

MỤC LỤC

§2 – HÀM SỐ BẬC HAI	2
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức	2
Ⓑ. Trắc nghiệm Đ/S	4
Ⓒ. Trả lời ngắn	36
Ⓓ. Câu hỏi trắc nghiệm.....	67



§2 – HÀM SỐ BẬC HAI

A. Tóm tắt kiến thức



Lý thuyết

1. ĐỊNH NGHĨA

- ✓ Hàm số bậc hai là hàm số cho bởi công thức: $y = ax^2 + bx + c$,
- ✓ trong đó x là biến số, a, b, c là các hằng số và $a \neq 0$.
- ✓ Tập xác định của hàm số bậc hai là $\mathbb{R}$.

Chú ý:

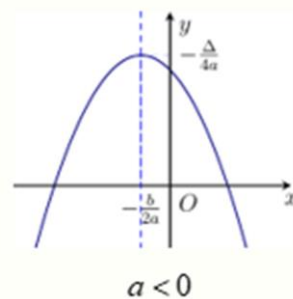
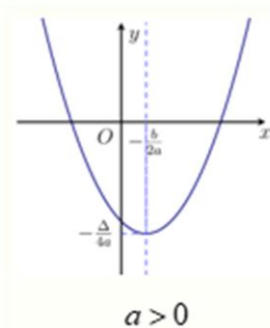
- ✓ Khi $a = 0, b \neq 0$, hàm số trở thành hàm số bậc nhất $y = bx + c$.
- ✓ Khi $a = b = 0$, hàm số trở thành hàm hằng $y = c$.

2. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC HAI

a. Đồ thị hàm số $y = ax^2, a \neq 0$ là một parabol có đỉnh là gốc tọa độ, có trục đối xứng là trục tung (là đường thẳng $x = 0$). Parabol này quay bề lõm lên trên nếu $a > 0$, xuống dưới nếu $a < 0$.

b. Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ là một parabol có:

- ✓ Đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.
- ✓ Trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$.
- ✓ Bề lõm hướng lên trên nếu $a > 0$, hướng xuống dưới nếu $a < 0$.
- ✓ Giao điểm với trục tung là $M(0; c)$.
- ✓ Số giao điểm với trục hoành bằng số nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$.



3. BẢNG BIẾN THIÊN

$a > 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$+\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$+\infty$

$a < 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$-\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$-\infty$

- Khi $a > 0$, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.
- Khi $a < 0$, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

 Để vẽ đường parabol $y = ax^2 + bx + c$ ta tiến hành theo các bước sau:

1. Xác định tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$;
2. Vẽ trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a}$;
3. Xác định tọa độ các giao điểm của parabol với trục tung, trục hoành (nếu có) và một vài điểm đặc biệt trên parabol;
4. Vẽ parabol.

B. Trắc nghiệm Đ/S

Câu 1. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Hàm số $y = -2x^2 + 3x - \frac{1}{2}$ là hàm số bậc hai		
b)	Hàm số $y = 8x^4 - 5x^2 + 0,5$ là hàm số bậc hai		
c)	Hàm số $y = 9x^3 + 3x^2 - x - \frac{1}{2}$ là hàm số bậc hai		
d)	Hàm số $y = (m^2 + 6m + 10)x^2 + (m + 1)x - 3m^2 + 1$ (m là tham số) là hàm số bậc hai		

Câu 2. Xét đồ thị của hàm số $y = 2x^2 + 4x + 1$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

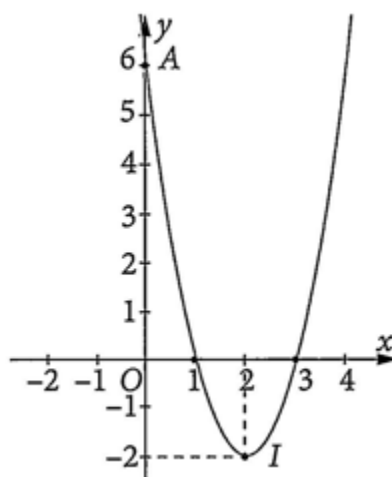
	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	có tọa độ đỉnh $I(-1; -1)$		
b)	trục đối xứng là $x = 1$.		
c)	Giao điểm của đồ thị với trục tung là $M(0; 1)$.		
d)	Đồ thị đi qua các điểm $Q(1; 6)$ và $P(-3; 6)$.		

Câu 3. Xét đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 5x - 4$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{5}{2}; \frac{9}{4}\right)$		
b)	trục đối xứng là $x = \frac{5}{2}$.		
c)	Giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0; -4)$.		
d)	Giao điểm của đồ thị với trục hoành là $A(2; 0)$ và $B(3; 0)$.		

Câu 4. Cho đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ có dạng như hình sau:



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Trục đối xứng của đồ thị là đường thẳng $x = -2$.		
b)	Đỉnh I của đồ thị hàm số có tọa độ là $(2; -2)$.		
c)	Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; 6)$		
d)	Hàm số đã cho là $y = 2x^2 - 2x + 6$.		

Câu 5. Cho hàm số $y = x^2 - 6x + 5$. Khi đó:

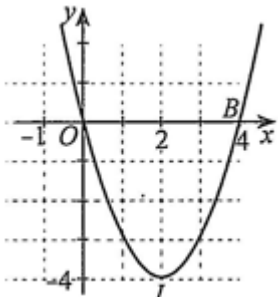
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Đồ thị của hàm số có tọa độ đỉnh $I(3; 4)$		
b)	Đồ thị của hàm số có trục đối xứng là $x = 3$.		
c)	Giao điểm của đồ thị với trục hoành là $A(2; 0)$ và $B(4; 0)$.		
d)	Giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0; 5)$.		

Câu 6. Cho hàm số $y = x^2 + 2x - 3$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Tập xác định $D = \mathbb{R}$		
b)	Đồ thị của hàm số có đỉnh $I(2; -4)$		
c)	Đồ thị của hàm số có trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$.		

d)	 Ta có đồ thị như Hình		
----	--	--	--

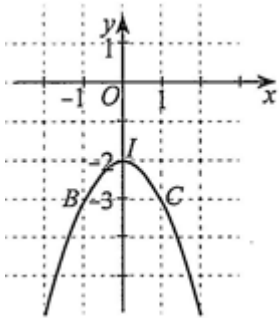
Câu 7. Cho hàm số $y = x^2 - 4x$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tập xác định $D = \mathbb{R}$		
b)	Đồ thị của hàm số có đỉnh $I(2; -4)$		
c)	Đồ thị của hàm số có trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$.		
d)	Đồ thị của hàm số giao điểm với trục Ox là $O(0;0), B(4;0)$.		

Câu 8. Cho hàm số $y = -x^2 - 2$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Đồ thị của hàm số có đỉnh $I(0; -2)$		
b)	Đồ thị của hàm số có trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$.		
c)	Đồ thị của hàm số giao điểm với trục Oy là $I(0; -2)$.		
d)	 Đồ thị như Hình.		

Câu 9. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Hàm số $y = -2x^2 + 1$ là hàm số bậc hai với $a = -2, b = 0, c = 1$.		

b)	Hàm số $y = -x(3x^2 + 2x)$ là hàm số bậc hai với $a = -3, b = 2, c = 0$.		
c)	Hàm số $y = (-6x + 1)(8x - 2)$ là hàm số bậc hai với $a = -48, b = 20, c = -2$.		
d)	Hàm số $y = 0x^2 + 6x + 5$ là hàm số bậc hai với $a = 0, b = 6, c = 5$.		

Câu 10. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

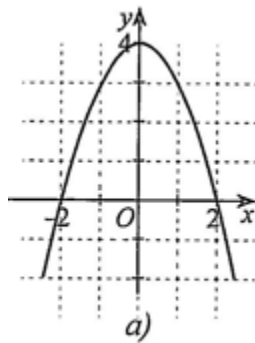
Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Hàm số $y = (2m - 1)x^2 + x + 3$ là hàm số bậc hai khi $m \neq \frac{1}{2}$		
b)	Hàm số $y = (4m^2 - 1)x^2 - 2x$ là hàm số bậc hai khi $m \neq \frac{1}{2}$		
c)	Hàm số $y = (m^2 - 2m)x^3 + x^2 - 1$ là hàm số bậc hai khi $m = 0$ hoặc $m = 2$.		
d)	Hàm số $y = mx^2 + (3 - x)(m^2x + 2)$ là hàm số bậc hai khi $m \neq 0$ và $m \neq 1$.		

Câu 11. Cho parabol (P) có phương trình $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	(P) đi qua ba điểm $A(0;1), B(1;-1), C(-1;1)$ khi đó (P) có phương trình $y = -x^2 - x + 1$.		
b)	(P) đi qua điểm $D(3;0)$ và có đỉnh $I(1;4)$ khi đó (P) có phương trình $y = -x^2 + 2x + 2$.		
c)	(P) đi qua hai điểm $M(2;-7), N(-5;0)$ và có trục đối xứng là $x = -2$ khi đó (P) có phương trình $y = -x^2 - 2x + 5$.		
d)	(P) đi qua $E(1;4)$, có trục đối xứng $x = -2$ và có đỉnh thuộc đường thẳng $d: y = 2x - 1$ khi đó (P) có phương trình $y = x^2 + 4x - 1$.		

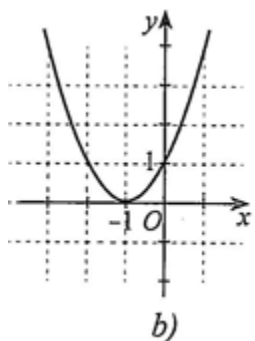
Câu 12. Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ có đồ thị như hình:



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$c = 4$		
b)	$a = 1$		
c)	$b = 2$		
d)	Hàm số cần tìm là $y = -x^2 + 4$.		

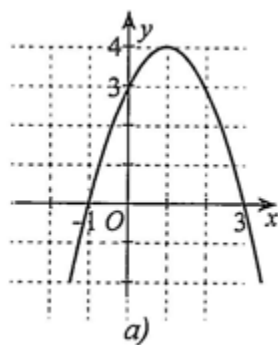
Câu 13. Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ có đồ thị như hình:



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$c = 1$		
b)	$a = 1$		
c)	$b = 2$		
d)	Hàm số cần tìm là $y = x^2 + 2x + 1$.		

Câu 14. Quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ ở Hình

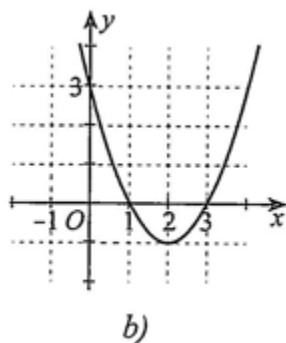


Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$a > 0$;		
b)	Toạ độ đỉnh $I(1; 4)$, trục đối xứng $x = 1$;		
c)	Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$; Nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$;		
d)	$f(x) \leq 0$ khi x thuộc các khoảng $(-1; 3)$.		

Câu 15. Quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ ở Hình



Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$a > 0$;		
b)	Toạ độ đỉnh $I(2; -1)$, trục đối xứng $x = 2$;		
c)	Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$; Nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$;		
d)	x thuộc các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$		

Câu 16. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
---------	--	------	-----

a)	giao điểm của Parabol $y = x^2 - 3x + 2$ và trục tung là $A(0; 2)$.		
b)	Số giao điểm của Parabol $y = x^2 - 3x + 2$ và trục hoành là 1.		
c)	Số giao điểm của Parabol $y = -x^2 + 4x + 3$ và đường thẳng $\Delta : y = 3$ là 2.		
d)	Số giao điểm của Parabol $y = 2x^2 + x$ và đường thẳng $d : y = -2x + 5$ là 1.		

Câu 17. Cho hàm số $y = -x^2 + 6x - 5$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$y > 0$ khi $x \in (1; 5)$		
b)	$y < 0$ khi $x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$		
c)	Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3		
d)	Đường thẳng $d : y = 4x - m$ cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt khi $m > 4$		

Câu 18. Cho hàm số $y = x^2 + 4x - 5$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$y \geq 0$ khi $x \in [-5; 1]$.		
b)	$y \leq 0$ khi $x \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$.		
c)	Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4x - 5$ bằng -9 .		
d)	Với $m = \frac{5}{2}$ thì đường thẳng $d : y = 4x - m$ cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 5$		

Câu 19. Cho đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$. Khi đó:

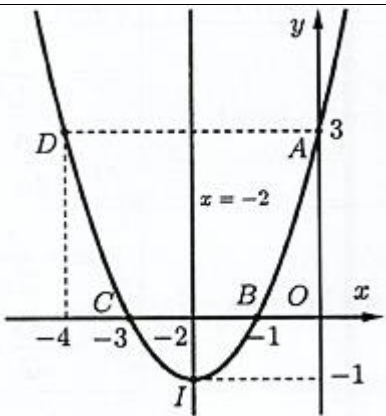
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tọa độ đỉnh $I(1; 3)$.		
b)	Phương trình trục đối xứng parabol: $x = 2$.		
c)	Bề lõm parabol hướng xuống.		
d)	Parabol cắt Oy tại điểm $A(0; 3)$		

Câu 20. Cho đồ thị hàm số $y = x^2 + 4x + 3$. Khi đó:

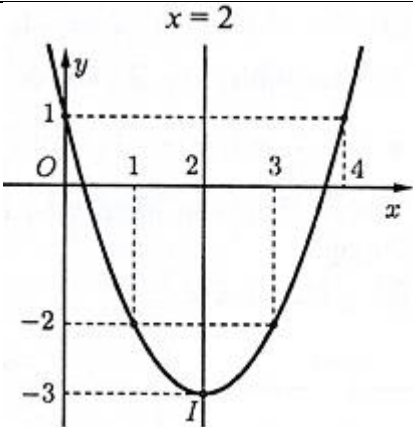
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	---------	------	-----

a)	Tọa độ đỉnh $I(-2;-1)$.		
b)	Bề lõm parabol hướng xuống.		
c)	Parabol cắt Ox tại các điểm $B(-1;0), C(-3;0)$.		
d)	 Đồ thị parabol như hình bên		

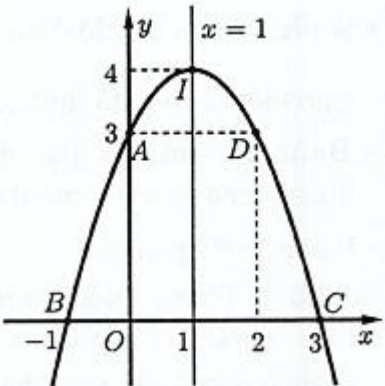
Câu 21. Cho đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 1$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Tọa độ đỉnh $I(2;3)$.		
b)	Phương trình trục đối xứng parabol: $x = 3$.		
c)	Bề lõm parabol hướng lên.		
d)	 Đồ thị parabol như hình bên		

Câu 22. Cho đồ thị hàm số $y = -2x^2 + x - 1$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Tọa độ đỉnh $I\left(\frac{1}{4}; -\frac{7}{8}\right)$.		
b)	Phương trình trục đối xứng parabol: $x = \frac{1}{2}$.		
c)	Bề lõm parabol hướng xuống.		
d)	 Đồ thị parabol như hình bên		

Câu 23. Cho hàm số $y = -x^2 + 2x - 5$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.		
b)	Tọa độ đỉnh I của parabol: $I(1; -4)$		
c)	Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$		
d)	Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = -4$, khi $x = 2$.		

Câu 24. Cho hàm số $y = -x^2 + 3$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Tọa độ đỉnh I của parabol $I(0; 3)$.		
b)	Bề lõm parabol hướng lên.		
c)	Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$		
d)	Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = 3$, khi $x = 0$.		

Câu 25. Cho hàm số $y = x^2 + 2x$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Tọa độ đỉnh I của parabol: $I(-1; -1)$.		
b)	Bảng biến thiên:		
c)	Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$		
d)	Hàm số không có giá trị lớn nhất		

Câu 26. Cho hàm số $y = 2x^2 - 2x + 1$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.		
b)	Bề lõm parabol hướng lên		
c)	Bảng biến thiên:		
d)	Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = \frac{3}{2}$, khi đó $x = \frac{1}{2}$.		

LỜI GIẢI

Câu 1. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau

a) Hàm số $y = -2x^2 + 3x - \frac{1}{2}$ là hàm số bậc hai

b) Hàm số $y = 8x^4 - 5x^2 + 0,5$ là hàm số bậc hai

c) Hàm số $y = 9x^3 + 3x^2 - x - \frac{1}{2}$ là hàm số bậc hai

d) Hàm số $y = (m^2 + 6m + 10)x^2 + (m + 1)x - 3m^2 + 1$ (m là tham số) là hàm số bậc hai

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Là hàm số bậc hai với $a = -2, b = 3, c = -\frac{1}{2}$.

b) Không phải là hàm số bậc hai vì chứa x^4 .

c) Không phải là hàm số bậc hai vì chứa x^3 .

d) Là hàm số bậc hai với $a = m^2 + 6m + 10 = (m + 3)^2 + 1 > 0, b = m + 1, c = -3m^2 + 1$.

Câu 2. Xét đồ thị của hàm số $y = 2x^2 + 4x + 1$. Khi đó:

a) có tọa độ đỉnh $I(-1; -1)$

b) trục đối xứng là $x = 1$.

c) Giao điểm của đồ thị với trục tung là $M(0; 1)$.

d) Đồ thị đi qua các điểm $Q(1; 6)$ và $P(-3; 6)$.

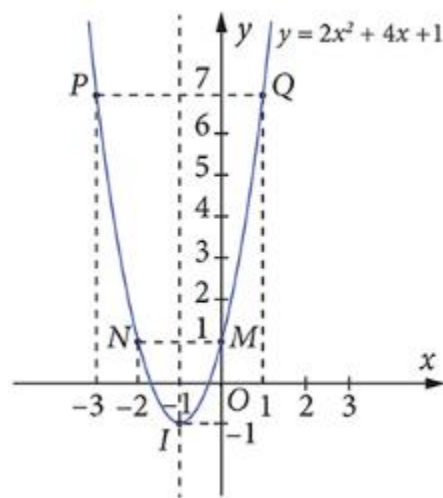
Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Ta có $a = 2 > 0$ nên parabol quay bề lõm lên trên, có tọa độ đỉnh $I(-1; -1)$ và

trục đối xứng là $x = -1$. Giao điểm của đồ thị với trục tung là $M(0; 1)$. Điểm

đối xứng với M qua trục đối xứng là $N(-2; 1)$. Đồ thị đi qua các điểm $Q(1; 7)$ và $P(-3; 7)$.



Câu 3. Xét đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 5x - 4$. Khi đó:

a) có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{5}{2}; \frac{9}{4}\right)$

b) trục đối xứng là $x = \frac{5}{2}$.

c) Giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0; -4)$.

d) Giao điểm của đồ thị với trục hoành là $A(2; 0)$ và $B(3; 0)$.

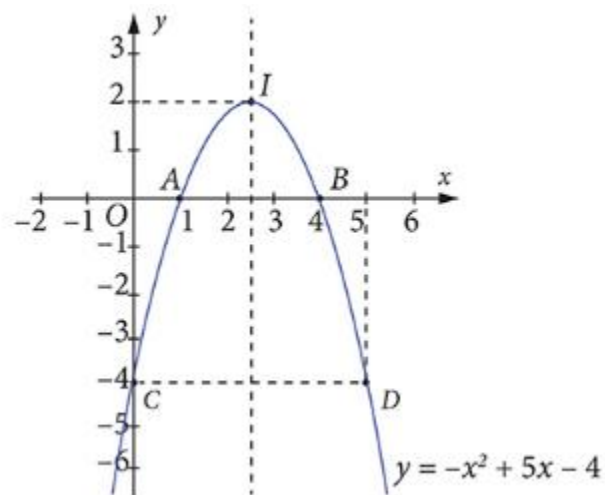
Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

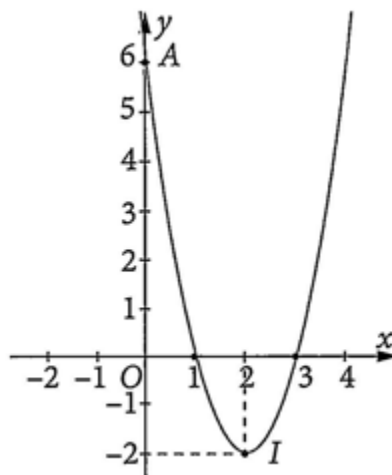
Ta có $a = -1 < 0$ nên parabol quay bề lõm xuống dưới, có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{5}{2}; \frac{9}{4}\right)$

và trục đối xứng là $x = \frac{5}{2}$. Giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0; -4)$. Điểm đối xứng với C qua trục đối

xứng là $D(5; -4)$. Giao điểm của đồ thị với trục hoành là $A(1; 0)$ và $B(4; 0)$.



Câu 4. Cho đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ có dạng như hình sau:



a) Trục đối xứng của đồ thị là đường thẳng $x = -2$.

b) Đỉnh I của đồ thị hàm số có tọa độ là $(2; -2)$.

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; 6)$

d) Hàm số đã cho là $y = 2x^2 - 2x + 6$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Trục đối xứng của đồ thị là đường thẳng $x = 2$. Đỉnh I của đồ thị hàm số có tọa độ là $(2; -2)$.

b) Hàm số bậc hai có dạng $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; 6)$ nên

$$a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6 \Rightarrow c = 6.$$

Mặt khác, đồ thị có tọa độ đỉnh là $I(2; -2)$ nên ta có:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 6 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + b = 0 \\ 4a + 2b = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -8 \end{cases}.$$

Vậy hàm số đã cho là $y = 2x^2 - 8x + 6$.

Câu 5. Cho hàm số $y = x^2 - 6x + 5$. Khi đó:

- a) Đồ thị của hàm số có tọa độ đỉnh $I(3; 4)$
- b) Đồ thị của hàm số có trục đối xứng là $x = 3$.
- c) Giao điểm của đồ thị với trục hoành là $A(2; 0)$ và $B(4; 0)$.
- d) Giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0; 5)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

Ta có $a = 1 > 0$ nên parabol quay bề lõm lên trên, có tọa độ đỉnh $I(3; -4)$ và

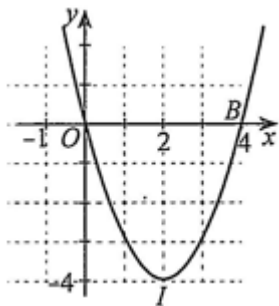
trục đối xứng là $x = 3$. Giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0; 5)$. Điểm đối

xứng với C qua trục đối xứng là $D(6; 5)$. Giao điểm của đồ thị với trục hoành là

$A(1; 0)$ và $B(5; 0)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = x^2 + 2x - 3$. Khi đó:

- a) Tập xác định $D = \mathbb{R}$
- b) Đồ thị của hàm số có đỉnh $I(2; -4)$
- c) Đồ thị của hàm số có trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$.



- d) Ta có đồ thị như Hình

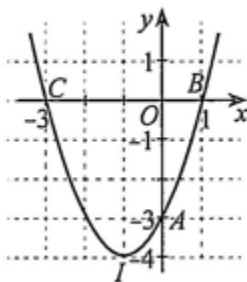
Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Tập xác định $D = \mathbb{R}$, đỉnh $I(-1; -4)$, trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$.

Giao điểm với trục Oy là $A(0; -3)$, giao điểm với trục Ox là $B(1; 0), C(-3; 0)$.

Ta có đồ thị như Hình.



Câu 7. Cho hàm số $y = x^2 - 4x$. Khi đó:

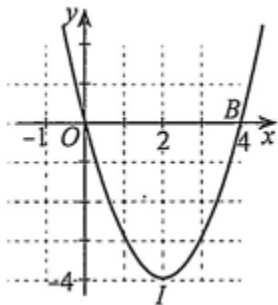
- a) Tập xác định $D = \mathbb{R}$
- b) Đồ thị của hàm số có đỉnh $I(2; -4)$
- c) Đồ thị của hàm số có trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$.
- d) Đồ thị của hàm số giao điểm với trục Ox là $O(0; 0), B(4; 0)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

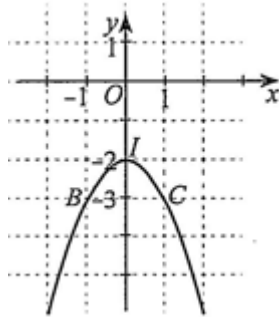
Tập xác định $D = \mathbb{R}$, đỉnh $I(2; -4)$, trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$.

Giao điểm với trục Oy là $O(0; 0)$, giao điểm với trục Ox là $O(0; 0), B(4; 0)$. Ta có đồ thị như Hình.



Câu 8. Cho hàm số $y = -x^2 - 2$. Khi đó:

- a) Đồ thị của hàm số có đỉnh $I(0; -2)$
- b) Đồ thị của hàm số có trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$.
- c) Đồ thị của hàm số giao điểm với trục Oy là $I(0; -2)$.



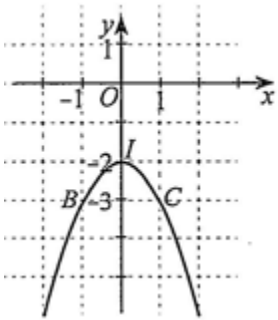
d) Đồ thị như Hình.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Tập xác định $D = \mathbb{R}$, đỉnh $I(0; -2)$, trục đối xứng là đường thẳng $x = 0$.

Giao điểm với trục Oy là $I(0; -2)$. Hai điểm thuộc đồ thị là $B(-1; -3), C(1; -3)$. Ta có đồ thị như Hình.



Câu 9. Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau

- a) Hàm số $y = -2x^2 + 1$ là hàm số bậc hai với $a = -2, b = 0, c = 1$.
- b) Hàm số $y = -x(3x^2 + 2x)$ là hàm số bậc hai với $a = -3, b = 2, c = 0$.
- c) Hàm số $y = (-6x + 1)(8x - 2)$ là hàm số bậc hai với $a = -48, b = 20, c = -2$.
- d) Hàm số $y = 0x^2 + 6x + 5$ là hàm số bậc hai với $a = 0, b = 6, c = 5$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) $y = -2x^2 + 1$ là hàm số bậc hai với $a = -2, b = 0, c = 1$.

b) $y = -x(3x^2 + 2x)$ không là hàm số bậc hai.

c) $y = (-6x + 1)(8x - 2)$ là hàm số bậc hai vì $y = (-6x + 1)(8x - 2) = -48x^2 + 20x - 2$ với $a = -48, b = 20, c = -2$.

d) $y = 0x^2 + 6x + 5$ không là hàm số bậc hai vì $a = 0$.

Câu 10. Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau

a) Hàm số $y = (2m - 1)x^2 + x + 3$ là hàm số bậc hai khi $m \neq \frac{1}{2}$

b) Hàm số $y = (4m^2 - 1)x^2 - 2x$ là hàm số bậc hai khi $m \neq \frac{1}{2}$

c) Hàm số $y = (m^2 - 2m)x^3 + x^2 - 1$ là hàm số bậc hai khi $m = 0$ hoặc $m = 2$.

d) Hàm số $y = mx^2 + (3 - x)(m^2x + 2)$ là hàm số bậc hai khi $m \neq 0$ và $m \neq 1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Hàm số $y = (2m - 1)x^2 + x + 3$ là hàm số bậc hai khi $2m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}$.

b) Hàm số $y = (4m^2 - 1)x^2 - 2x$ là hàm số bậc hai khi $4m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm \frac{1}{2}$.

c) Hàm số $y = (m^2 - 2m)x^3 + x^2 - 1$ là hàm số bậc hai khi $m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = 2$.

d) Ta có $y = mx^2 + (3 - x)(m^2x + 2) = (-m^2 + m)x^2 + (3m^2 - 2)x + 6$. Để hàm số đã cho là hàm số bậc hai thì $-m^2 + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$ và $m \neq 1$.

Câu 11. Cho parabol (P) có phương trình $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$. Khi đó:

a) (P) đi qua ba điểm $A(0;1), B(1;-1), C(-1;1)$ khi đó (P) có phương trình $y = -x^2 - x + 1$.

b) (P) đi qua điểm $D(3;0)$ và có đỉnh $I(1;4)$ khi đó (P) có phương trình $y = -x^2 + 2x + 2$.

c) (P) đi qua hai điểm $M(2;-7), N(-5;0)$ và có trục đối xứng là $x = -2$ khi đó (P) có phương trình $y = -x^2 - 2x + 5$.

d) (P) đi qua $E(1;4)$, có trục đối xứng $x = -2$ và có đỉnh thuộc đường thẳng $d : y = 2x - 1$ khi đó (P) có phương trình $y = x^2 + 4x - 1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Vì (P) đi qua điểm $A(0;1)$ nên suy ra $c = 1$.

Vì (P) đi qua điểm $B(1;-1)$ và $C(-1;1)$ nên ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} a+b+1=-1 \\ a-b+1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=-2 \\ a-b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases}$$

Vậy parabol (P) có phương trình $y = -x^2 - x + 1$.

b) Vì (P) đi qua hai điểm $D(3;0)$ và $I(1;4)$ nên ta có: $9a+3b+c=0$ (1); $a+b+c=4$ (2)

Trừ theo từng vế của (1) cho (2) ta có: $8a+2b=-4$ (3)

Vì (P) có đỉnh $I(1;4)$ và từ (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{-b}{2a}=1 \\ 8a+2b=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=0 \\ 4a+b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases}$$

Thay $a = -1$ và $b = 2$ vào (2) suy ra $c = 3$.

Vậy parabol (P) có phương trình $y = -x^2 + 2x + 3$.

c) Vì (P) đi qua hai điểm $M(2;-7)$ và $N(-5;0)$ nên ta có: $4a+2b+c=-7$ (1); $25a-5b+c=0$ (2)

Trừ theo từng vế của (2) cho (1) ta có: $21a-7b=7$ (3)

Vì (P) có trục đối xứng là $x = -2$ và từ (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{-b}{2a}=-2 \\ 21a-7b=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a-b=0 \\ 3a-b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-4 \end{cases}$$

Thay $a = -1$ và $b = -4$ vào (1) suy ra $c = 5$.

Vậy parabol (P) có phương trình $y = -x^2 - 4x + 5$.

d) Do (P) có trục đối xứng là $x = -2$ và có đỉnh thuộc đường thẳng $d : y = 2x - 1$ nên đỉnh của (P) là điểm $I(-2;-5)$.

Vì (P) đi qua hai điểm $E(1;4)$ và $I(-2;-5)$ nên ta có: $a+b+c=4$ (1); $4a-2b+c=-5$ (2)

Trừ theo từng vế của (2) cho (1) ta có: $3a - 3b = -9$ (3)

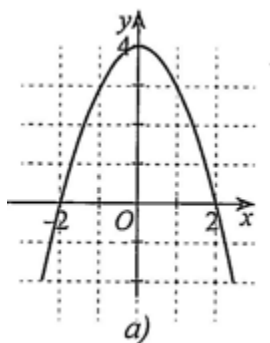
Vì (P) có trục đối xứng là $x = -2$ và từ (3) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = -2 \\ 3a - 3b = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - b = 0 \\ a - b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 4. \end{cases}$$

Thay $a = 1$ và $b = 4$ vào (1) suy ra $c = -1$.

Vậy parabol (P) có phương trình $y = x^2 + 4x - 1$.

Câu 12. Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình:



Khi đó:

a) $c = 4$

b) $a = 1$

c) $b = 2$

d) $y = -x^2 + 4$ là hàm số bậc hai có đồ thị như hình

Lời giải

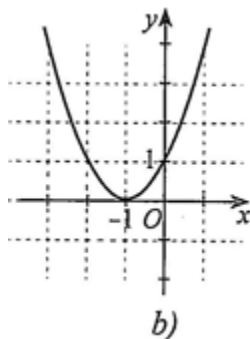
a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Parabol đi qua điểm $I(0; 4)$ nên suy ra $c = 4$.

Vì parabol đi qua điểm $A(-2; 0)$ và có đỉnh $I(0; 4)$ nên ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = 0 \\ 4a - 2b + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$$

Vậy hàm số cần tìm là $y = -x^2 + 4$.

Câu 13. Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ có đồ thị như hình:



Khi đó:

a) $c = 1$

b) $a = 1$

c) $b = 2$

d) $y = x^2 + 2x$ là hàm số bậc hai có đồ thị như hình

Lời giải

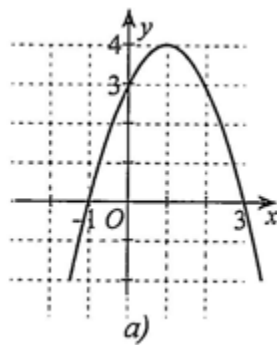
a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Parabol đi qua điểm $A(0;1)$ nên suy ra $c = 1$.

Vì parabol có đỉnh $I(-1;0)$ nên ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = -1 \\ a - b + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = 0 \\ a - b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases}$$

Vậy hàm số cần tìm là $y = x^2 + 2x + 1$.

Câu 14. Quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ ở Hình



Khi đó:

a) $a > 0$;

b) Tọa độ đỉnh $I(1; 4)$, trục đối xứng $x = 1$;

c) Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$; Nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$;

d) $f(x) \leq 0$ khi x thuộc các khoảng $(-1; 3)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

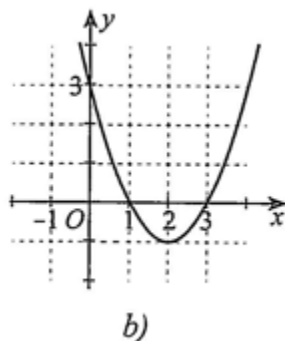
a) $a < 0$;

b) Tọa độ đỉnh $I(1; 4)$, trục đối xứng $x = 1$;

c) Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$; Nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$;

d) x thuộc các khoảng $(-\infty; -1]$ và $[3; +\infty)$.

Câu 15. Quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ ở Hình



Khi đó:

a) $a > 0$;

- b) Tọa độ đỉnh $I(2; -1)$, trục đối xứng $x = 2$;
- c) Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$; Nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$;
- d) x thuộc các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

a) $a > 0$;

b) Tọa độ đỉnh $I(2; -1)$, trục đối xứng $x = 2$;

c) Đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$; Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$;

d) x thuộc các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$

Câu 16. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

- a) giao điểm của Parabol $y = x^2 - 3x + 2$ và trục tung là $A(0; 2)$.
- b) Số giao điểm của Parabol $y = x^2 - 3x + 2$ và trục hoành là 1.
- c) Số giao điểm của Parabol $y = -x^2 + 4x + 3$ và đường thẳng $\Delta: y = 3$ là 2.
- d) Số giao điểm của Parabol $y = 2x^2 + x$ và đường thẳng $d: y = -2x + 5$ là 1.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Gọi $A(x; y)$ là giao điểm của parabol (P) với trục tung. Tại $x = 0$, ta có $y = 0^2 - 3 \cdot 0 + 2 = 2$. Vậy giao điểm của parabol (P) với trục tung là $A(0; 2)$.

b) Gọi $B(x; y)$ là giao điểm của parabol (P) với trục hoành. Phương trình hoành độ giao điểm của parabol (P) và trục hoành là: $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$. Vậy giao điểm của parabol (P) với trục hoành là: $B_1(1; 0), B_2(2; 0)$.

c) Gọi $C(x; y)$ là tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng Δ . Phương trình hoành độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng Δ là: $-x^2 + 4x + 3 = 3 \Leftrightarrow -x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$

Vậy giao điểm của parabol (P) với đường thẳng Δ là: $C_1(0;3), C_2(4;3)$.

d) Gọi $D(x; y)$ là tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng d . Phương trình hoành độ giao điểm của

$$\text{parabol } (P) \text{ và đường thẳng } d \text{ là: } 2x^2 + x = -2x + 5 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

Vậy giao điểm của parabol (P) và đường thẳng d là: $D_1(1;3), D_2\left(-\frac{5}{2}; 10\right)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = -x^2 + 6x - 5$. Khi đó:

- a) $y > 0$ khi $x \in (1;5)$
- b) $y < 0$ khi $x \in (-\infty;1) \cup (5;+\infty)$
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3
- d) Đường thẳng $d: y = 4x - m$ cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt khi $m > 4$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) $y > 0 \Rightarrow -x^2 + 6x - 5 > 0$ khi $x \in (1;5)$.

b) $y < 0 \Rightarrow -x^2 + 6x - 5 < 0$ khi $x \in (-\infty;1) \cup (5;+\infty)$.

c) Xét hàm số $y = f(x) = -x^2 + 6x - 5$, có $a < 0$ nên giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^2 + 6x - 5$ là

$$y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f(3) = 4.$$

d) Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị (P) là:

$$-x^2 + 6x - 5 = 4x - m \Leftrightarrow x^2 - 2x + 5 = m.$$

Xét vế trái $y = f(x) = x^2 - 2x + 5$, có $a > 0$ suy ra $y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f(1) = 4$ là giá trị nhỏ nhất. Vậy đường thẳng

$d: y = 4x - m$ cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt khi $m > 4$.

Câu 18. Cho hàm số $y = x^2 + 4x - 5$. Khi đó:

a) $y \geq 0$ khi $x \in [-5;1]$.

b) $y \leq 0$ khi $x \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4x - 5$ bằng -9 .

d) Với $m = \frac{5}{2}$ thì đường thẳng $d: y = 4x - m$ cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 5$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) $y \geq 0 \Rightarrow y = x^2 + 4x - 5 \geq 0$ khi $x \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$.

b) $y \leq 0 \Rightarrow y = x^2 + 4x - 5 \leq 0$ khi $x \in [-5; 1]$.

c) Xét hàm số $y = f(x) = x^2 + 4x - 5$, có $a > 0$ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4x - 5$ là

$$y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f(-2) = -9.$$

d) Phương trình hoành độ giao điểm của $d: y = 4x - m$ và đồ thị (P) là: $x^2 + 4x - 5 = 4x - m \Leftrightarrow x^2 = 5 - m (*)$

Xét vế trái của $(*)$ là: $y = f(x) = x^2$, có $a > 0$ suy ra $y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f(0) = 0$ là giá trị nhỏ nhất. Đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt x_1, x_2 khi $5 - m > 0 \Leftrightarrow m < 5$.

Áp dụng hệ thức Viète cho phương trình $(*)$, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 5 \end{cases}$$

Khi đó $x_1^2 + x_2^2 = 5 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 5$. Suy ra $0^2 - 2(m - 5) = 5 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}$

(thỏa mãn $m < 5$).

Vậy với $m = \frac{5}{2}$ thì đường thẳng $d: y = 4x - m$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 5$.

Câu 19. Cho đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$. Khi đó:

a) Tọa độ đỉnh $I(1; 3)$.

b) Phương trình trục đối xứng parabol: $x = 2$.

c) Bề lõm parabol hướng xuống.

d) Parabol cắt Oy tại điểm $A(0;3)$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

$$y = -x^2 + 2x + 3; \quad (a = -1, b = 2, c = 3).$$

$$\text{Tọa độ đỉnh } I \text{ của parabol: } x_I = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2(-1)} = 1, y_I = -1^2 + 2 \cdot 1 + 3 = 4 \text{ hay } I(1;4).$$

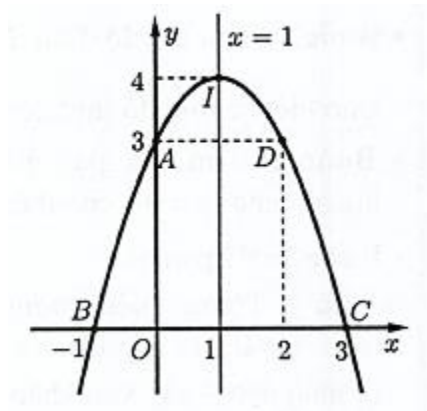
Phương trình trục đối xứng parabol: $x = 1$. Vì $a = -1 < 0$ nên bề lõm parabol hướng xuống.

Parabol cắt Oy tại điểm A với $x_A = 0 \Rightarrow y_A = 3$ hay $A(0;3)$.

$$\text{Parabol cắt Ox tại các điểm } B, C \text{ có hoành độ thỏa mãn } -x^2 + 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \text{ hay } B(-1;0), C(3;0).$$

Lấy điểm D đối xứng với $A(0;3)$ qua đường thẳng $x = 1$, suy ra $D(2;3)$.

Qua năm điểm I, A, B, C, D , ta vẽ được parabol như hình bên.

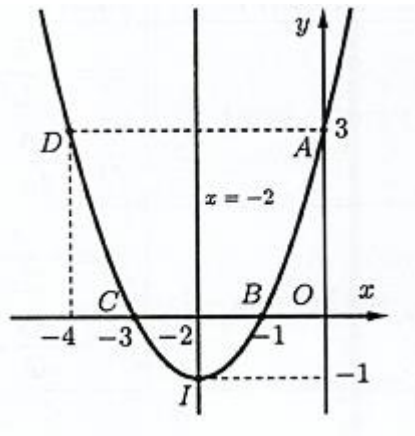


Câu 20. Cho đồ thị hàm số $y = x^2 + 4x + 3$. Khi đó:

a) Tọa độ đỉnh $I(-2;-1)$.

b) Bề lõm parabol hướng xuống.

c) Parabol cắt Ox tại các điểm $B(-1;0), C(-3;0)$.



d) Đồ thị parabol như hình bên

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$$y = x^2 + 4x + 3; \quad (a = 1, b = 4, c = 3).$$

Tọa độ đỉnh I của parabol: $x_I = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot 1} = -2, y_I = (-2)^2 + 4 \cdot (-2) + 3 = -1$ hay $I(-2; -1)$.

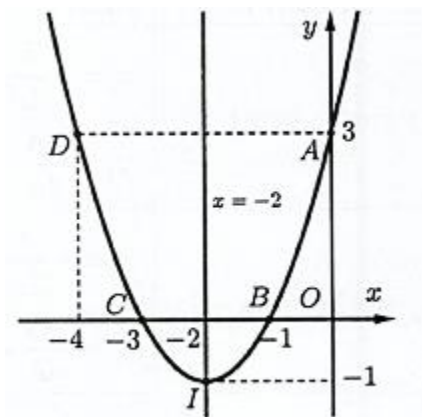
Phương trình trục đối xứng parabol: $x = -2$. Vì $a = 1 > 0$ nên bề lõm parabol hướng lên.

Parabol cắt Oy tại điểm A với $x_A = 0 \Rightarrow y_A = 3$ hay $A(0; 3)$.

Parabol cắt Ox tại các điểm B, C có hoành độ thỏa $x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$ hay $B(-1; 0), C(-3; 0)$.

Lấy điểm D đối xứng với $A(0; 3)$ qua đường thẳng $x = -2$, suy ra $D(-4; 3)$.

Qua năm điểm I, A, B, C, D , ta vẽ được parabol như hình bên.

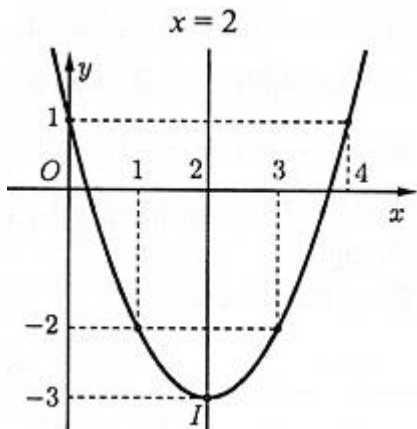


Câu 21. Cho đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 1$. Khi đó:

a) Tọa độ đỉnh $I(2;3)$.

b) Phương trình trục đối xứng parabol: $x = 3$.

c) Bề lõm parabol hướng lên.



d) Đồ thị parabol như hình bên

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

$$y = x^2 - 4x + 1; \quad (a=1, b=-4, c=1).$$

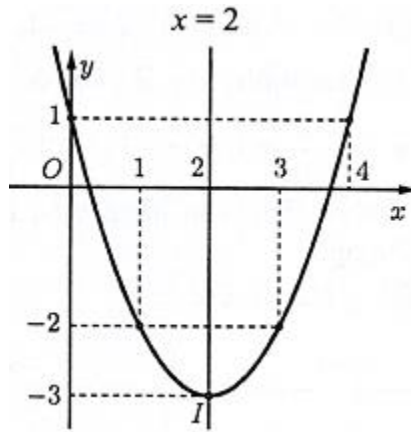
$$\text{Tọa độ đỉnh } I \text{ của parabol: } x_I = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2.1} = 2, y_I = (2)^2 - 4.2 + 1 = -3 \text{ hay } I(2; -3)$$

Phương trình trục đối xứng parabol: $x = 2$. Vì $a = 1 > 0$ nên bề lõm parabol hướng lên.

Đề ý: Nếu ta tìm giao điểm giữa parabol với Ox , tức là giải phương trình $x^2 - 4x + 1 = 0$ trước, tuy nhiên phương trình này cho ta hai nghiệm vô tỉ (không đẹp). Chính vì thế nên ta chọn giải pháp lập bảng giá trị để tìm ra năm cặp $(x; y)$ thỏa mãn hàm số với đỉnh I làm tâm của bảng giá trị đó.

Bảng giá trị

x	0	1	2	3	4
y	1	-2	-3	-2	1

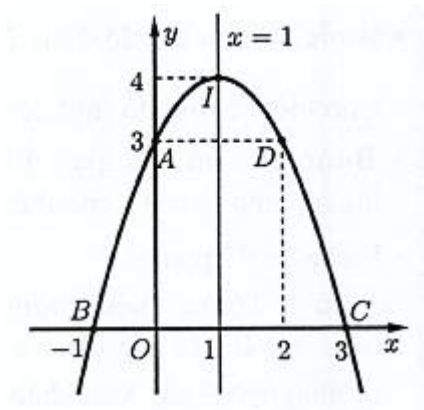


Câu 22. Cho đồ thị hàm số $y = -2x^2 + x - 1$. Khi đó:

a) Tọa độ đỉnh $I\left(\frac{1}{4}; -\frac{7}{8}\right)$.

b) Phương trình trục đối xứng parabol: $x = \frac{1}{2}$.

c) Bề lõm parabol hướng xuống.



d) Đồ thị parabol như hình bên

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

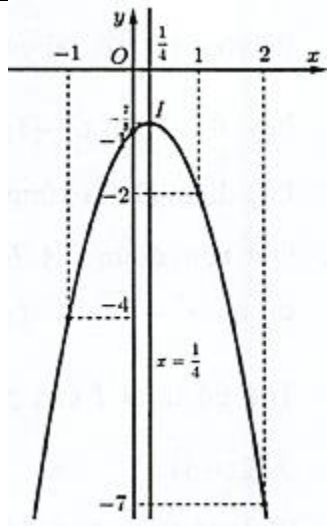
$$y = -2x^2 + x - 1; \quad (a = -2, b = 1, c = -1).$$

$$\text{Tọa độ đỉnh } I \text{ của parabol: } x_I = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2 \cdot (-2)} = \frac{1}{4}, y_I = -2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{4} - 1 = -\frac{7}{8} \text{ hay } I\left(\frac{1}{4}; -\frac{7}{8}\right)$$

Phương trình trục đối xứng parabol: $x = \frac{1}{4}$. Vì $a = -2 < 0$ nên bề lõm parabol hướng xuống.

Bảng giá trị

x	-1	0	$\frac{1}{4}$	1	2
y	-4	-1	$-\frac{7}{8}$	-2	-7



Câu 23. Cho hàm số $y = -x^2 + 2x - 5$. Khi đó:

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

b) Tọa độ đỉnh I của parabol: $I(1; -4)$

c) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$

d) Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = -4$, khi $x = 2$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

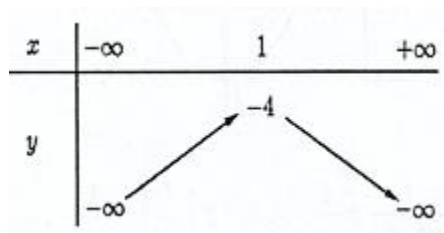
$$y = -x^2 + 2x - 5; (a = -1, b = 2, c = -5).$$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Tọa độ đỉnh I của parabol:

$$x_I = -\frac{b}{2a} = 1, y_I = -1^2 + 2 \cdot 1 - 5 = -4 \text{ hay } I(1; -4)$$

Định hướng cho bảng biến thiên: Do $a = -1 < 0$ nên bề lõm parabol hướng xuống.

Bảng biến thiên:



Kết luận:

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$

Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = -4$, khi $x = 1$. (Hàm số không có giá trị nhỏ nhất)

Câu 24. Cho hàm số $y = -x^2 + 3$. Khi đó:

a) Tọa độ đỉnh I của parabol $I(0; 3)$.

b) Bề lõm parabol hướng lên.

c) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

d) Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = 3$, khi $x = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

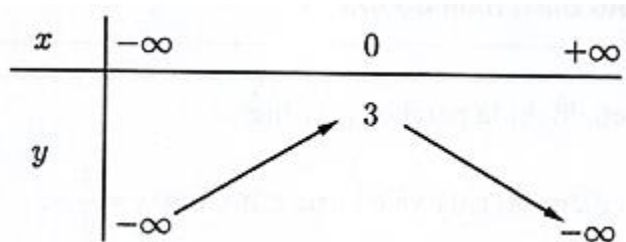
$$y = -x^2 + 3; (a = -1, b = 0, c = 3).$$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Tọa độ đỉnh I của parabol:

$$x_I = -\frac{b}{2a} = 0, y_I = -0^2 + 3 = 3 \text{ hay } I(0; 3).$$

Định hướng cho bảng biến thiên: Do $a = -1 < 0$ nên bề lõm parabol hướng xuống.

Bảng biến thiên:



Kết luận:

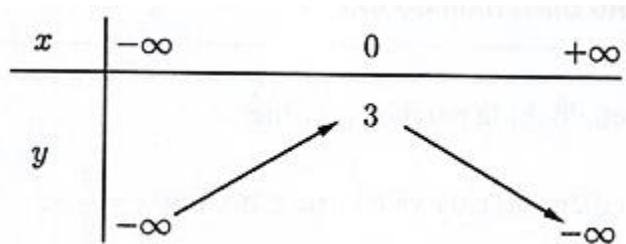
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = 3$, khi $x = 0$. (Hàm số không có giá trị nhỏ nhất)

Câu 25. Cho hàm số $y = x^2 + 2x$. Khi đó:

a) Tọa độ đỉnh I của parabol: $I(-1; -1)$.

b) Bảng biến thiên:



c) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

d) Hàm số không có giá trị lớn nhất

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

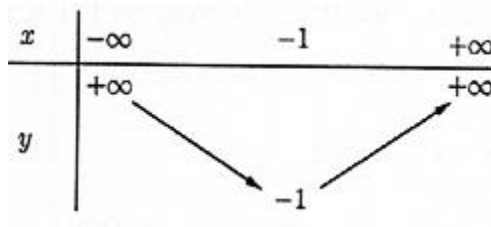
$$y = x^2 + 2x; \quad (a = 1, b = 2, c = 0).$$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Tọa độ đỉnh I của parabol:

$$x_I = -\frac{b}{2a} = -1, y_I = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) = -1 \text{ hay } I(-1; -1).$$

Định hướng cho bảng biến thiên: Do $a = 1 > 0$ nên bề lõm parabol hướng lên.

Bảng biến thiên:



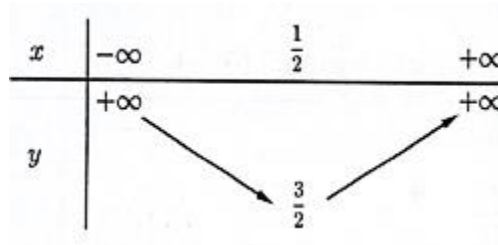
Kết luận:

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y_{\min} = -1$, khi $x = -1$. (Hàm số không có giá trị lớn nhất)

Câu 26. Cho hàm số $y = 2x^2 - 2x + 1$. Khi đó:

- a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.
- b) Bề lõm parabol hướng lên
- c) Bảng biến thiên:



- d) Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = \frac{3}{2}$, khi đó $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

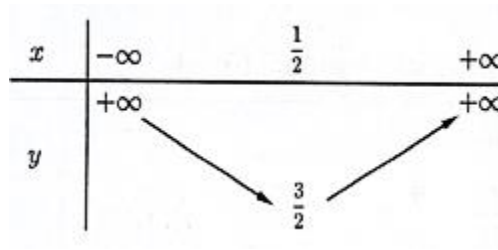
a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

$$y = 2x^2 - 2x + 3; \quad (a = 2, b = -2, c = 3).$$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Tọa độ đỉnh I của parabol: $x_I = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}, y_I = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$ hay $I\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Định hướng cho bảng biến thiên: Do $a = 2 > 0$ nên bề lõm parabol hướng lên.

Bảng biến thiên:



Kết luận:

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y_{\min} = \frac{3}{2}$, khi đó $x = \frac{1}{2}$. (Hàm số không có giá trị lớn nhất).

©. Trả lời ngắn

Câu 1. Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết rằng parabol đi qua điểm $M(0; 2)$ và có đỉnh là $I(2; -1)$.

Trả lời:

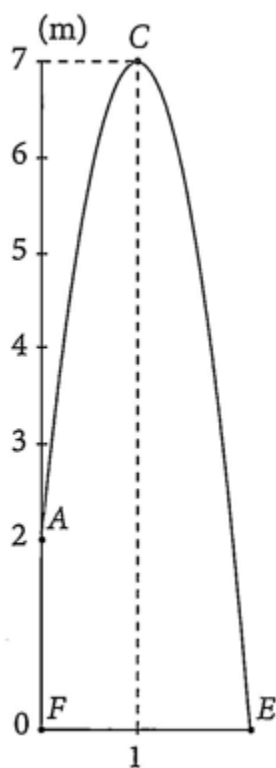
Câu 2. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -2x^2 + x + 5$.

Trả lời:

Câu 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 3x - 1$.

Trả lời:

Câu 4. Một viên bi được ném xiên từ vị trí A cách mặt đất $2m$ theo quỹ đạo dạng parabol như hình vẽ sau đây. Tìm khoảng cách từ vị trí E đến vị trí F , biết rằng vị trí E là nơi viên bi rơi xuống chạm mặt đất.

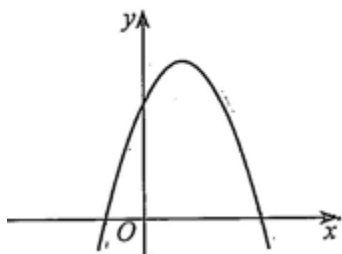


Trả lời:

Câu 5. Một người nông dân thả 1000 con cá giống vào hồ nuôi vừa mới đào. Biết rằng sau mỗi năm thì số lượng cá trong hồ tăng thêm x lần số lượng cá ban đầu và x không đổi. Bằng cách thay đổi kỹ thuật nuôi và thức ăn cho cá. Hỏi sau hai năm để số cá trong hồ là 36000 con thì tốc độ tăng số lượng cá trong hồ là bao nhiêu? Biết tốc độ tăng mỗi năm là không đổi.

Trả lời:

Câu 6. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như Hình. Xác định dấu của a, b, c .



Trả lời:

Câu 7. Bố bạn Lan gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $x\%$ / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập với vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Bố Lan dự định sẽ dùng tiền vốn và lãi để mua cho Lan một chiếc xe máy và một chiếc laptop có tổng giá trị 54

triệu đồng. Nếu lãi suất gửi là 5% / năm thì sau 2 năm với số tiền vốn và lãi có đủ để bố Lan mua xe máy và laptop cho Lan không?

Trả lời:

Câu 8. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:

(P): $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua điểm $A(1;0)$ và có trục đối xứng $x = \frac{3}{2}$.

Trả lời:

Câu 9. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:

(P): $y = ax^2 - 4x + c$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$ và cắt trục hoành tại điểm $M(3;0)$.

Trả lời:

Câu 10. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết: (P): $y = ax^2 - 4x + c$ có đỉnh là $I(-2;-1)$

.

Trả lời:

Câu 11. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết: (P): $y = ax^2 - 4x + c$ có hoành độ đỉnh là -3 và đi qua điểm $A(-2;1)$.

Trả lời:

Câu 12. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết: (P): $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $A(0;5)$ và có đỉnh $I(3;-4)$.

Trả lời:

Câu 13. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:

(P): $y = ax^2 + bx + c$ có giá trị lớn nhất bằng 1 khi $x = 2$, đồng thời (P) qua $M(4;-3)$.

Trả lời:

Câu 14. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:

(P): $y = ax^2 + bx + c$ có giá trị nhỏ nhất bằng -1 ; biết (P) đi qua điểm $A(-1;7)$ và (P) cắt Oy tại điểm có tung độ bằng 1.

Trả lời:

Câu 15. Xác định tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số Parabol $(P): y = 2x^2 - x + 2$ và đường thẳng $d: y = 4 - x$.

Trả lời:

Câu 16. Xác định tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $(P): y = -x^2 + 4x - 6$ và $(P): y = x^2 + x - 11$.

Trả lời:

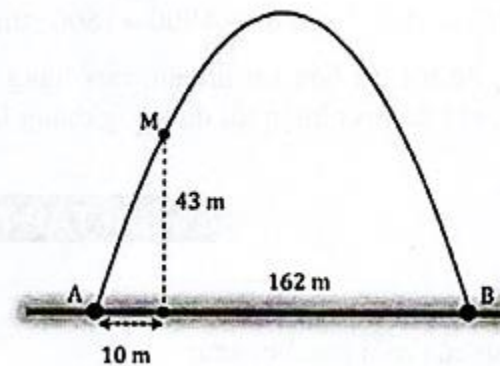
Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 1$ với $x \in [0; 4]$;

Trả lời:

Câu 18. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -(x^2 + 2)^2 + 2(x^2 + 2) - 2$ với $x \in \mathbb{R}$.

Trả lời:

Câu 19. Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng của một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là 162 m . Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43 m so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất và vị trí chạm đất này cách chân cổng (điểm A) một khoảng 10 m . Hãy tính gần đúng độ cao của cổng Arch (tính chính xác đến hàng phần chục).



Trả lời:

Câu 20. Một cửa hàng kinh doanh giày và giá để nhập một đôi giày là 40 đô la.

Theo nghiên cứu của bộ phận kinh doanh thì nếu cửa hàng bán mỗi đôi giày với giá x đô la thì mỗi tháng sẽ bán được $120 - x$ đôi giày. Hỏi cửa hàng bán giá bao nhiêu cho một đôi giày để có thể thu lãi cao nhất trong tháng.

Trả lời:

Câu 21. Xác định Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết: Qua điểm $A(3; 6)$ và có đỉnh $I(1; 4)$.

Trả lời:

Câu 22. Xác định Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết: Qua ba điểm $A(0; -1), B(1; -1), C(-1; 1)$.

Trả lời:

Câu 23. Xác định Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết: Có trục đối xứng là $x = -2$, đi qua điểm $A(1; 4)$ và có đỉnh thuộc đường thẳng $y = 2x - 1$.

Trả lời:

Câu 24. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$ biết, Parabol (P) đi qua $A(3; 4)$ và có trục đối xứng là

$$x = -\frac{3}{2}.$$

Trả lời:

Câu 25. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$ biết, Parabol (P) đi qua $B(-1; 6)$ và có tung độ đỉnh là $-\frac{1}{4}$.

Trả lời:

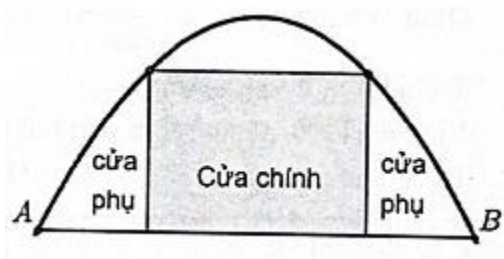
Câu 26. Tìm tọa độ giao điểm của các đường sau: $(P_1): y = x^2 + 2x - 1, (P_2): y = 2x^2 - 2x + 2$.

Trả lời:

Câu 27. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh học tìm được quy luật rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 360 - 10n$ (đơn vị khối lượng). Hỏi người nuôi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích để trọng lượng cá sau mỗi vụ thu được là nhiều nhất?

Trả lời:

Câu 28. Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ.



Biết chiều cao cổng parabol là $4m$, cửa chính (ở giữa parabol) cao $3m$ và rộng $4m$. Tính khoảng cách giữa hai chân cổng parabol này (đoạn AB trên hình vẽ).

Trả lời:

Câu 29. Tìm tham số m để hàm số $y = -x^2 + (m^2 - 8)x + 3$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$

Trả lời:

Câu 30. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số $y = -2x^2 - x + 1$.

Trả lời:

Câu 31. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số $y = -x^2 - 4x + 3$ với $0 \leq x \leq 4$.

Trả lời:

Câu 32. Cho $(P): y = ax^2 + bx + c$. Tìm các số $a; b; c$ để đồ thị thỏa đi qua $A(0;1), B(1;2), C(3;-1)$

Trả lời:

Câu 33. Cho $(P): y = ax^2 + bx + c$, tìm phương trình (P) biết (P) đi qua $A(2;3)$ và có đỉnh $S\left(1; \frac{7}{2}\right)$.

Trả lời:

Câu 34. Cho $(P): y = ax^2 + bx + c$, tìm phương trình (P) biết (P) đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x = 2$ và có đồ thị đi qua điểm $A(0;6)$.

Trả lời:

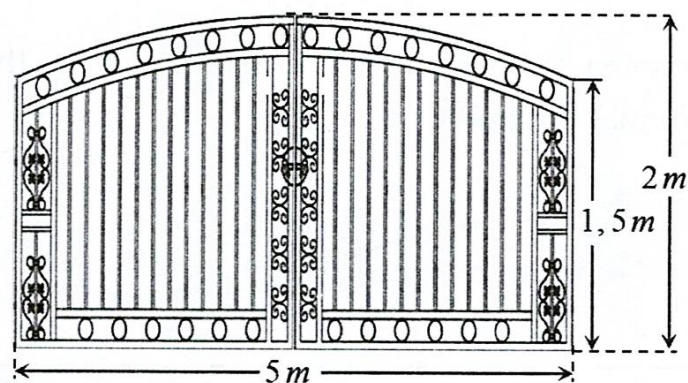
Câu 35. Một người đang chơi cầu lông có khuynh hướng phát cầu với góc 30° (so với mặt đất).

a) Hãy tính khoảng cách từ vị trí người này đến vị trí cầu rơi chạm đất (tầm bay xa), biết cầu rời mặt vợt ở độ cao $0,8m$ so với mặt đất và vận tốc xuất phát của cầu là $6m/s$ (bỏ qua sức cản của gió và xem quỹ đạo của cầu luôn nằm trong mặt phẳng phẳng đứng).

b) Giữ giả thiết như câu a) và cho biết khoảng cách từ vị trí phát cầu đến lưới là $5m$. Lần này phát cầu có bị xem là hỏng không? (Biết: Mép trên của lưới cầu lông cách mặt đất $1,524m$; gia tốc trọng trường được chọn là $9,8m/s^2$)

Trả lời:

Câu 36. Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên của cửa sắt là một Parabol $y = ax^2 + bx + c$. Tìm a, b, c biết tổng của chúng là $\frac{48}{25}$.



Trả lời:

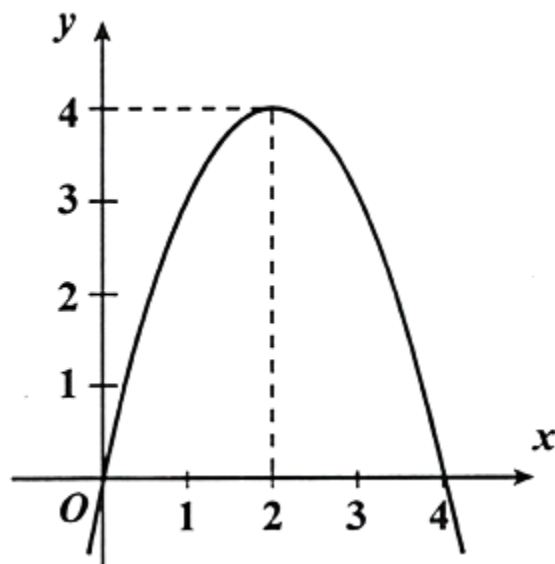
Câu 37. Cho hàm số $y = 2x^2 - 5x + 2$ có đồ thị là parabol (P) . Tìm giao điểm của đồ thị với trục tung và trục hoành.

Trả lời:

Câu 38. Tìm m để hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2; 5]$ bằng -3 .

Trả lời:

Câu 39. Tìm phương trình của hàm số bậc hai có đồ thị dưới đây



Trả lời:

Câu 40. Cho parabol $(P): y = x^2 - 2x + m - 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

Trả lời:

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[1; 5]$.

Trả lời:

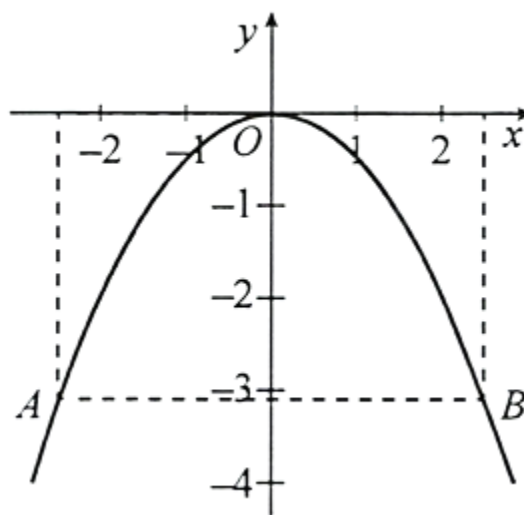
Câu 42. Đường thẳng $(d): y = -\frac{1}{2}x + 3m + 2$ cắt đồ thị hàm số $(P): y = 3x^2 - 2x - 1$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 3(x_1 + x_2)$. Tìm tất cả các giá trị của m .

Trả lời:

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $(x+1)(x-3) + \sqrt{8+2x-x^2} = 2m$ có nghiệm.

Trả lời:

Câu 44. Một chiếc cổng hình parabol có phương trình $y = -\frac{1}{2}x^2$. Biết cổng có chiều rộng $d = 5$ mét (như hình vẽ). Hãy tính chiều cao h của cổng.



Trả lời:

Câu 45. Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe honda Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

Trả lời:

LỜI GIẢI

Câu 1. Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết rằng parabol đi qua điểm $M(0; 2)$ và có đỉnh là $I(2; -1)$.

Trả lời: $y = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 2$

Lời giải

Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $M(0; 2)$ suy ra $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 2 \Rightarrow c = 2$. Mặt khác, đỉnh I của parabol có tọa độ là $(2; -1)$ nên:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -3 \end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là $y = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 2$.

Câu 2. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -2x^2 + x + 5$.

Trả lời: $\frac{41}{8}$

Lời giải

Xét hàm số $y = -2x^2 + x + 5$ có $a = -2 < 0$ và có đỉnh $I\left(\frac{1}{4}; \frac{41}{8}\right)$. Do đó, hàm số đạt giá trị lớn nhất là $\frac{41}{8}$

tại $x = \frac{1}{4}$.

Câu 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 3x - 1$.

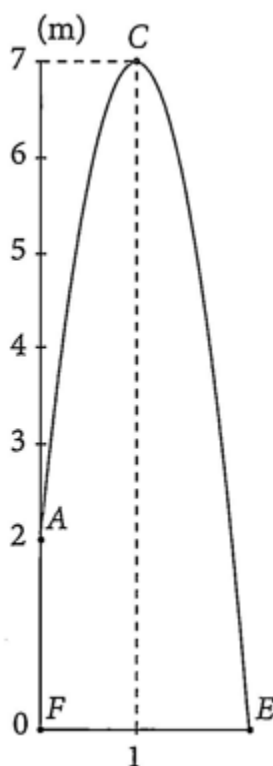
Trả lời: $\frac{-13}{4}$

Lời giải

Xét hàm số $y = x^2 + 3x - 1$ có $a = 1 > 0$ và có đỉnh $I\left(\frac{-3}{2}; \frac{-13}{4}\right)$. Do đó, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất là

$\frac{-13}{4}$ tại $x = \frac{-3}{2}$.

Câu 4. Một viên bi được ném xiên từ vị trí A cách mặt đất $2m$ theo quỹ đạo dạng parabol như hình vẽ sau đây. Tìm khoảng cách từ vị trí E đến vị trí F , biết rằng vị trí E là nơi viên bi rơi xuống chạm mặt đất.



Trả lời: $\frac{5+\sqrt{35}}{5}$

Lời giải

Giả sử gốc tọa độ tại điểm F . Hàm số của đồ thị biểu diễn đường đi của viên bi có dạng $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$. Theo hình vẽ ta có: đồ thị có đỉnh là $C(1;7)$ và đi qua điểm $A(0;2)$ nên ta có

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 7 \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b + 2 = 7 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 10 \\ c = 2 \end{cases}$$

Do đó, đồ thị hàm số biểu diễn đường đi của viên bi là $y = -5x^2 + 10x + 2$.

Điểm E là giao điểm của đồ thị với trục hoành nên hoành độ của điểm E là nghiệm

của phương trình $-5x^2 + 10x + 2 = 0$ phương trình này và kết hợp với điều kiện $x_E > 0$ ta nhận

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{35}}{5}.$$

Vậy khoảng cách từ vị trí E đến vị trí F là $\frac{5 + \sqrt{35}}{5}$ mét.

Câu 5. Một người nông dân thả 1000 con cá giống vào hồ nuôi vừa mới đào. Biết rằng sau mỗi năm thì số lượng cá trong hồ tăng thêm x lần số lượng cá ban đầu và x không đổi.

Bằng cách thay đổi kỹ thuật nuôi và thức ăn cho cá. Hỏi sau hai năm để số cá trong hồ là 36000 con thì tốc độ tăng số lượng cá trong hồ là bao nhiêu? Biết tốc độ tăng mỗi năm là không đổi.

Trả lời: 5

Lời giải

Sau một năm số lượng cá trong hồ là $1000 + 1000x = 1000(1+x)$ (con).

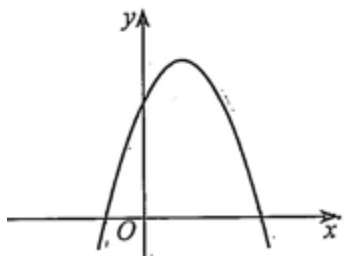
Sau hai năm số lượng cá trong hồ là $1000(1+x) + 1000(1+x)x = 1000(1+x)^2$ (con).

Điều kiện $x > 0$. Để số lượng cá trong hồ sau hai năm là 36000 thì ta có:

$$1000(1+x)^2 = 36000 \Leftrightarrow (1+x)^2 = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -7(l) \end{cases}$$

Vậy tốc độ tăng thêm số lượng cá trong hồ sau mỗi năm là 5 lần số lượng cá ban đầu.

Câu 6. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như Hình. Xác định dấu của a, b, c .



Trả lời: $a < 0, b > 0, c > 0$

Lời giải

Đồ thị hàm số có bề lõm hướng xuống dưới nên $a < 0$. Hoành độ đỉnh có giá trị dương nên $-\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b > 0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$.

Câu 7. Bó bạn Lan gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $x\%$ / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập với vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Bó Lan dự định sẽ dùng tiền vốn và lãi để mua cho Lan một chiếc xe máy và một chiếc laptop có tổng giá trị 54 triệu đồng. Nếu lãi suất gửi là 5% / năm thì sau 2 năm với số tiền vốn và lãi có đủ để bó Lan mua xe máy và laptop cho Lan không?

Trả lời: đủ

Lời giải

Nếu gửi ở ngân hàng có lãi suất 5% / năm thì sau 2 năm số tiền cả vốn lẫn lãi thu được là: $50\left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 = 55,125$ (triệu đồng).

Ta có: $55,125 > 54$. Vậy sau 2 năm gửi tiết kiệm, số tiền cả vốn và lãi đã đủ để bó Lan mua xe máy và laptop cho Lan.

Câu 8. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:

$(P): y = ax^2 + bx + 2$ đi qua điểm $A(1;0)$ và có trục đối xứng $x = \frac{3}{2}$.

Trả lời: $y = x^2 - 3x + 2$

Lời giải

(P) qua $A(1;0)$ nên $0 = a.1^2 + b.1 + 2 \Leftrightarrow a + b = -2$ (1).

(P) có trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3a + b = 0$ (2). Từ (1) và (2) suy ra: $a = 1, b = -3$.

Vậy hàm số bậc hai được xác định: $y = x^2 - 3x + 2$.

Câu 9. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:

$(P): y = ax^2 - 4x + c$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$ và cắt trục hoành tại điểm $M(3;0)$.

Trả lời: $y = x^2 - 4x + 3$

Lời giải

(P) có trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2a} = 2 \Rightarrow a = 1; (P)$ lại qua $M(3;0) \Rightarrow 0 = a.3^2 - 4.3 + c \Rightarrow c = 3$.

Vậy hàm số bậc hai được xác định: $y = x^2 - 4x + 3$.

Câu 10. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết: $(P): y = ax^2 - 4x + c$ có đỉnh là $I(-2; -1)$.

Trả lời: $y = -x^2 - 4x - 5$

Lời giải

$$(P) \text{ có đỉnh } I(-2; -1) \text{ nên } \begin{cases} x_I = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2a} = -2 \\ y_I = a \cdot (-2)^2 - 4(-2) + c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -5 \end{cases}.$$

Vậy hàm số bậc hai được xác định là $y = -x^2 - 4x - 5$.

Câu 11. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết: $(P): y = ax^2 - 4x + c$ có hoành độ đỉnh là -3 và đi qua điểm $A(-2; 1)$.

Trả lời: $(P): y = -\frac{2}{3}x^2 - 4x - \frac{13}{3}$

Lời giải

$$(P) \text{ có hoành độ đỉnh là } x_I = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2a} = -3 \Rightarrow a = -\frac{2}{3}.$$

Mặt khác (P) qua $A(-2; 1)$ nên $1 = a \cdot (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + c \xRightarrow{a = -\frac{2}{3}} c = -\frac{13}{3}$. Vậy hàm số bậc hai được xác định

$$\text{là: } (P): y = -\frac{2}{3}x^2 - 4x - \frac{13}{3}.$$

Câu 12. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết: $(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $A(0; 5)$ và có đỉnh $I(3; -4)$.

Trả lời: $y = x^2 - 6x + 5$

Lời giải

$$(P) \text{ qua } A(0; 5) \text{ nên } c = 5; \text{ hoành độ đỉnh } x_I = -\frac{b}{2a} = 3 \Rightarrow 6a + b = 0 \quad (1).$$

Mặt khác điểm $I(3; -4)$ thuộc (P) nên $-4 = a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c \xRightarrow{c=5} 9a + 3b = -9 \Rightarrow 3a + b = -3 \quad (2).$

Giải hệ phương trình (1), (2) ta có: $a=1, b=-6$. Vậy hàm số được xác định: $y=x^2-6x+5$.

Câu 13. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:

(P): $y=ax^2+bx+c$ có giá trị lớn nhất bằng 1 khi $x=2$, đồng thời (P) qua $M(4;-3)$.

Trả lời: $y=-x^2+4x-3$

Lời giải

Theo giả thiết thì $-\frac{b}{2a}=2 \Rightarrow 4a+b=0$ (1); (P) qua hai điểm $I(2;1), M(4;-3)$ nên

$$\begin{cases} 4a+2b+c=1 & (2) \\ 16a+4b+c=-3 & (3) \end{cases} \text{ . Giải hệ (1), (2), (3): } \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=-3 \end{cases} \text{ .}$$

Vậy hàm số được xác định: $y=-x^2+4x-3$.

Câu 14. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:

(P): $y=ax^2+bx+c$ có giá trị nhỏ nhất bằng -1 ; biết (P) đi qua điểm $A(-1;7)$ và (P) cắt Oy tại điểm có tung độ bằng 1.

Trả lời: $y=18x^2+12x+1$ hoặc $y=2x^2-4x+1$

Lời giải

$$(P) \text{ đi qua hai điểm } A(-1;7) \text{ và } B(0;1) \text{ nên } \begin{cases} a-b+c=7 \\ c=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=6 \\ c=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b+6 \\ c=1 \end{cases} \text{ (1) .}$$

$$\text{Mặt khác } y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2-4ac}{4a} \stackrel{c=1}{=} \frac{4a-b^2}{4a} = -1 \Rightarrow 4a-b^2 = -4a \Rightarrow b^2-8a=0$$

$$\text{Thay (1) vào (2): } b^2-8(b+6)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} b=12 \\ b=-4 \end{cases} \text{ .}$$

Với $b=12$ thì $a=18>0$ (nhận). Hàm số được xác định: $y=18x^2+12x+1$.

Với $b=-4$ thì $a=2>0$ (nhận). Hàm số được xác định: $y=2x^2-4x+1$.

Câu 15. Xác định tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số Parabol $(P): y = 2x^2 - x + 2$ và đường thẳng $d: y = 4 - x$.

Trả lời: $(-1; 5)$ và $(1; 3)$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho: $2x^2 - x + 2 = 4 - x \Leftrightarrow 2x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Với $x = 1$ thì $y = 3$; với $x = -1$ thì $y = 5$. Vậy hai đồ thị hàm số có hai giao điểm là $(-1; 5)$ và $(1; 3)$

Câu 16. Xác định tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $(P): y = -x^2 + 4x - 6$ và $(P): y = x^2 + x - 11$.

Trả lời: $(-1; -11)$ và $\left(\frac{5}{2}; -\frac{9}{4}\right)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho:

$$-x^2 + 4x - 6 = x^2 + x - 11 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Với $x = -1$ thì $y = -11$; với $x = \frac{5}{2}$ thì $y = -\frac{9}{4}$. Vậy hai giao điểm cần tìm là $(-1; -11)$ và $\left(\frac{5}{2}; -\frac{9}{4}\right)$.

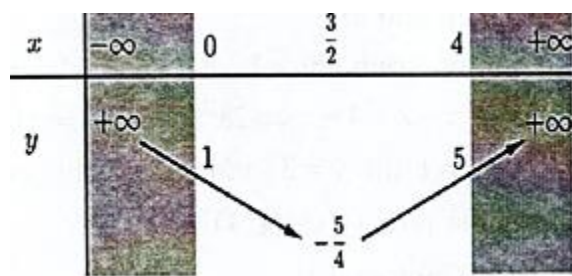
Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 1$ với $x \in [0; 4]$;

Trả lời: giá trị lớn nhất bằng 5, giá trị nhỏ nhất bằng $-\frac{5}{4}$

Lời giải:

$f(x) = x^2 - 3x + 1$. Ta có: $a = 1, b = -3, c = 1 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}$ và $f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{5}{4}$. Vì $a = 1 > 0$ nên bề lõm đồ thị hướng lên.

Bảng biến thiên hàm số khi $x \in [0; 4]$ là:



Ta có thể kết luận: Với $x \in [0; 4]$, hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 5, khi đó $x = 4$; hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $-\frac{5}{4}$, khi đó $x = \frac{3}{2}$.

Câu 18. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -(x^2 + 2)^2 + 2(x^2 + 2) - 2$ với $x \in \mathbb{R}$.

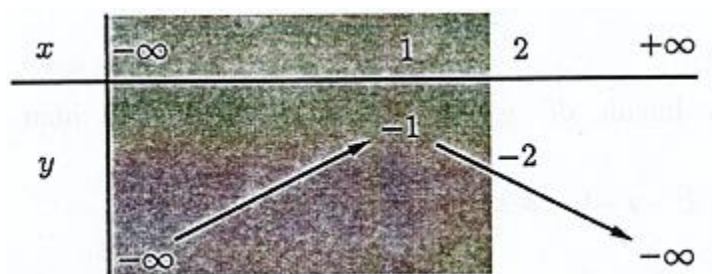
Trả lời: giá trị lớn nhất bằng -2 , hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

Lời giải:

$f(x) = -(x^2 + 2)^2 + 2(x^2 + 2) - 2$. Đặt $t = x^2 + 2 \geq 2$. Hàm số trở thành $y = -t^2 + 2t - 2$ với $t \geq 2$.

Ta có $a = -1, b = 2, c = -2 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = 1$ và $y(1) = -1$. Vì $a = -1 < 0$ nên bề lõm đồ thị hướng xuống.

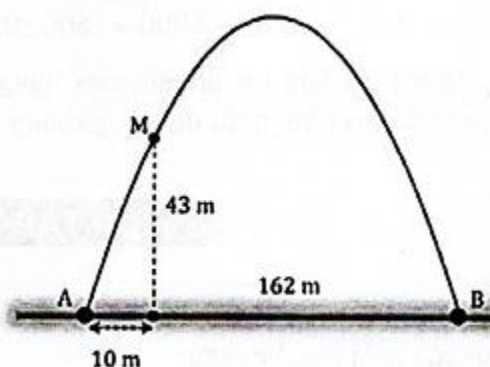
Bảng biến thiên:



Ta kết luận:

Khi $x \in \mathbb{R}$, hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng -2 , khi đó $t = 2 \Rightarrow x^2 + 2 = 2 \Rightarrow x = 0$; hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

Câu 19. Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng của một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là $162m$. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao $43m$ so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất và vị trí chạm đất này cách chân cổng (điểm A) một khoảng $10m$. Hãy tính gần đúng độ cao của cổng Arch (tính chính xác đến hàng phần chục).



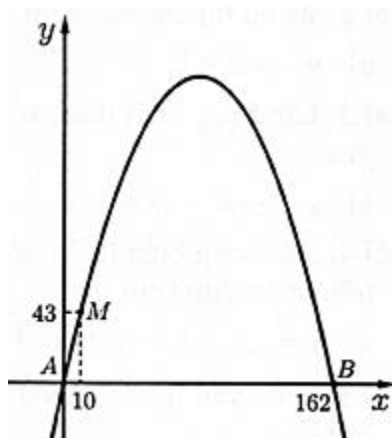
Trả lời: 185,6m

Lời giải

Dựng hệ trục Oxy như hình vẽ và gọi hàm số tương ứng cổng Arch là: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Vì parabol qua ba điểm $A(0;0), B(162;0), M(10;43)$ nên

$$\begin{cases} c = 0 \\ 162^2 a + 162b + c = 0 \\ 10^2 a + 10b + c = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases}$$



Do vậy ta xác định được hàm số là $y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x$.

Đỉnh I của parabol có tọa độ: $x_I = -\frac{b}{2a} = 81, y_I \approx 185,6$.

Vậy, chiều cao của cổng gần bằng 185,6m.

Câu 20. Một cửa hàng kinh doanh giày và giá để nhập một đôi giày là 40 đô la.

Theo nghiên cứu của bộ phận kinh doanh thì nếu cửa hàng bán mỗi đôi giày với giá x đô la thì mỗi tháng sẽ bán được $120 - x$ đôi giày. Hỏi cửa hàng bán giá bao nhiêu cho một đôi giày để có thể thu lãi cao nhất trong tháng.

Trả lời: 80 đô la

Lời giải

Gọi x (đô la) là giá mỗi đôi giày bán ra thì số tiền lãi tương ứng là $x - 40$ (đô la) Số tiền lãi thu được mỗi tháng là $f(x) = (x - 40)(120 - x) = -x^2 + 160x - 4800$.

Đây là hàm số bậc hai với $a = -1, b = 160, c = -4800 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 80$.

Vì $a = -1 < 0$ nên hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $f(80) = -80^2 + 160 \cdot 80 - 4800 = 1600$, ứng với $x = 80$.

Vậy, để tối ưu hóa lợi nhuận, cửa hàng cần đưa ra giá bán 80 đô la mỗi đôi giày, khi đó lợi nhuận tối đa trong tháng là 1600 đô la.

Câu 21. Xác định Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết: Qua điểm $A(3; 6)$ và có đỉnh $I(1; 4)$.

Trả lời: $(P): y = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{9}{2}$

Lời giải

(P) qua hai điểm $A(3; 6)$ và $I(1; 4)$ nên $\begin{cases} 9a + 3b + c = 6 \\ a + b + c = 4 \end{cases} \quad (1).$

Mặt khác, hoành độ đỉnh: $x_I = -\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow 2a + b = 0 \quad (2).$

Giải hệ gồm (1), (2) suy ra: $a = \frac{1}{2}, b = -1, c = \frac{9}{2}$. Vậy $(P): y = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{9}{2}$.

Câu 22. Xác định Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết: Qua ba điểm $A(0; -1), B(1; -1), C(-1; 1)$.

Trả lời: $(P): y = x^2 - x - 1$

Lời giải

$$(P) \text{ qua ba điểm } A(0;-1), B(1;-1), C(-1;1) \text{ nên } \begin{cases} c = -1 \\ a + b + c = -1 \\ a - b + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -1 \end{cases}.$$

Vậy $(P): y = x^2 - x - 1.$

Câu 23. Xác định Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết: Có trục đối xứng là $x = -2$, đi qua điểm $A(1;4)$ và có đỉnh thuộc đường thẳng $y = 2x - 1$.

Trả lời: $(P): y = x^2 + 4x - 1$

Lời giải

$$(P) \text{ có trục đối xứng } x = -\frac{b}{2a} = -2 \Rightarrow 4a = b \quad (1); (P) \text{ qua điểm } A(1;4) \text{ nên } a + b + c = 4 \quad (2).$$

$$\text{Thay (1) vào (2) suy ra: } a + 4a + c = 4 \Rightarrow c = 4 - 5a \quad (3)$$

$$\text{Mặt khác, đỉnh } I\left(-\frac{b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right) \in d: y = 2x - 1$$

$$\Rightarrow \frac{4ac - b^2}{4a} = 2\left(-\frac{b}{2a}\right) - 1 \Rightarrow 4ac - b^2 = -4b - 4a \quad (4).$$

Thay (1) và (3) vào (4) :

$$4a(4 - 5a) - (4a)^2 = -4(4a) - 4a \Leftrightarrow -36a^2 + 36a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ (L)} \\ a = 1 \text{ (N)} \end{cases}.$$

Với $a = 1$ thì $b = 4, c = -1$. Vậy $(P): y = x^2 + 4x - 1.$

Câu 24. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$ biết, Parabol (P) đi qua $A(3;4)$ và có trục đối xứng là $x = -\frac{3}{2}$.

Trả lời: $(P): y = \frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{3}x + 2$

Lời giải

$$(P) \text{ có trục đối xứng } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2} \Rightarrow 3a - b = 0 \quad (1); (P) \text{ qua } A(3;4) \text{ nên } 9a + 3b + 2 = 4 \quad (2).$$

Giải hệ (1) và (2) suy ra $a = \frac{1}{9}, b = \frac{1}{3}$. Vậy $(P): y = \frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{3}x + 2$.

Câu 25. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$ biết, Parabol (P) đi qua $B(-1;6)$ và có tung độ đỉnh là $-\frac{1}{4}$.

Trả lời: $(P): y = 16x^2 + 12x + 2$ hoặc $(P): y = x^2 - 3x + 2$.

Lời giải

(P) đi qua $B(-1;6) \Rightarrow a - b + 2 = 6 \Rightarrow a = b + 4$ (1).

Tung độ đỉnh I của parabol: $-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \Delta = a \Rightarrow b^2 - 4ac = a \Rightarrow b^2 = 9a$ (2).

Thay (1) vào (2): $b^2 = 9(b+4) \Leftrightarrow b^2 - 9b - 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 12 \\ b = -3 \end{cases}$.

Với $b = 12$ thì $a = 16$, khi đó: $(P): y = 16x^2 + 12x + 2$.

Với $b = -3$ thì $a = 1$, khi đó: $(P): y = x^2 - 3x + 2$.

Câu 26. Tìm tọa độ giao điểm của các đường sau: $(P_1): y = x^2 + 2x - 1, (P_2): y = 2x^2 - 2x + 2$.

Trả lời: $(1;2), (3;14)$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P_1) và $(P_2): 2x^2 - 2x + 2 = x^2 + 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Với $x = 1$ thì $y = 2$; với $x = 3$ thì $y = 14$.

Vậy hai parabol đã cho cắt nhau tại hai điểm: $(1;2), (3;14)$.

Câu 27. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh học tìm được quy luật rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 360 - 10n$ (đơn vị khối lượng). Hỏi người nuôi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích để trọng lượng cá sau mỗi vụ thu được là nhiều nhất?

Trả lời: 18 con

Lời giải

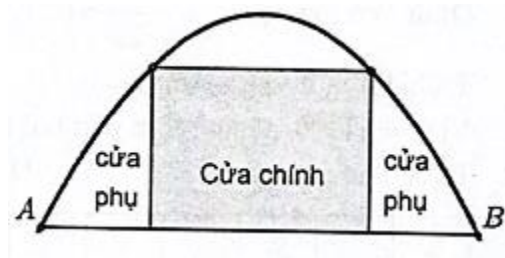
Tổng trọng lượng cá thu được sau một vụ là

$$T(n) = n(360 - 10n) = -10n^2 + 360n.$$

Đây là hàm số bậc hai (theo n) có $a = -10 < 0, b = 360 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 18, T(18) = 3240$

Vậy, người nuôi cần thả 18 con cá trên một đơn vị diện tích để đạt tổng trọng lượng cá lớn nhất là 3240 (đơn vị khối lượng).

Câu 28. Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ.

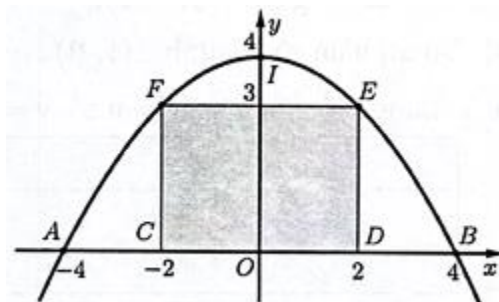


Biết chiều cao cổng parabol là $4m$, cửa chính (ở giữa parabol) cao $3m$ và rộng $4m$. Tính khoảng cách giữa hai chân cổng parabol này (đoạn AB trên hình vẽ).

Trả lời: 8

Lời giải

Dựng trục Oxy như hình vẽ.



Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$.

Ta có (P) qua các điểm $I(0;4), E(2;3), F(-2;3)$ nên
$$\begin{cases} c = 4 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 4a - 2b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = 0 \\ c = 4 \end{cases}$$

Ta có (P): $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$.

Hai điểm A, B là giao điểm của (P) với Ox nên hoành độ thỏa mãn $-\frac{1}{4}x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 4$.

Do vậy $A(-4;0), B(4;0) \Rightarrow AB = 8$.

Câu 29. Tìm tham số m để hàm số $y = -x^2 + (m^2 - 8)x + 3$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$

Trả lời: $m \in (-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$

Lời giải

+ Ta có: $-\frac{b}{2a} = -\frac{m^2 - 8}{2 \cdot (-1)} = \frac{m^2 - 8}{2}$

Vì $-1 < 0$: hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{m^2 - 8}{2}\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{m^2 - 8}{2}; +\infty\right)$.

+ Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$ thì:

$$(-\infty; -3) \subset \left(-\infty; \frac{m^2 - 8}{2}\right) \Rightarrow \frac{m^2 - 8}{2} \geq -3 \Leftrightarrow m^2 - 2 \geq 0 \Leftrightarrow (m - \sqrt{2})(m + \sqrt{2}) \geq 0$$

Trường hợp 1: $\begin{cases} m - \sqrt{2} \leq 0 \\ m + \sqrt{2} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \sqrt{2} \\ m \leq -\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow m \leq -\sqrt{2}$

Trường hợp 2: $\begin{cases} m - \sqrt{2} \geq 0 \\ m + \sqrt{2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \sqrt{2} \\ m \geq -\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow m \geq \sqrt{2}$

Vậy, $m \in (-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$ là các giá trị cần tìm.

Câu 30. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số $y = -2x^2 - x + 1$.

Trả lời: giá trị lớn nhất là $\frac{9}{8}$ và không có giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

$$+ \text{Ta có: } -\frac{b}{2a} = -\frac{-1}{2 \cdot (-2)} = -\frac{1}{4} \Rightarrow y\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{9}{8}$$

Vì $-1 < 0$ nên hàm số có giá trị lớn nhất là $\frac{9}{8}$ tại $x = -\frac{1}{4}$ và không có giá trị nhỏ nhất.

Câu 31. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số $y = -x^2 - 4x + 3$ với $0 \leq x \leq 4$.

Trả lời: $\max_{[0;4]} y = 3$ và $\min_{[0;4]} y = -29$

Lời giải

$$+ \text{Ta có: } -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot (-1)} = -2, y(0) = 3, y(4) = -29.$$

Vì $-1 < 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty) \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $[0; 4]$. Vậy, $\max_{[0;4]} y = 3$ tại $x = 0$ và $\min_{[0;4]} y = -29$ tại $x = 4$.

Câu 32. Cho (P): $y = ax^2 + bx + c$. Tìm các số $a; b; c$ để đồ thị thỏa đi qua $A(0;1), B(1;2), C(3;-1)$

Trả lời: (P): $y = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{11}{6}x + 1$.

Lời giải

+ Theo yêu cầu bài toán ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 0^2 \cdot a + 0 \cdot b + c = 1 \\ 1^2 \cdot a + 1 \cdot b + c = 2 \\ 3^2 \cdot a + 3 \cdot b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ a + b + c = 2 \\ 9a + 3b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{6} \\ b = \frac{11}{6} \\ c = 1 \end{cases}$$

Vậy (P): $y = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{11}{6}x + 1$.

Câu 33. Cho $(P): y = ax^2 + bx + c$, tìm phương trình (P) biết (P) đi qua $A(2;3)$ và có đỉnh $S\left(1; \frac{7}{2}\right)$.

Trả lời: $(P): y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 3$

Lời giải

Theo yêu cầu bài toán ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2^2 \cdot a + 2 \cdot b + c = 3 \\ 1^2 \cdot a + 1 \cdot b + c = \frac{7}{2} \\ -\frac{b}{2a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = 3 \\ a + b + c = \frac{7}{2} \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow (P): y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 3$$

Câu 34. Cho $(P): y = ax^2 + bx + c$, tìm phương trình (P) biết (P) đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x = 2$ và có đồ thị đi qua điểm $A(0;6)$.

Trả lời: $(P): y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$

Lời giải

Theo yêu cầu bài toán ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2^2 \cdot a + 2 \cdot b + c = 4 \\ 0^2 \cdot a + 0 \cdot b + c = 6 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = 4 \\ c = 6 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \\ c = 6 \end{cases} \Rightarrow (P): y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 6.$$

Câu 35. Một người đang chơi cầu lông có khuynh hướng phát cầu với góc 30° (so với mặt đất).

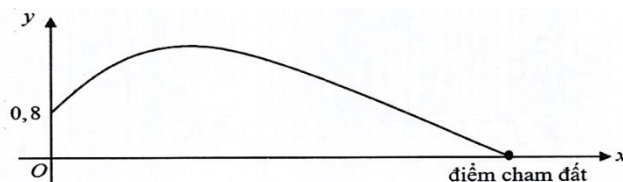
a) Hãy tính khoảng cách từ vị trí người này đến vị trí cầu rơi chạm đất (tầm bay xa), biết cầu rời mặt vợt ở độ cao $0,8m$ so với mặt đất và vận tốc xuất phát của cầu là $6m/s$ (bỏ qua sức cản của gió và xem quỹ đạo của cầu luôn nằm trong mặt phẳng phẳng đứng).

b) Giữ giả thiết như câu a) và cho biết khoảng cách từ vị trí phát cầu đến lưới là $5m$. Lần này phát cầu có bị xem là hỏng không? (Biết: Mép trên của lưới cầu lông cách mặt đất $1,524m$; gia tốc trọng trường được chọn là $9,8m/s^2$)

Trả lời: a) 4,22 m b) đã bị hỏng

Lời giải

a) Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ (vị trí rơi của cầu thuộc trục hoành và vị trí cầu rời mặt vợt thuộc trục tung)



Với $g = 9,8 m/s^2$, góc phát cầu $\alpha = 30^\circ$, vận tốc ban đầu $v_0 = 8 m/s$, phương trình quỹ đạo của cầu:

$$y = -\frac{4,9}{27}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x + 0,8$$

Vị trí cầu rơi chạm đất là giao điểm của parabol và trục hoành nên giải phương trình

$$-\frac{4,9}{27}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x + 0,8 = 0 \text{ ta được } x_1 \approx 4,22, x_2 \approx -1,04.$$

Giá trị nghiệm dương cho ta khoảng cách từ vị trí người chơi cầu lông đến vị trí cầu rơi chạm đất là 4,22 m.

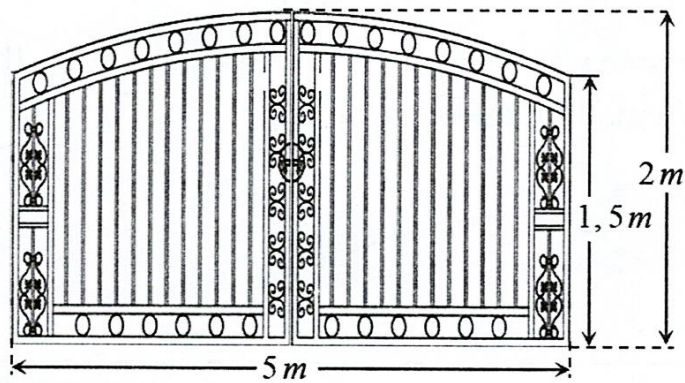
b) Khi cầu bay tới vị trí lưới phân cách, nếu nó ở bên trên mặt lưới và điểm rơi không ra khỏi đường biên phía bên sân đối phương thì lần phát cầu mới được xem là hợp lệ.

Như vậy, ta cần so sánh tung độ của điểm trên quỹ đạo (có hoành độ bằng khoảng cách từ gốc tọa độ đến chân lưới phân cách) với chiều cao mép trên của lưới.

$$\text{Khi } x = 5, \text{ ta có } y = -\frac{4,9}{27}2^2 + \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 2 + 0,8 \approx 1,23 m. \text{ Suy ra } y < 1,524$$

Vậy lần phát cầu đã bị hỏng vì điểm trên quỹ đạo của cầu thấp hơn mép trên của lưới.

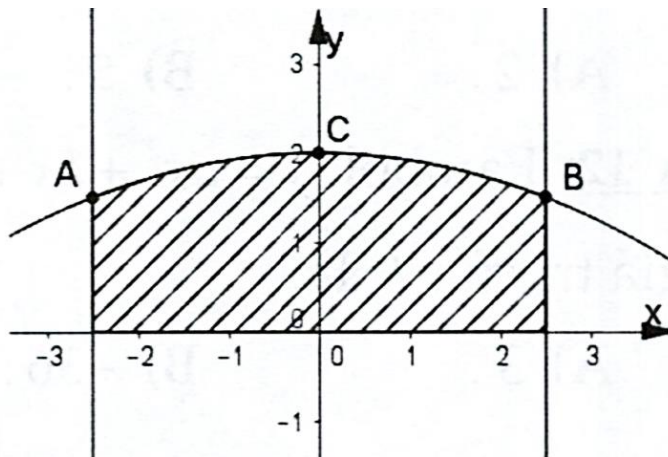
Câu 36. Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên của cửa sắt là một Parabol $y = ax^2 + bx + c$. Tìm a, b, c biết tổng của chúng là $\frac{48}{25}$.



Trả lời: $a = -\frac{2}{25}, b = 0, c = 2$

Lời giải

+ Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Trong đó $A(-2,5;1,5), B(2,5;1,5), C(0;2)$.

+ Do Parabol đi qua các điểm $A(-2,5;1,5), B(2,5;1,5), C(0;2)$ nên ta có hệ phương

$$\text{trình: } \begin{cases} a(-2,5)^2 + b(-2,5) + c = 1,5 \\ a(2,5)^2 + b(2,5) + c = 1,5 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{25} \\ b = 0 \\ c = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } a = -\frac{2}{25}, b = 0, c = 2.$$

Câu 37. Cho hàm số $y = 2x^2 - 5x + 2$ có đồ thị là parabol (P) . Tìm giao điểm của đồ thị với trục tung và trục hoành.

Trả lời: $B(2;0)$ và $C\left(\frac{1}{2};0\right)$.

Lời giải

Từ đề ta có: $a=2, b=-5, c=2$. Hoành độ của đỉnh I là: $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-5)}{2 \cdot 2} = \frac{5}{4}$.

$$\Rightarrow y_0 = 2\left(\frac{5}{4}\right)^2 - 5 \cdot \frac{5}{4} + 2 = -\frac{9}{8} \text{ suy ra đỉnh } I\left(\frac{5}{4}; -\frac{9}{8}\right).$$

Giao điểm của (P) và trục Oy : Cho $x=0 \Rightarrow y=2$ nên (P) cắt trục Oy tại điểm $A(0;2)$.

Giao điểm của (P) và trục Ox : Xét phương trình $2x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases}$ nên (P) cắt trục Ox tại hai

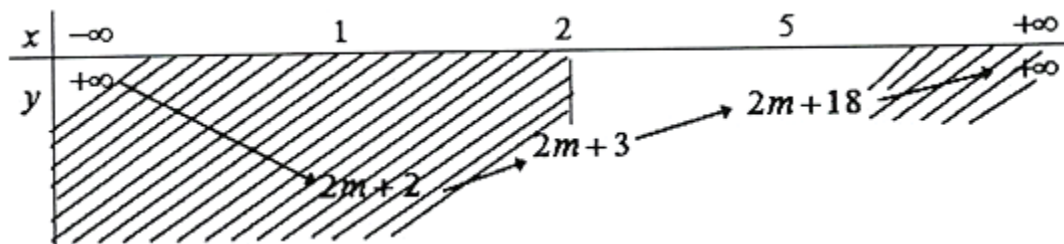
điểm $B(2;0)$ và $C\left(\frac{1}{2};0\right)$.

Câu 38. Tìm m để hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2;5]$ bằng -3 .

Trả lời: $m = -\frac{5}{2}$

Lời giải

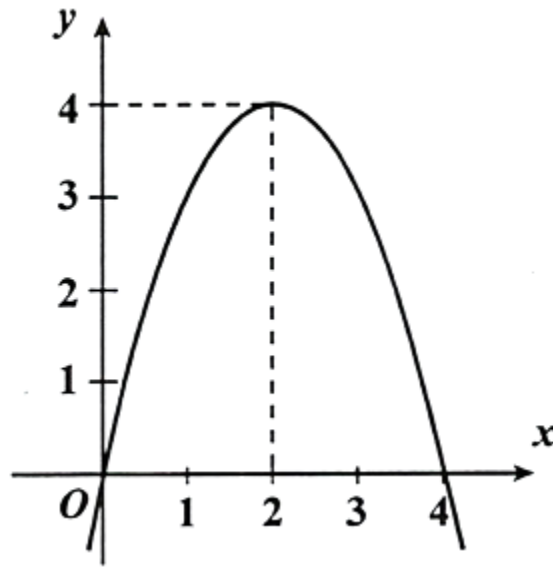
Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ trên đoạn $[2;5]$:



Do đó giá trị nhỏ nhất trên đoạn $(2;5)$ của hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ bằng $2m+3$

Theo giả thiết $2m+3 = -3 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{2}$.

Câu 39. Tìm phương trình của hàm số bậc hai có đồ thị dưới đây



Trả lời: $y = -x^2 + 4x$

Lời giải

Đồ thị là một parabol nên hàm số có dạng $y = ax^2 + bx + c$. Ta thấy đồ thị đi qua các điểm $(0;0)$, $(2;4)$ và $(4;0)$ nên ta có

$$\begin{cases} c = 0 \\ 4a + 2b + c = 4 \\ 16a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases}$$

Vậy hàm số cần tìm là $y = -x^2 + 4x$.

Câu 40. Cho parabol $(P): y = x^2 - 2x + m - 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

Trả lời: $1 < m < 2$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là

$x^2 - 2x + m - 1 = 0$. (1) Để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương khi và chỉ khi (1) có

$$\text{hai nghiệm phân biệt dương} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 2 - m > 0 \\ S = 2 > 0 \\ p = m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 2.$$

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[1; 5]$.

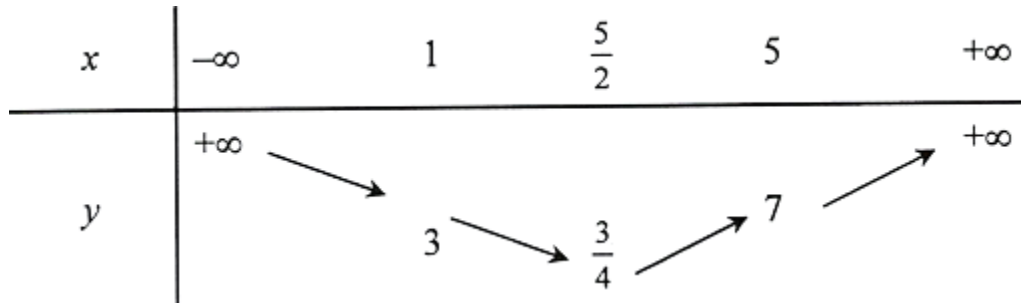
Trả lời: $-\frac{3}{8} \geq m \geq -\frac{7}{2}$

Lời giải

Ta có $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 7 = -2m (*)$

Phương trình (*) là phương trình hoành độ giao điểm của parabol $(P): y = x^2 - 5x + 7$ và đường thẳng $y = -2m$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = x^2 - 5x + 7$ trên đoạn $[1; 5]$ như sau:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $x \in [1; 5]$ thì $y \in \left[\frac{3}{4}; 7\right]$.

Do đó để phương trình (*) có nghiệm $x \in [1; 5] \Leftrightarrow \frac{3}{4} \leq -2m \leq 7 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \geq m \geq -\frac{7}{2}$.

Câu 42. Đường thẳng $(d): y = -\frac{1}{2}x + 3m + 2$ cắt đồ thị hàm số $(P): y = 3x^2 - 2x - 1$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 3(x_1 + x_2)$. Tìm tất cả các giá trị của m .

Trả lời: $m = -\frac{3}{8}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường thẳng (d) là

$$3x^2 - 2x - 1 = -\frac{1}{2}x + 3m + 2 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 2m - 2 = 0 (1)$$

Yêu cầu bài toán tương đương với phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2 + x_2^2 = 3(x_1 + x_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 16m + 17 > 0 \\ x_1 + x_2 = \frac{1}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = -m - 1 \\ x_1^2 + x_2^2 = 3(x_1 + x_2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{17}{16} \\ x_1 + x_2 = \frac{1}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = -m - 1 \\ (x_1 + x_2)^2 - 3(x_1 + x_2) - 2x_1x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{9}{16} \\ (\frac{1}{2})^2 - \frac{3}{2} - 2(-m - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{9}{16} \\ m = -\frac{3}{8} \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{3}{8}$$

Vậy $m = -\frac{3}{8}$.

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $(x+1)(x-3) + \sqrt{8+2x-x^2} = 2m$ có nghiệm.

Trả lời: $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{21}{8}$

Lời giải

Điều kiện $-2 \leq x \leq 4$.

Đặt $t = \sqrt{8+2x-x^2} = \sqrt{9-(x-1)^2} \leq 3 \Rightarrow t \in [0; 3]$.

Phương trình đã cho trở thành $-t^2 + t + 5 = 2m(1)$.

Phương trình đã cho có nghiệm khi (1) có nghiệm $t \in [0; 3]$.

Xét hàm số $f(t) = -t^2 + t + 5$ trên đoạn $[0; 3]$.

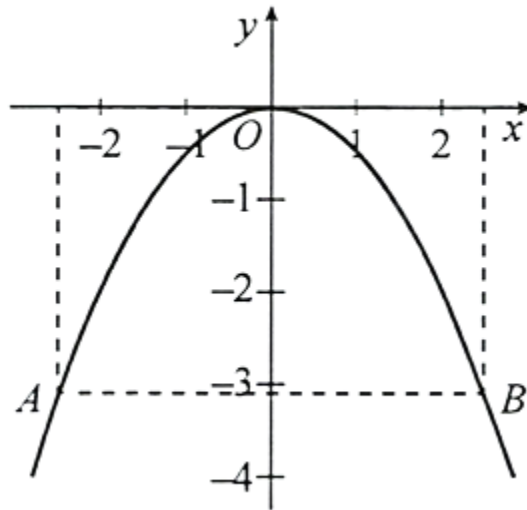
Bảng biến thiên:

t	0	$\frac{1}{2}$	3
$f(t)$	5	$\frac{21}{4}$	-1

Phương trình $f(t) = 2m$ có nghiệm khi $-1 \leq 2m \leq \frac{21}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{21}{8}$

Vậy $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{21}{8}$.

Câu 44. Một chiếc cổng hình parabol có phương trình $y = -\frac{1}{2}x^2$. Biết cổng có chiều rộng $d = 5$ mét (như hình vẽ). Hãy tính chiều cao h của cổng.

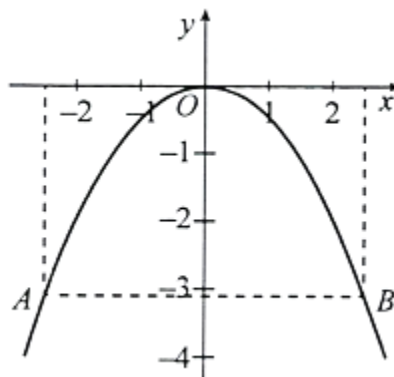


Trả lời: 3,125

Lời giải

Gọi A và B là hai điểm ứng với hai chân cổng như hình vẽ. Vì cổng hình parabol có phương trình $y = -\frac{1}{2}x^2$ và có chiều rộng $d = 5$ mét nên $AB = 5$ và $A\left(-\frac{5}{2}; -\frac{25}{8}\right); B\left(\frac{5}{2}; -\frac{25}{8}\right)$.

Vậy chiều cao của cổng là: $\left| -\frac{25}{8} \right| = \frac{25}{8} = 3,125$ mét.



Câu 45. Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe honda Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

Trả lời: 30,5 triệu đồng

Lời giải

Gọi x triệu đồng là số tiền mà doanh nghiệp A dự định giảm giá; ($0 \leq x \leq 4$).

Khi đó:

Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là $31 - x - 27 = 4 - x$.

Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là $600 + 200x$.

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là

$$f(x) = (4 - x)(600 + 200x) = -200x^2 + 200x + 2400.$$

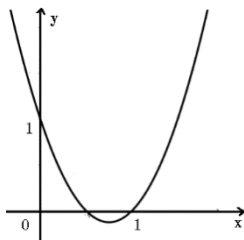
Xét hàm số $f(x) = -200x^2 + 200x + 2400$ trên đoạn $[0; 4]$ có bảng biến thiên

$$\text{Vậy } \max_{[0;4]} f(x) = 2450 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Vậy giá mới của chiếc xe là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

ⓓ. Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình dưới đây



A. $y = x^2 - 3x + 1$.

B. $y = -x^2 + 3x - 1$.

C. $y = -2x^2 + 3x - 1$.

D. $y = 2x^2 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Bề lõm của parabol hướng lên trên suy ra $a > 0$, nên loại A và

Đồ thị đi qua điểm $(1; 0)$ nên **Chọn D**.

Câu 2: Cho hàm số $y = x^2 - 2x - 3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số là một đường thẳng.

B. Đồ thị hàm số là một Parabol.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

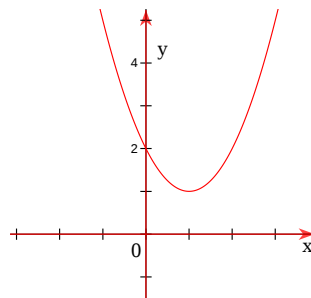
D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Do hàm số $y = x^2 - 2x - 3$ là hàm số bậc hai nên đồ thị hàm số là một Parabol.

Câu 3: Đồ thị của hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ như hình vẽ bên.



Tìm mệnh đề đúng?

A. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$.

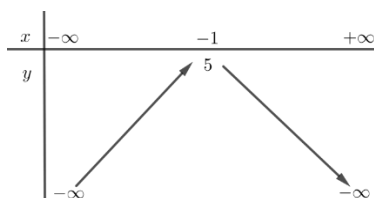
D. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Parabol có bề lõm hướng lên nên $a > 0$. Parabol không cắt trục Ox nên phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm, tức là $\Delta < 0$.

Câu 4: Hàm số nào có bảng biến thiên như hình dưới đây.



A. $y = -2x^2 - 4x + 1$.

B. $y = -x^2 - 2x + 4$.

C. $y = x^2 + 2x + 6$.

D. $y = -x^2 + 6$.

Lời giải

Chọn B

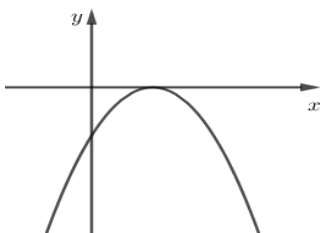
Dựa vào bảng biến thiên thì hàm số cần tìm phải có hệ số trước x^2 là số âm nên đáp án C loại.

Đồ thị hàm số cần tìm phải đi qua điểm $(-1; 5)$ nên đáp án A loại.

Đồ thị hàm số cần tìm là một parabol có hoành độ đỉnh là -1 nên đáp án D loại.

Vậy đáp án B là đáp án đúng.

Câu 5: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = -x^2 - 2x - 1$.

B. $y = x^2 - 2x + 1$.

C. $y = x^2 - 2x + 1$.

D. $y = -x^2 + 2x - 1$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 6: Tìm hàm số bậc hai có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

A. $y = x^2 - 2x + 1.$

B. $y = x^2 - 4x - 5.$

C. $y = -x^2 + 4x - 3.$

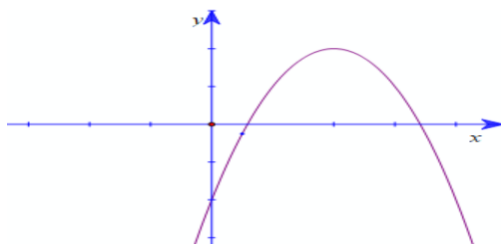
D. $y = x^2 - 4x + 5.$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên nhận thấy hàm số bậc hai cần tìm có hệ số $a > 0$ và đồ thị là một parabol có tọa độ đỉnh là $I(2;1)$. Chỉ có đáp án A thỏa mãn.

Câu 7: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. $a > 0, b > 0, \Delta > 0.$

B. $a < 0, b > 0, \Delta > 0.$

C. $a < 0, b < 0, \Delta > 0.$

D. $a > 0, b < 0, \Delta < 0.$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy bề lõm quay xuống nên $a < 0$, đồ thị cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt nên $\Delta > 0$, tọa độ đỉnh nằm bên phải trục tung nên $-\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b > 0$.

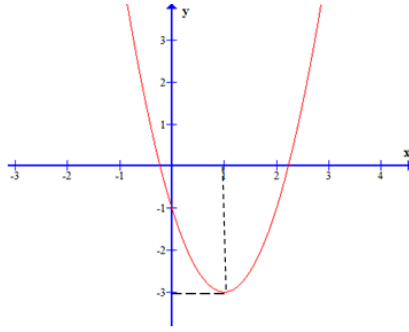
Câu 8: Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = 2x^2 - 4x - 1.$

B. $y = 2x^2 - 4x - 3.$

C. $y = 2x^2 - 4x - 4.$

D. $y = 2x^2 - 4x - 2.$



Lời giải

Chọn A

Cách 1: Tự luận

Giả sử hàm số có dạng $y = ax^2 + bx + c$

Đồ thị hàm số có đỉnh: $I(1; -3)$, cắt trục Oy tại $A(0; -1)$ nên ta có:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b + c = -3 \\ c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = -1 \end{cases}$$

Vậy đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y = 2x^2 - 4x - 1$.

Cách 2: Trắc nghiệm

Giả sử hàm số có dạng $y = ax^2 + bx + c$

Vì đồ thị hàm số cắt trục Oy tại $A(0; -1)$, suy ra $c = -1$. Từ đó loại phương án A, C, D

Chọn A thấy thỏa mãn.

Câu 9: Hàm số nào có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

A. $y = -x^2 + 4x - 3$.

B. $y = 2x^2 - 8x + 7$.

C. $y = x^2 - 4x + 5$.

D. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$.

Lời giải

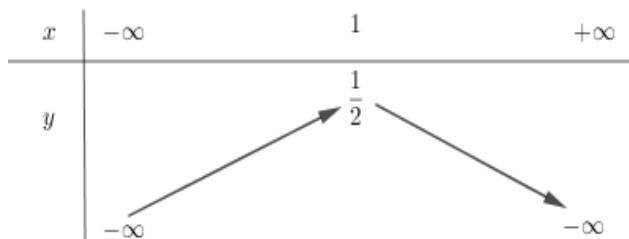
Chọn C

Căn cứ từ BBT ta loại B.

Gọi $A(x_A; y_A)$ là đỉnh của parabol, ta có: $\begin{cases} x_A = 2 \\ y_A = 1 \end{cases}$.

Suy ra ta loại A, C.

Câu 10: Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên?



A. $y = -x^2 + 5x + 2$.

B. $y = -\frac{1}{2}x^2 + x$.

C. $y = x^2 - 3x + 1$.

D. $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 3$.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét:

Bảng biến thiên có bề lõm hướng xuống. Loại đáp án C và.

Câu 11: Hàm số $y = x^2 - 4x + 11$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(-2; +\infty)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 2)$

Lời giải

Chọn C

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	7	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 12: Khoảng đồng biến của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ là

A. $(-\infty; -2)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(-2; +\infty)$.

D. $(2; +\infty)$.

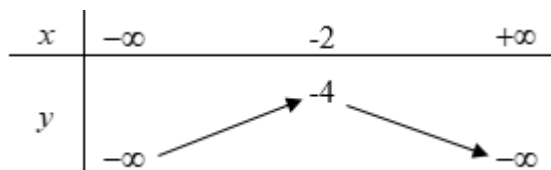
Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có $a = 1 > 0$ nên đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

Vì vậy hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 13: Bảng biến thiên sau đây là bảng biến thiên của hàm số nào?



A. $y = x^2 + 4x$.

B. $y = -x^2 - 4x - 8$.

C. $y = -x^2 - 4x + 8$.

D. $y = -x^2 - 4x$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào BBT ta thấy:

Parabol có bề lõm quay lên trên nên hệ số $a < 0 \Rightarrow$ Loại **A**

Parabol có đỉnh $I(-2; -4)$ nên thay $x = -2; y = -4$ vào các đáp án B, C, **D**

Nhận thấy chỉ có đáp án B thỏa mãn.

Câu 14: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^2 + x - 3$ là

A. -3 .

B. -2 .

C. $-\frac{21}{8}$.

D. $-\frac{25}{8}$.

Lời giải

Chọn A

$$y = 2x^2 + x - 3 = 2\left(x + \frac{1}{4}\right) - \frac{25}{8} \geq \frac{-25}{8}$$

$$y = \frac{-25}{8} \text{ khi } x = \frac{-1}{4} \text{ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số } y = 2x^2 + x - 3 \text{ là } \frac{-25}{8}.$$

Câu 15: Tìm giá trị thực của tham số $m \neq 0$ để hàm số $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$.

- A.** $m = 1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = -1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } x = -\frac{b}{2a} = \frac{2m}{2m} = 1, \text{ suy ra } y = -4m - 2.$$

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -10 khi và chỉ khi

$$\frac{m}{2} > 0 \Leftrightarrow m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -4m - 2 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

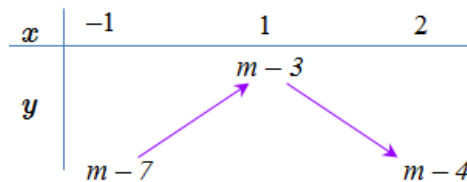
Câu 16: Hàm số $y = -x^2 + 2x + m - 4$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 3 khi m thuộc

- A.** $(-\infty; 5)$. **B.** $[7; 8)$. **C.** $(5; 7)$. **D.** $(9; 11)$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = -x^2 + 2x + m - 4$ trên đoạn $[-1; 2]$.



Hàm số đạt GTLN trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 3 khi và chỉ khi $m - 3 = 3 \Leftrightarrow m = 6$.

Câu 17: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ biết đồ thị hàm số có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ và đi qua điểm $M(0;1)$.

Phương trình của hàm số có dạng:

A. $y = -3x^2 + 2x + 1$. **B.** $y = 3x^2 - 2x + 1$.

C. $y = 3x^2 - 2x - 1$. **D.** $y = 3x^2 + 2x + 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đồ thị hàm số có tọa độ đỉnh } I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{9}a + \frac{1}{3}b + c = \frac{2}{3} \\ -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{9}a + \frac{1}{3}b + c = \frac{2}{3} \\ 2a + 3b = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Lại có: $M(0;1) \in (P) \Rightarrow c = 1$. (2)

Từ (1); (2) $\Rightarrow a = 3; b = -2; c = 1$. Vậy $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$.

Câu 18: Xác định parabol $(P): y = 2x^2 + bx + c$, biết (P) qua điểm $M(0;4)$ và có trục đối xứng $x = 1$.

A. $y = 2x^2 - 4x + 4$. **B.** $y = 2x^2 + 4x - 3$.

C. $y = 2x^2 - 3x + 4$. **D.** $y = 2x^2 + x + 4$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Từ giả thiết ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 4 = c \\ -\frac{b}{4} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow (P): y = 2x^2 - 4x + 4$$

Câu 19: Biết rằng $(P): y = ax^2 - 4x + c$ có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua điểm $M(-2;1)$. Tính tổng

$S = a + c$.

A. $S = 5$. **B.** $S = -5$. **C.** $S = 4$. **D.** $S = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$* \frac{-b}{2a} = -3 \Leftrightarrow \frac{2}{a} = -3 \rightarrow a = -\frac{2}{3}.$$

$$* 4a + 8 + c = 1 \xrightarrow{a = -\frac{2}{3}} c = -\frac{13}{3}$$

$$\text{ậy } S = a + c = -5.$$

Câu 20: Biết Parabol $y = ax^2 + bx - 4$ có đỉnh $I(-1; -5)$. Tìm a và b .

A. $a = 1; b = -2$.

B. $a = 1; b = 2$.

C. $a = 0; b = -3$.

D. $a = -1; b = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có :

$$(P) \text{ nhận đường thẳng } x = -1 \text{ làm trục đối xứng : } -\frac{b}{2a} = -1 \rightarrow b = 2a.$$

$$(P) \text{ đi qua điểm } I(-1; -5) \text{ nên: } a - b - 4 = -5 \rightarrow a - b = -1.$$

$$\text{Giải hệ phương trình } \begin{cases} b = 2a \\ a - b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Câu 21: Xác định $(P): y = 2x^2 + bx + c$, biết rằng (P) có đỉnh $I(-1; -2)$.

A. $y = 2x^2 - 4x + 4$.

B. $y = 2x^2 - 4x$.

C. $y = 2x^2 - 3x + 4$.

D. $y = 2x^2 + 4x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có :

$$(P) \text{ nhận đường thẳng } x = -1 \text{ làm trục đối xứng : } -\frac{b}{2a} = -1 \rightarrow b = 2a = 4.$$

$$(P) \text{ đi qua điểm } I(-1; -2) \text{ nên: } 2 - b + c = -2 \xrightarrow{b=4} c = 0.$$

$$\text{Vậy } (P): y = 2x^2 + 4x.$$

Câu 22: Parabol $(P): y = ax^2 + bx + 1$ đi qua hai điểm $A(1; 4)$ và $B(-1; 2)$ có phương trình là

A. $y = x^2 + 2x + 1.$

B. $y = 2x^2 + x + 1.$

C. $y = -x^2 + 4x + 1.$

D. $y = -2x^2 - x + 1.$

Lời giải

Chọn B

(P) đi qua $A(1;4)$ và $B(-1;2)$ nên ta có hệ $\begin{cases} 4 = a + b + 1 \\ 2 = a - b + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ a - b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$

Suy ra $(P): y = 2x^2 + x + 1.$

Câu 23: Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ biết đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là -3 và giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-\frac{25}{8}$ tại $x = \frac{1}{4}$.

A. $y = -2x^2 + x - 3.$

B. $y = x^2 - \frac{1}{2}x + 3.$

C. $y = 2x^2 - x - 3.$

D. $y = 2x^2 + x - 3.$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $A(0;c) \Rightarrow c = -3.$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-\frac{25}{8}$ tại $x = \frac{1}{4}$ nên đỉnh của đồ thị hàm số là $I\left(\frac{1}{4}; -\frac{25}{8}\right)$

Suy ra $\begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{1}{4} \\ a \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4}b - 3 = -\frac{25}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 4b = 0 \\ a + 4b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$

Vậy hàm số cần tìm là $y = 2x^2 - x - 3.$

Câu 24: Biết rằng parabol $(P): y = ax^2 - bx + c$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là 4 , đi qua điểm $A(3;7)$ và có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$. Giá trị của biểu thức $S = abc$ là

A. $S = 8.$

B. $S = -16.$

C. $S = -8.$

D. $S = 16.$

Lời giải

Chọn D

Theo đề ra ta có hệ sau :

$$\begin{cases} c = 4 \\ 9a - 3b + c = 7 \\ \frac{b}{2a} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ 9a - 3b + c = 7 \\ 4a - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -4 \\ c = 4 \end{cases}$$

Suy ra $S = (-1) \cdot (-4) \cdot 4 = 16$.

Câu 25: Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(0;6)$ và có đỉnh $A(-2;4)$ có phương trình là:

- A.** $y = x^2 + 2x + 6$. **B.** $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$.
C. $y = x^2 + x + 4$. **D.** $y = x^2 + 6x + 6$.

Lời giải

Chọn B

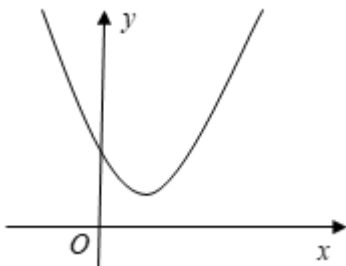
Parabol có đỉnh $A(-2;4)$ nên ta có:
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -2 \\ 4 = a \cdot (-2)^2 - b \cdot 2 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - b = 0 \\ 4a - 2b + c = 4 \end{cases} \quad (1)$$

Parabol đi qua $A(0;6)$ nên ta có: $c = 6$ (2)

Từ (1) và (2) ta có:
$$\begin{cases} 4a - b = 0 \\ 4a - 2b + 6 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 2 \\ c = 6 \end{cases}$$

Vậy phương trình parabol cần tìm là: $y = 3x^2 - 36x + 96$.

Câu 26: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0.$

D. $a > 0, b > 0, c > 0.$

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị $y = ax^2 + bx + c$ ta có:

Đồ thị có bề lõm hướng lên trên nên $a > 0.$

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c > 0.$

Trục đối xứng của đồ thị nằm bên phải nên $-\frac{b}{2a} > 0$ mà $a > 0$ nên $b < 0.$

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + 6, (a \neq 0),$ có đồ thị là Parabol đỉnh $I(-2; 4).$ Tính tổng $a + b + 6.$

A. $\frac{7}{2}.$

B. $\frac{5}{2}.$

C. $\frac{15}{2}.$

D. $\frac{17}{2}.$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Parabol đỉnh } I(-2; 4) \text{ nên } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = -2 \\ 4a - 2b + 6 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4a \\ 4a - 2b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = a + b + 6 = \frac{17}{2}.$$

Câu 28: Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ biết (P) có giá trị lớn nhất bằng 3 tại $x = 2$ và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y = -x^2 + 4x - 3.$

B. $y = x^2 - 4x + 7.$

C. $y = 2x^2 - 12x + 20.$

D. $y = -3x^2 + 12x - 9.$

Lời giải

Chọn D

Vì (P) có giá trị lớn nhất bằng 3 tại $x = 2$ nên $(2; 3)$ là tọa độ đỉnh của parabol và $a < 0$

$$\text{Do đó } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = 3 \end{cases}.$$

(P) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 1 nên $a+b+c=0$.

Do đó $a=-3, b=12, c=-9$.

Câu 29: Biết rằng parabol (P): $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) đi qua hai điểm $A(0;3), B(2;-1)$ và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt M, N thỏa mãn $MN=2$. Tính giá trị biểu thức a^2+b^2 .

A. 17. B. 10. C. 5. D. 13.

Lời giải

Chọn A

Parabol (P): $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) đi qua hai điểm $A(0;3)$ và $B(2;-1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ 4a+2b+c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ b=-2-2a \end{cases}.$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục hoành là $ax^2+bx+c=0$.

Do đó, (P) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt M, N thỏa mãn $MN=2$.

$\Leftrightarrow$ phương trình $ax^2+bx+c=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1-x_2|=2$.

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=2 \Leftrightarrow \sqrt{b^2-4ac}=2|a| \Leftrightarrow b^2-4ac=4a^2.$$

Thay vào ta được: $(-2-2a)^2-4.a.3=4a^2 \Leftrightarrow 4-4a=0 \Leftrightarrow a=1 \Rightarrow b=-4$.

Vậy $a^2+b^2=1^2+(-4)^2=17$.

Câu 30: Để đồ thị hàm số $y=mx^2-2mx-m^2-2$ ($m \neq 0$) có đỉnh nằm trên đường thẳng $y=x-3$ thì m nhận giá trị nằm trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -2)$. B. $(1; 6)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-3; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là đỉnh của parabol: $y=mx^2-2mx-m^2-2$ ($m \neq 0$).

Ta có: $x_I = -\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow y_I = m-2m-m^2-2 = -m^2-m-2 \Rightarrow I(1; -m^2-m-2)$.

$$\text{Đỉnh } I \text{ nằm trên đường thẳng } y = x - 3 \Leftrightarrow -m^2 - m - 2 = -2 \Leftrightarrow -m^2 - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \end{cases}.$$

Vì $m \neq 0$ nên $m = -1$.

Câu 31: Cho parabol $y = ax^2 + bx + 4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1; 3)$. Tổng giá trị $a + 2b$ là:

- A.** $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** -1 . **D.** 1 .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3} \\ A(1; 3) \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 3b = 0 \\ a + b + 4 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 3b = 0 \\ a + b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } a + 2b = -3 + 2 \cdot 2 = 1.$$

Câu 32: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^2 + 2mx + m^2 - 3m + 1$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt

- A.** $m < \frac{1}{3}$. **B.** $m = -1$. **C.** $m < 0$. **D.** $m > \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

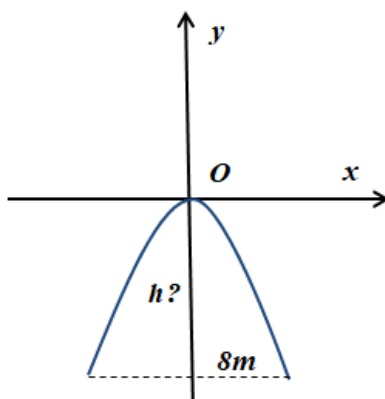
Đồ thị hàm số $y = x^2 + 2mx + m^2 - 3m + 1$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow x^2 + 2mx + m^2 - 3m + 1 = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = 3m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{3}.$$

Câu 33: Một chiếc cổng hình parabol dạng $y = -\frac{1}{2}x^2$ có chiều rộng $d = 8m$. Hãy tính chiều cao h của cổng?

(Xem hình minh họa dưới đây).



A. $h = 8m$.

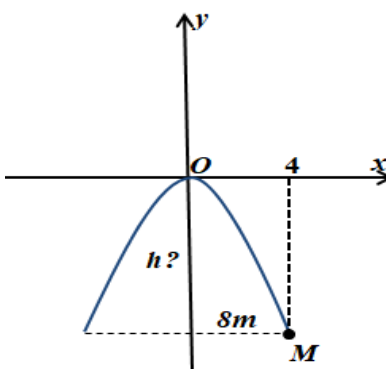
B. $h = 9m$.

C. $h = 7m$.

D. $h = 5m$.

Lời giải

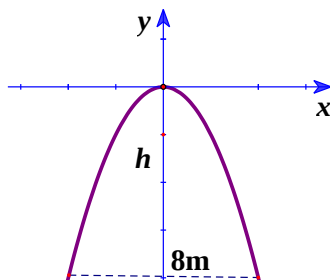
Chọn A



Dựa vào đồ thị hàm parabol $y = -\frac{1}{2}x^2$ ta có hoành độ điểm M là 4.

Chiều cao $h = |y_M| = \left| -\frac{4^2}{2} \right| = 8$.

Câu 34: Một chiếc cổng hình parapol dạng $y = -x^2$ có chiều rộng $d = 8m$. Hãy tính chiều cao h của cổng.



A. $h = 9m$.

B. $h = 8m$.

C. $h = 16m$.

D. $h = 5m$.

Lời giải

Chọn C

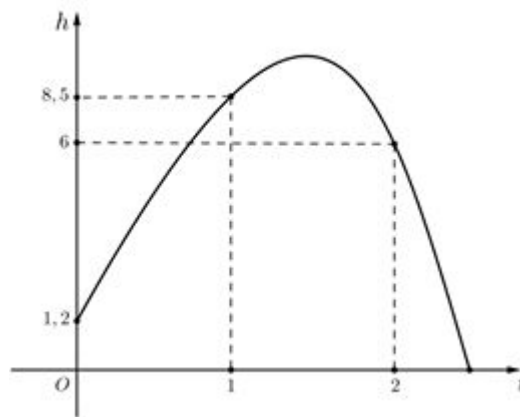
Dựa vào hệ trục tọa độ hình minh họa $d = 8m$ suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(4; h)$ Suy ra $h = -4^2 = -16$. Mà thực tế h là chiều cao cổng nên $h = 16m$.

Câu 35: Khi một quả bóng được ném lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết quỹ đạo của quả bóng là một cung Parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5m và 2 giây sau khi đá nó lên, nó ở độ cao 6m. Sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi đá lên (Tính chính xác đến hàng phần trăm)?

- A. 2,56 giây. B. 2,59 giây. C. 2,58 giây. D. 2,57 giây.

Lời giải

Chọn C



Do bóng được đá từ độ cao 1,2m nên trong hệ trục tọa độ Oth ta có Parabol cắt trục Oh tại điểm có tung độ $h_0 = 1,2m$. Khi đó phương trình Parabol có dạng: $h(t) = at^2 + bt + 1,2$ ($t \geq 0$)

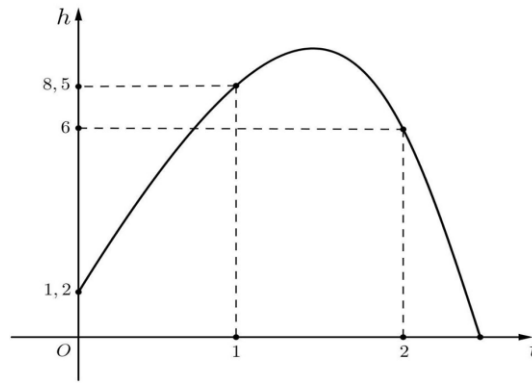
Theo giả thiết ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} h(1) = a + b + 1,2 = 8,5 \\ h(2) = 4a + 2b + 1,2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 7,3 \\ 2a + b = 2,4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4,9 \\ b = 12,2 \end{cases}$$

Do đó khi quả bóng chạm đất thì độ cao của quả bóng so với mặt đất bằng 0

$$\Rightarrow 0 = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2 \Rightarrow t \approx 2,58.$$

Câu 36: Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây nó đạt độ cao 8,5m, và sau 2 giây khi đá lên nó ở độ cao 6m.



Độ cao lớn nhất của quả bóng (tính chính xác đến hàng phần ngàn) bằng

A. 8,794m . **B.** 8,795m . **C.** 8,793m . **D.** 8,796m .

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết ta có $h(t)$ là một hàm số bậc hai theo biến t , đặt $h(t) = mt^2 + nt + p; m \neq 0$.

Từ giả thiết ta có hệ phương trình

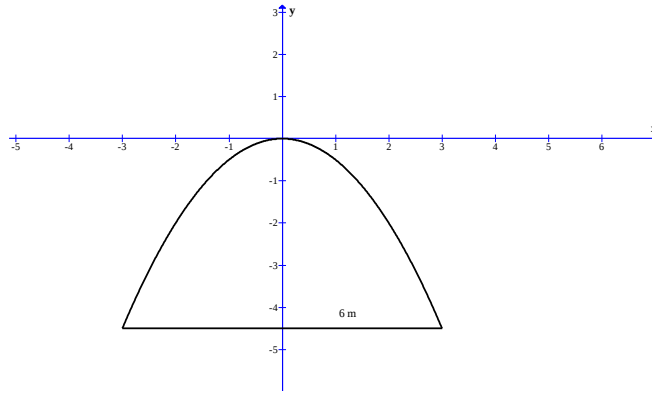
$$\begin{cases} h(0) = 1,2 \\ h(1) = 8,5 \\ h(2) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 1,2 \\ m + n + p = 8,5 \\ 4m + 2n + p = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{49}{10} \\ n = \frac{61}{5} \\ p = \frac{6}{5} \end{cases}.$$

Do vậy $h(t) = -\frac{49}{10}t^2 + \frac{61}{5}t + \frac{6}{5}; t \geq 0$, ta có biến đổi như sau

$$h(t) = -\frac{49}{10}\left(t - \frac{61}{49}\right)^2 + \frac{4309}{490} \leq \frac{4309}{490}, \forall t \geq 0.$$

Vậy độ cao lớn nhất của quả bóng bằng $\frac{4309}{490} \approx 8,794$ (mét).

Câu 37: Một chiếc cổng hình parabol có phương trình $y = -\frac{1}{2}x^2$. Chiều rộng của cổng là $6m$. Tính chiều cao của cổng.



A. 3.

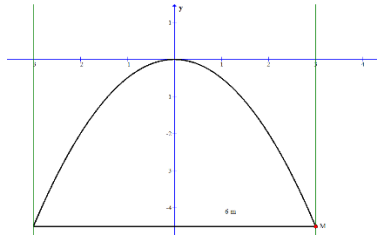
B. $\frac{9}{2}$.

C. 6.

D. $\frac{7}{2}$.

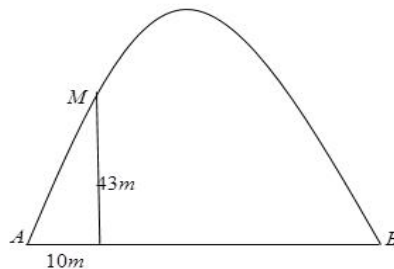
Lời giải

Chọn B



Từ chiều rộng của chiếc cổng suy ra $x_M = 3 \Rightarrow y_M = \left| -\frac{1}{2} \cdot 3^2 \right| = \frac{9}{2}$.

Câu 38: Cổng **Arch** tại thành phố **St Louis** của Mỹ có hình dạng là một parabol(hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43 m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với mặt đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10 m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng **Arch**(tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng).



A. 185,6m. B. 175,6m.

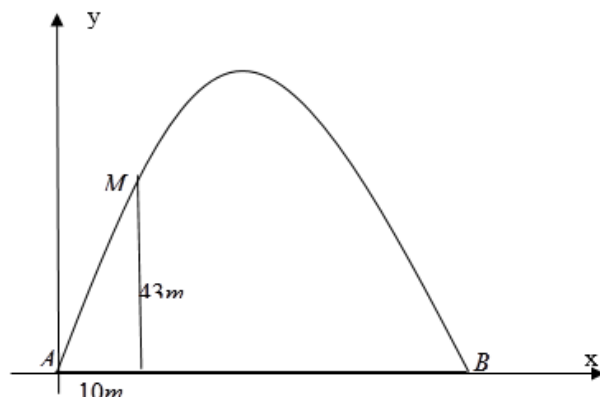
C. 210m.

D. 197,5m.

Lời giải

Chọn A

Đặt cổng (Parabol) vào hệ tọa độ như sau:



Phương trình Parabol có dạng: $y = ax^2 + bx$ và đi qua các điểm $B(162;0)$ và $M(10;43)$ nên ta có hệ

$$\text{phương trình: } \begin{cases} 162^2 a + 162b = 0 \\ 100a + 10b = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases}. \text{ Khi đó ta có } (P): y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x.$$

Chiều cao của cổng bằng tung độ đỉnh của (P) là: $y_{\max} = y\left(-\frac{b}{2a}\right) = y\left(\frac{3483}{43}\right) \approx 185,6.$

Câu 39: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà khoa học đã thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có x con cá ($x \in \mathbb{Z}^+$) thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng là $480 - 20x$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau mỗi vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

A. 10.

B. 12.

C. 9.

D. 24.

Lời giải

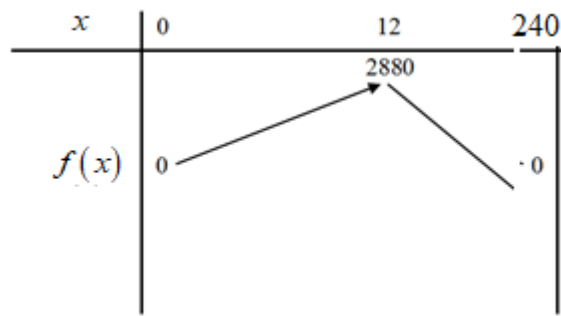
Chọn B

Cân nặng của x con cá là: $f(x) = x \cdot (480 - 20x) = 480x - 20x^2, \quad 0 < x < 240.$

Xét hàm số $f(x) = -20x^2 + 480x$ trên $(0; 240)$.

Có hoành độ đỉnh $x = 12$ và hệ số $a = -20 < 0$

Lập bảng biến thiên:



Vậy thu hoạch sản lượng cá nhiều nhất thì phải thả trên một đơn vị diện tích mặt hồ 12 con cá.

Câu 40: Khi một quả bóng được đá lên nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol trong mặt phẳng tọa độ Oxy có phương trình $h = at^2 + bt + c$ ($a < 0$) trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1m và sau 1 giây thì nó đạt độ cao 6,5m; sau 4 giây nó đạt độ cao 5m. Tính tổng $2a + b + c$

- A. $2a + b + c = 5$. B. $2a + b + c = 3$.
C. $2a + b + c = 0$. D. $2a + b + c = 4$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} a(0)^2 + b(0) + c = 1 \\ a(1)^2 + b(1) + c = 6,5 \\ a(4)^2 + b(4) + c = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ a + b = 5,5 \\ 16a + 4b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ a = -\frac{3}{2} \\ b = 7 \end{cases}$$

Do đó: $2a + b + c = 5$.

Câu 41: Khi quả bóng được đá lên, nó đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2 m. Sau 1 giây nó đạt độ cao 8,5 m và sau 2 giây sau khi đá lên nó đạt độ cao 6 m. Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị độ cao h theo thời gian t có phần đồ thị trùng với quỹ đạo của quả bóng trong tình huống trên.

- A. $y = 4,9t^2 + 12,2t + 1,2$. B. $y = -4,9t^2 - 12,2t + 1,2$.
C. $y = -4,9t^2 + 12,2t - 1,2$. D. $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

Lời giải

Chọn D

Gọi phương trình parabol có dạng: $y = at^2 + bt + c$, ($a \neq 0$). Do quỹ đạo quả bóng đi qua các điểm

$$(0;1,2), (1;8,5), (2;6) \text{ nên ta có hệ phương trình: } \begin{cases} c = 1,2 \\ a + b + c = 8,5 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4,9 \\ b = 12,2 \\ c = 1,2 \end{cases}$$

Vậy $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

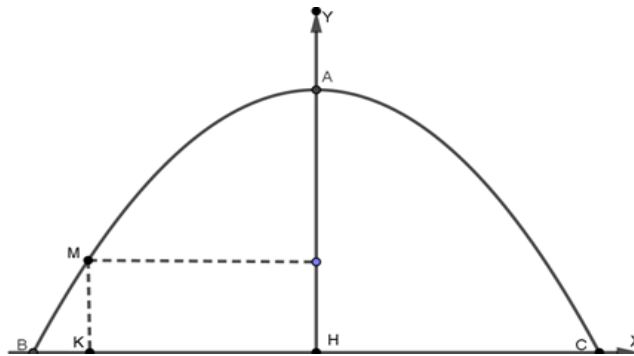
Câu 42: Có một cái cổng hình Parabol. Người ta đo khoảng cách giữa hai chân cổng BC là $10m$. Từ một điểm M trên thân cổng người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là $MK = 18m$ và khoảng cách tới chân cổng gần nhất là $BK = 1m$. Chiều cao AH của cổng là

- A. $50m$. B. $72m$. C. $16m$. D. $20m$.

Lời giải

Chọn A

Chọn hệ trục tọa độ sao cho trục tung đi qua AH , trục hoành đi qua MH như hình vẽ



Hình dạng cái cổng là một Parabol đi qua các điểm như hình vẽ

Khi đó theo giả thiết các điểm $B(-5;0)$, $C(5;0)$, $H(0;0)$ và $M(-4;18)$

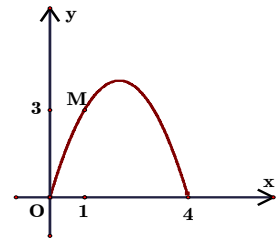
Do Parabol nhận trục tung làm trục đối xứng nên phương trình có dạng: $y = ax^2 + c$ ($a \neq 0$)

$$\text{Parabol đi qua } B(-5;0), C(5;0) \text{ và } M(-4;18) \text{ nên ta có hệ } \begin{cases} 25a + c = 0 \\ 16a + c = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ c = 50 \end{cases}$$

Vậy phương trình Parabol là : $y = -2x^2 + 50$. Khi đó $A(0;50)$ là đỉnh của Parabol

Suy ra chiều cao cái cổng là : $AH = 50m$.

Câu 43: Tại một khu hội chợ người ta thiết kế cổng chào có hình parabol hướng bề lõm xuống dưới. Giả sử lập một hệ trục tọa độ Oxy sao cho một chân cổng đi qua gốc O như hình vẽ (x và y tính bằng mét). Chân kia của cổng ở vị trí $(4;0)$.



Biết một điểm M trên cổng có tọa độ $(1;3)$. Hỏi chiều cao của cổng (vị trí cao nhất của cổng tới mặt đất) là bao nhiêu mét?

- A. 3 mét. B. 4 mét. C. 5 mét. D. Đáp số khác.

Lời giải

Chọn B

Cổng dạng Parabol có thể xem là đồ thị của hàm số bậc hai: $y = ax^2 + bx + c$ (P).

Theo bài ra ta có (P) đi qua 3 điểm sau: $O(0;0)$, $M(1;3)$, $N(4;0)$.

$$\text{Suy ra ta có hệ phương trình sau: } \begin{cases} c = 0 \\ a + b + c = 3 \\ 16a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a = -1 \\ b = 4 \end{cases}$$

Vậy Parabol (P) có phương trình là: $y = -x^2 + 4x$. Parabol (P) có đỉnh là $D(2;4)$.

Chiều cao của cổng là tung độ đỉnh của Parabol (P): $y = -x^2 + 4x$.

Vậy chiều cao của cổng là 4 mét.

Câu 44: Cắt một sợi dây thép có chiều dài 4 mét thành 2 phần. Phần thứ nhất uốn thành hình vuông và phần thứ hai uốn thành hình tròn. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích hai hình thu được.

- A. $\frac{4\pi}{\pi+4}(m^2)$. B. $\frac{4}{\pi+4}(m^2)$. C. $\frac{16\pi}{\pi+4}(m^2)$. D. $\frac{16}{\pi+4}(m^2)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi chiều dài phần thứ nhất là $x(m) \Rightarrow$ Chiều dài phần thứ hai là $4 - x(m)$

Diện tích hình vuông uốn từ phần thứ nhất là: $S_1 = \frac{x^2}{16}(m^2)$

Chiều dài phần thứ hai chính là chu vi của hình tròn thu được $\Rightarrow$ Bán kính hình tròn là: $R = \frac{4-x}{2\pi}(m) \Rightarrow$

$$\text{Diện tích hình tròn là: } S_2 = \pi \cdot \frac{(4-x)^2}{4\pi^2} = \frac{x^2 - 8x + 16}{4\pi} (m^2)$$

$$\text{Tổng diện tích hai hình là: } S = S_1 + S_2 = \frac{(\pi+4)x^2 - 32x + 64}{16\pi} (m^2)$$

Đồ thị biểu diễn S là một Parabol có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{16}{\pi+4}; \frac{4}{\pi+4}\right)$

Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích hai hình thu được là: $\frac{4}{\pi+4}(m^2)$.