại lệ

- ✓ x là giá trị ngoại lệ nếu
$$\begin{cases} x < Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q \\ x > Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q \end{cases}$$

2. Phương sai và độ lệch chuẩn

- ✓ Cho mẫu số liệu $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, số trung bình là $\bar{x}$
- ✓ Phương sai:
$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{1}{n}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - \bar{x}^2$$
- ✓ Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{s^2}$
- ✍ **Ý nghĩa:** Nếu số liệu càng phân tán thì phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn
- ✍ **Chú ý.** Phương sai của mẫu số liệu cho dạng bảng tần số:
- ✓
$$s^2 = \frac{m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2}{n}$$
- ✓ Với m_i là tần số của giá trị x_i và $n = m_1 + m_2 + \dots + m_k$

♦ Dạng 1: Hãy tính khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu**👉 Các ví dụ minh họa**

Câu 1: Hãy tính khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu: 10; 20; 3; 1; 3; 4; 7; 4; 9

Lời giải

Xét mẫu số liệu đã sắp xếp là: 1; 3; 3; 4; 4; 7; 9; 10; 20.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R = 20 - 1 = 19$.

Cỡ mẫu là $n = 9$ là số lẻ nên giá trị tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = 4$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 1; 3; 3; 4. Do đó $Q_1 = 3$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 7; 9; 10; 20. Do đó $Q_3 = 9,5$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta_Q = 9,5 - 3 = 6,5$.

Câu 2: Hãy tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của các mẫu số liệu sau:

a) 10;13;15;2;10;19;2;5;7

b) 15;19;10;5;9;10;1;2;5;15

Lời giải

a) Xét mẫu số liệu đã sắp xếp là: 2; 2; 5; 7; 10; 10; 13; 15; 19

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R = 19 - 2 = 17$.

Cỡ mẫu là $n = 9$ là số lẻ nên giá trị tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = 10$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 2; 2; 5; 7. Do đó $Q_1 = 3,5$

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 10; 13; 15; 19. Do đó $Q_3 = 14$

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta_Q = 14 - 3,5 = 10,5$

b) Xét mẫu số liệu đã sắp xếp là: 1; 2; 5; 5; 9; 10; 10; 15; 15; 19

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R = 19 - 1 = 18$.

Cỡ mẫu là $n = 10$ là số chẵn nên giá trị tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = 9,5$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 1; 2; 5; 5; 9. Do đó $Q_1 = 5$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 10; 10; 15; 15; 19. Do đó $Q_3 = 15$

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta_Q = 15 - 5 = 10$

Câu 3: Dưới đây là bảng số liệu thống kê của Biểu đồ nhiệt trung bình các tháng trong 2019 của hai tỉnh Lai Châu và Lâm Đồng (được đề cập đến ở hoạt động khởi động của bài học)

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Lai Châu	14,8	18,8	20,3	23,5	24,7	24,2	23,6	24,6	22,7	21,0	18,6	14,2
Lâm Đồng	16,3	17,4	18,7	19,8	20,2	20,3	19,5	19,3	18,6	18,5	17,5	16,0

a) Hãy tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của nhiệt độ trung bình mỗi tháng của tỉnh Lai Châu và Lâm đồng.

b) Hãy cho biết trong một năm, nhiệt độ ở địa phương nào ít thay đổi hơn.

Lời giải

a)

Tỉnh Lai Châu: Xét mẫu số liệu đã sắp xếp là:

14, 21, 4, 8, 18, 6, 18, 8, 20, 3, 21, 0, 22, 7, 23, 5, 23, 6, 24, 2, 24, 6, 24, 7

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R = 24,7 - 14,2 = 10,5$.

Cỡ mẫu là $n = 12$ là số chẵn nên giá trị tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = 21,85$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 14, 21, 4, 8, 18, 6, 18, 8, 20, 3, 21, 0. Do đó $Q_1 = 18,7$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 22, 7, 23, 5, 23, 6, 24, 2, 24, 6, 24, 7. Do đó $Q_3 = 23,9$

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta_Q = 23,9 - 18,7 = 5,2$

Tỉnh Lâm Đồng: Xét mẫu số liệu đã sắp xếp là:

16, 0, 16, 3, 17, 4, 17, 5, 18, 5, 18, 6, 18, 7, 19, 3, 19, 5, 19, 8, 20, 2, 20, 3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R = 20,3 - 16,0 = 4,3$.

Cỡ mẫu là $n = 12$ là số chẵn nên giá trị tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = 18,65$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 16, 0, 16, 3, 17, 4, 17, 5, 18, 5, 18, 6. Do đó $Q_1 = 17,45$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 18, 7, 19, 3, 19, 5, 19, 8, 20, 2, 20, 3. Do đó $Q_3 = 19,65$

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta_Q = 19,65 - 17,45 = 2,2$

Câu 4: Hãy tìm giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu: 37; 12; 3; 9; 10; 9; 12; 3; 10

Lời giải

Xét mẫu số liệu đã sắp xếp là:

3;3;9;9;10;10;12;12;37.

Cỡ mẫu là $n = 9$ là số lẻ nên giá trị tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = 10$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 3;3;9;9. Do đó $Q_1 = 6$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 10;12;12;37. Do đó $Q_3 = 12$

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta_Q = 12 - 6 = 6$

Giá trị ngoại lệ x thỏa mãn $x > 12 + 1,5.6 = 21$ hoặc $x < 6 - 1,5.6 = -3$.

Vậy giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu đó là 37

♦Dạng ②: Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu

Các ví dụ minh họa

Câu 5: Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mỗi mẫu số liệu ghi kết quả các lần bắn của từng cung thủ trong bảng sau

Hai cung thủ A và B đã ghi lại kết quả từng lần bắn của mình ở bảng sau:

Cung thủ A	8	9	10	7	6	10	6	7	9	8
Cung thủ B	10	6	8	7	9	9	8	7	8	8

Lời giải

Số trung bình của kết quả các lần bắn của cung thủ A là:

$$(8 + 9 + 10 + 7 + 6 + 10 + 6 + 7 + 9 + 8) : 10 = 8.$$

Số trung bình của kết quả các lần bắn của cung thủ B là:

$$(10 + 6 + 8 + 7 + 9 + 9 + 8 + 7 + 8 + 8) : 10 = 8.$$

Phương sai mẫu số liệu của cung thủ A là:

$$S_A^2 = \frac{1}{10}(8^2 + 9^2 + 10^2 + 7^2 + 6^2 + 10^2 + 6^2 + 7^2 + 9^2 + 8^2) - 8^2 = 2.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn mẫu số liệu của cung thủ A là: } S_A = \sqrt{S_A^2} = \sqrt{2} \approx 1,41$$

Phương sai mẫu số liệu của cung thủ B là

$$S_B^2 = \frac{1}{10}(10^2 + 6^2 + 8^2 + 7^2 + 9^2 + 9^2 + 8^2 + 7^2 + 8^2 + 8^2) - 8^2 = 1,2$$

Độ lệch chuẩn mẫu số liệu của cung thủ B là: $S_B \sqrt{S_B^2} = \sqrt{1,2} \approx 1,10$

Câu 6: Điều tra một số học sinh về số cái bánh chưng mà gia đình mỗi bạn tiêu thụ trong dịp Tết Nguyên đán, kết quả được ghi lại ở bảng sau:

Số cái bánh chưng	6	7	8	9	10	11	12
Số gia đình	5	7	10	8	5	4	1

Tính Số trung bình; Phương sai; Độ lệch chuẩn

Lời giải

Số trung bình của mẫu số liệu trên là:

$$\bar{x} = \frac{1}{40}(5 \cdot 6 + 7 \cdot 7 + 8 \cdot 10 + 9 \cdot 8 + 10 \cdot 5 + 11 \cdot 4 + 12 \cdot 1) = 8,5$$

Phương sai của mẫu số liệu trên là:

$$S^2 = \frac{1}{40}(5 \cdot 6^2 + 7 \cdot 7^2 + 8 \cdot 10^2 + 9 \cdot 8^2 + 10 \cdot 5^2 + 11 \cdot 4^2 + 12 \cdot 1^2) - 8,5^2 = 3,25$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là:

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{3,25} \approx 1,80.$$

Câu 7: Bảng dưới đây thông kê tổng số giờ nắng trong năm 2019 theo từng tháng được đo bởi hai trạm quan sát khí tượng đặt ở Tuyên Quang và Cà Mau.

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tuyên quang	25	89	72	117	106	177	156	203	227	146	117	145
Cà mau	180	223	257	245	191	111	141	134	130	122	157	173

a) Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của dữ liệu từng tỉnh.

b) Nêu nhận xét về sự thay đổi tổng số giờ nắng theo từng tháng ở mỗi tỉnh.

Lời giải

Tuyên Quang:

$$\text{Số giờ nắng trung bình } \bar{x} = \frac{25+89+72+117+106+177+156+203+227+146+117+145}{12} = 131,67$$

$$\text{Phương sai: } S^2 = \frac{1}{12} (25^2 + 89^2 + \dots + 145^2) - 131,67^2 \approx 2921,2$$

$$\text{Độ lệch chuẩn } S = \sqrt{2921,2} \approx 54$$

Cà Mau:

Số giờ nắng trung bình

$$\bar{x} = \frac{180+223+257+245+191+111+141+134+130+122+157+173}{12} = 172$$

$$\text{Phương sai: } S^2 = \frac{1}{12} [(180^2 + 223^2 + \dots + 173^2) - 172^2] = 2183$$

$$\text{Độ lệch chuẩn } S = \sqrt{2183} = 46,7$$

=> Nhận xét: ở Tuyên Quang tổng số giờ nắng theo từng tháng thay đổi nhiều hơn so với ở Cà Mau.

©. Dạng toán rèn luyện

♦ Dạng ❶: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Sản lượng lúa (đơn vị ha) của 40 thửa ruộng có cùng diện tích được trình bày tròn bằng số liệu sau:

Sản lượng	20	21	22	23	24	
Tần số	5	8	11	10	6	$N = 40$

Bảng (I) (Dùng cho câu 2 và câu 3)

Tính phương sai của bảng số liệu (I)

A. 1,74.

B. 1,73.

C. 1,75.

D. 1,76.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \bar{x} = \frac{20 \cdot 5 + 21 \cdot 8 + 22 \cdot 11 + 23 \cdot 10 + 24 \cdot 6}{40} = 22,1$$

$$\Rightarrow \sigma_x^2 = \frac{5(20-22,1)^2 + 8(21-22,1)^2 + 11(22-22,1)^2 + 10(23-22,1)^2 + 6(24-22,1)^2}{40} = 1,76.$$

Câu 2: Tính độ lệch chuẩn của bảng số liệu (I). (Tính chính xác đến chữ số hàng phần trăm)

- A.** 1,34. **B.** 1,33. **C.** 1,35. **D.** 1,36.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sigma_x = \sqrt{1,76} = 1,33$.

Câu 3: Cho mẫu số liệu thống kê $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Tính (gần đúng) độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên?

- A.** 2,45. **B.** 2,58. **C.** 6,67. **D.** 6,0.

Lời giải

Chọn B

Ta có giá trị trung bình $\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9}{9} = 5$.

Do đó độ lệch chuẩn

$$s = \sqrt{\frac{(1-5)^2 + (2-5)^2 + (3-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2 + (7-5)^2 + (8-5)^2 + (9-5)^2}{9}}$$

$$s = \frac{2\sqrt{15}}{3} \approx 2,58.$$

Câu 4: Điểm kiểm tra giữa kỳ 2 của một học sinh lớp 10 như sau: 2, 4, 6, 8, 10. Phương sai của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

- A.** 6. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 40.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: TỰ LUẬN: $\bar{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6$.

$$s^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = 8.$$

Cách 2: CASIO:FX-570ES PLUS

Bước 1: Chuyển đổi máy tính về thống kê: **MODE** → **3** → **AC**.

Bước 2:Bật chức năng cột tần số: $SHIFT \rightarrow MODE \rightarrow$

MŨI TÊN ĐI XUỐNG (∇) $\rightarrow 4(START) \rightarrow 1(ON)$.

Bước 3:Nhập dữ liệu: $SHIFT \rightarrow 1 \rightarrow 1(Type) \rightarrow 1(1-VAR)$.

	X	$FREQ$
1	2	1
2	4	1
3	6	1
4	8	1
5	10	1

Lưu ý:Nhập dữ liệu xong ấn AC để thoát.

Bước 4:Tính giá trị độ lệch chuẩn: $SHIFT \rightarrow 1 \rightarrow 4(Var) \rightarrow 3(\sigma x)$

Kết quả:2.828427125

Bước 5:Tính phương sai: $x^2(Ans^2)$

Kết quả: 8

Câu 5: Tính độ lệch chuẩn của bảng số liệu (I). (Tính chính xác đến chữ số hàng phần trăm).

A. 1, 24 .

B. 1, 23 .

C. 1, 25 .

D. 1, 26 .

Lời giải

Chọn A

Dựa vào kết quả của câu 8, ta có độ lệch chuẩn của bảng số liệu (I) là:

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{1,54} \approx 1,24.$$

Câu 6: Theo kết quả thống kê điểm thi giữa kỳ 2 môn toán khối 11 của một trường THPT, người ta tính được phương sai của bảng thống kê đó là $s_x^2 = 0,573$. Độ lệch chuẩn của bảng thống kê đó bằng

A. 0,812 .

B. 0,757 .

C. 0,936 .

D. 0,657 .

Lời giải

Chọn B

Ta có công thức tính độ lệch chuẩn là $s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{0,573} \approx 0,757$.

Câu 7: Cho phương sai của các số liệu bằng 4. Tìm độ lệch chuẩn.

A. 4.

B. 2.

C. 16.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có độ lệch chuẩn là căn bậc hai của phương sai

$$\text{Nên } s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{4} = 2.$$

Câu 8: Cho mẫu số liệu $\{10; 7; 8; 5; 4\}$. Phương sai của mẫu là

A. 2,39.

B. 2,14.

C. 4,56.

D. 5,7.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } s_x^2 = \frac{10^2 + 7^2 + 8^2 + 5^2 + 4^2}{5} - \left(\frac{10 + 7 + 8 + 5 + 4}{5} \right)^2 = 4,56.$$

Câu 9: Cho mẫu số liệu thống kê $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Tính (gần đúng) độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.

A. 2,45.

B. 2,58.

C. 6,67.

D. 6,0.

Lời giải

Chọn B

Số trung bình $\bar{x} = 5$.

$$\text{Phương sai } s^2 = \frac{1}{9} \left[(1-5)^2 + (2-5)^2 + \dots + (9-5)^2 \right] = \frac{20}{3}.$$

Độ lệch chuẩn $s \approx 2,58$.

Câu 10: Cho mẫu số liệu thống kê: $\{2, 4, 6, 8, 10\}$. Phương sai của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu?

A. 6.

B. 8.

C. 10.

D. 40.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Số trung bình là : } \bar{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6.$$

Phương sai của mẫu số liệu trên là: $s^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2$. Do đó

$$s^2 = \frac{1}{5} \left[(2-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2 \right] = 8.$$

Câu 11: Cho dãy số liệu thống kê: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Phương sai của mẫu số liệu thống kê đã cho là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu: $s_x^2 = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 = 4$.

Câu 12: Cho mẫu số liệu 10, 8, 6, 2, 4. Độ lệch chuẩn của mẫu là

A. 8.

B. 2, 4.

C. 6.

D. 2, 8.

Lời giải

Chọn D

* Số trung bình: $\bar{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6$.

* Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{\frac{1}{5} \left[(2-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2 \right]} \approx 2,8$

Câu 13: Bảng số liệu sau cho biết thời gian làm bài tính bằng phút của 50 học sinh.

Thời gian	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Tần số (n)	1	3	4	7	8	9	8	5	3	2	N = 50

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thống kê trên.

A. $\delta \approx 2,15$.

B. $\delta \approx 2,14$.

C. $\delta \approx 2,16$.

D. $\delta \approx 2,13$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overline{x^2} = \frac{1}{50}(1.3^2 + 3.4^2 + 4.5^2 + 7.6^2 + 8.7^2 + 9.8^2 + 8.9^2 + 5.10^2 + 3.11^2 + 2.12^2) = 63,52$

$\bar{x} = \frac{1}{50}(1.3 + 3.4 + 4.5 + 7.6 + 8.7 + 9.8 + 8.9 + 5.10 + 3.11 + 2.12) = 7,68$

Suy ra phương sai $s_x^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = 63,52 - 7,68^2 = 4,5376$. Do đó độ lệch chuẩn là $s_x \approx 2,13$.

Câu 14: Sản lượng lúa (đơn vị ha) của 40 thửa ruộng có cùng diện tích được trình bày trong bảng số liệu sau:

Sản lượng	20	21	22	23	24	
Tần số	5	8	11	10	6	$N = 40$

Tính phương sai của bảng số liệu.

- A.** 1,55. **B.** 1,53. **C.** 1,52. **D.** 1,54.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\bar{x} = \frac{5.20 + 8.21 + 11.22 + 10.23 + 6.24}{40} = 22,1$.

$S_x^2 = \frac{1}{40}[5(20 - 22,1)^2 + 8(21 - 22,1)^2 + 11(22 - 22,1)^2 + 10(23 - 22,1)^2 + 6(24 - 22,1)^2] = 1,54$.

Câu 15: Tính độ lệch chuẩn của bảng số liệu (I). (Tính chính xác đến chữ số hàng phần trăm).

Sản lượng	20	21	22	23	24	
Tần số	5	8	11	10	6	$N = 40$

- A.** 1,24. **B.** 1,23. **C.** 1,25. **D.** 1,26.

Lời giải

Chọn A

Gọi s là độ lệch chuẩn. Áp dụng công thức $s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m n_i x_i^2 - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^m n_i x_i \right)^2$ với n_i là tần số của số

liệu x_i ($i = 1, 2, \dots, m$), $\sum_{i=1}^m n_i = N$. Ta có: $s^2 = \frac{77}{50} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{77}{50}} \approx 1,24$.

Câu 16: Cho bảng tần số khối lượng của 30 con tôm:

Khối lượng(gam)	140	150	160	170	180	190	Cộng
Tần số	2	3	5	9	8	3	30

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Số trung bình $\bar{x} = 169$.

B. Độ lệch chuẩn $s \approx 13,5$.

C. Tần suất của giá trị 160 là $\frac{1}{5}$.

D. Mỗi con tôm là đơn vị của điều tr

Lời giải

Chọn C

$$\text{Số trung bình } \bar{x} = \frac{140.2 + 150.3 + 160.5 + 170.9 + 180.8 + 190.3}{30} = 169.$$

$$\text{Tần suất của giá trị 160 là } \frac{5}{30} = \frac{1}{6}.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn } s = \sqrt{\frac{1}{N} \left[n_1 \cdot (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 \cdot (x_2 - \bar{x})^2 + n_3 \cdot (x_3 - \bar{x})^2 + n_4 \cdot (x_4 - \bar{x})^2 + n_5 \cdot (x_5 - \bar{x})^2 + n_6 \cdot (x_6 - \bar{x})^2 \right]}$$

Câu 17: Cho dãy số liệu thống kê: 1,2,3,4,5,6,7,8. Độ lệch chuẩn của dãy số liệu thống kê này (làm tròn đến 2 chữ số thập phân) là

A. 2,30.

B. 2,63.

C. 27,56.

D. 5,25.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \bar{x} = \frac{1 + 2 + \dots + 8}{8} = \frac{9}{2}.$$

$$s^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = 25,5 - 20,25 = 5,25.$$

Do đó độ lệch chuẩn của dãy là 2,30.

Câu 18: Sản lượng lúa (đơn vị tạ) của 40 thửa ruộng có cùng diện tích được trình bày trong bảng số liệu sau

Bảng (I) (Dùng cho câu 8 và câu 9). Tính phương sai của bảng số liệu (I).

A. 1,55.

B. 1,53.

C. 1,52.

D. 1,54.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\sum_{i=1}^5 n_i x_i = 5.20 + 8.21 + 11.22 + 10.23 + 6.24 = 884.$$

$$\sum_{i=1}^5 n_i x_i^2 = 5.20^2 + 8.21^2 + 11.22^2 + 10.23^2 + 6.24^2 = 19598$$

Do đó, phương sai của bảng số liệu (I) là:

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^5 n_i x_i^2 - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^5 n_i x_i \right)^2 = \frac{1}{40} \cdot 19598 - \frac{1}{40^2} \cdot 884^2 = 1,54.$$

Câu 19: Tính phương sai của dãy số liệu: 1,3,3,5,7,9,10,11,11,11.

A. $\frac{71}{10}$.

B. $\frac{1329}{10}$.

C. $\frac{710}{10}$.

D. $\frac{1329}{100}$.

Lời giải

Chọn D

Bảng phân bố tần số của dãy số liệu:

Giá trị	1	3	5	7	9	10	11	Tổng
Tần số	1	2	1	1	1	1	3	10

$$\text{Ta có } \bar{x} = \frac{1}{10} (1.1 + 3.2 + 5.1 + 7.1 + 9.1 + 10.1 + 11.3) = \frac{71}{10}.$$

$$\begin{aligned} \text{Phương sai là: } S^2 &= \frac{1}{10} \left[1. \left(1 - \frac{71}{10} \right)^2 + 2. \left(3 - \frac{71}{10} \right)^2 + 1. \left(5 - \frac{71}{10} \right)^2 + 1. \left(7 - \frac{71}{10} \right)^2 + 1. \left(9 - \frac{71}{10} \right)^2 + 1. \left(10 - \frac{71}{10} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + 3. \left(11 - \frac{71}{10} \right)^2 \right] = 13,29 \end{aligned}$$

Câu 20: Cho dãy số liệu thống kê: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Phương sai của các số liệu thống kê là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Giá trị trung bình của dãy số liệu thống kê đã cho là: $\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4.$

Phương sai của các số liệu thống kê là

$$S_x^2 = \frac{(\bar{x}-1)^2 + (\bar{x}-1)^2 + (\bar{x}-2)^2 + (\bar{x}-3)^2 + (\bar{x}-4)^2 + (\bar{x}-5)^2 + (\bar{x}-6)^2 + (\bar{x}-7)^2}{7}$$

$$= \frac{(4-1)^2 + (4-2)^2 + (4-3)^2 + (4-4)^2 + (4-5)^2 + (4-6)^2 + (4-7)^2}{7} = \frac{28}{7} = 4.$$

Câu 21: Số liệu thống kê 100 học sinh tham gia kì thi học sinh giỏi toán (thang điểm 20). Kết quả được thống kê trong bảng sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	$N = 100$

Tính độ lệch chuẩn của bảng số liệu thống kê.

- A.** 2,01. **B.** 1,89. **C.** 1,98. **D.** 1,99.

Lời giải

Chọn D

Điểm số trung bình của các học sinh tham gia thi học sinh giỏi là

$$\bar{x} = \frac{1.9+1.10+3.11+5.12+8.13+13.14+19.15+24.16+14.17+10.18+2.19}{100} \approx 15,23.$$

Phương sai của số liệu thống kê là

$$S_x^2 = \frac{(\bar{x}-9)^2 + (\bar{x}-10)^2 + 3(\bar{x}-11)^2 + 5(\bar{x}-12)^2 + \dots + 2(\bar{x}-19)^2}{100} \approx 3,96.$$

Suy ra độ lệch chuẩn của bảng số liệu thống kê là $S_x = \sqrt{S_x^2} \approx 1,99$

Câu 22: Cho mẫu số liệu thống kê $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Tính (gần đúng) độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên?

- A.** 2,45. **B.** 2,58. **C.** 6,67. **D.** 6,0.

Lời giải

Chọn B

Ta có giá trị trung bình $\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9}{9} = 5$.

Do đó độ lệch chuẩn

$$s = \sqrt{\frac{(1-5)^2 + (2-5)^2 + (3-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2 + (7-5)^2 + (8-5)^2 + (9-5)^2}{9}}$$

$$s = \frac{2\sqrt{15}}{3} \approx 2,58.$$

Câu 23: Một cửa hàng bán gạo, thống kê số kg gạo mà cửa hàng bán mỗi ngày trong 30 ngày, được bảng tần số:

Bảng tần số	
<i>Số kg gạo</i>	<i>Tần số</i>
100	7
120	4
130	2
160	8
180	3
200	2
250	4
Tổng	30

Phương sai của bảng số liệu gần đúng với giá trị nào dưới đây nhất?

- A.** 155. **B.** 2318. **C.** 3325. **D.** 1234.

Lời giải

Chọn B

Ta có số trung bình của bảng số liệu là:

$$\bar{x} = \frac{7 \cdot 100 + 4 \cdot 120 + 2 \cdot 130 + 8 \cdot 160 + 3 \cdot 180 + 2 \cdot 200 + 4 \cdot 250}{30} \approx 155$$

Phương sai của bảng số liệu:

$$s_x^2 \approx \frac{7(100-155)^2 + 4(120-155)^2 + 2(130-155)^2 + 8(160-155)^2 + 3(180-155)^2 + 2(200-155)^2 + 4(250-155)^2}{30}$$

$$\approx 2318.$$

Câu 24: Sản lượng lúa (tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng phân bố tần số sau đây:

Sản lượng	20	21	22	23	24
Tần số	5	8	11	10	6

Phương sai của mẫu số liệu là:

- A.** $s_x^2 = 1,5$ **B.** $s_x^2 = 1,24$ **C.** 1,54 **D.** 22,1

Lời giải

Chọn A

Ta có sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng là:

$$\bar{x} = \frac{1}{40}(5.20 + 8.21 + 11.22 + 10.23 + 6.24) = 22,1 \text{ (tạ)}$$

Phương sai:

$$s_x^2 = \frac{1}{n} [n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k(x_k - \bar{x})^2] = 1,54$$

Câu 25: Đo chiều cao (tính bằng *cm*) của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao	[150;154)	[154;158)	[158;162)	[162;166)	[166;170)
Tần số	25	50	200	175	50

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là:

- A.** $s_x = 161,4$ **B.** $s_x = 14,48$ **C.** $s_x = 8,2$ **D.** $s_x = 3,85$

Lời giải

Chọn D

Ta có bảng sau

Lớp chiều cao	Giá trị đại diện	Tần số
[150;154)	152	25
[154;158)	156	50
[158;162)	160	200
[162;166)	164	175
[166;170)	168	50

Ta có chiều cao trung bình:

$$\bar{x} = \frac{1}{500}(152.25 + 156.50 + 160.200 + 164.175 + 168.50) = 161,4$$

Phương sai của mẫu số liệu:

$$s_x^2 = f_1(c_1 - \bar{x})^2 + f_2(c_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(c_k - \bar{x})^2$$

$$= \frac{1}{500}[25(152 - 161,4)^2 + 50(156 - 161,4)^2 + 200(160 - 161,4)^2 + 175(164 - 161,4)^2 + 50(168 - 161,4)^2] = 14,84$$

$$\Rightarrow \text{Độ lệch chuẩn: } s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{14,48} = 3,85$$

Câu 26: Cho bảng số liệu điểm thi học kì 2 của 40 học sinh lớp 10A (thang điểm là 10):

Điểm	5	6	7	8	9	10	
Tần số	5	12	8	9	4	2	N=40

Tính phương sai S_x^2

- A.** $S_x^2 = 1,784$. **B.** $S_x^2 = 1,874$. **C.** $S_x^2 = 1,847$. **D.** $S_x^2 = 1,748$.

Lời giải

Ta có điểm trung bình của 40 em học sinh là:

$$\bar{x} = \frac{5 \times 5 + 12 \times 6 + 8 \times 7 + 9 \times 8 + 4 \times 9 + 2 \times 10}{40} = \frac{281}{40} = 7,025$$

$$S_x^2 = \frac{5(5 - 7,025)^2 + 12(6 - 7,025)^2 + 8(7 - 7,025)^2 + 9(8 - 7,025)^2 + 4(9 - 7,025)^2 + 2(10 - 7,025)^2}{40}$$

$$= 1,874$$

Câu 27: Điểm thi môn Toán lớp 10A₂ của một Trường trung học phổ thông được trình bày ở bảng phân bố tần số sau

Điểm thi	5	6	7	8	9	10	
Tần số	7	5	10	12	4	2	$n = 40$

Trong các giá trị dưới đây, giá trị nào gần nhất với phương sai của bảng phân bố tần số trên?

- A.** 0,94. **B.** 3,94. **C.** 2,94. **D.** 1,94.

Lời giải

Chọn D

Trong dãy số liệu về điểm thi môn Toán lớp 10A₂ ta có

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_6 x_6 = \frac{1}{40} \cdot 7.5 + 5.6 + 10.7 + 12.8 + 4.9 + 2.10 = 7,175.$$

Phương sai là:

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{n} \cdot \left(n_1 \cdot x_1^2 - \bar{x}^2 + n_2 \cdot x_2^2 - \bar{x}^2 + \dots + n_6 \cdot x_6^2 - \bar{x}^2 \right) \\ &= \frac{1}{40} \cdot \left(7 \cdot 5^2 - 7,175^2 + 5 \cdot 6^2 - 7,175^2 + 10 \cdot 7^2 - 7,175^2 \right. \\ &\quad \left. + 12 \cdot 8^2 - 7,175^2 + 4 \cdot 9^2 - 7,175^2 + 2 \cdot 10^2 - 7,175^2 \right) \\ &\approx 1,94. \end{aligned}$$

♦Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1. Khoảng biến thiên tổng số giờ nắng trong năm của một tỉnh thành được thống kê từ năm 2006 đến 2019 được cho như sau:

1884	1600	1645	2049,9	1913,8	1664,1	1846,5
1964,8	1951	2023,6	1996,2	1699,1	1845	2190,4

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Số giờ nắng trung bình trong năm là: 1826,67 giờ.		
b)	Số giờ nắng nhỏ nhất 1600 giờ		
c)	Số giờ nắng lớn nhất là 2190,4 giờ.		
d)	Vậy khoảng biến thiên là: 520,4.		

Câu 2. Nhiệt độ trung bình (°C) mỗi tháng trong năm tại một trạm quan trắc được thống kê như

sau:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
19,6	19,6	23,2	22,3	29,9	32,1	31,6	29,3	29,2	24,8	23,9	18,6

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Nhiệt độ trung bình trong năm: 25,34°C.		
b)	Tháng 7 có nhiệt độ cao nhất		
c)	Phương sai $s^2 = 21,98$		
d)	Độ lệch chuẩn $s = 3,69$.		

Câu 3. Số liệu thống kê tỉ lệ (%) tốt nghiệp THPT của một địa phương từ năm học 2001- 2002 đến năm học 2016 - 2017 được cho như sau:

98,82	97,46	99,19	98,90	98,65	79,51	85,06	86,18
98,68	99,23	99,93	99,34	99,74	93,08	97,34	97,82

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Tỉ lệ tốt nghiệp trung bình: 95,56%.		
b)	99,19 là tỉ lệ (%) tốt nghiệp THPT cao nhất		
c)	Phương sai: $s^2 = 36,03$		
d)	Độ lệch chuẩn: $s = 6,09$.		

Câu 4. Thống kê lượng mưa (mm) mỗi tháng trong năm giữa hai thành phố A và B ta được bảng số liệu sau:

Tháng, điểm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	22	28	42	97	181	242	258	297	225	125	57	19
B	54	46	52	45	62	57	54	51	57	59	59	55

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Giá trị nhỏ nhất Thành phố A là 19		
b)	Giá trị lớn nhất Thành phố B là 62		
c)	Khoảng biến thiên Thành phố B là 16		
d)	Lượng mưa của thành phố A ổn định hơn của thành phố B		

Câu 5. Kết quả kiểm tra môn Tiếng Anh (thang điểm 100) của hai lớp 10A và 10B được cho dưới bảng sau:

Lớp 10A

67	69	71	68	68	72
71	69	71	75	73	68
73	72	72	75	74	75
68	72	69	70	70	69
75	76	69	49	73	76
70	71	69	67	68	91
72	73	75	74	76	73

Lớp 10B

74	71	75	63	59	72
55	66	71	69	75	68
73	72	72	75	74	75
54	58	69	58	55	62
75	78	69	51	73	76
86	61	59	79	82	93
76	81	88	67	72	84

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điểm trung bình Lớp 10A bằng 71,38		
b)	Phương sai Lớp 10B bằng 28,09		
c)	Độ lệch chuẩn Lớp 10A bằng 5,30		
d)	Lớp 10A học đồng đều hơn 10B.		

Câu 6. Cho hai mẫu số liệu A và B được cho dưới dạng tần số như sau:

Mẫu A:

Giá trị	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Tần số	1	2	3	3	2	4	2	4	1	3	4	2	1	1

Mẫu B:

Giá trị	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Tần số	1	0	1	1	2	2	3	5	10	4	2	1	0	1

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Với mẫu A ta có: giá trị trung bình $\bar{x}_A = 7,27$		
b)	Với mẫu B ta có phương sai $s_B^2 = 6,21$		
c)	Với mẫu A ta có độ lệch chuẩn $s_A = 2,5$.		
d)	Mẫu A có độ phân tán cao hơn mẫu B		

Câu 7. Thực hành việc đo chiều cao (cm) của 40 học sinh nữ khối lớp 10 của một trường Trung học phổ thông, ta được kết quả như sau:

154	152	154	151	150	149	153	154	152	152
150	152	150	153	152	156	153	156	105	153
156	154	154	152	152	152	154	155	155	153
156	147	155	154	156	157	149	153	170	154

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Chiều cao trung bình: $\bar{x} =_{152,27} \text{ cm}$.		
b)	170 cm là chiều cao lớn nhất		

c)	Phương sai: $s^2 = 65,32$		
d)	Độ lệch chuẩn: $s = 8,08$		

Câu 8. Một cơ sở chăn nuôi gia cầm tiến hành nuôi thử nghiệm giống gà đẻ trứng mới. Khi gà đã cho trứng họ tiến hành khảo sát với 20 quả được cân nặng (gam) như sau:

40	42	36	38	40	42	29	48	43	43
41	41	39	44	45	41	40	39	42	41

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Giá trị nhỏ nhất của mẫu là 29		
b)	Giá trị lớn nhất của mẫu là 48		
c)	Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = 2$		
d)	Các giá trị bất thường là 29 và 48		

Câu 9. Mẫu số liệu dưới đây thống kê thời gian chờ xe bus (đơn vị: phút) của 10 học sinh ở cùng một bến:

1 4 5 6 6 8 10 11 12 25

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Số trung bình cộng của mẫu số liệu là: $\bar{x} = 8,8$ (phút).		
b)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = 5$ (phút).		
c)	Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là: $s \approx 5,27$ (phút).		
d)	25 là giá trị bất thường của mẫu số liệu.		

Câu 10. Bạn Hưng và bạn Thịnh thống kê kết quả chiều cao (đơn vị: xăng-ti-mét) của 5 cây nguyệt quế mà mỗi người trồng sau một thời gian như sau:

Cây của bạn Hưng	35	36	38	36	37
Cây của bạn Thịnh	30	35	38	41	30

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Số trung bình cộng của mẫu số liệu cây của bạn Hưng là: $\bar{x}_H = 36,4(cm)$.		
b)	Số trung bình cộng của mẫu số liệu cây của bạn Thịnh là: $\bar{x}_T = 32,4(cm)$.		

c)	Phương sai của mẫu số liệu cây của bạn Hưng lớn hơn Phương sai của mẫu số liệu cây của bạn Thịnh		
d)	Các cây nguyệt quế của bạn Hưng phát triển chiều cao đồng đều hơn		

Câu 11. Mẫu số liệu sau ghi rõ số tiền thưởng tết Nguyên Đán của 13 nhân viên của một công ty (đơn vị : triệu đồng): 10 10 11 12 12 13 14,5 15 18 20 20 21 28.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Trung vị là 13,5		
b)	Tứ phân vị thứ hai : $Q_2 = 13,5$		
c)	Khoảng biến thiên là : $R = 18$		
d)	Khoảng tứ phân vị là : $\Delta Q = 8,5$		

Câu 12. Mẫu số liệu sau ghi rõ chiều cao của 10 cầu thủ đăng ký khóa học của một học viện bóng đá (đơn vị : cm) : 176 187 174 186 185 180 185 182 179 186.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = 183,5$		
b)	Tứ phân vị thứ nhất là : $Q_1 = 179$		
c)	Khoảng biến thiên là : $R = 12$		
d)	Khoảng tứ phân vị là : $\Delta Q = 8$		

Câu 13. Điểm kiểm tra học kì môn toán của các bạn tổ 1 và tổ 2 lớp 10A được cho như sau :

Tổ 1: 7 8 8 8 9 8 8 8;

Tổ 2: 10 6 8 9 9 7 8 7 8.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điểm trung bình kiểm tra hai tổ có như nhau		
b)	Khoảng biến thiên tổ 1 là $R_1 = 3$		
c)	Khoảng biến thiên tổ 2 là $R_2 = 4$		
d)	Các bạn tổ 2 học toán đồng đều hơn các bạn tổ 1		

Câu 14. Kết quả điểm kiểm tra học kì môn Ngữ văn của các em học sinh tổ 1 và tổ 2 lớp 10D một trường Trung học phổ thông được cho như sau :

Điểm Ngữ văn tổ 1: 7 8 7,5 7 6 6,5 8 7.

Điểm Ngữ văn tổ 2: 6 7 8 6,5 8,5 7,7 8 8,5.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điểm trung bình học sinh tổ 1 : $\bar{x} \approx 4,17$		
b)	Phương sai học sinh tổ 1 : $s^2 \approx 0,49$.		
c)	Độ lệch chuẩn học sinh tổ 2: $s \approx 0,87$.		
d)	Tổ 1 học Ngữ văn đồng đều hơn tổ 2.		

Câu 15. Mẫu số liệu sau cho biết khối lượng (kg) của 15 người trong độ tuổi ngoài 40 42 42 43 44 45 46 47 48 50 51 53 55 56 60.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Khoảng biến thiên $R = 20$.		
b)	Trung vị của mẫu là 45.		
c)	Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 45$.		
d)	Khoảng tứ phân vị là $\Delta Q = 10$.		

Câu 16. Mẫu số liệu sau là giá tiền (triệu đồng) của 8 loại rượu ngoại được nhập về tại một cửa hàng rượu : 1,2 1,35 1,42 1,53 1,8 1,84 1,96 2,4.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Khoảng biến thiên của mẫu là: $R = 1,2$.		
b)	Khoảng tứ phân vị là: $\Delta Q = 0,215$.		
c)	$Q_1 - 1,5\Delta Q = 0,6125$		
d)	Mẫu số liệu không có giá trị nào là bất thường.		

Câu 17. Mỗi mẫu số liệu sau ghi rõ số bàn thắng của hai đội tuyển Việt Nam và Thái Lan trong một năm dương lịch khi thi đấu với các đội bóng khác ở khu vực.

Số bàn thắng đội tuyển Việt Nam : 4 3 2 1 6 2 3 3 2 2 3 5.

Số bàn thắng đội tuyển Thái Lan: 6 8 0 0 3 4 3 2 3 1 1 5.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
---------	--	------	-----

a)	Số bàn thắng trung bình của đội tuyển Việt Nam và đội tuyển Thái Lan là không bằng nhau		
b)	Xét mẫu số liệu về số bàn thắng của đội tuyển Việt Nam có độ lệch chuẩn là: $s_1 \approx 1,354$ (bàn).		
c)	Xét mẫu số liệu về số bàn thắng của đội tuyển Thái Lan có phương sai là: $s_2^2 = 5,5$		
d)	Khả năng ghi bàn của đội tuyển Thái Lan có tính ổn định hơn so với đội tuyển Việt Nam		

Câu 18. Điểm trung bình môn học kì của hai bạn An và Bình được cho như bảng sau

	Toán	Vật lí	Hóa học	Ngữ văn	Lịch sử	Địa lí	Tin học	Tiếng Anh
An	9,2	8,7	9,5	6,8	8,0	8,0	7,3	6,5
Bình	8,2	8,1	8,0	7,8	8,3	7,9	7,6	8,1

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Điểm trung bình môn học kì của hai bạn đều là 8,0 .		
b)	Khoảng biến thiên điểm của bạn An là $R_1 = 0,7$.		
c)	Khoảng biến thiên điểm của bạn Bình là $R_2 = 3$.		
d)	bạn An học đều hơn bạn Bình		

Câu 19. Điểm kiểm tra học kì môn Toán của các bạn Tổ 1, Tổ 2 lớp 12B được cho như sau:

Tổ 1	7	8	8	9	8	8	8		
Tổ 2	10	6	8	9	9	7	8	7	8

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Điểm trung bình môn học kì của các bạn tổ 1 và tổ 2 đều là 7 .		
b)	Đối với Tổ 1: điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 7;9		
c)	Đối với Tổ 2: điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 6;10.		
d)	Tổ 1 học đều hơn Tổ 2 .		

Câu 20. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Nếu các giá trị của mẫu số liệu tập trung quanh giá trị trung bình thì độ lệch chuẩn càng lớn.		
b)	Khoảng biến thiên chỉ sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất và bé nhất, bỏ qua thông tin của các giá trị còn lại.		
c)	Khoảng tứ phân vị có sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất, giá trị bé nhất.		

d)	Khoảng tứ phân vị chính là khoảng biên thiên của nửa dưới mẫu số liệu đã sắp xếp.		
----	---	--	--

Câu 21. Trong một tuần, nhiệt độ cao nhất trong ngày (đơn vị $^{\circ}\text{C}$) tại hai thành phố Hà Nội và Điện Biên như sau:

Hà Nội: 23 25 28 28 32 33 35

Điện Biên: 16 24 26 26 26 27 28

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Khoảng biến thiên nhiệt độ cao nhất trong ngày của Hà Nội và Điện Biên là giống nhau.		
b)	Nếu bỏ đi giá trị 16 thì khoảng biến thiên của Điện Biên chỉ bằng 4 .		
c)	Khoảng tứ phân vị của mẫu Hà Nội là: $\Delta_Q = 3$.		
d)	Khoảng tứ phân vị của mẫu Điện Biên là: $\Delta_Q = 8$.		

LỜI GIẢI

Câu 1. Khoảng biến thiên tổng số giờ nắng trong năm của một tỉnh thành được thống kê từ năm 2006 đến 2019 được cho như sau:

1884	1600	1645	2049,9	1913,8	1664,1	1846,5
1964,8	1951	2023,6	1996,2	1699,1	1845	2190,4

Khi đó:

a) Số giờ nắng trung bình trong năm là: 1826,67 giờ.

b) Số giờ nắng nhỏ nhất 1600 giờ

c) Số giờ nắng lớn nhất là 2190,4 giờ.

d) Vậy khoảng biến thiên là: 520,4.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Số giờ nắng trung bình trong năm là: 1876,67 giờ.

Số giờ nắng nhỏ nhất và lớn nhất tương ứng là: 1600 giờ và 2190,4 giờ.

Vậy khoảng biến thiên là: 590,4.

Câu 2. Nhiệt độ trung bình ($^{\circ}C$) mỗi tháng trong năm tại một trạm quan trắc được thống kê như sau:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
19,6	19,6	23,2	22,3	29,9	32,1	31,6	29,3	29,2	24,8	23,9	18,6

Khi đó:

a) Nhiệt độ trung bình trong năm: $25,34^{\circ}C$.

b) Tháng 7 có nhiệt độ cao nhất

c) Phương sai $s^2 = 21,98$

d) Độ lệch chuẩn $s = 3,69$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

Nhiệt độ trung bình trong năm: $25,34^{\circ}C$.

Phương sai $s^2 = 21,98$, độ lệch chuẩn $s = 4,69$.

Câu 3. Số liệu thống kê tỉ lệ (%) tốt nghiệp THPT của một địa phương từ năm học 2001- 2002 đến năm học 2016 - 2017 được cho như sau:

98,82	97,46	99,19	98,90	98,65	79,51	85,06	86,18
98,68	99,23	99,93	99,34	99,74	93,08	97,34	97,82

Khi đó:

a) Tỉ lệ tốt nghiệp trung bình: 95,56%.

b) 99,19 là tỉ lệ (%) tốt nghiệp THPT cao nhất

c) Phương sai: $s^2 = 36,03$

d) Độ lệch chuẩn: $s = 6,09$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Tỉ lệ tốt nghiệp trung bình: 95,56%.

Phương sai: $s^2 = 37,03$, độ lệch chuẩn: $s = 6,09$.

Câu 4. Thống kê lượng mưa (mm) mỗi tháng trong năm giữa hai thành phố A và B ta được bảng số liệu sau:

Tháng, điểm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	22	28	42	97	181	242	258	297	225	125	57	19
B	54	46	52	45	62	57	54	51	57	59	59	55

Khi đó:

- a) Giá trị nhỏ nhất Thành phố A là 19
- b) Giá trị lớn nhất Thành phố B là 62
- c) Khoảng biến thiên Thành phố B là 16
- d) Lượng mưa của thành phố A ổn định hơn của thành phố B

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Khoảng biến thiên lượng mưa giữa hai thành phố:

	Thành phố A	Thành phố B
Giá trị nhỏ nhất	19	45
Giá trị lớn nhất	297	62
Khoảng biến thiên	278	17

Lượng mưa của thành phố B ổn định hơn của thành phố A.

Câu 5. Kết quả kiểm tra môn Tiếng Anh (thang điểm 100) của hai lớp 10A và 10B được cho dưới bảng sau:

Lớp 10A

67	69	71	68	68	72
71	69	71	75	73	68
73	72	72	75	74	75
68	72	69	70	70	69
75	76	69	49	73	76
70	71	69	67	68	91
72	73	75	74	76	73

Lớp 10B

74	71	75	63	59	72
55	66	71	69	75	68
73	72	72	75	74	75
54	58	69	58	55	62
75	78	69	51	73	76
86	61	59	79	82	93
76	81	88	67	72	84

Khi đó:

- a) Điểm trung bình Lớp 10A bằng 71,38
- b) Phương sai Lớp 10B bằng 28,09
- c) Độ lệch chuẩn Lớp 10A bằng 5,30
- d) Lớp 10A học đồng đều hơn 10B.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Thực hiện tính các số đặc trưng:

Lớp 10A		Lớp 10B	
Điểm trung bình	71,38	Điểm trung bình	70,6
Phương sai	28,09	Phương sai	90,19
Độ lệch chuẩn	5,30	Độ lệch chuẩn	9,50

So sánh độ lệch chuẩn thì lớp 10A học đồng đều hơn 10B.

Câu 6. Cho hai mẫu số liệu A và B được cho dưới dạng tần số như sau:

Mẫu A:

Giá trị	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Tần số	1	2	3	3	2	4	2	4	1	3	4	2	1	1

Mẫu B:

Giá trị	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Tần số	1	0	1	1	2	2	3	5	10	4	2	1	0	1

Khi đó:

- a) Với mẫu A ta có: giá trị trung bình $\overline{x_A} = 7,27$
- b) Với mẫu B ta có phương sai $s_B^2 = 6,21$
- c) Với mẫu A ta có độ lệch chuẩn $s_A = 2,5$.
- d) Mẫu A có độ phân tán cao hơn mẫu B.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Với mẫu A ta có: giá trị trung bình $\bar{x}_A = 7,27$, phương sai $s_A^2 = 12,26$ và độ lệch chuẩn $s_A = 3,5$.

Với mẫu B ta có: giá trị trung bình $\bar{x}_B = 8,15$, phương sai $s_B^2 = 6,49$ và độ lệch chuẩn $s_B = 2,55$.

Vì $s_A > s_B$ nên ta có thể khẳng định mẫu A có độ phân tán cao hơn mẫu B .

Câu 7. Thực hành việc đo chiều cao (cm) của 40 học sinh nữ khối lớp 10 của một trường Trung học phổ thông, ta được kết quả như sau:

154	152	154	151	150	149	153	154	152	152
150	152	150	153	152	156	153	156	105	153
156	154	154	152	152	152	154	155	155	153
156	147	155	154	156	157	149	153	170	154

Khi đó:

a) Chiều cao trung bình: $\bar{x} =_{152,27} \text{ cm}$.

b) 170 cm là chiều cao lớn nhất

c) Phương sai: $s^2 = 65,32$;

d) Độ lệch chuẩn: $s = 8,08$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Chiều cao trung bình: $\bar{x} =_{152,27} \text{ cm}$.

Phương sai: $s^2 = 67,32$; độ lệch chuẩn: $s = 8,20$.

Câu 8. Một cơ sở chăn nuôi gia cầm tiến hành nuôi thử nghiệm giống gà đẻ trứng mới. Khi gà đã cho trứng họ tiến hành khảo sát với 20 quả được cân nặng (gam) như sau:

40	42	36	38	40	42	29	48	43	43
41	41	39	44	45	41	40	39	42	41

Khi đó:

a) Giá trị nhỏ nhất của mẫu là 29

b) Giá trị lớn nhất của mẫu là 48

c) Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = 2$.

d) Các giá trị bất thường là 29 và 48.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Sắp xếp mẫu theo thứ tự tăng dần, ta tìm được giá trị nhỏ nhất của mẫu là 29, giá

trị lớn nhất của mẫu là 48, $Q_1 = 39,5$; $Q_2 = 41$ và $Q_3 = 42,5$.

a) Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = 42,5 - 39,5 = 3$.

b) $Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q = 35$ và $Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q = 47$.

Các giá trị bất thường là 29 và 48.

Câu 9. Mẫu số liệu dưới đây thống kê thời gian chờ xe bus (đơn vị: phút) của 10 học sinh ở cùng một bến:

1 4 5 6 6 8 10 11 12 25

Khi đó:

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu là: $\bar{x} = 8,8$ (phút).

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = 5$ (phút).

c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là: $s \approx 5,27$ (phút).

d) 25 là giá trị bất thường của mẫu số liệu.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu là:

$$\bar{x} = \frac{1+4+5+6+6+8+10+11+12+25}{10} = 8,8 \text{ (phút)}.$$

Mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu là: $\frac{6+8}{2} = 7$ (phút).

Trung vị của dãy 1,4,5,6,6 là 5 . Trung vị của dãy 8,10,11,12,25 là 11 .

Vậy tứ phân vị của mẫu số liệu là: $Q_1 = 5$ (phút), $Q_2 = 7$ (phút), $Q_3 = 11$ (phút).

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R = 25 - 1 = 24$ (phút).

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = 11 - 5 = 6$ (phút).

c) Ta có: $(1-8,8)^2 + (4-8,8)^2 + (5-8,8)^2 + (6-8,8)^2 \cdot 2 + (8-8,8)^2 + (10-8,8)^2 + (11-8,8)^2 + (12-8,8)^2 + (25-8,8)^2 = 393,6$.

Suy ra phương sai của mẫu số liệu là: $s^2 = \frac{393,6}{10} = 39,36$.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là: $s = \sqrt{39,36} \approx 6,27$ (phút).

d) Ta có: $Q_1 - \frac{3}{2}\Delta_Q = 5 - \frac{3}{2} \cdot 6 = -4$, $Q_3 + \frac{3}{2}\Delta_Q = 11 + \frac{3}{2} \cdot 6 = 20$. Vì $25 > 20$ nên 25 là giá trị bất thường của mẫu số liệu.

Câu 10. Bạn Hưng và bạn Thịnh thống kê kết quả chiều cao (đơn vị: xăng-ti-mét) của 5 cây nguyệt quế mà mỗi người trồng sau một thời gian như sau:

Cây của bạn Hưng	35	36	38	36	37
Cây của bạn Thịnh	30	35	38	41	30

Khi đó:

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu cây của bạn Hưng là: $\bar{x}_H = 36,4(cm)$.

b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu cây của bạn Thịnh là: $\bar{x}_T = 32,4(cm)$.

c) Phương sai của mẫu số liệu cây của bạn Hưng **lớn hơn** Phương sai của mẫu số liệu cây của bạn Thịnh

d) Các cây nguyệt quế của bạn Hưng phát triển chiều cao đồng đều hơn

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Mẫu số liệu chiều cao 5 cây do bạn Hưng trồng là: 35 36 38 36 37(1)

Mẫu số liệu chiều cao 5 cây do bạn Thịnh trồng là: 30 35 38 41 33(2)

Số trung bình cộng của mẫu số liệu (1) là: $\bar{x}_H = \frac{35+36+38+36+37}{5} = 36,4(cm)$.

Phương sai của mẫu số liệu (1) là: $s_H^2 = 1,04$.

Số trung bình cộng của mẫu số liệu (2) là: $\bar{x}_T = \frac{30+35+38+41+33}{5} = 35,4(cm)$.

Phương sai của mẫu số liệu (2) là: $s_T^2 = 14,64$.

Vì $s_H^2 < s_T^2$ nên các cây nguyệt quế của bạn Hưng phát triển chiều cao đồng đều hơn.

Câu 11. Mẫu số liệu sau ghi rõ số tiền thưởng tết Nguyên Đán của 13 nhân viên của một công ty (đơn vị : triệu đồng): 10 10 11 12 12 13 14,5 15 18 20 20 21 28.

Khi đó:

- a) Trung vị là 13,5 ;
- b) Tứ phân vị thứ hai : $Q_2 = 13,5$.
- c) Khoảng biến thiên là : $R = 18$.
- d) Khoảng tứ phân vị là : $\Delta Q = 8,5$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Mẫu gồm 13 giá trị theo thứ tự không giảm: 10 10 11 12 12 13 14,5 15 18 20 20 21 28 ; trung vị là 14,5 ; nên tứ phân vị thứ hai : $Q_2 = 14,5$.

Xét nửa mẫu bên trái: 10 10 11 12 12 13 ; tứ phân vị thứ nhất: $Q_1 = 11,5$.

Xét nửa mẫu bên phải: 15 18 20 20 21 28; tứ phân vị thứ nhất: $Q_3 = 20$.

Vậy tứ phân vị của mẫu là $Q_1 = 11,5; Q_2 = 14,5; Q_3 = 20$.

b) Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của số liệu lần lượt là $x_{\max} = 28, x_{\min} = 10$.

Khoảng biến thiên là : $R = x_{\max} - x_{\min} = 18$.

Khoảng tứ phân vị là : $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 8,5$.

Câu 12. Mẫu số liệu sau ghi rõ chiều cao của 10 cầu thủ đăng ký khóa học của một học viện bóng đá (đơn vị : cm) : 176 187 174 186 185 180 185 182 179 186.

Khi đó:

a) Tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = 183,5$.

b) Tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 179$.

c) Khoảng biến thiên là: $R = 12$.

d) Khoảng tứ phân vị là: $\Delta Q = 8$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm : 174 176 179 180 182 185 185 186 186 187. Tứ

phân vị thứ hai là trung vị của mẫu : $Q_2 = \frac{182+185}{2} = 183,5$.

Xét nửa mẫu bên trái: 174 176 179 180 182. Tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 179$.

Xét nửa mẫu bên phải: 185 185 186 186 187. Tứ phân vị thứ nhất là: $Q_3 = 186$

Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trong mẫu số liệu là : $x_{\max} = 187, x_{\min} = 174$.

Khoảng biến thiên là: $R = x_{\max} - x_{\min} = 13$.

Khoảng tứ phân vị là: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 7$.

Câu 13. Điểm kiểm tra học kì môn toán của các bạn tổ 1 và tổ 2 lớp 10A được cho như sau :

Tổ 1: 7 8 8 8 9 8 8 8;

Tổ 2: 10 6 8 9 9 7 8 7 8.

Khi đó:

a) Điểm trung bình kiểm tra hai tổ có như nhau

b) Khoảng biến thiên tổ 1 là $R_1 = 3$.

c) Khoảng biến thiên tổ 2 là $R_2 = 4$.

d) Các bạn tổ 2 học toán đồng đều hơn các bạn tổ 1

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Điểm trung bình môn toán hai tổ bằng nhau và bằng 8 .

Đối với tổ 1 , điểm kiểm tra cao nhất và thấp nhất lần lượt là 9; 7 . Vì vậy khoảng biến thiên là $R_1 = 9 - 7 = 2$.

Đối với tổ 2 , điểm kiểm tra cao nhất và thấp nhất lần lượt là 10 ; 6. Vì vậy khoảng biến thiên là $R_2 = 10 - 6 = 4$.

Nhận xét : Ta thấy $R_1 = 2$ nên mẫu số liệu ghi chép điểm số tổ 1 có tính phân tán thấp. Ngược lại $R_2 = 4$ nên mẫu số liệu ghi chép điểm số của tổ 2 có tính phân tán cao hơn của tổ 1 .

Vậy các bạn tổ 1 học toán đồng đều hơn các bạn tổ 2 (vì $R_1 < R_2$).

Câu 14. Kết quả điểm kiểm tra học kì môn Ngữ văn của các em học sinh tổ 1 và tổ 2 lớp 10D một trường Trung học phổ thông được cho như sau :

Điểm Ngữ văn tổ 1: 7 8 7,5 7 6 6,5 8 7.

Điểm Ngữ văn tổ 2: 6 7 8 6,5 8,5 7,7 8 8,5.

Khi đó:

a) Điểm trung bình học sinh tổ 1 : $\bar{x} \approx 7,17$.

b) Phương sai học sinh tổ 1 : $s^2 \approx 0,49$.

c) Độ lệch chuẩn học sinh tổ 2: $s \approx 0,87$.

d) Tổ 1 học Ngữ văn đồng đều hơn tổ 2 .

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Xét bảng điểm Ngữ văn học sinh tổ 1 :

Điểm trung bình: $\bar{x} = \frac{7+8+\dots+7}{9} \approx 7,17$.

Phương sai: $s^2 = \frac{1}{9} \left[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_9 - \bar{x})^2 \right] \approx 0,39.$

Độ lệch chuẩn : $s = \sqrt{s^2} \approx 0,62.$

Xét bảng điểm Ngữ văn học sinh tổ 2:

Điểm trung bình: $\bar{x} = \frac{6+7+\dots+8,5}{8} = 7,525.$

Phương sai: $s^2 = \frac{1}{8} \left[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_8 - \bar{x})^2 \right] \approx 0,75.$

Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{s^2} \approx 0,87.$

Do độ lệch chuẩn từ điểm số Ngữ văn của tổ 1 nhỏ hơn độ lệch chuẩn từ điểm số Ngữ văn tổ 2 nên tổ 1 học Ngữ văn đồng đều hơn tổ 2 .

Câu 15. Mẫu số liệu sau cho biết khối lượng (kg) của 15 người trong độ tuổi ngoài 40 42 42 43 44 45 46 47 48 50 51 53 55 56 60.

Khi đó:

- a) Khoảng biến thiên $R = 20.$
- b) Trung vị của mẫu là 45 .
- c) Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 45.$
- d) Khoảng tứ phân vị là $\Delta Q = 10.$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất là $x_{\max} = 60, x_{\min} = 40$; suy ra khoảng biến thiên $R = x_{\max} - x_{\min} = 20.$

Tứ phân vị thứ hai của mẫu cũng là trung vị của mẫu: $Q_2 = 47.$

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị nửa mẫu bên trái (không kể Q_2): $Q_1 = 43.$

Tứ phân vị thứ ba là trung vị nửa mẫu bên phải (không kể Q_2): $Q_3 = 53.$

Do đó khoảng tứ phân vị là: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 53 - 43 = 10.$

Câu 16. Mẫu số liệu sau là giá tiền (triệu đồng) của 8 loại rượu ngoại được nhập về tại một cửa hàng rượu : 1,2 1,35 1,42 1,53 1,8 1,84 1,96 2,4.

Khi đó:

a) Khoảng biến thiên của mẫu là: $R = 1,2$.

b) Khoảng tứ phân vị là: $\Delta Q = 0,215$.

c) $Q_1 - 1,5\Delta Q = 0,6125$

d) Mẫu số liệu không có giá trị nào là bất thường.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trong mẫu số liệu là: $x_{\max} = 2,4; x_{\min} = 1,2$.

Khoảng biến thiên của mẫu là: $R = x_{\max} - x_{\min} = 2,4 - 1,2 = 1,2$.

Xét mẫu số liệu: 1,2 1,35 1,42 1,53 1,8 1,84 1,96 2,4.

Tứ phân vị thứ hai cũng là trung vị của mẫu: $Q_2 = \frac{1,53+1,8}{2} = 1,665$.

Xét nửa mẫu bên trái: 1,2 1,35 1,42 1,53.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị nửa mẫu này: $Q_1 = \frac{1,35+1,42}{2} = 1,385$.

Xét nửa mẫu bên phải: 1,8 1,84 1,96 2,4.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị nửa mẫu này: $Q_3 = \frac{1,84+1,96}{2} = 1,9$.

Khoảng tứ phân vị là: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 1,9 - 1,385 = 0,515$.

c) Ta có: $Q_1 - 1,5\Delta Q = 0,6125; Q_2 + 1,5\Delta Q = 2,6725$.

Ta thấy trong mẫu số liệu không có giá trị nào nhỏ hơn 0,6125, cũng không có giá trị nào lớn hơn 2,6725. Vậy mẫu số liệu không có giá trị nào là bất thường.

Câu 17. Mỗi mẫu số liệu sau ghi rõ số bàn thắng của hai đội tuyển Việt Nam và Thái Lan trong một năm dương lịch khi thi đấu với các đội bóng khác ở khu vực.

Số bàn thắng đội tuyển Việt Nam : 4 3 2 1 6 2 3 3 2 2 3 5.

Số bàn thắng đội tuyển Thái Lan: 6 8 0 0 3 4 3 2 3 1 1 5.

Khi đó:

- a) Số bàn thắng trung bình của đội tuyển Việt Nam và đội tuyển Thái Lan là không bằng nhau
- b) Xét mẫu số liệu về số bàn thắng của đội tuyển Việt Nam có độ lệch chuẩn là: $s_1 \approx 1,354$ (bàn).
- c) Xét mẫu số liệu về số bàn thắng của đội tuyển Thái Lan có phương sai là: $s_2^2 = 5,5$
- d) Khả năng ghi bàn của đội tuyển Thái Lan có tính ổn định hơn so với đội tuyển Việt Nam

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Số bàn thắng trung bình của đội tuyển Việt Nam và đội tuyển Thái Lan là bằng nhau và bằng 3 (bàn).

Xét mẫu số liệu về số bàn thắng của đội tuyển Việt Nam :

Phương sai là: $s_1^2 \approx 1,833$; độ lệch chuẩn là: $s_1 = \sqrt{s_1^2} \approx 1,354$ (bàn).

Xét mẫu số liệu về số bàn thắng của đội tuyển Thái Lan:

Phương sai là: $s_2^2 = 5,5$; độ lệch chuẩn là: $s_2 = \sqrt{s_2^2} \approx 2,345$ (bàn).

Vì số lượng bàn thắng trung bình của hai đội là ngang nhau mà $s_1 < s_2$ nên khả năng ghi bàn của đội tuyển Việt Nam có tính ổn định hơn so với đội tuyển Thái Lan.

Câu 18. Điểm trung bình môn học kì của hai bạn An và Bình được cho như bảng sau

	Toán	Vật lí	Hóa học	Ngữ văn	Lịch sử	Địa lí	Tin học	Tiếng Anh
An	9,2	8,7	9,5	6,8	8,0	8,0	7,3	6,5
Bình	8,2	8,1	8,0	7,8	8,3	7,9	7,6	8,1

Khi đó:

- a) Điểm trung bình môn học kì của hai bạn đều là 8,0 .
- b) Khoảng biến thiên điểm của bạn An là $R_1 = 0,7$.
- c) Khoảng biến thiên điểm của bạn Bình là $R_2 = 3$.
- d) bạn An học đều hơn bạn Bình

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Điểm trung bình môn học kì của hai bạn đều là 8,0 .

Đối với bạn An: điểm trung môn thấp nhất, cao nhất tương ứng là 6,5;9,5. Do đó khoảng biến thiên là $R_1 = 9,5 - 6,5 = 3$.

Đối với bạn Bình: điểm trung môn thấp nhất, cao nhất tương ứng là 7,6;8,3.

Do đó khoảng biến thiên là $R_2 = 8,3 - 7,6 = 0,7$.

Do $R_1 > R_2$ nên ta nói bạn Bình học đều hơn bạn An.

Câu 19. Điểm kiểm tra học kì môn Toán của các bạn Tổ 1, Tổ 2 lớp 12B được cho như sau:

Tổ 1	7	8	8	9	8	8	8		
Tổ 2	10	6	8	9	9	7	8	7	8

Khi đó:

- a) Điểm trung bình môn học kì của các bạn tổ 1 và tổ 2 đều là 7 .
- b) Đối với Tổ 1: điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 7;9
- c) Đối với Tổ 2: điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 6;10.
- d) Tổ 1 học đều hơn Tổ 2 .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Điểm trung bình môn học kì của các bạn tổ 1 và tổ 2 đều là 8 .

b) Đối với Tổ 1: điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 7;9 .

Do đó khoảng biến thiên là $R_1 = 9 - 7 = 2$.

Đối với Tổ 2: điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 6;10.

Do đó khoảng biến thiên là $R_2 = 10 - 6 = 4$

Do $R_2 > R_1$ nên ta nói Tổ 1 học đều hơn Tổ 2 .

Câu 20. Mỗi khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Nếu các giá trị của mẫu số liệu tập trung quanh giá trị trung bình thì độ lệch chuẩn càng lớn.
- b) Khoảng biến thiên chỉ sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất và bé nhất, bỏ qua thông tin của các giá trị còn lại.

c) Khoảng tứ phân vị có sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất, giá trị bé nhất.

d) Khoảng tứ phân vị chính là khoảng biên thiên của nửa dưới mẫu số liệu đã sắp xếp.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

Phương án đúng: (b)

Phương án (a) sai vì nếu số liệu càng phân tán thì độ lệch chuẩn càng lớn.

Phương án (c), (d) sai vì khoảng cách tứ phân vị chỉ sử dụng thông tin của 50% của số liệu chính giữa.

Câu 21. Trong một tuần, nhiệt độ cao nhất trong ngày (đơn vị $^{\circ}\text{C}$) tại hai thành phố Hà Nội và Điện Biên như sau:

Hà Nội: 23 25 28 28 32 33 35

Điện Biên: 16 24 26 26 26 27 28

Khi đó:

a) Khoảng biên thiên nhiệt độ cao nhất trong ngày của Hà Nội và Điện Biên là giống nhau.

b) Nếu bỏ đi giá trị 16 thì khoảng biên thiên của Điện Biên chỉ bằng 4 .

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu Hà Nội là: $\Delta_Q = 3$.

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu Điện Biên là: $\Delta_Q = 8$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Khoảng biên thiên của hai mẫu số liệu:

Hà Nội: $R_1 = 35 - 23 = 12$

Điện Biên: $R_2 = 28 - 16 = 12$

Khoảng biên thiên nhiệt độ cao nhất trong ngày của Hà Nội và Điện Biên là giống nhau.

Giá trị 16 làm cho khoảng biên thiên của mẫu số liệu về nhiệt độ cao nhất trong ngày tại Điện Biên bị ảnh hưởng lớn.

Nếu bỏ đi giá trị 16 thì khoảng biên thiên của Điện Biên chỉ bằng 4 .

Hà Nội: 23 25 28 28 32 33 35.

Sắp xếp lại mẫu số liệu: 23 25 28 28 32 33 35

Cỡ mẫu là $n = 7$, là số lẻ nên giá trị tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = 28$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 23; 25; 28. Do đó $Q_1 = 25$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 32; 33; 35. Do đó $Q_3 = 33$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 33 - 25 = 8$.

Điện Biên: 16 24 26 26 26 27 28.

Sắp xếp lại mẫu số liệu: 16 24 26 26 26 27 28

Cỡ mẫu là $n = 7$, là số lẻ nên giá trị tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = 26$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 16; 24; 26. Do đó $Q_1 = 24$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 26; 27; 28. Do đó $Q_3 = 27$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 27 - 24 = 3$.

Có thể dùng hiệu này để đo độ phân tán của mẫu số liệu.

♦Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Số điểm của năm vận động viên bóng rổ ghi được trong một trận đấu như sau

9 8 15 8 20

Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.

Trả lời:

Câu 2. Trong 5 lần nhảy xa, hai bạn Hùng và Trung có kết quả (đơn vị: mét) lần lượt là

Hùng	2,4	2,6	2,4	2,5	2,6
Trung	2,4	2,5	2,5	2,5	2,6

Tính được phương sai của mẫu số liệu thống kê kết quả 5 lần nhảy xa của mỗi bạn. Từ đó cho biết bạn nào có kết quả nhảy xa ổn định hơn?

Trả lời:

Câu 3. Để biết cây đậu phát triển như thế nào sau khi gieo hạt, bạn Châu gieo 5 hạt đậu vào 5 chậu riêng biệt và cung cấp cho chúng lượng nước, ánh sáng như nhau. Sau 2 tuần, 5 hạt đậu đã nảy mầm và phát triển thành 5 cây con. Bạn Châu đo chiều cao từ rễ đến ngọn của mỗi cây (đơn vị *mm*) và ghi kết quả là mẫu số liệu sau:

112 102 106 94 101

Theo em, các cây có phát triển đồng đều hay không?

Trả lời:

Câu 4. Cho biết các giá trị bất thường trong mẫu số liệu sau:

5 6 19 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 48 49

Trả lời:

Câu 5. Bảng số liệu sau thống kê nhiệt độ tại Thành phố Hồ Chí Minh trong một lần đo vào một ngày của năm 2021 :

Giờ đo	1h	4h	7h	10h	13h	16h	19h	22h
Nhiệt độ (độ C)	27	26	28	32	34	35	30	28

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Câu 6. Người ta tiến hành phỏng vấn một số người về chất lượng của một loại sản phẩm mới. Người điều tra yêu cầu cho điểm sản phẩm (thang điểm 100) và thu được kết quả như sau:

80 65 51 48 45 61 30 35 84 83 60 58 75
72 68 39 41 54 61 72 75 72 61 58 65

Tìm độ lệch chuẩn.

Trả lời:

Câu 7. Sản lượng lúa (đơn vị: tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng tần số sau đây:

Sản lượng	20	21	22	23	24
Tần số	5	8	11	10	6

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho.

Trả lời:

Câu 8. Mẫu số liệu sau ghi rõ kết quả học tập môn Toán của bạn An trong hai năm lớp 9 và lớp 10 như sau:

Lớp 9: 7 8 7 5 6 7 8 9.

Lớp 10: 5 8 9 3 7 8 10 9.

Hãy nhận xét xem trong hai năm học lớp 9 và lớp 10 thì năm nào là bạn An học Toán ổn định hơn?

Trả lời:

Câu 9. Số liệu sau đây cho biết số con được sinh ra trong 20 hộ gia đình được khảo sát ở một địa phương: 2 2 3 5 2 4 3 2 1 9 5 3 2 4 1 0 3 2 1 6.

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho?

Trả lời:

Câu 10. Mẫu số liệu sau là thống kê số tiền (triệu đồng) mua phân bón XYZ trong một vụ mùa của 15 hộ nông dân ở một khu vực nông thôn được khảo sát:

2,4 1,2 1,1 0,8 3,5 1,6 1,8 1,2 1,3 0,7 4,1 4,8 3,6 2,9 2,6

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho?

Trả lời:

Câu 11. Mẫu số liệu sau cho biết số ghế trống tại một rạp chiếu phim trong 9 ngày.

7	8	22	20	15	18	19	13	11
---	---	----	----	----	----	----	----	----

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này

Trả lời:

Câu 12. Mẫu số liệu sau cho biết số ghế trống tại một rạp chiếu phim trong 9 ngày

12	7	10	9	12	9	10	11	10	14
----	---	----	---	----	---	----	----	----	----

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này

Trả lời:

Câu 13. Mẫu số liệu sau đây cho biết sĩ số của 5 lớp khối 12 tại một trường trung học

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu này

Trả lời:

Câu 14. Mẫu số liệu sau đây cho biết điểm số của 5 bài kiểm tra môn Toán của bạn Dũng và

Huy như sau

Bạn Dũng (1)	8	6	7	5	9
Bạn Huy (2)	6	7	7	8	7

Từ đó cho biết bạn nào có điểm số môn Toán đồng đều hơn?

Trả lời:

Câu 15. Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của 10 trẻ sơ sinh (đơn vị kg)

2,977	3,155	3,920	3,412	4,236
2,593	3,270	3,813	4,042	3,387

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này.

Trả lời:

Câu 16. Hãy tìm khoảng tứ phân vị của các mẫu số liệu sau:

22 22 23 46 31 36 42 47 28

Trả lời:

Câu 17. Hãy tìm giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu:

38 38 24 47 43 70 22 48 48 37

Trả lời:

Câu 18. Hãy tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu sau:

Giá trị	2	3	4	5	6
Tần số	4	2	5	2	6

Trả lời:

Câu 19. Hàm lượng Natri (đơn vị mg) trong $100g$ một số loại ngũ cốc được cho như sau:

0 340 70 140 200 180 210 150 100 130
140 180 190 160 290 50 220 180 200 210.

Tìm giá trị bất thường trong mẫu số liệu trên bằng cách sử dụng biểu đồ hộp.

Trả lời:

Câu 20. Mẫu số liệu sau cho biết chiều cao (đơn vị cm) của các bạn trong tổ

163 159 172 167 165 168 170 161.

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu này.

Trả lời:

Câu 21. Mẫu số liệu sau đây cho biết số bài hát ở mỗi album trong bộ sưu tập của An

12 7 10 9 12 9 10 11 10 14.

Tìm khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu này.

Trả lời:

LỜI GIẢI

Câu 1. Số điểm của năm vận động viên bóng rổ ghi được trong một trận đấu như sau

9 8 15 8 20

Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.

Trả lời: Phương sai: $S^2 = 22,8$. Độ lệch chuẩn: $s \approx 4,77$

Lời giải

Số trung bình: $\bar{x} = 12$. Phương sai: $S^2 = 22,8$. Độ lệch chuẩn: $s \approx 4,77$

Câu 2. Trong 5 lần nhảy xa, hai bạn Hùng và Trung có kết quả (đơn vị: mét) lần lượt là

Hùng	2,4	2,6	2,4	2,5	2,6
Trung	2,4	2,5	2,5	2,5	2,6

Tính được phương sai của mẫu số liệu thống kê kết quả 5 lần nhảy xa của mỗi bạn. Từ đó cho biết bạn nào có kết quả nhảy xa ổn định hơn?

Trả lời: bạn Hùng

Lời giải

Phương sai mẫu số liệu là:

$$\text{Hùng: } S^2 = \frac{1}{5}(2,4^2 + 2,6^2 + 2,4^2 + 2,5^2 + 2,6^2) - 2,5^2 \approx 0,008.$$

$$\text{Trung: } S^2 = \frac{1}{5}(2,4^2 + 2,5^2 + 2,5^2 + 2,5^2 + 2,6^2) - 2,5^2 \approx 0,004.$$

Vậy bạn Hùng nhảy ổn định hơn.

Câu 3. Để biết cây đậu phát triển như thế nào sau khi gieo hạt, bạn Châu gieo 5 hạt đậu vào 5 chậu riêng biệt và cung cấp cho chúng lượng nước, ánh sáng như nhau. Sau 2 tuần, 5 hạt đậu đã nảy mầm và phát triển thành 5 cây con. Bạn Châu đo chiều cao từ rễ đến ngọn của mỗi cây (đơn vị mm) và ghi kết quả là mẫu số liệu sau:

112 102 106 94 101

Theo em, các cây có phát triển đồng đều hay không?

Trả lời: đồng đều

Lời giải

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{112 + 102 + 106 + 94 + 101}{5} = 103$$

$$\text{Phương sai: } S^2 = 35,2. \text{ Độ lệch chuẩn: } s \approx 5,93$$

Các cây phát triển đồng đều do độ lệch chuẩn bé.

Câu 4. Cho biết các giá trị bất thường trong mẫu số liệu sau:

5 6 19 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 48 49

Trả lời: 5; 6; 48; 49

Lời giải:

Xét mẫu gồm 19 số: 5 6 19 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 48 49. Vị trí thứ 10 chính là trung vị của mẫu (bằng với tứ phân vị thứ hai), tức là $Q_2 = 27$.

Xét nửa mẫu bên trái Q_2 : 5 6 19 21 22 23 24 25 26; ta có tứ phân vị thứ nhất (là trung vị nửa mẫu này): $Q_1 = 22$.

Xét nửa mẫu bên phải Q_2 : 28 29 30 31 32 33 34 48 49; ta có tứ phân vị thứ ba (là trung vị nửa mẫu này): $Q_3 = 32$.

Khoảng tứ phân vị là $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 32 - 22 = 10$.

Ta có : $Q_1 - 1,5\Delta Q = 22 - 1,5.10 = 7$; $Q_3 + 1,5\Delta Q = 32 + 1,5.10 = 47$.

Các số 5 ; 6 nhỏ hơn 7 và các số 48 ; 49 lớn hơn 47 . Vì vậy giá trị bất thường trong mẫu số liệu là 5; 6; 48; 49 .

Câu 5. Bảng số liệu sau thống kê nhiệt độ tại Thành phố Hồ Chí Minh trong một lần đo vào một ngày của năm 2021 :

Giờ đo	1h	4h	7h	10h	13h	16h	19h	22h
Nhiệt độ (độ C)	27	26	28	32	34	35	30	28

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời: $\approx 3,12(^{\circ}\text{C})$

Lời giải

Số trung bình là : $\bar{x} = \frac{27+26+\dots+30+28}{8} = 30(^{\circ}\text{C})$.

Phương sai : $s^2 = \frac{1}{8} \left[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_8 - \bar{x})^2 \right]$

$$= \frac{1}{8} \left[(27-30)^2 + (26-30)^2 + \dots + (28-30)^2 \right] = 9,75.$$

Độ lệch chuẩn : $s = \sqrt{s^2} \approx 3,12 (^{\circ}C)$.

Câu 6. Người ta tiến hành phỏng vấn một số người về chất lượng của một loại sản phẩm mới. Người điều tra yêu cầu cho điểm sản phẩm (thang điểm 100) và thu được kết quả như sau:

80 65 51 48 45 61 30 35 84 83 60 58 75
72 68 39 41 54 61 72 75 72 61 58 65

Tìm độ lệch chuẩn.

Trả lời: $s \approx 14,59$

Lời giải

Ta có: $\bar{x} = \frac{80+65+\dots+65}{25} = 60,52$ (điểm).

Phương sai: $s^2 = \frac{1}{25} \left[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{x})^2 \right] \approx 212,73$.

Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{s^2} \approx 14,59$ (điểm).

Nhận xét: Mức độ chênh lệch điểm giữa các giá trị là khá lớn.

Câu 7. Sản lượng lúa (đơn vị: tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng tần số sau đây:

Sản lượng	20	21	22	23	24
Tần số	5	8	11	10	6

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho.

Trả lời: $s \approx 1,24$ (tạ).

Lời giải

Sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng là:

$$\bar{x} = \frac{1}{40} (5.20 + 8.21 + 11.22 + 10.23 + 6.24) = 22,1 \text{ (tạ)}$$

Phương sai: $s^2 = \frac{1}{40} \left[n_1 (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_5 (x_5 - \bar{x})^2 \right] = 1,54.$

Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{1,54} \approx 1,24$ (tạ).

Câu 8. Mẫu số liệu sau ghi rõ kết quả học tập môn Toán của bạn An trong hai năm lớp 9 và lớp 10 như sau:

Lớp 9: 7 8 7 5 6 7 8 9.

Lớp 10: 5 8 9 3 7 8 10 9.

Hãy nhận xét xem trong hai năm học lớp 9 và lớp 10 thì năm nào là bạn An học Toán ổn định hơn?

Trả lời: lớp 9

Lời giải

Điểm Toán cao nhất và thấp nhất của An năm lớp 9 theo thứ tự là 9 và 5 nên khoảng biến thiên là $R_1 = 9 - 5 = 4.$

Điểm Toán cao nhất và thấp nhất của An năm lớp 10 theo thứ tự là 10 và 3 nên khoảng biến thiên là $R_2 = 10 - 3 = 7.$

Vì $R_1 < R_2$ nên năm lớp 9 bạn An học Toán ổn định hơn so với năm lớp 10.

Câu 9. Số liệu sau đây cho biết số con được sinh ra trong 20 hộ gia đình được khảo sát ở một địa phương: 2 2 3 5 2 4 3 2 1 9 5 3 2 4 1 0 3 2 1 6.

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho?

Trả lời: $s \approx 2,025$ (con).

Lời giải

Giá trị trung bình của mẫu là: $\bar{x} = \frac{2+2+\dots+1+6}{20} = 3$ (con).

Phương sai là: $s^2 = \frac{1}{20} \left[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{20} - \bar{x})^2 \right] = 4,1.$

Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{s^2} \approx 2,025$ (con).

Câu 10. Mẫu số liệu sau là thống kê số tiền (triệu đồng) mua phân bón XYZ trong một vụ mùa của 15 hộ nông dân ở một khu vực nông thôn được khảo sát:

2,4 1,2 1,1 0,8 3,5 1,6 1,8 1,2 1,3 0,7 4,1 4,8 3,6 2,9 2,6

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho?

Trả lời: $s \approx 1,25$ (triệu đồng).

Lời giải

Giá trị trung bình là: $\bar{x} = \frac{2,4+1,2+\dots+2,9+2,6}{15} = 2,24$ (triệu đồng).

Phương sai là: $s^2 = \frac{1}{15} \left[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2 \right] = 1,5624$.

Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{s^2} \approx 1,25$ (triệu đồng).

Câu 11. Mẫu số liệu sau cho biết số ghế trống tại một rạp chiếu phim trong 9 ngày.

7	8	22	20	15	18	19	13	11
---	---	----	----	----	----	----	----	----

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này

Trả lời: 10

Lời giải

Trước hết ta sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm như sau

7	8	11	13	15	18	19	20	22
---	---	----	----	----	----	----	----	----

Mẫu số liệu này gồm 9 giá trị nên trung vị là số chính giữa $Q_2 = 15$.

Nửa số liệu bên trái là 7;8;11;13 gồm 4 giá trị, hai phân tử chính giữa là 8;11.

Do đó $Q_1 = \frac{8+11}{2} = 9,5$.

Nửa số liệu bên phải là 18;19;20;22 gồm 4 giá trị, hai phân tử chính giữa là 19;20.

Do đó $Q_3 = \frac{19+20}{2} = 19,5$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 10$.

Câu 12. Mẫu số liệu sau cho biết số ghế trống tại một rạp chiếu phim trong 9 ngày

12	7	10	9	12	9	10	11	10	14
----	---	----	---	----	---	----	----	----	----

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này

Trả lời: 3

Lời giải

Trước hết ta sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm như sau

7	9	9	10	10	10	11	12	12	14
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

Mẫu số liệu này gồm 10 giá trị nên trung vị là số chính giữa $Q_2 = \frac{10+10}{2} = 10$.

Nửa số liệu bên trái là 7;9;9;10;10 gồm 5 giá trị, hai phần tử chính giữa là 9.

Do đó $Q_1 = 9$.

Nửa số liệu bên phải là 10;11;12;12;14 gồm 5 giá trị, hai phần tử chính giữa là 12.

Do đó $Q_3 = 12$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3$.

Câu 13. Mẫu số liệu sau đây cho biết sĩ số của 5 lớp khối 12 tại một trường trung học

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu này

Trả lời: $s \approx 2,28$

Lời giải

Số trung bình của mẫu số liệu này là $\bar{x} = \frac{43+45+46+41+40}{5} = 43$.

Ta có bảng sau:

Giá trị	Độ lệch	Bình phương độ lệch
43	$43 - 43 = 0$	0
45	$45 - 43 = 2$	4
46	$46 - 43 = 3$	9
41	$41 - 43 = -2$	4
40	$40 - 43 = -3$	9
	Tổng	26

Mẫu số liệu này có 5 giá trị nên $n = 5$. Do đó phương sai là $s^2 = \frac{26}{5} = 5,2$.

Vậy độ lệch chuẩn là $s = \sqrt{s^2} \approx 2,28$.

Câu 14. Mẫu số liệu sau đây cho biết điểm số của 5 bài kiểm tra môn Toán của bạn Dũng và Huy như sau

Bạn Dũng (1)	8	6	7	5	9
Bạn Huy (2)	6	7	7	8	7

Từ đó cho biết bạn nào có điểm số môn Toán đồng đều hơn?

Trả lời: bạn Huy

Lời giải

Số trung bình của mẫu số liệu (1) và (2) là:

$$\bar{x}_1 = \frac{8+6+7+5+9}{5} = 7; \bar{x}_2 = \frac{6+7+7+8+7}{5} = 7.$$

Ta có bảng hai sau

Giá trị	Độ lệch	Bình phương độ lệch
8	$8 - 7 = 1$	1
6	$6 - 7 = -1$	1
7	$7 - 7 = 0$	0
5	$5 - 7 = -2$	4
9	$9 - 7 = 2$	4
Tổng		10
Giá trị	Độ lệch	Bình phương độ lệch
6	$6 - 7 = -1$	1
7	$7 - 7 = 0$	0
7	$7 - 7 = 0$	0
8	$8 - 7 = 1$	1
7	$7 - 7 = 0$	0
Tổng		2

Phương sai của mẫu số liệu trên là $s_1^2 = \frac{10}{5} = 2$; $s_2^2 = \frac{2}{5} = 0,4$.

Do $s_2^2 < s_1^2$ nên bạn Huy có điểm số môn Toán đồng đều hơn bạn Dũng.

Câu 15. Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của 10 trẻ sơ sinh (đơn vị kg)

2,977	3,155	3,920	3,412	4,236
2,593	3,270	3,813	4,042	3,387

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này.

Trả lời: $\Delta_Q = 0,915$

Lời giải

Sắp xếp cân nặng theo thứ tự không giảm ta được

2,593 2,977 3,155 3,270 3,387 3,412 3,813 3,920 4,042 4,236

Mẫu số liệu này gồm 10 giá trị, có hai phân tử chính giữa là 3,387; 3,412. Do đó

$$Q_2 = \frac{3,387 + 3,412}{2} = 3,3995.$$

Nửa số liệu bên trái là 2,593; 2,977; 3,155; 3,270 gồm 4 giá trị, hai phân tử chính giữa là 2,977; 3,155. Do đó $Q_1 = \frac{2,977 + 3,155}{2} = 3,066$.

Nửa số liệu bên phải là 3,813; 3,920; 4,042; 4,236 gồm 4 giá trị, hai phân tử chính giữa là 3,920; 4,042. Do đó $Q_3 = \frac{3,920 + 4,042}{2} = 3,981$.

Vậy khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3,981 - 3,066 = 0,915$.

Câu 16. Hãy tìm khoảng tứ phân vị của các mẫu số liệu sau:

22 22 23 46 31 36 42 47 28

Trả lời: $\Delta_Q = 21,5$

Lời giải

Xét mẫu số liệu đã sắp xếp là: 22 22 23 28 31 36 42 46 47

Cỡ mẫu là $n = 9$, là số lẻ nên giá trị tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = 31$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 22; 22; 23; 28.

Do đó $Q_1 = \frac{1}{2}(22 + 23) = 22,5$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 36; 42; 46; 47. Do đó $Q_3 = \frac{1}{2}(42 + 46) = 44$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 44 - 22,5 = 21,5$.

Câu 17. Hãy tìm giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu:

38 38 24 47 43 70 22 48 48 37

Trả lời: 70

Lời giải

Xét mẫu số liệu đã sắp xếp là:

22 24 35 37 38 38 43 47 48 48 70

Cỡ mẫu là $n = 11$, là số lẻ nên giá trị tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = 38$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 22; 24; 35; 37; 38. Do đó $Q_1 = 35$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 43; 47; 48; 48; 70. Do đó $Q_3 = 48$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 48 - 35 = 13$.

Do $Q_3 + 1,5\Delta_Q = 48 + 1,5 \cdot 13 = 67,5 < 70$ nên 70 là giá trị ngoại lệ trong mẫu.

Câu 18. Hãy tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu sau:

Giá trị	2	3	4	5	6
Tần số	4	2	5	2	6

Trả lời: $S \approx 1,51$

Lời giải

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 6}{19} \approx 4,21$.

Phương sai mẫu số liệu là:

$$S^2 = \frac{1}{19} (4 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + 5 \cdot 4^2 + 2 \cdot 5^2 + 6 \cdot 6^2) - 4,21^2 \approx 2,27.$$

Độ lệch chuẩn mẫu số liệu là: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{2,27} \approx 1,51$.

Câu 19. Hàm lượng Natri (đơn vị mg) trong 100 g một số loại ngũ cốc được cho như sau:

0 340 70 140 200 180 210 150 100 130
140 180 190 160 290 50 220 180 200 210.

Tìm giá trị bất thường trong mẫu số liệu trên bằng cách sử dụng biểu đồ hộp.

Trả lời: $0mg(< 30mg)$ và $340mg(> 310mg)$

Lời giải

Giá trị bất thường là $0mg(< 30mg)$ và $340mg(> 310mg)$

Câu 20. Mẫu số liệu sau cho biết chiều cao (đơn vị cm) của các bạn trong tổ

163 159 172 167 165 168 170 161.

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu này.

Trả lời: 13

Lời giải

Khoảng biến thiên: $172 - 159 = 13$.

Câu 21. Mẫu số liệu sau đây cho biết số bài hát ở mỗi album trong bộ sưu tập của An

12 7 10 9 12 9 10 11 10 14.

Tìm khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu này.

Trả lời: 3

Lời giải

Sắp xếp lại mẫu số liệu: 7 9 9 10 10 10 11 12 12 14

$$Q_2 = 10; Q_1 = 9; Q_3 = 12.$$

Câu 22: Hãy chọn ngẫu nhiên trong lớp ra 5 bạn nam và 5 bạn nữ rồi đo chiều cao các bạn đó, So sánh xem chiều cao của các bạn nam hay các bạn nữ đồng đều hơn.

Lời giải

Chiều cao 5 HS nam	170	164	172	168	176
Chiều cao 5 HS nữ	155	152	157	162	160

Khoảng biến thiên chiều cao của các học sinh nam là: $176 - 164 = 12$

Tứ phân vị: Q_1, Q_2, Q_3

Bước 1: Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm: 164, 168, 170, 172, 176

Bước 2: $n = 5$, là số lẻ nên $Q_2 = M_e = 170$

Q_1 là trung vị của nửa số liệu 164, 168. Do đó $Q_1 = \frac{1}{2}(164 + 168) = 166$

Q_3 là trung vị của nửa số liệu 172, 176. Do đó $Q_3 = \frac{1}{2}(172 + 176) = 174$

Khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 174 - 166 = 8$

Khoảng biến thiên chiều cao của các học sinh nữ là: $162 - 152 = 10$

Tứ phân vị: Q_1, Q_2, Q_3

Bước 1: Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm: 152, 155, 157, 160, 162

Bước 2: $n = 5$, là số lẻ nên $Q_2 = M_e = 157$

Q_1 là trung vị của nửa số liệu 152, 155. Do đó $Q_1 = \frac{1}{2}(152 + 155) = 153,5$

Q_3 là trung vị của nửa số liệu 160, 162. Do đó $Q_3 = \frac{1}{2}(160 + 162) = 161$

Khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 161 - 153,5 = 7,5$

Kết luận: So sánh khoảng biến thiên hay tứ phân vị thì theo mẫu số liệu trên, chiều cao của 5 bạn nữ là đồng đều hơn.

Câu 23: Hãy tìm độ lệch chuẩn, khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và các giá trị ngoại lệ của các mẫu số liệu sau:

a) 6, 8; 3; 4; 5; 6; 7; 2; 4.

b) 13; 37; 64; 12; 26; 43; 29; 23.

Lời giải

a)

Số trung bình $\bar{x} = \frac{6+8+3+4+5+6+7+2+4}{9} = 5$

phương sai hoặc $S^2 = \frac{1}{9}(6^2 + 8^2 + \dots + 4^2) - 5^2 = \frac{10}{3}$

$\Rightarrow$ Độ lệch chuẩn $S = \sqrt{\frac{10}{3}} \approx 1,8$

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm: 2; 3; 4; 4; 5; 6; 6; 7; 8.

Khoảng biến thiên: $R = 8 - 2 = 6$

Tứ phân vị: Q_1, Q_2, Q_3

$$Q_2 = M_e = 5$$

Q_1 là trung vị của nửa số liệu 2;3;4;4. Do đó $Q_1 = 3,5$

Q_3 là trung vị của nửa số liệu: 6;6;7;8. Do đó $Q_3 = 6,5$

Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = 6,5 - 3,5 = 3$

x là giá trị ngoại lệ trong mẫu nếu $x > 6,5 + 1,5.3 = 11$ hoặc $x < 3,5 - 1,5.3 = -1$

Vậy không có giá trị ngoại lệ trong mẫu số liệu trên.

b)

$$\text{Số trung bình } \bar{x} = \frac{13 + 37 + 64 + 12 + 26 + 43 + 29 + 23}{8} = 30,875$$

$$\text{phương sai hoặc } S^2 = \frac{1}{8}(13^2 + 37^2 + \dots + 23^2) - 30,875^2 \approx 255,8$$

$$\Rightarrow \text{Độ lệch chuẩn } S \approx 16$$

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm: 12;13;23;26;29;37;43;64.

Khoảng biến thiên: $R = 64 - 12 = 52$

Tứ phân vị: Q_1, Q_2, Q_3

$$Q_2 = M_e = 27,5$$

Q_1 là trung vị của nửa số liệu 12;13;23;26. Do đó $Q_1 = 18$

Q_3 là trung vị của nửa số liệu: 29;37;43;64. Do đó $Q_3 = 40$

Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = 40 - 18 = 22$

x là giá trị ngoại lệ trong mẫu nếu $x > 40 + 1,5.22 = 73$ hoặc $x < 18 - 1,5.22 = -15$

Vậy không có giá trị ngoại lệ trong mẫu số liệu trên.

Câu 24: Hãy tìm độ lệch chuẩn, khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của các mẫu số liệu sau:

a)

Giá trị	-2	-1	0	1	2
Tần số	10	20	30	20	10

b)

Giá trị	0	1	2	3	4
Tần số	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

Lời giải

a)

$$\text{Số trung bình } \bar{x} = \frac{-2 \cdot 10 + (-1) \cdot 10 + 0 \cdot 30 + 1 \cdot 20 + 2 \cdot 10}{10 + 20 + 30 + 20 + 10} = 0$$

$$\text{phương sai hoặc } S^2 = \frac{1}{9} (10 \cdot (-2)^2 + 10 \cdot (-1)^2 + \dots + 10 \cdot 2^2) - 0^2 \approx 13,33 \Rightarrow \text{Độ lệch chuẩn } S \approx 3,65$$

$$\text{Khoảng biến thiên: } R = 2 - (-2) = 4$$

$$\text{Tứ phân vị: } Q_2 = 0; Q_1 = -1; Q_3 = 1$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị: } \Delta_Q = 1 - (-1) = 2$$

b) Giả sử cỡ mẫu $n = 10$. Khi đó mẫu số liệu trở thành:

Giá trị	0	1	2	3	4
Tần số	1	2	4	2	1

$$\text{Số trung bình } \bar{x} = \frac{0 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,4 + 3 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,1}{0,1 + 0,2 + 0,4 + 0,2 + 0,1} = 2$$

phương sai hoặc $S^2 = \frac{1}{1} (0,1.0^2 + 0,2.1^2 + \dots + 0,1.4^2) - 2^2 = 1,2 \Rightarrow$ Độ lệch chuẩn $S \approx 1,1$

Khoảng biến thiên: $R = 4 - 0 = 4$

Tứ phân vị: $Q_2 = 2; Q_1 = 1; Q_3 = 3$

Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = 3 - 1 = 2$

Câu 25: Hãy so sánh số trung bình, phương sai và độ lệch chuẩn của ba mẫu số liệu sau:

Mẫu 1: 0,1; 0,3; 0,5; 0,5; 0,3; 0,7.

Mẫu 2: 1,1; 1,3; 1,5; 1,5; 1,3; 1,7.

Mẫu 3: 1; 3; 5; 5; 3; 7.

Lời giải

Mẫu 1:

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{0,1+0,3+0,5+0,5+0,3+0,7}{6} = 0,4$

Phương sai $S^2 = \frac{1}{6} (0,1^2 + 0,3^2 + 0,5^2 + 0,5^2 + 0,3^2 + 0,7^2) - 0,4^2 \approx 0,0367$

Độ lệch chuẩn $S = \sqrt{S^2} \approx 0,19$

Mẫu 2:

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{1,1+1,3+1,5+1,5+1,3+1,7}{6} = 1,4$

Phương sai $S^2 = \frac{1}{6} (1,1^2 + 1,3^2 + 1,5^2 + 1,5^2 + 1,3^2 + 1,7^2) - 1,4^2 \approx 0,0367$

Độ lệch chuẩn $S = \sqrt{S^2} \approx 0,19$

Mẫu 3:

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{1+3+5+5+3+7}{6} = 4$

$$\text{Phương sai } S^2 = \frac{1}{6} (1^2 + 3^2 + 5^2 + 5^2 + 3^2 + 7^2) - 4^2 \approx 3,67$$

$$\text{Độ lệch chuẩn } S = \sqrt{S^2} \approx 1,9$$

Kết luận:

Số liệu ở mẫu 2 hơn số liệu ở mẫu 1 là 1 đơn vị, số trung bình của mẫu 2 hơn số trung bình mẫu 1 là 1 đơn vị, còn phương sai và độ lệch chuẩn là như nhau.

Số liệu ở mẫu 3 gấp 10 lần số liệu mẫu 1, số trung bình, phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu 3 lần lượt gấp 10 lần, 100 lần và 10 lần mẫu 1.

Câu 26: Sản lượng lúa các năm từ 2014 đến 2018 của hai tỉnh Thái Bình và Hậu Giang được cho ở bảng sau (đơn vị: nghìn tấn):

Năm Tỉnh	2014	2015	2016	2017	2018
Thái Bình	1061,9	1061,9	1053,6	942,6	1030,4
Hậu Giang	1204,6	1293,1	1231,0	1261,0	1246,1

(Nguồn: Tổng cục thống kê)

- Hãy tính độ lệch chuẩn và khoảng biến thiên của sản lượng lúa từng tỉnh.
- Tỉnh nào có sản lượng lúa ổn định hơn? Tại sao?

Lời giải

a)

Tỉnh Thái Bình:

$$\text{Số trung bình } \bar{x} = \frac{1061,9 + 1061,9 + 1053,6 + 942,6 + 1030,4}{5} = 1030,08$$

$$\text{Phương sai } S^2 = \frac{1}{5} (1061,9^2 + 1061,9^2 + 1053,6^2 + 942,6^2 + 1030,4^2) - 1030,08^2 = 2046,2$$

$$\Rightarrow \text{Độ lệch chuẩn } S = \sqrt{S^2} \approx 45,2$$

$$\text{Khoảng biến thiên } R = 1061,9 - 942,6 = 119,3$$

Tỉnh Hậu Giang:

$$\text{Số trung bình } \bar{x} = \frac{1204,6 + 1293,1 + 1231,0 + 1261,0 + 1246,1}{5} = 1247,16$$

$$\text{Phương sai } S^2 = \frac{1}{6} (1204,6^2 + 1293,1^2 + 1231,0^2 + 1261,0^2 + 1246,1^2) - 1247,16^2 = 875,13$$

$$\Rightarrow \text{Độ lệch chuẩn } S = \sqrt{S^2} \approx 29,6$$

$$\text{Khoảng biến thiên } R = 1293,1 - 1204,6 = 88,5$$

b)

So sánh khoảng biến thiên và độ lệch chuẩn ta đều thấy tỉnh Hậu Giang có sản lượng lúa ổn định hơn.

Câu 27: Kết quả điều tra mức lương hằng tháng của một số công nhân của hai nhà máy A và B được cho ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Công nhân nhà máy A	4	5	5	47	5	6	4	4	
Công nhân nhà máy B	2	9	9	8	10	9	9	11	9

a) Hãy tìm số trung bình, mốt, tứ phân vị và độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu lấy từ nhà máy A và nhà máy B.

b) Hãy tìm các giá trị ngoại lệ trong mỗi mẫu số liệu trên. Công nhân nhà máy nào có mức lương cao hơn? Tại sao?

Lời giải

a) Nhà máy A:

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{4 + 5 + 5 + 47 + 5 + 6 + 4 + 4}{8} = 10$$

$$\text{Mốt: } M_o = 4, M_o = 5$$

$$\text{Tứ phân vị: } Q_1, Q_2, Q_3$$

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm: 4; 4; 4; 5; 5; 5; 6; 47.

$$Q_2 = M_e = 5$$

Q_1 là trung vị của nửa số liệu: 4; 4; 4; 5. Do đó $Q_1 = 4$

Q_3 là trung vị của nửa số liệu: 5; 5; 6; 7. Do đó $Q_3 = 5,5$

Phương sai $S^2 = \frac{1}{8}(4^2 + 5^2 + \dots + 4^2) - 10^2 = 196 \Rightarrow$ Độ lệch chuẩn $S = \sqrt{S^2} = 14$ Nhà máy B:

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{2+9+9+8+10+9+9+11+9}{9} = 8,4$

Mốt: $M_o = 9$

Tứ phân vị: Q_1, Q_2, Q_3

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm: 2; 8; 9; 9; 9; 9; 9; 10; 11

$Q_2 = M_e = 9$

Q_1 là trung vị của nửa số liệu: 2; 8; 9; 9. Do đó $Q_1 = 8,5$

Q_3 là trung vị của nửa số liệu: 9; 9; 10; 11. Do đó $Q_3 = 9,5$

Phương sai $S^2 = \frac{1}{9}(2^2 + 9^2 + \dots + 9^2) - 8,4^2 = 6,55 \Rightarrow$ Độ lệch chuẩn $S = \sqrt{S^2} = 2,56$

b)

Nhà máy A có: $\Delta_Q = 1,5$

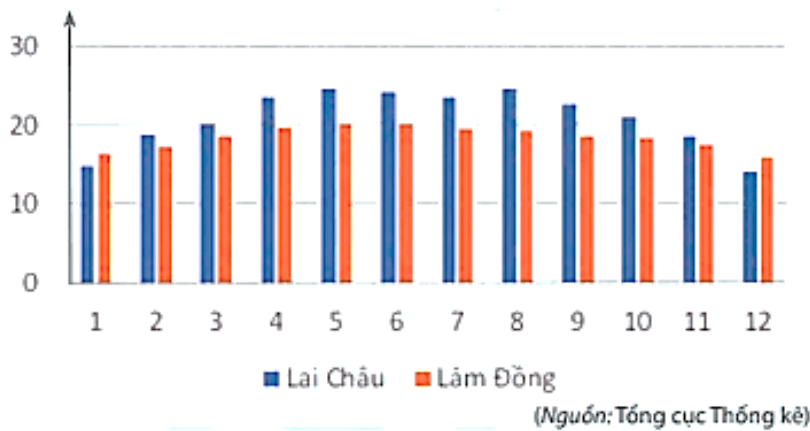
Vậy giá trị ngoại lệ $x > 5,5 + 1,5.1,5 = 7,75$ hoặc $x < 4 - 1,5.1,5 = 1,75$ là 47.

Nhà máy B có: $\Delta_Q = 1$

Vậy giá trị ngoại lệ $x > 9,5 + 1,5.1 = 11$ hoặc $x < 8,5 - 1,5.1 = 7$ là 2.

Ta so sánh trung vị: $9 > 5$, do đó công nhân nhà máy B có mức lương cao hơn.

Câu 28: Nhiệt độ không khí trung bình các tháng trong năm 2019 tại Lai Châu và Lâm Đồng (đơn vị: độ C)



Theo bạn, địa phương nào có thời tiết ôn hòa hơn?

Lời giải

Địa phương có thời tiết ôn hòa hơn là nơi nhiệt độ thay đổi ít hơn hay chênh lệch nhiệt độ giữa các tháng ít hơn.

Quan sát biểu đồ ta thấy các cột màu cam (thể hiện nhiệt độ không khí trung bình các tháng trong năm 2019 tại Lâm Đồng) hầu như ngang bằng nhau hơn so với các cột màu xanh (thể hiện nhiệt độ không khí trung bình các tháng trong năm 2019 tại Lai Châu) nên ta có thể dự đoán thời tiết ở Lâm Đồng ôn hòa hơn.

Để biết được điều đó có chính xác không, ta cùng học qua bài học Bài 4. Các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu và theo dõi Vận dụng 1 trang 121 để biết được kết quả.

Câu 29: Thời gian hoàn thành bài chạy 5 km (tính theo phút) của hai nhóm thanh niên được cho ở bảng sau:

Nhóm 1	30	32	47	31	32	30	32	29	17	29	32	31
Nhóm 2	32	29	32	30	32	31	29	31	32	30	31	29

- Hãy tính độ chênh lệch giữa thời gian chạy của người nhanh nhất và người chậm nhất trong từng nhóm.
- Nhóm nào có thành tích chạy đồng đều hơn?

Lời giải

a) Ở nhóm 1, người chạy nhanh nhất để hoàn thành 5 km là người có thời gian chạy ít nhất và thời gian chạy đó là 17 phút, người chạy chậm nhất là người có thời gian chạy nhiều nhất và thời gian chạy đó là 47 phút.

Vậy độ chênh lệch giữa thời gian chạy của người nhanh nhất và người chậm nhất trong nhóm 1 là: $47 - 17 = 30$ phút.

Ở nhóm 2, người chạy nhanh nhất để hoàn thành 5 km là người có thời gian chạy ít nhất và thời gian chạy đó là 29 phút, người chạy chậm nhất là người có thời gian chạy nhiều nhất và thời gian chạy đó là 32 phút.

Vậy độ chênh lệch giữa thời gian chạy của người nhanh nhất và người chậm nhất trong nhóm 2 là: $32 - 29 = 3$ phút.

b) Quan sát qua thời gian chạy của các thành viên trong hai nhóm thì ta thấy nhóm 2 có thành tích chạy đồng đều hơn vì thời gian chạy của các thành viên ở xung quanh từ 29 đến 32 và độ chênh lệch thời gian giữa người chạy nhanh nhất và chậm nhất thấp.

Câu 30: Hãy tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của các mẫu số liệu sau:

a) 10; 13; 15; 2; 10; 19; 2; 5; 7.

b) 15; 19; 10; 5; 9; 10; 1; 2; 5; 15.

Lời giải

a) Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được:

2; 2; 5; 7; 10; 10; 13; 15; 19.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R = 19 - 2 = 17$.

Cỡ mẫu là $n = 9$ là số lẻ nên giá trị tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = 10$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 2; 2; 5; 7. Do đó $Q_1 = 3,5$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 10; 13; 15; 19. Do đó $Q_3 = 14$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta_Q = 14 - 3,5 = 10,5$.

b) Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được:

1; 2; 5; 5; 9; 10; 10; 15; 15; 19.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R = 19 - 1 = 18$.

Cỡ mẫu là $n = 10$ là số chẵn nên giá trị tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = \frac{1}{2}(9 + 10) = 9,5$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 1; 2; 5; 5; 9. Do đó $Q_1 = 5$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 10; 10; 15; 15; 19. Do đó $Q_3 = 15$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta_Q = 15 - 5 = 10$.

Câu 31: Dưới đây là bảng số liệu thống kê của Biểu đồ nhiệt độ trung bình các tháng trong năm 2019 của hai tỉnh Lai Châu và Lâm Đồng (được đề cập đến ở hoạt động khởi động của bài học).

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Lai Châu	14,8	18,8	20,3	23,5	24,7	24,2	23,6	24,6	22,7	21,0	18,6	14,2
Lâm Đồng	16,3	17,4	18,7	19,8	20,2	20,3	19,5	19,3	18,6	18,5	17,5	16,0

a) Hãy tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của nhiệt độ trung bình mỗi tháng của tỉnh Lai Châu và Lâm Đồng.

b) Hãy cho biết trong một năm, nhiệt độ ở địa phương nào ít thay đổi hơn.

Lời giải

a)

Tỉnh Lai Châu:

Sắp xếp các số liệu theo thứ tự không giảm, ta được:

14,2; 14,8; 18,6; 18,8; 20,3; 21,0; 22,7; 23,5; 23,6; 24,2; 24,6; 24,7.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R = 24,7 - 14,2 = 10,5$.

Cỡ mẫu là $n = 12$ là số chẵn nên giá trị tứ phân vị thứ hai là:

$$Q_2 = \frac{1}{2}(21,0 + 22,7) = 21,85.$$

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 14,2; 14,8; 18,6; 18,8; 20,3; 21,0.

$$\text{Do đó } Q_1 = \frac{1}{2}(18,6 + 18,8) = 18,7.$$

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 22,7; 23,5; 23,6; 24,2; 24,6; 24,7.

$$\text{Do đó } Q_3 = \frac{1}{2}(23,6 + 24,2) = 23,9.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta_Q = 23,9 - 18,7 = 5,2$.

Tỉnh Lâm Đồng:

Sắp xếp các số liệu theo thứ tự không giảm, ta được:

16,0; 16,3; 17,4; 17,5; 18,5; 18,6; 18,7; 19,3; 19,5; 19,8; 20,2; 20,3.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R' = 20,3 - 16,0 = 4,3$.

Cỡ mẫu là $n = 12$ là số chẵn nên giá trị tứ phân vị thứ hai là:

$$Q'_2 = \frac{1}{2}(18,6 + 18,7) = 18,65.$$

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 16,0; 16,3; 17,4; 17,5; 18,5; 18,6.

$$\text{Do đó } Q'_1 = \frac{1}{2}(17,4 + 17,5) = 17,45.$$

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 18,7; 19,3; 19,5; 19,8; 20,2; 20,3.

$$\text{Do đó } Q'_3 = \frac{1}{2}(19,5 + 19,8) = 19,65.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta'_Q = 19,65 - 17,45 = 2,2$.

b) Xét về cả khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của nhiệt độ trung bình mỗi tháng của cả hai tỉnh, ta thấy: $10,5 > 4,3$ hay $R > R'$ và $5,2 > 2,2$ hay $\Delta_Q > \Delta'_Q$.

Điều đó có nghĩa là trong một năm, nhiệt độ ở Lâm Đồng ít thay đổi hơn.

Câu 32: Hãy tìm giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu: 37; 12; 3; 9; 10; 9; 12; 3; 10.

Lời giải

Sắp xếp các số liệu theo thứ tự không giảm, ta được:

3; 3; 9; 9; 10; 10; 12; 12; 37.

Vì cỡ mẫu là $n = 9$ là số lẻ nên giá trị tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = 10$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 3; 3; 9; 9. Do đó $Q_1 = 6$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 10; 12; 12; 37. Do đó $Q_3 = 12$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta_Q = 12 - 6 = 6$.

Ta có: $Q_3 + 1,5\Delta_Q = 12 + 1,5 \cdot 6 = 21$ và $Q_1 - 1,5\Delta_Q = 6 - 1,5 \cdot 6 = -3$.

Do đó mẫu có một giá trị ngoại lệ là 37.

Câu 33: Hãy chọn ngẫu nhiên trong lớp ra 5 bạn nam và 5 bạn nữ rồi đo chiều cao các bạn đó. So sánh xem chiều cao của các bạn nam hay các bạn nữ đồng đều hơn.

Lời giải

Kết quả của bài tập này phụ thuộc vào chiều cao của các bạn nam và nữ mà bạn chọn ra.

Chẳng hạn, ta có ví dụ sau:

Chọn ra 5 bạn nam có chiều cao lần lượt là: 162 cm; 157 cm; 169 cm; 170 cm; 165 cm.

Chọn ra 5 bạn nữ có chiều cao lần lượt là: 150 cm; 163 cm; 155 cm; 160 cm; 169 cm.

Ta đi tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, phương sai mẫu và độ lệch chuẩn của từng mẫu số liệu rồi so sánh.

Sắp xếp các số liệu chiều cao nam theo thứ tự không giảm, ta được:

157; 162; 165; 169; 170.

Khoảng biến thiên chiều cao của nam: $R_1 = 170 - 157 = 13$.

Vì cỡ mẫu là 5 là số lẻ nên tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = 165$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 157; 162. Do đó $Q_1 = 159,5$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 169; 170. Do đó $Q_3 = 169,5$.

Khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 169,5 - 159,5 = 10$.

Chiều cao trung bình của nam là:

$$\bar{x}_1 = \frac{162 + 157 + 169 + 170 + 165}{5} = 164,6$$

Phương sai mẫu số liệu chiều cao của nam là:

$$S_1^2 = \frac{1}{5}(162^2 + 157^2 + 169^2 + 170^2 + 165^2) - (164,6)^2 = 22,64.$$

Độ lệch chuẩn mẫu số liệu chiều cao của nam là:

$$S_1 = \sqrt{S_1^2} = \sqrt{22,64} \approx 4,76.$$

Sắp xếp các số liệu chiều cao nữ theo thứ tự không giảm, ta được:

150; 155; 160; 163; 169.

Khoảng biến thiên chiều cao của nữ: $R_2 = 169 - 150 = 19$.

Vì cỡ mẫu là 5 là số lẻ nên tứ phân vị thứ hai là $Q'_2 = 160$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 150; 155. Do đó $Q'_1 = 152,5$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 163; 169. Do đó $Q'_3 = 166$.

Khoảng tứ phân vị $\Delta'_Q = 166 - 152,5 = 13,5$.

Chiều cao trung bình của nữ là:

$$\bar{x}_2 = \frac{150 + 163 + 155 + 160 + 169}{5} = 159,4$$

Phương sai mẫu số liệu chiều cao của nữ là:

$$S_2^2 = \frac{1}{5} (150^2 + 163^2 + 155^2 + 160^2 + 169^2) - (159,4)^2 = 42,64.$$

Độ lệch chuẩn mẫu số liệu chiều cao của nữ là:

$$S_2 = \sqrt{S_2^2} = \sqrt{42,64} \approx 6,53.$$

Từ đó ta thấy khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, phương sai mẫu và độ lệch chuẩn mẫu số liệu chiều cao của nam đều thấp hơn của nữ. Điều đó cho ta biết rằng chiều cao của nam có độ phân tán thấp hơn chiều cao của nữ ở mẫu số liệu trên. Do đó, chiều cao của các bạn nam đồng đều hơn so chiều cao của các bạn nữ.

Câu 34: Hãy so sánh số trung bình, phương sai và độ lệch chuẩn của ba mẫu số liệu sau:

Mẫu 1: 0,1; 0,3; 0,5; 0,5; 0,3; 0,7.

Mẫu 2: 1,1; 1,3; 1,5; 1,5; 1,3; 1,7.

Mẫu 3: 1; 3; 5; 5; 3; 7.

Lời giải

$$\text{Số trung bình: } \bar{x}_1 = \frac{0,1+0,3+0,5+0,5+0,3+0,7}{6} = 0,4.$$

$$\text{Phương sai mẫu: } S_1^2 = \frac{1}{6}(0,1^2 + 0,3^2 + 0,5^2 + 0,5^2 + 0,3^2 + 0,7^2) - 0,4^2 = \frac{11}{300}.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } S_1 = \sqrt{S_1^2} = \sqrt{\frac{11}{300}} = \frac{\sqrt{33}}{30}.$$

Mẫu 2:

$$\text{Số trung bình: } \bar{x}_2 = \frac{1,1+1,3+1,5+1,5+1,3+1,7}{6} = 1,4.$$

$$\text{Phương sai mẫu: } S_2^2 = \frac{1}{6}(1,1^2 + 1,3^2 + 1,5^2 + 1,5^2 + 1,3^2 + 1,7^2) - 1,4^2 = \frac{11}{300}.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } S_2 = \sqrt{S_2^2} = \sqrt{\frac{11}{300}} = \frac{\sqrt{33}}{30}.$$

Mẫu 3:

$$\text{Số trung bình: } \bar{x}_3 = \frac{1+3+5+5+3+7}{6} = 4.$$

$$\text{Phương sai mẫu: } S_3^2 = \frac{1}{6}(1^2 + 3^2 + 5^2 + 5^2 + 3^2 + 7^2) - 4^2 = \frac{11}{3}.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } S_3 = \sqrt{S_3^2} = \sqrt{\frac{11}{3}} = \frac{\sqrt{33}}{3}.$$

So sánh ta thấy:

Phương sai mẫu và độ lệch chuẩn của mẫu 1 và mẫu 2 là như nhau. Số trung bình của mẫu 1 nhỏ hơn số trung bình của mẫu 2.

Số trung bình, độ lệch chuẩn của mẫu 3 gấp 10 lần mẫu 1, phương sai mẫu 3 gấp 100 lần phương sai mẫu 1.

Câu 35: Sản lượng lúa các năm từ 2014 đến 2018 của hai tỉnh Thái Bình và Hậu Giang được cho ở bảng sau (đơn vị: nghìn tấn).

Năm Tỉnh	2014	2015	2016	2017	2018
Thái Bình	1 061,9	1 061,9	1 053,6	942,6	1 030,4
Hậu Giang	1 204,6	1 293,1	1 231,0	1 261,0	1 246,1

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

- a) Hãy tính độ lệch chuẩn và khoảng biến thiên của sản lượng lúa từng tỉnh.
- b) Tỉnh nào có sản lượng lúa ổn định hơn? Tại sao?

Lời giải

a)

Tỉnh Thái Bình:

$$\text{Số trung bình: } \bar{x}_1 = \frac{1061,9 + 1061,9 + 1053,6 + 942,6 + 1030,4}{5} = 1030,08.$$

Phương sai mẫu:

$$S_1^2 = \frac{1}{5} (1061,9^2 + 1061,9^2 + 1053,6^2 + 942,6^2 + 1030,4^2) - 1030,08^2 \approx 2046,21.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } S_1 = \sqrt{S_1^2} = \sqrt{2046,21} \approx 45,24.$$

$$\text{Khoảng biến thiên: } R_1 = 1061,9 - 942,6 = 119,3.$$

Tỉnh Hậu Giang:

$$\text{Số trung bình: } \bar{x}_2 = \frac{1204,6 + 1293,1 + 1231,0 + 1261,0 + 1246,1}{5} = 1247,16.$$

Phương sai mẫu:

$$S_2^2 = \frac{1}{5} (1204,6^2 + 1293,1^2 + 1231,0^2 + 1261,0^2 + 1246,1^2) - 1247,16^2 = 875,1304.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } S_2 = \sqrt{S_2^2} = \sqrt{875,1304} \approx 29,58.$$

$$\text{Khoảng biến thiên: } R_2 = 1293,1 - 1204,6 = 88,5.$$

b) Do $45,24 > 29,58,119,3 > 88,5$ nên độ lệch chuẩn, khoảng biến thiên của sản lượng lúa tỉnh Thái Bình lớn hơn tỉnh Hậu Giang, điều đó có nghĩa là sản lượng lúa của tỉnh Thái Bình trong các năm từ 2014 đến 2018 có độ phân tán cao hơn tỉnh Hậu Giang.

Vậy tỉnh Hậu Giang có sản lượng lúa ổn định hơn (ít bị phân tán hơn).

Câu 36: Kết quả điều tra mức lương hàng tháng của một số công nhân của hai nhà máy A và B được cho ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Công nhân nhà máy A	4	5	5	47	5	6	4	4	
Công nhân nhà máy B	2	9	9	8	10	9	9	11	9

a) Hãy tìm số trung bình, một, tứ phân vị và độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu lấy từ nhà máy A và nhà máy B.

b) Hãy tìm các giá trị ngoại lệ trong mỗi mẫu số liệu trên. Công nhân nhà máy nào có mức lương cao hơn? Tại sao?

Lời giải

a)

Nhà máy A:

Số trung bình mức lương hàng tháng: $\bar{x}_A = \frac{4+5+5+47+5+6+4+4}{8} = 10$.

Giá trị 4 và 5 có tần số lớn nhất nên một của mẫu số liệu ở nhà máy A là 4 và 5.

Sắp xếp các số liệu theo thứ tự không giảm, ta được: 4; 4; 4; 5; 5; 5; 6; 47

Vì cỡ mẫu là 8 là số chẵn nên tứ phân vị thứ hai là $Q_{2A} = 5$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 4; 4; 4; 5. Do đó $Q_{1A} = 4$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 5; 5; 6; 47. Do đó $Q_{3A} = 5,5$.

Phương sai mẫu:

$$S_A^2 = \frac{1}{8}(4^2 + 5^2 + 5^2 + 47^2 + 5^2 + 6^2 + 4^2 + 4^2) - 10^2 = 196.$$

Độ lệch chuẩn: $S_A = \sqrt{S_A^2} = \sqrt{196} = 14$.

Nhà máy B:

Số trung bình mức lương hàng tháng: $\overline{x_B} = \frac{2+9+9+8+10+9+9+11+9}{9} \approx 8,4$.

Giá trị 9 có tần số lớn nhất nên mốt của mẫu số liệu ở nhà máy B là 9.

Sắp xếp các số liệu theo thứ tự không giảm, ta được: 2; 8; 9; 9; 9; 9; 9; 10; 11.

Vì cỡ mẫu là 9 là số lẻ nên tứ phân vị thứ hai là $Q_{2B} = 9$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 2; 8; 9; 9. Do đó $Q_{1B} = 8,5$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 9; 9; 10; 11. Do đó $Q_{3B} = 9,5$.

Phương sai mẫu:

$$S_B^2 = \frac{1}{9} (2^2 + 8^2 + 9^2 + 9^2 + 9^2 + 9^2 + 9^2 + 10^2 + 11^2) - 8,4^2 = 6,55.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } S_B = \sqrt{S_B^2} = \sqrt{6,55} \approx 2,6.$$

b)

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ở nhà máy A là: $\Delta_{QA} = 5,5 - 4 = 1,5$.

Ta có: $Q_{3A} + 1,5\Delta_{QA} = 5,5 + 1,5 \cdot 1,5 = 7,75$ và $Q_{1A} - 1,5\Delta_{QA} = 4 - 1,5 \cdot 1,5 = 1,75$.

Do đó giá trị ngoại lệ trong mẫu số liệu ở nhà máy A là 47.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ở nhà máy B là: $\Delta_{QB} = 9,5 - 8,5 = 1$.

Ta có: $Q_{3B} + 1,5\Delta_{QB} = 9,5 + 1,5 \cdot 1 = 11$ và $Q_{1B} - 1,5\Delta_{QB} = 8,5 - 1,5 \cdot 1 = 7$.

Do đó giá trị ngoại lệ trong mẫu số liệu ở nhà máy B là 2.

Quan sát các số liệu tính được ở câu a), ta thấy

Số trung bình mức lương hàng tháng của công nhân ở nhà máy A cao hơn nhà máy B.

Phương sai mẫu và độ lệch chuẩn mẫu số liệu ở nhà máy A cao hơn nhà máy B nên mức lương hàng tháng của công nhân nhà máy A có độ phân tán cao hơn nhà máy B, do đó mức lương của công nhân nhà máy B ổn định hơn nhà máy A.

Mức lương xuất hiện nhiều nhất trong mẫu A là 4 và 5 triệu đồng, nhà máy B là 9 triệu đồng.

Do đó, ta có thể khẳng định công nhân nhà máy B có mức lương cao hơn (đều và ổn định hơn).

