MỤC LỤC

§3 – DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

Ⓐ. Tóm tắt kiến thức

Lý thuyết

1. ĐỊNH LÍ VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

①. Tam thức bậc hai

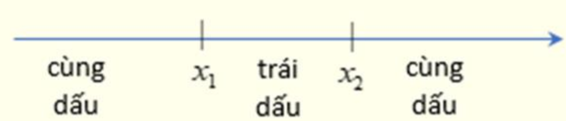
- Tam thức bậc hai đối với x là biểu thức có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những hệ số, $a \neq 0$.

②. Dấu của tam thức bậc hai

- Cho $f(x) = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0), \Delta = b^2 - 4ac$.
- Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x \neq -\dfrac{b}{2a}$.
- Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a khi $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ và $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a khi $x \in (x_1; x_2)$.

Trong đó $x_1.x_2$ là hai nghiệm của $f(x)$.

Khi $\Delta > 0$, dấu của $f(x)$ và a là : "Trong trái ngoài cùng"



Lý thuyết

❷. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

①. Bất phương trình bậc hai

- Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình dạng $ax^2+bx+c<0$ (hoặc $ax^2+bx+c\le 0$, $ax^2+bx+c>0$, $ax^2+bx+c\ge 0$), trong đó a,b,c là những số thực đã cho, $a\ne 0$.

②. Giải bất phương trình bậc hai

- ***Giải bất phương trình bậc hai*** $ax^2+bx+c>0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x)=ax^2+bx+c$ có dấu dương.
- ***Giải bất phương trình bậc hai*** $ax^2+bx+c\ge 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x)=ax^2+bx+c$ có dấu không âm (lớn hơn hoặc bằng 0).
- ***Giải bất phương trình bậc hai*** $ax^2+bx+c<0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x)=ax^2+bx+c$ có dấu âm.
- ***Giải bất phương trình bậc hai*** $ax^2+bx+c\le 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x)=ax^2+bx+c$ có dấu không dương (bé hơn hoặc bằng 0).

Ⓑ. Trắc nghiệm Đ/S

Câu 1. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$3x+7$ là tam thức bậc hai.		
b)	$-x^2+3$ là tam thức bậc hai.		
c)	$3x(x-1)$ là tam thức bậc hai.		
d)	$(x-1)(x+1)-x^2$ là tam thức bậc hai.		

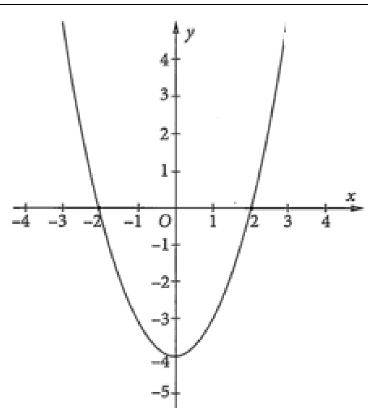
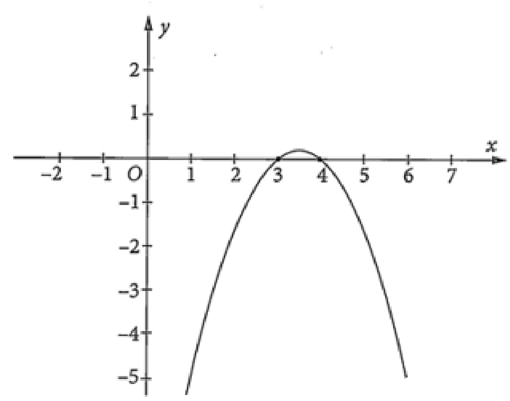
Câu 2. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

<table>
<tr><th colspan="2">Mệnh đề</th><th>Đúng</th><th>Sai</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>$f\left(x\right)=x^2-x-2$ có $f(x)<0$ với mọi $x\in(-1;2)$.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>$f\left(x\right)=-x^2+2x-5$ có $f(x)>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>$f(x)=-4x^2+16x-16$ có bảng xét dấu:
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>$f(x)=-4x^2+3x-5$ có bảng xét dấu:
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Câu 3. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$f(x)=x^2-7x+6$ có $f\left(x\right)>0$ với mọi $x\in(-\infty;1)\cup(6;+\infty)$		
b)	$f(x)=36x^2+12x+1$ có $f\left(x\right)<0$ với mọi $x\in(-\infty;1)\cup(6;+\infty)$		
c)	$f(x)=5x^2-x+4$ có $f\left(x\right)>0$ với mọi $x\in(-\infty;+\infty)$		
d)	$f(x)=-3x^2+x+4$ có $f\left(x\right)>0$ với mọi $x\in(-\infty;-1)\cup(\frac{4}{3};+\infty)$		

Câu 4. Cho đồ thị hàm số bậc hai $y=f(x)$ và $y=g(x)$.

	
$y=f(x)$	$y=g(x)$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(-2;0)$ và $(2;0)$		

<table>
<tr><td>b)</td><td>Đồ thị hàm số $y=g(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(3;0)$ và $(4;0)$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Tam thức bậc hai $f(x)$ có bảng xét dấu:
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>3</td><td></td><td>4</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Tam thức bậc hai $g(x)$ có bảng xét dấu:
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-2</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(-2;0)$ và $(2;0)$ nên tam thức bậc hai $f(x)$ có hai nghiệm là $x_1=-2, x_2=2$. Đồ thị có bề lõm quay lên trên nên hệ số $a>0$. Do đó, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

b) Đồ thị hàm số $y=g(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(3;0)$ và $(4;0)$ nên tam

thức bậc hai $f(x)$ có hai nghiệm là $x_1=3, x_2=4$. Đồ thị có bề lõm quay xuống dưới nên hệ số $a<0$. Do đó, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$		3		4		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Câu 5. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$f(x)=2x^2-5x+2$ có $f(x)>0,\ \forall x\in\left(\frac{1}{2};2\right)$		
b)	$f(x)=9-x^2$ có $f(x)>0, \forall x\in(-3;3)$		
c)	$f(x)=x^2-(\sqrt{7}-1)x+\sqrt{3}$ có $f(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$		

d)	$f(x)=-x^2+x-\dfrac{1}{4}$ có $f(x)<0, \forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.		

Câu 6. Cho biểu thức $f(x)=(3x-1)\left(3x^2-4x+1\right)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	$f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{1}{3}\\ x=1.\end{array}\right.$		
b)	Với $x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(\dfrac{1}{3};1\right)$ thì $f(x)<0$.		
c)	Với $x\in(1;+\infty)$ thì $f(x)<0$.		
d)	Bảng xét dấu của biểu thức là:		

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$3x-1$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$3x^2-4x+1$		$+$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Lời giải

a) Sai	**b) Đúng**	**c) Sai**	**d) Đúng**

Biểu thức $f(x)=(3x-1)\left(3x^2-4x+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x-1=0\\ 3x^2-4x+1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{3}\\ x=1.\end{array}\right.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$3x-1$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$3x^2-4x+1$		$+$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu, với $x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(\dfrac{1}{3};1\right)$ thì $f(x)<0$.

Câu 7. Cho biểu thức $f(x)=\dfrac{1}{x^2-2x-12}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$f\left(x\right)=0 \Leftrightarrow x=1+\sqrt{13}$ hoặc $x=1-\sqrt{13}$.		
b)	với $x\in(1-\sqrt{13};1+\sqrt{13})$ thì $f(x)>0$.		
c)	với $x\in\left(-\infty;1-\sqrt{13}\right)\cup\left(1-\sqrt{13};+\infty\right)$ thì $f(x)<0$.		
d)	Bảng xét dấu của biểu thức là:		

x	$-\infty$		$1-\sqrt{13}$		$1+\sqrt{13}$		$+\infty$
$x^2-2x-12$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$+$	

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

$x^2-2x-12=0 \Leftrightarrow x=1+\sqrt{13}$ hoặc $x=1-\sqrt{13}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$1-\sqrt{13}$		$1+\sqrt{13}$		$+\infty$
$x^2-2x-12$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$+$	

Từ bảng xét dấu, với $x\in(1-\sqrt{13};1+\sqrt{13})$ thì $f(x)<0$.

với $x\in\left(-\infty;1-\sqrt{13}\right)\cup\left(1-\sqrt{13};+\infty\right)$ thì $f(x)>0$.

Câu 8. Cho biểu thức $f(x)=\dfrac{x-3}{x^2+7x+6}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$f\left(x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-6 \end{array}\right.$		
b)	với $x\in(-\infty;-6)\cup(-1;3)$ thì $f(x)>0$.		
c)	với $x\in(-6;-1)\cup(3;+\infty)$ thì $f(x)<0$.		
d)	Bảng xét dấu của biểu thức là:		

x	$-\infty$		-6		-1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
x^2+7x+6		$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	||	$+$	||	$-$	0	$+$	

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

Ta có: $x-3=0 \Leftrightarrow x=3, x^2+7x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-6 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-6		-1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
x^2+7x+6		$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	||	$+$	||	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu, với $x \in (-\infty;-6) \cup (-1;3)$ thì $f(x)<0$, với $x \in (-6;-1) \cup (3;+\infty)$ thì $f(x)>0$.

Câu 9. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$x^2+4x+3<0$ khi $x \in (-3;-1)$.		
b)	$x^2-6x+8 \geq 0$ khi $x \in (-\infty;2] \cup [4;+\infty)$.		
c)	$f(x)=x^2-x+5$ luôn âm với mọi x thuộc $\mathbb{R}$		
d)	$f(x)=-36x^2+12x-1$ luôn nhỏ hơn hoặc bằng 0 với mọi $x \in \mathbb{R}$		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Xét $f(x)=x^2+4x+3$ có $\Delta'=1>0, a=1>0$ và có hai nghiệm $x_1=-3; x_2=-1$.

Do đó, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra $f(x)=x^2+4x+3<0$ khi $x\in(-3;-1)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-3;-1)$.

b) Xét $f(x)=x^2-6x+8$ có $\Delta'=1>0, a=1>0$ và có hai nghiệm $x_1=2; x_2=4$.

Do đó, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra $f(x)=x^2-6x+8\ge 0$ khi $x\in(-\infty;2]\cup[4;+\infty)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;2]\cup[4;+\infty)$.

c) Ta có: $f(x)=x^2-x+5=x^2-2\cdot x\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}+5=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{19}{4}\ge\frac{19}{4},\forall x\in\mathbb{R}$. Vì vậy, $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

d) Ta có: $f(x)=-36x^2+12x-1=-\left[(6x)^2-2.6x+1\right]=-(6x-1)^2\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 10. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$f(x)=(2x-1)\left(3x^2-10x+3\right)$ có $f(x)<0,\forall x\in\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{2};3\right)$		
b)	$f(x)=\left(-x^2+4\right)\left(2x^2-x-3\right)$ có $f(x)>0,\forall x\in(-2;-1)\cup\left(\frac{3}{2};2\right)$		
c)	$f(x)=\frac{-x^2-2x}{(x-1)\left(x^2+1\right)}$ có $f(x)>0,\forall x\in(-2;0)\cup(1;+\infty)$		
d)	$f(x)=\frac{x^3-6x^2+9x}{-2x^2+18}$ có $f(x)>0,\forall x\in(-3;0)\cup(3;+\infty)$.		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Xét $f(x)=0 \Leftrightarrow (2x-1)\left(3x^2-10x+3\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-1=0 \\ 3x^2-10x+3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{2} \\ x=\dfrac{1}{3} \vee x=3 \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
2x-1		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$3x^2-10x+3$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
f(x)		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Kết luận: $f(x)>0, \forall x \in \left(\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right) \cup (3;+\infty)$; $f(x)<0, \forall x \in \left(-\infty;\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{2};3\right)$.

b) Xét $f(x)=0 \Leftrightarrow \left(-x^2+4\right)\left(2x^2-x-3\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x^2+4=0 \\ 2x^2-x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 2 \\ x=-1 \vee x=\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		-2		-1		$\frac{3}{2}$		2		$+\infty$
$-x^2+4$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$2x^2-x-3$		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
f(x)		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Kết luận: $f(x)>0, \quad \forall x \in (-2;-1) \cup \left(\frac{3}{2};2\right)$;

$f(x)<0, \quad \forall x \in (-\infty;-2) \cup \left(-1;\frac{3}{2}\right) \cup (2;+\infty)$.

c) Điều kiện: $(x-1)\left(x^2+1\right)\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1\neq 0 \\ x^2+1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\neq 1$.

Xét $f(x)=0 \Rightarrow -x^2-2x=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$-x^2-2x$		$-$	0	$+$	0	$-$	|	$-$	
$x-1$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
x^2+1		$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	
f(x)		$+$	0	$-$	0	$+$	||	$-$	

Kết luận: $f(x)>0,\quad \forall x\in(-\infty;-2)\cup(0;1)$;

$f(x)<0,\quad \forall x\in(-2;0)\cup(1;+\infty)$.

d) $f(x)=\dfrac{x^3-6x^2+9x}{-2x^2+18}=\dfrac{x(x-3)^2}{-2x^2+18}$.

Điều kiện: $-2x^2+18\neq 0 \Leftrightarrow x^2\neq 9 \Leftrightarrow x\neq \pm 3$.

Xét $f(x)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ (x-3)^2=0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$ (nghiệm kép)

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
x		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$(x-3)^2$		$+$	|	$+$	|	$+$	0	$+$	
$-2x^2+18$		$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$+$	||	$-$	0	$+$	||	$-$	

Kết luận: $f(x) > 0, \quad \forall x \in (-\infty; -3) \cup (0; 3)$;

$f(x) < 0, \quad \forall x \in (-3; 0) \cup (3; +\infty)$.

Câu 11. Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - \dfrac{1}{x}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Điều kiện: $x \neq 0$.		
b)	$f(x) = 0$ khi $x = 1$ và $x = 0$		
c)	$f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$		
d)	$f(x) < 0, \forall x \in (0; 1)$		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

$$f(x) = x^2 - \frac{1}{x} = \frac{x^3 - 1}{x} = \frac{(x-1)\left(x^2 + x + 1\right)}{x}.$$

Điều kiện: $x \neq 0$.

Xét $f(x) = 0 \Rightarrow (x-1)\left(x^2 + x + 1\right) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 + x + 1 \end{array}\right.$ (vô nghiệm) $\Rightarrow x = 1$.

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$x-1$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
x^2+x+1		$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$f(x)$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Kết luận: $f(x)>0, \forall x \in (-\infty;0)\cup(1;+\infty)$; $f(x)<0, \forall x\in(0;1)$.

Câu 12. Cho tam thức bậc hai $f(x)=\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{x+6}{x^3-8}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Điều kiện $x\neq 2$		
b)	$f(x)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$		
c)	$f(x)>0, \forall x\in(-\infty;-2)\cup(1;2)$		
d)	$f(x)<0, \forall x\in(-2;1)\cup(2;+\infty)$		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai

$$f(x)=\frac{1}{x-2}-\frac{x+6}{x^3-8}=\frac{\left(x^2+2x+4\right)-(x+6)}{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}=\frac{x^2+x-2}{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}.$$

Điều kiện: $(x-2)\left(x^2+2x+4\right)\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2 \\ x^2+2x+4\neq 0 \text{ (luôn đúng)} \end{cases} \Leftrightarrow x\neq 2$.

Xét $f(x)=0 \Rightarrow x^2+x-2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
x^2+x-2		$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-2$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
x^2+2x+4		$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	||	$+$	0	$-$	||	$+$	

Kết luận: $f(x)>0,\forall x\in(-2;1)\cup(2;+\infty);\ f(x)<0,\forall x\in(-\infty;-2)\cup(1;2)$.

Câu 13. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$f(x)=3x^2-2x-1$ có $f(x)>0,\forall x\in\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty);\ f(x)<0,\forall x\in\left(-\frac{1}{3};1\right)$		
b)	$f(x)=-x^2+2x-1$ có $f(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$		
c)	$f(x)=-4x^2+12x-5$ có $f(x)>0,\forall x\in\left(\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right);\ f(x)<0,\forall x\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$		
d)	$f(x)=3x^2-2x-8$ có $f(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Đặt $f(x)=3x^2-2x-1;\Delta=(-2)^2-4\cdot3\cdot(-1)=16>0;\ f(x)$ có hai nghiệm phân biệt là $x=1,x=-\frac{1}{3}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Kết luận: $f(x)>0,\forall x\in\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty);\ f(x)<0,\forall x\in\left(-\frac{1}{3};1\right)$.

b) Đặt $f(x)=-x^2+2x-1;\Delta=2^2-4\cdot(-1)\cdot(-1)=0;\ f(x)$ có nghiệm kép $x=1$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

Kết luận: $f(x)<0, \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

c) Đặt $f(x)=-4x^2+12x-5; \Delta=12^2-4(-4)(-5)=64>0$;

$f(x)$ có hai nghiệm phân biệt $x=\dfrac{5}{2}, x=\dfrac{1}{2}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$\dfrac{1}{2}$		$\dfrac{5}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Kết luận: $f(x)>0, \forall x\in\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{2}\right)$; $f(x)<0, \forall x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$.

d) Đặt $f(x)=-x^2+2x-8; \Delta=2^2-4(-1)(-8)=-28<0$; $f(x)$ vô nghiệm. Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	

Kết luận: $f(x)<0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 14. Cho $f(x)=\left(-x^2+3x\right)\left(2x^2+1\right)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$f(x)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=3$		
b)	$2x^2+1>0, \forall x\in\mathbb{R}$		
c)	$f(x)>0, \forall x\in(-\infty;0)\cup(3;+\infty)$		
d)	$f(x)<0, \forall x\in(0;3)$		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

Xét $f(x)=0 \Leftrightarrow \left(-x^2+3x\right)\left(2x^2+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x^2+3x=0 \\ 2x^2+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=0 \vee x=3$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$-x^2+3x$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$2x^2+1$		$+$		$+$		$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Kết luận: $f(x)>0, \forall x \in (0;3)$; $f(x)<0, \quad \forall x \in (-\infty;0) \cup (3;+\infty)$.

Câu 15. Cho $f(x)=\dfrac{5x^2+3x-8}{x^2-7x+6}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Điều kiện: $x \neq 6$		
b)	$f(x)=0 \Rightarrow x=1 \vee x=-\dfrac{8}{5}$		
c)	$f(x)>0, \forall x \in \left(-\infty;-\dfrac{8}{5}\right) \cup (6;+\infty)$		
d)	$f(x)<0, \forall x \in \left(-\dfrac{8}{5};1\right) \cup (1;6)$		

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

Điều kiện: $x^2-7x+6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 6 \end{cases}$. Xét $f(x)=0 \Rightarrow 5x^2+3x-8=0 \Rightarrow x=1 \vee x=-\dfrac{8}{5}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\frac{8}{5}$		1		6		$+\infty$
$5x^2+3x-8$		+	0	−	0	+		+	
x^2-7x+6		+		+	0	−	0	+	
f(x)		+	0	−	$\|$	−	$\|$	+	

Kết luận: $f(x)>0, \forall x \in \left(-\infty;-\frac{8}{5}\right)\cup(6;+\infty)$; $f(x)<0, \forall x \in \left(-\frac{8}{5};1\right)\cup(1;6)$.

Câu 16. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$-3x^2+2x+1<0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}<x<1$		
b)	$-36x^2+12x-1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq\frac{1}{6}$		
c)	$x^2-(2+\sqrt{3})x+1+\sqrt{3}\leq 0 \Leftrightarrow 1\leq x\leq 1+\sqrt{3}$		
d)	$\frac{5}{4}x^2-2x+2<0 \Leftrightarrow x\in\varnothing$		

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Xét $f(x)=-3x^2+2x+1$; $f(x)=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{3} \vee x=1$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f(x)$		+	0	−	0	+	

Ta có: $-3x^2+2x+1<0 \Leftrightarrow x<-\frac{1}{3} \vee x>1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình : $S=\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$.

b) Xét $f(x)=-36x^2+12x-1$; $f(x)=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{6}$ (nghiệm kép).

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$\frac{1}{6}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

Ta có: $-36x^2+12x-1\ge 0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{6}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left\{\frac{1}{6}\right\}$.

c) Đặt $f(x)=x^2-(2+\sqrt{3})x+1+\sqrt{3}$; $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=1+\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		$1+\sqrt{3}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có: $x^2-(2+\sqrt{3})x+1+\sqrt{3}\le 0 \Leftrightarrow 1\le x\le 1+\sqrt{3}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S=[1;1+\sqrt{3}]$.

d) Đặt $f(x)=\frac{5}{4}x^2-2x+2$; $f(x)=0 \Leftrightarrow x\in\varnothing$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	

Ta có: $\frac{5}{4}x^2-2x+2<0 \Leftrightarrow x\in\varnothing$.

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình là: $S=\varnothing$.

Câu 17. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$7x^2-4x-3<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\frac{3}{7}\right)\cup(1;+\infty)$		
b)	$-x^2+6x-9\ge 0 \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$		
c)	$-5x^2+4x+12<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\frac{6}{5}\right)\cup(2;+\infty)$		
d)	$3x^2-4x+4\ge 0 \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$		

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Xét $7x^2-4x-3=0 \Leftrightarrow x=1 \vee x=-\frac{3}{7}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\frac{3}{7}$		1		$+\infty$
$7x^2-4x-3$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có: $7x^2-4x-3<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\frac{3}{7};1\right)$.

Vậy, tập nghiệm bất phương trình là: $S=\left(-\frac{3}{7};1\right)$.

b) Xét $-x^2+6x-9=0 \Leftrightarrow x=3$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$-x^2+6x-9$		$-$	0	$-$	

Ta có: $-x^2+6x-9\ge 0 \Leftrightarrow x\in\{3\}$.

Vậy, tập nghiệm bất phương trình là: $S=\{3\}$.

c) Xét $-5x^2+4x+12=0 \Leftrightarrow x=2 \vee x=-\frac{6}{5}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\dfrac{6}{5}$		2		$+\infty$
$-5x^2+4x+12$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Ta có: $-5x^2+4x+12<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\dfrac{6}{5}\right)\cup(2;+\infty)$.

Vậy, tập nghiệm bất phương trình là: $S=\left(-\infty;-\dfrac{6}{5}\right)\cup(2;+\infty)$.

d) Xét $3x^2-4x+4=0 \Leftrightarrow x\in\varnothing$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$+\infty$
$3x^2-4x+4$		$+$	

Ta có: $3x^2-4x+4\geq 0 \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$.

Vậy, tập nghiệm bất phương trình là: $S=\mathbb{R}$.

Câu 18. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$(1-2x)\left(x^2+x-30\right)<0$ có tập nghiệm $S=\left(-6;\dfrac{1}{2}\right)\cup(5;+\infty)$		
b)	$\dfrac{4x^2+3x-1}{x^2+5x+7}\geq 0$ có tập nghiệm $S=(-\infty;-1]$		
c)	$\dfrac{\left(2-x^2\right)\left(x^2-2x+1\right)}{-x^2+3x+4}>0$ có tập nghiệm $S=(1;\sqrt{2})\cup(4;+\infty)$		
d)	$\dfrac{x-1}{x}-\dfrac{x+1}{x-1}\leq 2$ có tập nghiệm $S=(-\infty;-1]\cup\left(0;\dfrac{1}{2}\right]\cup(1;+\infty)$		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Xét $f(x)=(1-2x)\left(x^2+x-30\right)$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1-2x=0\\ x^2+x-30=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{2}\\ x=-6 \vee x=5\end{array}\right..$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-6		$\frac{1}{2}$		5		$+\infty$
$1-2x$		+		+	0	−		−	
x^2+x-30		+	0	−		−	0	+	
f(x)		+	0	−	0	+	0	−	

Ta có: $(1-2x)\left(x^2+x-30\right)<0 \Leftrightarrow f(x)<0 \Leftrightarrow x\in\left(-6;\dfrac{1}{2}\right)\cup(5;+\infty)$.

Tập nghiệm bất phương trình là: $S=\left(-6;\dfrac{1}{2}\right)\cup(5;+\infty)$.

b) Đặt $f(x)=\dfrac{4x^2+3x-1}{x^2+5x+7}$. Điều kiện: $x^2+5x+7\neq 0 \Leftrightarrow \left(x+\dfrac{5}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}\neq 0$ (luôn đúng).

Xét $f(x)=0 \Rightarrow 4x^2+3x-1=0 \Rightarrow x=-1 \vee x=\dfrac{1}{4}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{4}$		$+\infty$
$4x^2+3x-1$		+	0	−	0	+	
x^2+5x+7		+		+		+	
f(x)		+	0	−	0	+	

Ta có: $\dfrac{4x^2+3x-1}{x^2+5x+7} \geq 0 \Leftrightarrow f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;-1] \cup \left[\dfrac{1}{4};+\infty\right)$.

Tập nghiệm của bất phương trình là: $S=(-\infty;-1] \cup \left[\dfrac{1}{4};+\infty\right)$.

c) Đặt $f(x)=\dfrac{\left(2-x^2\right)\left(x^2-2x+1\right)}{-x^2+3x+4}$. Điều kiện: $-x^2+3x+4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 4 \end{cases}$.

Xét $f(x)=0 \Rightarrow \left(2-x^2\right)\left(x^2-2x+1\right)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x^2=0 \\ x^2-2x+1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\sqrt{2} \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		-1		1		$\sqrt{2}$		4		$+\infty$
$2-x^2$		−	0	+	|	+	|	+	0	−	|	−	
x^2-2x+1		+	|	+	|	+	0	+	|	+	|	+	
$-x^2+3x+4$		−	|	−	0	+	|	+	|	+	0	−	
f(x)		+	0	−	||	+	0	+	||	−	0	+	

Ta có: $\dfrac{\left(2-x^2\right)\left(x^2-2x+1\right)}{-x^2+3x+4}>0 \Leftrightarrow f(x)>0 \Leftrightarrow x \in (-1;1) \cup (1;\sqrt{2}) \cup (4;+\infty)$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình là: $S=(-1;1) \cup (1;\sqrt{2}) \cup (4;+\infty)$.

d) $\dfrac{x-1}{x}-\dfrac{x+1}{x-1} \leq 2 \Leftrightarrow \dfrac{(x-1)^2-x(x+1)}{x(x-1)}-\dfrac{2x(x-1)}{x(x-1)} \leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{-2x^2-x+1}{x^2-x} \leq 0$. Xét $f(x)=\dfrac{-2x^2-x+1}{x^2-x}$. Điều kiện: $x^2-x \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Xét $f(x)=0 \Rightarrow -2x^2-x+1=0 \Rightarrow x=-1 \vee x=\dfrac{1}{2}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$-2x^2-x+1$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	
x^2-x		$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	
		$+$		$-$		$+$		$+$			

Ta có: $\dfrac{-2x^2-x+1}{x^2-x} \le 0 \Leftrightarrow f(x) \le 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;-1] \cup \left(0;\dfrac{1}{2}\right] \cup (1;+\infty)$.

Tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (-\infty;-1] \cup \left(0;\dfrac{1}{2}\right] \cup (1;+\infty)$.

Câu 19. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$f_1(x) = x^2 - 2x + 3$ là tam thức bậc hai với $a = 1; b = -2; c = 3$.		
b)	$f_2(x) = 3x - \dfrac{1}{2}x^2 - 4$ là tam thức bậc hai với $a = 3; b = \dfrac{-1}{2}; c = -4$.		
c)	$f_3(x) = \dfrac{x^2 + 6x - 1}{3}$ là tam thức bậc hai với $a = 1; b = 6; c = -1$.		
d)	$f_4(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 5$ không là tam thức bậc hai do có chứa x^3.		

Câu 20. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$f(x) = x^2 + 3x + 2$ có bảng xét dấu: $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & -2 & & -1 & & +\infty \\ \hline f(x) & & + & 0 & - & 0 & + & \end{array}$		
b)	$f(x) = -x^2 + 4x - 3$ có bảng xét dấu: $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & 1 & & 3 & & +\infty \\ \hline f(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \end{array}$		
c)	$f(x) = -x^2 + 4x - 4$ có bảng xét dấu:		

<table>
<tr><td></td><td><table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td></td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>$f(x)=2x^2+2x+4$ có bảng xét dấu:
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) $f(x)=x^2+3x+2$. Ta có: $x^2+3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		-2		-1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

b) $f(x)=-x^2+4x-3$. Ta có: $-x^2+4x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

c) $f(x)=-x^2+4x-4$. Ta có: $-x^2+4x-4=0 \Leftrightarrow x=2$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

d) $f(x)=2x^2+2x+4$. Ta có: $2x^2+2x+4=0$ vô nghiệm

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	

Câu 21. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$f(x)=\left(-x^2+x-1\right)\left(6x^2-5x+1\right)$ có $f\left(x\right)>0, \forall x\in\left(\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)$		

b)	$f(x)=\dfrac{2x^2-x-1}{x^2-4}$ có $f\left(x\right)>0,\forall x\in\left(1;2\right)$		
c)	$f(x)=\dfrac{3x-2}{x^3-3x^2+2}$ có $f\left(x\right)>0,\forall x\in\left(\dfrac{2}{3};1\right)$		
d)	$f(x)=\dfrac{1}{x^2-5x+4}-\dfrac{1}{x^2-7x+6}$ có $f\left(x\right)>0,\forall x\in\left(1;4\right)$		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) $f(x)=\left(-x^2+x-1\right)\left(6x^2-5x+1\right)$

Ta có: $-x^2+x-1=0$ vô nghiệm, $6x^2-5x+1=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$ hoặc $x=\dfrac{1}{3}$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$-x^2+x-1$		$-$	|	$-$	|	$-$	
$6x^2-5x+1$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f(x)		$-$	0	$+$	0	$-$	

b) $f(x)=\dfrac{2x^2-x-1}{x^2-4}$

Ta có: $2x^2-x-1=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2} \vee x=1; x^2-4=0 \Leftrightarrow x=-2 \vee x=2$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		$-\frac{1}{2}$		1		2		$+\infty$
$2x^2-x-1$		$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
x^2-4		$+$	0	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
f(x)		$+$	||	$-$	0	$+$	0	$-$	||	$+$	

c) $f(x)=\dfrac{3x-2}{x^3-3x^2+2}$. Ta có: $\dfrac{3x-2}{x^3-3x^2+2}=\dfrac{3x-2}{(x-1)\left(x^2-2x-2\right)}$

$3x-2=0\Leftrightarrow x=\dfrac{2}{3}; x-1=0\Leftrightarrow x=1; x^2-2x-2=0\Leftrightarrow x=1\pm\sqrt{3}$

x	$-\infty$		$1-\sqrt{3}$		$\frac{2}{3}$		1		$1+\sqrt{3}$		$+\infty$
$3x-2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
x^2-2x-2		$+$	0	$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	||	$-$	0	$+$	||	$-$	||	$+$	

d) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-5x+4}-\dfrac{1}{x^2-7x+6}$

Ta có:

$f(x)=\dfrac{1}{x^2-5x+4}-\dfrac{1}{x^2-7x+6}=\dfrac{-2x+2}{\left(x^2-5x+4\right)\left(x^2-7x+6\right)}=\dfrac{2x-2}{(x-1)^2(x-4)(x-6)}$.

$-2x+2=0\Leftrightarrow x=1; (x-1)^2=0\Leftrightarrow x=1; x-4=0\Leftrightarrow x=4; x-6=0\Leftrightarrow x=6$.

x	$-\infty$		1		4		6		$+\infty$
$(x-1)^2$		$+$	0	$+$		$+$		$+$	
$-2x+2$		$+$	0	$-$		$-$		$-$	
$x^2-10x+24$		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	||	$-$	||	$+$	||	$-$	

Câu 22. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$f(x)=-2x^2+3x-1$ có bảng xét dấu:		

<table>
<tr><td></td><td><table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>$\frac{1}{2}$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$-2x^2+3x-1$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>**b)**</td><td>$f(x)=-x^2-1$ có bảng xét dấu:<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$-x^2-1$</td><td></td><td>$-$</td><td></td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>**c)**</td><td>$f(x)=5x-x^2$ có bảng xét dấu:<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>5</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$5x-x^2$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>**d)**</td><td>$-4x^2+12x-9<0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) $f(x)=-2x^2+3x-1$

Tam thức có: $a=-2<0$ và $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt lần lượt là $\frac{1}{2};1$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$-2x^2+3x-1$		$-$	0	$+$	0	$-$	

b) Tam thức có: $a=-1<0$ và $f(x)=-x^2-1=0$ vô nghiệm nên ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		$+\infty$
$-x^2-1$		$-$	

c) Tam thức có: $a=-1<0$ và $f(x)=5x-x^2=0$ có hai nghiệm là $0;5$

x	$-\infty$		0		5		$+\infty$
$5x-x^2$		$-$	0	$+$	0	$-$	

d) $f(x)=-4x^2+12x-9$

Ta có $\Delta'=0, a<0$ suy ra $-4x^2+12x-9<0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

Câu 23. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$x^2-7x+12<0$ có tập nghiệm là $S=(3;4)$		
b)	$x^2-6x+5\ge 0$ có tập nghiệm là $S=(1;5)$		
c)	$-2x^2+7x-9<0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$		
d)	$x^2-6x+9\le 0$ có tập nghiệm là $\{3\}$		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Tam thức $f(x)=x^2-7x+12$ có 2 nghiệm là $x_1=3;x_2=4$ hệ số $a=1>0$ nên ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		3		4		$+\infty$
f(x)		+	0	−	0	+	

Từ bảng xét dấu ta thấy $f(x)<0,\forall x\in(3;4)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(3;4)$.

b) Tam thức $f(x)=x^2-6x+5$ có 2 nghiệm là $x_1=1$; $x_2=5$, hệ số $a=1>0$ nên ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
f(x)		+	0	−	0	+	

Từ bảng xét dấu ta thấy $f(x)>0,\forall x\in(-\infty;1)\cup(5;+\infty)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S=(-\infty;1]\cup[5;+\infty)$.

c) Tam thức $f(x)=-2x^2+7x-9$ có $\Delta=-23<0$, hệ số $a=-2<0$ nên ta có $f(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\mathbb{R}$.

d) Tam thức $f(x)=x^2-6x+9$ có $\Delta=0$, hệ số $a=1>0$ nên ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
f(x)		+	0	+	

Từ bảng xét dấu ta thấy $f(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{3\}$ và $f(x)=0\Leftrightarrow x=3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\{3\}$.

Câu 24. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$-2x^2+x+1<x^2-x$ có tập nghiệm là $S=\left(-\frac{1}{3};1\right)$		
b)	$3x^2+x-14<2x^2-2$ có tập nghiệm là $S=(-\infty;-4)\cup(3;+\infty)$		
c)	$5x^2-3\sqrt{5}x>3\sqrt{5}x-9$ có tập nghiệm là $S=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3\sqrt{5}}{5}\right\}$		
d)	$-40x^2+10x\geq 4x^2-2x+1$ có tập nghiệm là $S=\left\{\frac{1}{6}\right\}$		

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) $-2x^2+x+1<x^2-x\Leftrightarrow -3x^2+2x+1<0$

Xét tam thức $f(x)=-3x^2+2x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-\frac{1}{3}\\ x=1\end{array}\right.$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
f(x)		$-$	0	+	0	$-$	

Suy ra $-3x^2+2x+1<0\Leftrightarrow x<-\frac{1}{3}$ hoặc $x>1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình: $S=\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$.

b) $3x^2+x-14<2x^2-2 \Leftrightarrow x^2+x-12<0$

Tam thức $f(x)=x^2+x-12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \\ x=3 \end{array}\right.$ có $a=1>0$ nên ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-4		3		$+\infty$
f(x)		+	0	−	0	+	

Suy ra $x^2+x-12<0 \Leftrightarrow -4<x<3$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-4;3)$

c) $5x^2-3\sqrt{5}x>3\sqrt{5}x-9 \Leftrightarrow 5x^2-6\sqrt{5}x+9>0$

Tam thức $f(x)=5x^2-6\sqrt{5}x+9$ có $a=5>0$ và $\Delta=0$

x	$-\infty$		$\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$		$+\infty$
f(x)		+	0	+	

Suy ra $5x^2-6\sqrt{5}x+9>0 \Leftrightarrow x\neq\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3\sqrt{5}}{5}\right\}$.

d) $-40x^2+10x\geq 4x^2-2x+1 \Leftrightarrow -36x^2+12x-1\geq 0$

Tam thức $f(x)=-36x^2+12x-1$ có $a=-36<0$ và $\Delta=0$

x	$-\infty$		$\dfrac{1}{6}$		$+\infty$
f(x)		−	0	−	

$f(x)$ trái dấu với hệ số a nên $f(x)$ âm với $\forall x \neq \frac{1}{6}$ và $f\left(\frac{1}{6}\right)=0$

Suy ra $-36x^2+12x-1\geq 0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{6}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left\{\frac{1}{6}\right\}$.

Câu 25. Cho phương trình $mx^2-(4m+1)x+4m+2=0(1)$ với m là tham số. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $-\frac{1}{4}<m<0$		
b)	Không tồn tại giá trị m để phương trình (1) có 2 nghiệm âm.		
c)	Phương trình (1) có 2 nghiệm x_1,x_2 thỏa $x_1<1<x_2$ khi $-2<m<0$		
d)	Phương trình (1) có 2 nghiệm x_1,x_2 thỏa $x_1<x_2<3$ khi $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>\frac{1}{2} \end{array}\right.$.		

Lời giải

a) Đúng	**b) Đúng**	**c) Sai**	**d) Sai**

Để phương trình có 2 nghiệm (1) phải là phương trình bậc 2 . Do đó $m\neq 0$.

Đặt $f(x)=mx^2-(4m+1)x+4m+2$.

$\Delta=b^2-4ac=(4m+1)^2-4m(4m+2)=1>0$.

Do đó (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2.

a) Phương trình có 2 nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$$f(0).m<0 \Leftrightarrow (4m+2).m<0 \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4m+2>0 \\ m<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-\frac{1}{2} \\ m<0 \end{cases} \\ \begin{cases} 4m+2<0 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-\frac{1}{2} \\ m>0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow -\frac{1}{2}<m<0$$

Vậy để phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu nhau thì $-\frac{1}{4} < m < 0$.

b) Phương trình (1) có 2 nghiệm âm khi và chỉ khi $\begin{cases} f(0)\cdot m > 0 \\ \frac{x_1 + x_2}{2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (4m+2)\cdot m > 0 \\ S < 0 \end{cases}$

Với $(4m+2)\cdot m > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4m+2 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 4m+2 < 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m < 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 0 \\ m < -\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Với $S < 0 \Leftrightarrow \frac{4m+1}{m} < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4m+1 > 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 4m+1 < 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{4} \\ m > 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < m < 0$

Suy ra không tồn tại giá trị m để phương trình (1) có 2 nghiệm âm.

c) Phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 1 < x_2$ khi và chỉ khi

$$f(1)\cdot m < 0 \Leftrightarrow (m+1)\cdot m < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m+1 > 0 \\ m < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m+1 < 0 \\ m > 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m > -1 \\ m < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow -1 < m < 0.$$

d) Phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < x_2 < 3$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} f(3)\cdot m>0 \\ \dfrac{x_1+x_2}{2}<3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)\cdot m>0 \\ S<6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m+1>0 \\ m>0 \end{cases} \\ \begin{cases} m+1<0 \\ m<0 \end{cases} \end{array}\right. \\ \dfrac{4m+1}{m}<6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m>-1 \\ m>0 \end{cases} \\ \begin{cases} m<-1 \\ m<0 \end{cases} \end{array}\right. \\ \dfrac{1-2m}{m}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 1-2m>0 \\ m<0 \end{cases} \\ \begin{cases} 1-2m<0 \\ m>0 \end{cases} \end{array}\right. \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>\dfrac{1}{2} \end{array}\right..$$

LỜI GIẢI

Câu 1. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $3x+7$ là tam thức bậc hai.

b) $-x^2+3$ là tam thức bậc hai.

c) $3x(x-1)$ là tam thức bậc hai.

d) $(x-1)(x+1)-x^2$ là tam thức bậc hai.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

Biểu thức ở các câu b), c) là các tam thức bậc hai.

Câu 2. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $f(x)=x^2-x-2$ có $f(x)<0$ với mọi $x\in(-1;2)$.

b) $f(x)=-x^2+2x-5$ có $f(x)>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

c) $f(x)=-4x^2+16x-16$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

d) $f(x) = -4x^2 + 3x - 5$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Xét $f(x) = x^2 - x - 2$ có $\Delta = 9 > 0, a = 1 > 0$ và có hai nghiệm $x_1 = -1; x_2 = 2$. Do đó, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra $f(x) > 0$ với mọi $x \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ và $f(x) < 0$ với mọi $x \in (-1; 2)$.

b) Xét $f(x) = -x^2 + 2x - 5$ có $\Delta' = -4 < 0, a = 1 > 0$ nên $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

c) Ta có: $-4x^2 + 16x - 16 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

d) Ta có: $-4x^2 + 3x - 5 = 0$ vô nghiệm.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	

Câu 3. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $f(x) = x^2 - 7x + 6$ có $f(x) > 0$ với mọi $x \in (-\infty; 1) \cup (6; +\infty)$

b) $f(x) = 36x^2 + 12x + 1$ có $f(x) < 0$ với mọi $x \in (-\infty; 1) \cup (6; +\infty)$

c) $f(x) = 5x^2 - x + 4$ có $f(x) > 0$ với mọi $x \in (-\infty; +\infty)$

d) $f(x)=-3x^2+x+4$ có $f\left(x\right)>0$ với mọi $x\in(-\infty;-1)\cup(\frac{4}{3};+\infty)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Ta có: $x^2-7x+6=0\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=6$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		6		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

b) Ta có: $36x^2+12x+1=0\Leftrightarrow x=-\frac{1}{6}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{6}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$+$	

c) Ta có: $5x^2-x+4=0$ vô nghiệm.

Bảng xét dấu:

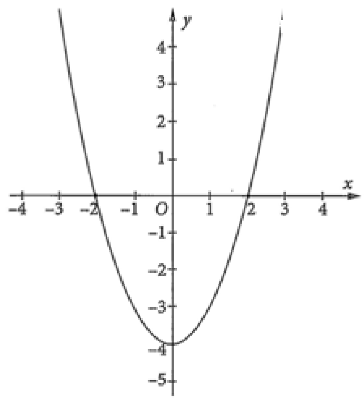
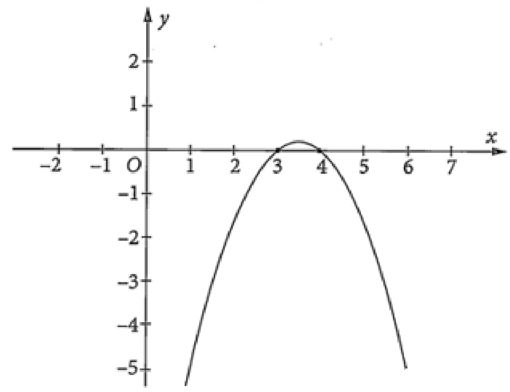
x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	

d) Ta có: $-3x^2+x+4=0\Leftrightarrow x=-1$ hoặc $x=\frac{4}{3}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Câu 4. Cho đồ thị hàm số bậc hai $y=f(x)$ và $y=g(x)$. Khi đó:

	
$y=f(x)$	$y=g(x)$

a) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(-2;0)$ và $(2;0)$

b) Đồ thị hàm số $y=g(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(3;0)$ và $(4;0)$

c) Tam thức bậc hai $f(x)$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		3		4		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

d) Tam thức bậc hai $g(x)$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(-2;0)$ và $(2;0)$ nên tam thức bậc hai $f(x)$ có hai nghiệm là $x_1=-2, x_2=2$. Đồ thị có bề lõm quay lên trên nên hệ số $a>0$. Do đó, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

b) Đồ thị hàm số $y=g(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(3;0)$ và $(4;0)$ nên tam thức bậc hai $f(x)$ có hai nghiệm là $x_1 = 3, x_2 = 4$. Đồ thị có bề lõm quay xuống dưới nên hệ số $a < 0$. Do đó, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$		3		4		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Câu 5. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$ có $f(x) > 0$, $\forall x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)$

b) $f(x) = 9 - x^2$ có $f(x) > 0, \forall x \in (-3; 3)$

c) $f(x) = x^2 - (\sqrt{7} - 1)x + \sqrt{3}$ có $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

d $f(x) = -x^2 + x - \frac{1}{4}$ có $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

a) $f(x) = 2x^2 - 5x + 2; (a = 2, b = -5, c = 2)$.

Ta có: $\Delta = (-5)^2 - 4.2.2 = 9 > 0$; $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = 2$, $x_2 = \frac{1}{2}$. Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$; $f(x) < 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

b) $f(x) = 9 - x^2; (a = -1, b = 0, c = 9)$.

Ta có: $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 9 = 36 > 0$; $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = -3$, $x_2 = 3$.

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Kết luận: $f(x)>0, \forall x\in(-3;3)$; $f(x)<0, \forall x\in(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

c) $f(x)=x^2-(\sqrt{7}-1)x+\sqrt{3}; (a=1, b=-\sqrt{7}+1, c=\sqrt{3})$.

Ta có: $\Delta=(1-\sqrt{7})^2-4\cdot1\cdot\sqrt{3}=8-2\sqrt{7}-4\sqrt{3}<0$.

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	

Kết luận: $f(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

d) $f(x)=-x^2+x-\frac{1}{4}; \left(a=-1, b=1, c=-\frac{1}{4}\right)$.

Ta có: $\Delta=1^2-4(-1)\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)=0$; $f(x)$ có nghiệm kép $x=\frac{1}{2}$.

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

Kết luận: $f(x)<0, \forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 6. Cho biểu thức $f(x)=(3x-1)\left(3x^2-4x+1\right)$. Khi đó:

a) $f\left(x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{1}{3} \\ x=1. \end{array}\right.$

b) Với $x\in\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3};1\right)$ thì $f(x)<0$.

c) Với $x\in\left(1;+\infty\right)$ thì $f(x)<0$.

d) Bảng xét dấu của biểu thức là:

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$3x-1$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$3x^2-4x+1$		$+$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

Biểu thức $f\left(x\right)=\left(3x-1\right)\left(3x^2-4x+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3x-1=0\\3x^2-4x+1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{3}\\x=1.\end{array}\right.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$3x-1$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$3x^2-4x+1$		$+$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu, với $x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(\dfrac{1}{3};1\right)$ thì $f(x)<0$.

Câu 7. Cho biểu thức $f(x)=\dfrac{1}{x^2-2x-12}$. Khi đó:

a) $f\left(x\right)=0 \Leftrightarrow x=1+\sqrt{13}$ hoặc $x=1-\sqrt{13}$.

b) với $x\in(1-\sqrt{13};1+\sqrt{13})$ thì $f(x)>0$.

c) với $x\in\left(-\infty;1-\sqrt{13}\right)\cup\left(1-\sqrt{13};+\infty\right)$ thì $f(x)<0$.

d) Bảng xét dấu của biểu thức là:

x	$-\infty$		$1-\sqrt{13}$		$1+\sqrt{13}$		$+\infty$
$x^2-2x-12$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$+$	

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

$x^2-2x-12=0 \Leftrightarrow x=1+\sqrt{13}$ hoặc $x=1-\sqrt{13}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$1-\sqrt{13}$		$1+\sqrt{13}$		$+\infty$
$x^2-2x-12$		+	0	−	0	+	
$f(x)$		+	‖	−	‖	+	

Từ bảng xét dấu, với $x\in(1-\sqrt{13};1+\sqrt{13})$ thì $f(x)<0$.

với $x\in\left(-\infty;1-\sqrt{13}\right)\cup\left(1-\sqrt{13};+\infty\right)$ thì $f(x)>0$.

Câu 8. Cho biểu thức $f(x)=\dfrac{x-3}{x^2+7x+6}$. Khi đó:

a) $f\left(x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-6 \end{array}\right.$

b) với $x\in(-\infty;-6)\cup(-1;3)$ thì $f(x)>0$.

c) với $x\in(-6;-1)\cup(3;+\infty)$ thì $f(x)<0$.

d) Bảng xét dấu của biểu thức là:

x	$-\infty$		-6		-1		3		$+\infty$
$x-3$		−	|	−	|	−	0	+	
x^2+7x+6		+	0	−	0	+	|	+	
$f(x)$		−	‖	+	‖	−	0	+	

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

Ta có: $x-3=0 \Leftrightarrow x=3, x^2+7x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-6 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-6		-1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
x^2+7x+6		$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	||	$+$	||	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu, với $x\in(-\infty;-6)\cup(-1;3)$ thì $f(x)<0$, với $x\in(-6;-1)\cup(3;+\infty)$ thì $f(x)>0$.

Câu 9. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $x^2+4x+3<0$ khi $x\in(-3;-1)$.

b) $x^2-6x+8\geq 0$ khi $x\in(-\infty;2]\cup[4;+\infty)$.

c) $f(x)=x^2-x+5$ luôn âm với mọi x thuộc $\mathbb{R}$

d) $f(x)=-36x^2+12x-1$ luôn nhỏ hơn hoặc bằng 0 với mọi $x\in\mathbb{R}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Xét $f(x)=x^2+4x+3$ có $\Delta'=1>0, a=1>0$ và có hai nghiệm $x_1=-3; x_2=-1$.

Do đó, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra $f(x)=x^2+4x+3<0$ khi $x\in(-3;-1)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-3;-1)$.

b) Xét $f(x)=x^2-6x+8$ có $\Delta'=1>0, a=1>0$ và có hai nghiệm $x_1=2; x_2=4$.

Do đó, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra $f(x)=x^2-6x+8\ge 0$ khi $x\in(-\infty;2]\cup[4;+\infty)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;2]\cup[4;+\infty)$.

c) Ta có: $f(x)=x^2-x+5=x^2-2\cdot x\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}+5=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{19}{4}\ge\frac{19}{4},\forall x\in\mathbb{R}$. Vì vậy, $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

d) Ta có: $f(x)=-36x^2+12x-1=-\left[(6x)^2-2.6x+1\right]=-(6x-1)^2\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 10. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau

a) $f(x)=(2x-1)\left(3x^2-10x+3\right)$ có $f(x)<0,\forall x\in\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{2};3\right)$

b) $f(x)=\left(-x^2+4\right)\left(2x^2-x-3\right)$ có $f(x)>0,\forall x\in(-2;-1)\cup\left(\frac{3}{2};2\right)$

c) $f(x)=\dfrac{-x^2-2x}{(x-1)\left(x^2+1\right)}$ có $f(x)>0,\forall x\in(-2;0)\cup(1;+\infty)$

d) $f(x)=\dfrac{x^3-6x^2+9x}{-2x^2+18}$ có $f(x)>0,\forall x\in(-3;0)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Xét $f(x)=0\Leftrightarrow(2x-1)\left(3x^2-10x+3\right)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-1=0\\3x^2-10x+3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{2}\\x=\frac{1}{3}\vee x=3\end{array}\right.$$

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$2x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$3x^2-10x+3$		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Kết luận: $f(x)>0, \forall x \in \left(\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right) \cup (3;+\infty)$; $f(x)<0, \forall x \in \left(-\infty;\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{2};3\right)$.

b) Xét $f(x)=0 \Leftrightarrow \left(-x^2+4\right)\left(2x^2-x-3\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x^2+4=0 \\ 2x^2-x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 2 \\ x=-1 \vee x=\frac{3}{2} \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		-2		-1		$\frac{3}{2}$		2		$+\infty$
$-x^2+4$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	
$2x^2-x-3$		$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Kết luận: $f(x)>0, \quad \forall x \in (-2;-1) \cup \left(\frac{3}{2};2\right)$;

$f(x)<0, \quad \forall x \in (-\infty;-2) \cup \left(-1;\frac{3}{2}\right) \cup (2;+\infty)$.

c) Điều kiện: $(x-1)\left(x^2+1\right) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x^2+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 1$.

Xét $f(x)=0 \Rightarrow -x^2-2x=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$-x^2-2x$		$-$	0	$+$	0	$-$		$-$	
$x-1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
x^2+1		$+$		$+$		$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

Kết luận: $f(x) > 0, \quad \forall x \in (-\infty; -2) \cup (0;1)$;

$f(x) < 0, \quad \forall x \in (-2;0) \cup (1;+\infty)$.

d) $f(x) = \dfrac{x^3 - 6x^2 + 9x}{-2x^2 + 18} = \dfrac{x(x-3)^2}{-2x^2+18}$.

Điều kiện: $-2x^2 + 18 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 9 \Leftrightarrow x \neq \pm 3$.

Xét $f(x) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ (x-3)^2 = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right.$ (nghiệm kép)

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-3)^2$		$+$		$+$		$+$	0	$+$	
$-2x^2+18$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

Kết luận: $f(x) > 0, \quad \forall x \in (-\infty; -3) \cup (0;3)$;

$f(x) < 0, \quad \forall x \in (-3;0) \cup (3;+\infty)$.

Câu 11. Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - \dfrac{1}{x}$. Khi đó:

a) Điều kiện: $x \neq 0$.

b) $f(x)=0$ khi $x=1$ và $x=0$

c) $f(x)>0, \forall x\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$

d) $f(x)<0, \forall x\in(0;1)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

$f(x)=x^2-\dfrac{1}{x}=\dfrac{x^3-1}{x}=\dfrac{(x-1)\left(x^2+x+1\right)}{x}$.

Điều kiện: $x\neq 0$.

Xét $f(x)=0\Rightarrow(x-1)\left(x^2+x+1\right)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2+x+1\end{array}\right.$ (vô nghiệm) $\Rightarrow x=1$.

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	0		1	$+\infty$
x	$-$	0	$+$	|	$+$
x−1	$-$	|	$-$	0	$+$
x^2+x+1	$+$	|	$+$	|	$+$
f(x)	$+$	||	$-$	0	$+$

Kết luận: $f(x)>0, \forall x\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$; $f(x)<0, \forall x\in(0;1)$.

Câu 12. Cho tam thức bậc hai $f(x)=\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{x+6}{x^3-8}$. Khi đó:

a) Điều kiện $x\neq 2$

b) $f(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\end{array}\right.$

c) $f(x)>0, \forall x\in(-\infty;-2)\cup(1;2)$

d) $f(x)<0, \forall x\in(-2;1)\cup(2;+\infty)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai

$$f(x)=\frac{1}{x-2}-\frac{x+6}{x^3-8}=\frac{\left(x^2+2x+4\right)-(x+6)}{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}=\frac{x^2+x-2}{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}.$$

Điều kiện: $(x-2)\left(x^2+2x+4\right)\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2 \\ x^2+2x+4\neq 0 \text{ (luôn đúng)} \end{cases} \Leftrightarrow x\neq 2$.

Xét $f(x)=0 \Rightarrow x^2+x-2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
x^2+x-2		+	0	−	0	+		+	
$x-2$		−		−		−	0	+	
x^2+2x+4		+		+		+		+	
f(x)		−	‖	+	0	−	‖	+	

Kết luận: $f(x)>0, \forall x\in(-2;1)\cup(2;+\infty)$; $f(x)<0, \forall x\in(-\infty;-2)\cup(1;2)$.

Câu 13. Xác định đúng, sai của các khẳng định sau

a) $f(x)=3x^2-2x-1$ có $f(x)>0, \forall x\in\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$; $f(x)<0, \forall x\in\left(-\frac{1}{3};1\right)$

b) $f(x)=-x^2+2x-1$ có $f(x)<0, \forall x\in\mathbb{R}$

c) $f(x)=-4x^2+12x-5$ có $f(x)>0, \forall x\in\left(\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$; $f(x)<0, \forall x\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$

d) $f(x)=3x^2-2x-8$ có $f(x)<0, \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Đặt $f(x)=3x^2-2x-1; \Delta=(-2)^2-4\cdot3\cdot(-1)=16>0$; $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt là $x=1, x=-\frac{1}{3}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Kết luận: $f(x)>0, \forall x \in \left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$; $f(x)<0, \forall x \in \left(-\frac{1}{3};1\right)$.

b) Đặt $f(x)=-x^2+2x-1; \Delta=2^2-4\cdot(-1)\cdot(-1)=0$; $f(x)$ có nghiệm kép $x=1$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

Kết luận: $f(x)<0, \forall x \in \mathbb{R}\setminus\{1\}$.

c) Đặt $f(x)=-4x^2+12x-5; \Delta=12^2-4(-4)(-5)=64>0$;

$f(x)$ có hai nghiệm phân biệt $x=\frac{5}{2}, x=\frac{1}{2}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Kết luận: $f(x)>0, \forall x \in \left(\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$; $f(x)<0, \forall x \in \left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$.

d) Đặt $f(x)=-x^2+2x-8; \Delta=2^2-4(-1)(-8)=-28<0$; $f(x)$ vô nghiệm. Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	

Kết luận: $f(x)<0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 14. Cho $f(x)=\left(-x^2+3x\right)\left(2x^2+1\right)$. Khi đó:

a) $f(x)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=3$

b) $2x^2+1>0, \forall x \in \mathbb{R}$

c) $f(x)>0, \forall x \in (-\infty;0) \cup (3;+\infty)$

d) $f(x)<0, \forall x \in (0;3)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

Xét $f(x)=0 \Leftrightarrow \left(-x^2+3x\right)\left(2x^2+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x^2+3x=0 \\ 2x^2+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=0 \vee x=3$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$-x^2+3x$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$2x^2+1$		$+$	|	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Kết luận: $f(x)>0, \forall x \in (0;3)$; $f(x)<0, \quad \forall x \in (-\infty;0) \cup (3;+\infty)$.

Câu 15. Cho $f(x)=\dfrac{5x^2+3x-8}{x^2-7x+6}$. Khi đó:

a) Điều kiện: $x \neq 6$

b) $f(x)=0 \Rightarrow x=1 \vee x=-\dfrac{8}{5}$

c) $f(x)>0, \forall x \in \left(-\infty;-\dfrac{8}{5}\right) \cup (6;+\infty)$

d) $f(x)<0, \forall x \in \left(-\dfrac{8}{5};1\right) \cup (1;6)$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

Điều kiện: $x^2-7x+6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 6 \end{cases}$. Xét $f(x)=0 \Rightarrow 5x^2+3x-8=0 \Rightarrow x=1 \vee x=-\dfrac{8}{5}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\frac{8}{5}$		1		6		$+\infty$
$5x^2+3x-8$		$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
x^2-7x+6		$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	||	$+$	

Kết luận: $f(x)>0, \forall x \in \left(-\infty;-\frac{8}{5}\right) \cup (6;+\infty)$; $f(x)<0, \forall x \in \left(-\frac{8}{5};1\right) \cup (1;6)$.

Câu 16. Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $-3x^2+2x+1<0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}<x<1$

b) $-36x^2+12x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{6}$

c) $x^2-(2+\sqrt{3})x+1+\sqrt{3} \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 1+\sqrt{3}$.

d) $\frac{5}{4}x^2-2x+2<0 \Leftrightarrow x \in \varnothing$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Xét $f(x)=-3x^2+2x+1$; $f(x)=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{3} \vee x=1$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có: $-3x^2+2x+1<0 \Leftrightarrow x<-\frac{1}{3} \vee x>1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình : $S=\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$.

b) Xét $f(x)=-36x^2+12x-1; f(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{6}$ (nghiệm kép).

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$\dfrac{1}{6}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

Ta có: $-36x^2+12x-1\geq 0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{6}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left\{\dfrac{1}{6}\right\}$.

c) Đặt $f(x)=x^2-(2+\sqrt{3})x+1+\sqrt{3}; f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=1+\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		$1+\sqrt{3}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có: $x^2-(2+\sqrt{3})x+1+\sqrt{3}\leq 0\Leftrightarrow 1\leq x\leq 1+\sqrt{3}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S=[1;1+\sqrt{3}]$.

d) Đặt $f(x)=\dfrac{5}{4}x^2-2x+2; f(x)=0\Leftrightarrow x\in\varnothing$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	

Ta có: $\dfrac{5}{4}x^2-2x+2<0\Leftrightarrow x\in\varnothing$.

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình là: $S=\varnothing$.

Câu 17. Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau

a) $7x^2-4x-3<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\frac{3}{7}\right)\cup(1;+\infty)$

b) $-x^2+6x-9\geq 0 \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$

c) $-5x^2+4x+12<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\frac{6}{5}\right)\cup(2;+\infty)$

d) $3x^2-4x+4\geq 0 \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$.

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Xét $7x^2-4x-3=0 \Leftrightarrow x=1 \vee x=-\frac{3}{7}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\frac{3}{7}$		1		$+\infty$
$7x^2-4x-3$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có: $7x^2-4x-3<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\frac{3}{7};1\right)$.

Vậy, tập nghiệm bất phương trình là: $S=\left(-\frac{3}{7};1\right)$.

b) Xét $-x^2+6x-9=0 \Leftrightarrow x=3$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$-x^2+6x-9$		$-$	0	$-$	

Ta có: $-x^2+6x-9\geq 0 \Leftrightarrow x\in\{3\}$.

Vậy, tập nghiệm bất phương trình là: $S=\{3\}$.

c) Xét $-5x^2+4x+12=0 \Leftrightarrow x=2 \vee x=-\dfrac{6}{5}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\dfrac{6}{5}$		2		$+\infty$
$-5x^2+4x+12$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Ta có: $-5x^2+4x+12<0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty;-\dfrac{6}{5}\right) \cup (2;+\infty)$.

Vậy, tập nghiệm bất phương trình là: $S=\left(-\infty;-\dfrac{6}{5}\right) \cup (2;+\infty)$.

d) Xét $3x^2-4x+4=0 \Leftrightarrow x \in \varnothing$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$+\infty$
$3x^2-4x+4$		$+$	

Ta có: $3x^2-4x+4 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$.

Vậy, tập nghiệm bất phương trình là: $S=\mathbb{R}$.

Câu 18. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau

a) $(1-2x)\left(x^2+x-30\right)<0$ có tập nghiệm $S=\left(-6;\dfrac{1}{2}\right) \cup (5;+\infty)$

b) $\dfrac{4x^2+3x-1}{x^2+5x+7} \geq 0$ có tập nghiệm $S=(-\infty;-1]$

c) $\dfrac{\left(2-x^2\right)\left(x^2-2x+1\right)}{-x^2+3x+4}>0$ có tập nghiệm $S=(1;\sqrt{2}) \cup (4;+\infty)$

d) $\dfrac{x-1}{x}-\dfrac{x+1}{x-1} \leq 2$ có tập nghiệm $S=(-\infty;-1] \cup \left(0;\dfrac{1}{2}\right] \cup (1;+\infty)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Xét $f(x)=(1-2x)\left(x^2+x-30\right)$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1-2x=0\\ x^2+x-30=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{2}\\ x=-6 \vee x=5\end{array}\right..$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-6		$\frac{1}{2}$		5		$+\infty$
1−2x		+	|	+	0	−	|	−	
x^2+x-30		+	0	−	|	−	0	+	
f(x)		+	0	−	0	+	0	−	

Ta có: $(1-2x)\left(x^2+x-30\right)<0 \Leftrightarrow f(x)<0 \Leftrightarrow x \in \left(-6;\dfrac{1}{2}\right) \cup (5;+\infty)$.

Tập nghiệm bất phương trình là: $S=\left(-6;\dfrac{1}{2}\right)\cup(5;+\infty)$.

b) Đặt $f(x)=\dfrac{4x^2+3x-1}{x^2+5x+7}$. Điều kiện: $x^2+5x+7 \neq 0 \Leftrightarrow \left(x+\dfrac{5}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}\neq 0$ (luôn đúng).

Xét $f(x)=0 \Rightarrow 4x^2+3x-1=0 \Rightarrow x=-1 \vee x=\dfrac{1}{4}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{4}$		$+\infty$
$4x^2+3x-1$		$+$	0	$-$	0	$+$	
x^2+5x+7		$+$		$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có: $\dfrac{4x^2+3x-1}{x^2+5x+7}\geq 0 \Leftrightarrow f(x)\geq 0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-1]\cup\left[\dfrac{1}{4};+\infty\right)$.

Tập nghiệm của bất phương trình là: $S=(-\infty;-1]\cup\left[\dfrac{1}{4};+\infty\right)$.

c) Đặt $f(x)=\dfrac{\left(2-x^2\right)\left(x^2-2x+1\right)}{-x^2+3x+4}$. Điều kiện: $-x^2+3x+4\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -1 \\ x\neq 4 \end{cases}$.

Xét $f(x)=0 \Rightarrow \left(2-x^2\right)\left(x^2-2x+1\right)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x^2=0 \\ x^2-2x+1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\sqrt{2} \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		-1		1		$\sqrt{2}$		4		$+\infty$
$2-x^2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
x^2-2x+1		$+$		$+$		$+$	0	$+$		$+$		$+$	
$-x^2+3x+4$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Ta có: $\dfrac{\left(2-x^2\right)\left(x^2-2x+1\right)}{-x^2+3x+4}>0 \Leftrightarrow f(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-1;1)\cup(1;\sqrt{2})\cup(4;+\infty)$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình là: $S=(-1;1)\cup(1;\sqrt{2})\cup(4;+\infty)$.

d) $\frac{x-1}{x}-\frac{x+1}{x-1}\le 2 \Leftrightarrow \frac{(x-1)^2-x(x+1)}{x(x-1)}-\frac{2x(x-1)}{x(x-1)}\le 0 \Leftrightarrow \frac{-2x^2-x+1}{x^2-x}\le 0$. Xét $f(x)=\frac{-2x^2-x+1}{x^2-x}$. Điều kiện: $x^2-x\ne 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\ne 0 \\ x\ne 1 \end{cases}$.

Xét $f(x)=0 \Rightarrow -2x^2-x+1=0 \Rightarrow x=-1 \vee x=\frac{1}{2}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$-2x^2-x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
x^2-x		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
f(x)		$-$	0	$+$	||	$-$	0	$+$	||	$-$	
		$+$		$-$		$+$		$+$			

Ta có: $\frac{-2x^2-x+1}{x^2-x}\le 0 \Leftrightarrow f(x)\le 0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-1]\cup\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup(1;+\infty)$.

Tập nghiệm của bất phương trình là: $S=(-\infty;-1]\cup\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup(1;+\infty)$.

Câu 19. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $f_1(x)=x^2-2x+3$ là tam thức bậc hai với $a=1;b=-2;c=3$.

b) $f_2(x)=3x-\frac{1}{2}x^2-4$ là tam thức bậc hai với $a=3;b=\frac{-1}{2};c=-4$.

c) $f_3(x)=\frac{x^2+6x-1}{3}$ là tam thức bậc hai với $a=1;b=6;c=-1$.

d) $f_4(x)=x^3+3x^2-2x+5$ không là tam thức bậc hai do có chứa x^3.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) $f_1(x)=x^2-2x+3$ là tam thức bậc hai với $a=1;b=-2;c=3$.

b) $f_2(x)=3x-\frac{1}{2}x^2-4$ là tam thức bậc hai với $a=\frac{-1}{2};b=3;c=-4$.

c) $f_3(x)=\frac{x^2+6x-1}{3}=\frac{1}{3}x^2+2x-\frac{1}{3}$ là tam thức bậc hai với $a=\frac{1}{3};b=2;c=\frac{-1}{3}$.

d) $f_4(x)=x^3+3x^2-2x+5$ không là tam thức bậc hai do có chứa x^3.

Câu 20. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $f(x)=x^2+3x+2$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		-1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

b) $f(x)=-x^2+4x-3$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

c) $f(x)=-x^2+4x-4$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	

d) $f(x)=2x^2+2x+4$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) $f(x)=x^2+3x+2$. Ta có: $x^2+3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		-2		-1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

b) $f(x)=-x^2+4x-3$. Ta có: $-x^2+4x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

c) $f(x)=-x^2+4x-4$. Ta có: $-x^2+4x-4=0\Leftrightarrow x=2$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

d) $f(x)=2x^2+2x+4$. Ta có: $2x^2+2x+4=0$ vô nghiệm

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	

Câu 21. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $f(x)=\left(-x^2+x-1\right)\left(6x^2-5x+1\right)$ có $f\left(x\right)>0,\forall x\in\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2}\right)$

b) $f(x)=\dfrac{2x^2-x-1}{x^2-4}$ có $f\left(x\right)>0,\forall x\in\left(1;2\right)$

c) $f(x)=\dfrac{3x-2}{x^3-3x^2+2}$ có $f\left(x\right)>0,\forall x\in\left(\dfrac{2}{3};1\right)$

d) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-5x+4}-\dfrac{1}{x^2-7x+6}$ có $f\left(x\right)>0,\forall x\in\left(1;4\right)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) $f(x)=\left(-x^2+x-1\right)\left(6x^2-5x+1\right)$

Ta có: $-x^2+x-1=0$ vô nghiệm, $6x^2-5x+1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$ hoặc $x=\dfrac{1}{3}$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$-x^2+x-1$		$-$	|	$-$	|	$-$	
$6x^2-5x+1$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

b) $f(x)=\dfrac{2x^2-x-1}{x^2-4}$

Ta có: $2x^2-x-1=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2} \vee x=1; x^2-4=0 \Leftrightarrow x=-2 \vee x=2$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		$-\frac{1}{2}$		1		2		$+\infty$
$2x^2-x-1$		$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
x^2-4		$+$	0	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	

c) $f(x)=\dfrac{3x-2}{x^3-3x^2+2}$. Ta có: $\dfrac{3x-2}{x^3-3x^2+2}=\dfrac{3x-2}{(x-1)\left(x^2-2x-2\right)}$

$3x-2=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{2}{3}; x-1=0 \Leftrightarrow x=1; x^2-2x-2=0 \Leftrightarrow x=1\pm\sqrt{3}$

x	$-\infty$		$1-\sqrt{3}$		$\frac{2}{3}$		1		$1+\sqrt{3}$		$+\infty$
$3x-2$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$x-1$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
x^2-2x-2		$+$	0	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	‖	$-$	‖	$+$	

d) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-5x+4}-\dfrac{1}{x^2-7x+6}$

Ta có:

$$f(x)=\frac{1}{x^2-5x+4}-\frac{1}{x^2-7x+6}=\frac{-2x+2}{\left(x^2-5x+4\right)\left(x^2-7x+6\right)}=\frac{2x-2}{(x-1)^2(x-4)(x-6)}.$$

$-2x+2=0\Leftrightarrow x=1;(x-1)^2=0\Leftrightarrow x=1;x-4=0\Leftrightarrow x=4;x-6=0\Leftrightarrow x=6$.

x	**$-\infty$**		**1**		**4**		**6**		**$+\infty$**
$(x-1)^2$		+	**0**	+		+		+	
$-2x+2$		+	**0**	−		−		−	
$x^2-10x+24$		+		+	**0**	−	**0**	+	
f(x)		+	$\Vert$	−	$\Vert$	+	$\Vert$	−	

Câu 22. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $f(x)=-2x^2+3x-1$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$-2x^2+3x-1$		$-$	0	$+$	0	$-$	

b) $f(x)=-x^2-1$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$+\infty$
$-x^2-1$		$-$	

c) $f(x)=5x-x^2$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		5		$+\infty$
$5x-x^2$		$-$	0	$+$	0	$-$	

d) $-4x^2+12x-9<0,\forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$

Tam thức có: $a = -2 < 0$ và $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt lần lượt là $\frac{1}{2};1$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$-2x^2+3x-1$		$-$	0	$+$	0	$-$	

b) Tam thức có: $a = -1 < 0$ và $f(x) = -x^2 - 1 = 0$ vô nghiệm nên ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		$+\infty$
$-x^2-1$		$-$	

c) Tam thức có: $a = -1 < 0$ và $f(x) = 5x - x^2 = 0$ có hai nghiệm là $0;5$

x	$-\infty$		0		5		$+\infty$
$5x-x^2$		$-$	0	$+$	0	$-$	

d) $f(x) = -4x^2 + 12x - 9$

Ta có $\Delta' = 0, a < 0$ suy ra $-4x^2 + 12x - 9 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

Câu 23. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $x^2 - 7x + 12 < 0$ có tập nghiệm là $S = (3;4)$

b) $x^2 - 6x + 5 \geq 0$ có tập nghiệm là $S = (1;5)$

c) $-2x^2 + 7x - 9 < 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$

d) $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ có tập nghiệm là $\{3\}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Tam thức $f(x) = x^2 - 7x + 12$ có 2 nghiệm là $x_1 = 3; x_2 = 4$ hệ số $a = 1 > 0$ nên ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		3		4		$+\infty$
f(x)		+	0	−	0	+	

Từ bảng xét dấu ta thấy $f(x)<0, \forall x \in (3;4)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(3;4)$.

b) Tam thức $f(x)=x^2-6x+5$ có 2 nghiệm là $x_1=1$; $x_2=5$, hệ số $a=1>0$ nên ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
f(x)		+	0	−	0	+	

Từ bảng xét dấu ta thấy $f(x)>0, \forall x \in (-\infty;1) \cup (5;+\infty)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S=(-\infty;1] \cup [5;+\infty)$.

c) Tam thức $f(x)=-2x^2+7x-9$ có $\Delta=-23<0$, hệ số $a=-2<0$ nên ta có $f(x)<0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\mathbb{R}$.

d) Tam thức $f(x)=x^2-6x+9$ có $\Delta=0$, hệ số $a=1>0$ nên ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
f(x)		+	0	+	

Từ bảng xét dấu ta thấy $f(x)>0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$ và $f(x)=0 \Leftrightarrow x=3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\{3\}$.

Câu 24. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $-2x^2+x+1<x^2-x$ có tập nghiệm là $S=\left(-\dfrac{1}{3};1\right)$

b) $3x^2+x-14<2x^2-2$ có tập nghiệm là $S=(-\infty;-4) \cup (3;+\infty)$

c) $5x^2-3\sqrt{5}x>3\sqrt{5}x-9$ có tập nghiệm là $S=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3\sqrt{5}}{5}\right\}$

d) $-40x^2+10x\geq 4x^2-2x+1$ có tập nghiệm là $S=\left\{\frac{1}{6}\right\}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) $-2x^2+x+1<x^2-x\Leftrightarrow -3x^2+2x+1<0$

Xét tam thức $f(x)=-3x^2+2x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{1}{3}\\x=1\end{array}\right.$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
f(x)		$-$	0	$+$	0	$-$	

Suy ra $-3x^2+2x+1<0\Leftrightarrow x<-\frac{1}{3}$ hoặc $x>1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình: $S=\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$.

b) $3x^2+x-14<2x^2-2\Leftrightarrow x^2+x-12<0$

Tam thức $f(x)=x^2+x-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-4\\x=3\end{array}\right.$ có $a=1>0$ nên ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-4		3		$+\infty$
f(x)		$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra $x^2+x-12<0\Leftrightarrow -4<x<3$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-4;3)$

c) $5x^2-3\sqrt{5}x>3\sqrt{5}x-9\Leftrightarrow 5x^2-6\sqrt{5}x+9>0$

Tam thức $f(x)=5x^2-6\sqrt{5}x+9$ có $a=5>0$ và $\Delta=0$

x	$-\infty$		$\frac{3\sqrt{5}}{5}$		$+\infty$
f(x)		+	0	+	

Suy ra $5x^2-6\sqrt{5}x+9>0 \Leftrightarrow x\neq\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3\sqrt{5}}{5}\right\}$.

d) $-40x^2+10x\geq 4x^2-2x+1 \Leftrightarrow -36x^2+12x-1\geq 0$

Tam thức $f(x)=-36x^2+12x-1$ có $a=-36<0$ và $\Delta=0$

x	$-\infty$		$\frac{1}{6}$		$+\infty$
f(x)		−	0	−	

$f(x)$ trái dấu với hệ số a nên $f(x)$ âm với $\forall x\neq\frac{1}{6}$ và $f\left(\frac{1}{6}\right)=0$

Suy ra $-36x^2+12x-1\geq 0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{6}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left\{\frac{1}{6}\right\}$.

Câu 25. Cho phương trình $mx^2-(4m+1)x+4m+2=0(1)$ với m là tham số. Khi đó:

a) Phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $-\frac{1}{4}<m<0$

b) Không tồn tại giá trị m để phương trình (1) có 2 nghiệm âm.

c) Phương trình (1) có 2 nghiệm x_1,x_2 thỏa $x_1<1<x_2$ khi $-2<m<0$

d) Phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < x_2 < 3$ khi $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > \dfrac{1}{2}. \end{array}\right.$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

Để phương trình có 2 nghiệm (1) phải là phương trình bậc 2 . Do đó $m \neq 0$.

Đặt $f(x) = mx^2 - (4m+1)x + 4m + 2$.

$\Delta = b^2 - 4ac = (4m+1)^2 - 4m(4m+2) = 1 > 0$.

Do đó (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2.

a) Phương trình có 2 nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$$f(0).m < 0 \Leftrightarrow (4m+2).m < 0 \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4m+2>0 \\ m<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\dfrac{1}{2} \\ m < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 4m+2<0 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\dfrac{1}{2} \\ m > 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m < 0$$

Vậy để phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu nhau thì $-\dfrac{1}{4} < m < 0$.

b) Phương trình (1) có 2 nghiệm âm khi và chỉ khi $\begin{cases} f(0)\cdot m > 0 \\ \dfrac{x_1 + x_2}{2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (4m+2)\cdot m > 0 \\ S < 0 \end{cases}$

Với $(4m+2)\cdot m > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4m+2>0 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\dfrac{1}{2} \\ m > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 4m+2<0 \\ m<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\dfrac{1}{2} \\ m < 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 0 \\ m < -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

$$\text{Với } S<0 \Leftrightarrow \frac{4m+1}{m}<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4m+1>0 \\ m<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-\dfrac{1}{4} \\ m<0 \end{cases} \\ \begin{cases} 4m+1<0 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-\dfrac{1}{4} \\ m>0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow -\frac{1}{4}<m<0$$

Suy ra không tồn tại giá trị m để phương trình (1) có 2 nghiệm âm.

c) Phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1<1<x_2$ khi và chỉ khi

$$f(1)\cdot m<0 \Leftrightarrow (m+1)\cdot m<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m+1>0 \\ m<0 \end{cases} \\ \begin{cases} m+1<0 \\ m>0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m>-1 \\ m<0 \end{cases} \\ \begin{cases} m<-1 \\ m>0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow -1<m<0.$$

d) Phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1<x_2<3$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} f(3)\cdot m>0 \\ \dfrac{x_1+x_2}{2}<3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)\cdot m>0 \\ S<6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m+1>0 \\ m>0 \end{cases} \\ \begin{cases} m+1<0 \\ m<0 \end{cases} \end{array}\right. \\ \dfrac{4m+1}{m}<6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m>-1 \\ m>0 \end{cases} \\ \begin{cases} m<-1 \\ m<0 \end{cases} \end{array}\right. \\ \dfrac{1-2m}{m}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 1-2m>0 \\ m<0 \end{cases} \\ \begin{cases} 1-2m<0 \\ m>0 \end{cases} \end{array}\right. \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>\dfrac{1}{2} \end{array}\right..$$

©. Trả lời ngắn

Câu 1. Tìm m sao cho: $-x^2+2(m+1)x-m^2+m<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Trả lời: ....

Câu 2. Tìm m sao cho: $x^2+mx+3m\ge 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Trả lời: ....

Câu 3. Giải bất phương trình: $\left(x^2-3x+2\right)\left(-x^2+5x-6\right)\ge 0$.

Trả lời: ……………………….

Câu 4. Tìm m để bất phương trình $x^2+2mx+m-2<0$ nghiệm đúng với mọi $x\in(1;2)$.

Trả lời: ……………………….

Câu 5. Tìm m để phương trình $x^2-(m+1)x+3m-5=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Trả lời: ……………………….

Câu 6. Một chú thỏ đen chạy đuổi theo một chú thỏ trắng ở vị trí cách nó $100m$. Biết rằng, quãng đường chú thỏ đen chạy được biểu thị bởi công thức $s(t)=8t+5t^2$ (m), trong đó t (giây) là thời gian tính từ thời điểm chú thỏ đen bắt đầu chạy, và chú thỏ trắng chạy với vận tốc không đổi là $3m/s$. Hỏi tại những thời điểm nào thì chú thỏ đen chạy trước chú thỏ trắng?

Trả lời: ……………………….

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $-x^2+x+4m^2-5m+1=0$ có hai nghiệm trái dấu.

Trả lời: ……………………….

Câu 8. Tìm m để bất phương trình $-3x^2-2mx+m-2\le 0$ đúng $\forall x\in\mathbb{R}$.

Trả lời: ……………………….

Câu 9. Với giá trị nào của tham số m, hàm số $y=\sqrt{x^2-2mx+m-1}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

Trả lời: ……………………….

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{2x^2-(2m-1)x+1}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Trả lời: ……………………….

Câu 11. Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2+300Q+200000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 nghìn đồng. Xí nghiệp cần sản xuất số sản phẩm là bao nhiêu để không bị lỗ?

Trả lời: ……………………….

Câu 12. Tìm tất cả tham số m để: $f(x)=x^2-x-2m+3$ luôn dương với mọi $x\in\mathbb{R}$;

Trả lời: ……………………….

Câu 13. Tìm tất cả tham số m để: $f(x)=x^2+2(m-1)x+m^2-m+1$ không âm với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Trả lời: ……………………….

Câu 14. Tìm tất cả tham số m để: $f(x)=mx^2-2x+m$ luôn âm với mọi $x\in\mathbb{R}$;

Trả lời: ……………………….

Câu 15. Tìm tất cả tham số m để: $f(x)=(m-1)x^2+2(m-1)x+m-3$ không dương với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Trả lời: ……………………….

Câu 16. Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách như sau:
50 khách đầu tiên có giá 300000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 50 người đăng kí thì cứ có thêm một người, giá vé sẽ giảm 5000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.

Biết chi phí thực sự của chuyến đi là 15080000 đồng. Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu để công ty không bị lỗ?

Trả lời: ……………………….

Câu 17. Một quả bóng được đá lên từ mặt đất, biết rằng chiều cao y (mét) của quả bóng so với mặt đất được biểu diễn bởi một hàm số bậc hai theo thời gian t (giây). Sau 3 giây kể từ lúc được đá lên, quả bóng đạt chiều cao tối đa là $21m$ và bắt đầu rơi xuống. Hỏi thời điểm t lớn nhất là bao nhiêu (t nguyên) để quả bóng vẫn đang ở độ cao trên $10m$ so với mặt đất?

Trả lời: ……………………….

Câu 18. Tìm m để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi x : $3x^2-2(m-1)x+m^2+4>0$

Trả lời: ……………………….

Câu 19. Tìm m để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi x : $mx^2+(m-1)x+m-1<0$

Trả lời: ……………………….

Câu 20. Một vật chuyển động có vận tốc (mét/giây) được biểu diễn theo thời gian t (giây) bằng công thức $v(t)=\frac{1}{2}t^2-4t+10$. Trong 10 giây đầu tiên, vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

Trả lời: ……………………….

Câu 21. Tìm tất cả giá trị m để hệ bất phương trình sau có nghiệm: $\begin{cases} x^2+2x-15<0 \\ (m+1)x\ge 3 \end{cases}$

Trả lời: ……………………….

Câu 22. Tìm tất cả giá trị m để phương trình sau có nghiệm: $x^2-mx+m+3=0$;

Trả lời: ……………………….

Câu 23. Tìm tất cả giá trị m để phương trình sau có nghiệm: $(m+4)x^2-(m-1)x+1+2m=0$.

Trả lời: ……………………….

Câu 24. Tìm tất cả giá trị m để phương trình sau có hai nghiệm phân biệt: $x^2+(m-2)x-8m+1=0$.

Trả lời: ……………………….

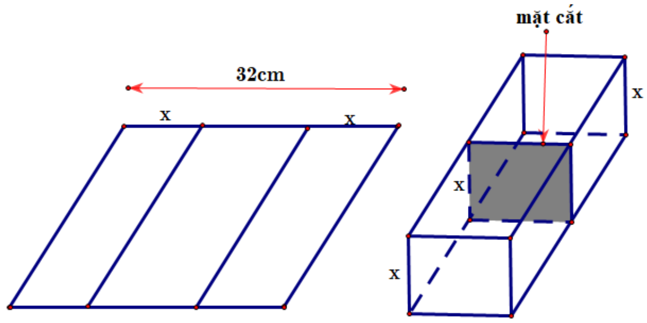
Câu 25. Tìm tất cả giá trị m để bất phương trình sau vô nghiệm: $x^2+6x+m+7\le 0$.

Trả lời: ……………………….

Câu 26. Tổng chi phí P (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm được cho bởi biểu thức $P=x^2+30x+3300$; giá bán một sản phẩm là 170 nghìn đồng. Số sản phẩm được sản xuất trong khoảng nào để đảm bảo nhà sản xuất không bị lỗ (giả sử các sản phẩm được bán hết)?

Trả lời: ……………………….

Câu 27. Một người muốn uốn tấm tôn phẳng hình chữ nhật có bề ngang 32 cm, thành một rãnh dẫn nước bằng cách chia tấm tôn đó thành ba phần rồi gấp hai bên lại theo một góc vuông như hình vẽ. Biết rằng diện tích mặt cắt ngang của rãnh nước phải lớn hơn hoặc bằng tổng $120cm^2$. Hỏi độ cao tối thiểu và tối đa của rãnh dẫn nước là bao nhiêu cm?



Trả lời: ……………………….

Câu 28. Tìm m để hệ bất phương trình sau có 8 nghiệm nguyên: $\begin{cases} 2x+m \geq 0 \\ x^2-10x \leq 0 \end{cases}$.

Trả lời: ……………………….

Câu 29. Tìm m để phương trình $5x^2-4mx+m=0$ có nghiệm.

Trả lời: ……………………….

Câu 30. Tìm m để phương trình $(m+1)x^2-2(m+1)x-m+2=0$ vô nghiệm.

Trả lời: ……………………….

Câu 31. Tìm m để phương trình $\frac{1}{m}x^2+2(m-2)x+m^2>0$ có hai nghiệm phân biệt.

Trả lời: ……………………….

Câu 32. Tìm m để bất phương trình sau vô nghiệm: $x^2+6x+m+7 \leq 0$

Trả lời: ……………………….

Câu 33. Tìm m để bất phương trình sau vô nghiệm: $mx^2-4(m+1)x+m-5<0$.

Trả lời: ……………………….

Câu 34. Độ cao (tính bằng mét) của một quả bóng (trong môn bóng đá) khi cầu thủ sút phạt so với xà ngang của khung thành khi bóng di chuyển được x mét theo phương ngang được mô phỏng bằng hàm số $k(x)=-0,2x^2+3x-3$. Trong các khoảng nào của x thì bóng nằm cao hơn so với xà ngang của khung thành? Làm tròn kết quả đến hàng phân trăm.

Trả lời: ……………………….

Câu 35. Một khung dây thép hình chữ nhật với chiều dài $30cm$ và chiều rộng $20cm$ được uốn lại thành hình chữ nhật mới với kích thước $(30-x)$ cm và $(20+x)cm$. với x nằm trong khoảng nào thì diện tích của khung sau khi uốn: tăng lên

Trả lời: ……………………….

Câu 36. Cho phương trình $x^4+mx^3-2\left(m^2-1\right)x^2+mx+1=0$. Tìm m để phương trình có đúng 4 nghiệm phân biệt.

Trả lời: ……………………….

Câu 37. Tìm m để biểu thức sau luôn dương $f(x)=\left(m^2+2\right)x^2-2(m+1)x+1$;

Trả lời: ....

Câu 38. Tìm m để biểu thức sau luôn dương $f(x)=(m+2)x^2+2(m+2)x+m+3$

Trả lời: ....

Câu 39. Tìm m để biểu thức sau luôn âm $f(x)=mx^2-x-1$

Trả lời: ....

Câu 40. Tìm m để biểu thức sau luôn âm $f(x)=(m-4)x^2+(2m-8)x+m-5$.

Trả lời: ....

Câu 41. Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số $y=\sqrt{(m+10)x^2-2(m-2)x+1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Trả lời: ....

Câu 42. Cho phương trình $x^4-2x^2-2-m=0(1)$. Tìm m để phương trình sau phương trình có đúng 2 nghiệm

Trả lời: ....

Câu 43. Cho phương trình $x^4-mx^3-2x^2+mx+1=0$. Tìm m để phương trình có đúng 4 nghiệm phân biệt.

Trả lời: ....

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\dfrac{-x^2+2x-5}{x^2-mx+1}\le 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Trả lời: ....

Câu 45. Cho $y=\sqrt{x^2+2x+m}-\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+mx-1}}$, tìm m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Trả lời: ....

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bpt $x^2-2x+1-m^2\le 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in[1;2]$.

Trả lời: ....

Câu 47. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bpt $x^2+(3-m)x-2m+3>0$ nghiệm đúng với mọi $x\le 4$.

Trả lời: ....

Câu 48. Tìm m để hệ bất phương trình sau có nghiệm $\begin{cases} x-1>0 \\ x^2-2mx+1\le 0 \end{cases}$

Trả lời: ....

Câu 49. Tìm m để mọi $x\in[0;+\infty)$ đều là nghiệm của bất phương trình $\left(m^2-1\right)x^2-8mx+9-m^2\ge 0$.

Trả lời: ....

Câu 50. Tìm m để bất phương trình $2x^2-(2m+1)x+m^2-2m+2\le 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

Trả lời: ....

Câu 51. Độ cao (tính bằng mét) của một quả bóng (trong môn bóng đá) khi cầu thủ sút phạt so với xà ngang của khung thành khi bóng di chuyển được x mét theo phương ngang được mô phỏng bằng hàm số $k(x)=-0,2x^2+3x-3$. Trong các khoảng nào của x thì bóng nằm cao hơn so với xà ngang của khung thành? Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Trả lời: ……………………….

Câu 52. Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số $y=\sqrt{(m+10)x^2-2(m-2)x+1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Trả lời: ……………………….

LỜI GIẢI

Câu 1. Tìm m sao cho: $-x^2+2(m+1)x-m^2+m<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Trả lời: $m<\dfrac{-1}{3}$

Lời giải

Xét tam thức bậc hai $f(x)=-x^2+2(m+1)x-m^2+m$ có:

$\Delta'=\left(m+1\right)^2-\left(-1\right).\left(-m^2+m\right)=3m+1$ và $a=-1<0$.

Để $f\left(x\right)<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ thì $\Delta'=3m+1<0$ suy ra $m<\dfrac{-1}{3}$

Câu 2. Tìm m sao cho: $x^2+mx+3m\geq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.
Trả lời: $m\in[0;12]$

Lời giải

Xét tam thức bậc hai $f(x)=x^2+mx+3m$ có:

$\Delta=m^2-4\cdot 1\cdot 3m=m^2-12m$ và $a=1>0$.

Để $f(x)\geq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ thì $\Delta=m^2-12m\leq 0$ suy ra $m\in[0;12]$.

Câu 3. Giải bất phương trình: $\left(x^2-3x+2\right)\left(-x^2+5x-6\right)\geq 0$.

Trả lời: $S=[1;3]$

Lời giải

Tam thức bậc hai $f(x)=x^2-3x+2$ có $\Delta=1>0, a=1>0$ và có hai nghiệm $x_1=1; x_2=2$.

Tam thức bậc hai $g(x)=-x^2+5x-6$ có $\Delta=1>0, a=-1<0$ và có hai nghiệm $x_1=2; x_2=3$

Ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f(x)$		+	0	−	0	+	|	+	
$g(x)$		−	|	−	0	+	0	−	
$f(x)\cdot g(x)$		−	0	+	0	+	0	−	

Suy ra $f(x)\cdot g(x)\geq 0$ khi $x\in[1;3]$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=[1;3]$.

Câu 4. Tìm m để bất phương trình $x^2+2mx+m-2<0$ nghiệm đúng với mọi $x\in(1;2)$.

Trả lời: $m\leq\dfrac{-2}{5}$

Lời giải

Tam thức bậc hai $f(x)=x^2+2mx+m-2$ có:

$$\Delta'=m^2-m+2=\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}\geq\frac{7}{4}>0 \text{ với mọi } m\in\mathbb{R}.$$

Do đó $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$ với mọi $m\in\mathbb{R}$.

Để $f(x)<0$ với mọi $x\in(1;2)$ thì $x_1\leq 1<2\leq x_2$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}f(1)\leq 0\\ f(2)\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1+2m+m-2\leq 0\\ 4+4m+m-2\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3m-1\leq 0\\ 5m+2\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\leq\dfrac{1}{3}\\ m\leq\dfrac{-2}{5}\end{cases}\Leftrightarrow m\leq\frac{-2}{5}.$$

Vậy $m\leq\dfrac{-2}{5}$ thì $x^2+2mx+m-2<0$ với mọi $x\in(1;2)$.

Câu 5. Tìm m để phương trình $x^2-(m+1)x+3m-5=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Trả lời: $m\in(-\infty;3)\cup(7;+\infty)$

Lời giải

Ta có: $\Delta=[-(m+1)]^2-4\cdot 1\cdot(3m-5)=m^2-10m+21$.

Để phương trình $x^2-(m+1)x+3m-5=0$ có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta>0$

hay $m^2-10m+21>0$.

Tam thức bậc hai $m^2-10m+21$ có $a=1>0$ và có hai nghiệm $m_1=3,m_2=7$.

Do đó, $m^2-10m+21>0$ khi $m\in(-\infty;3)\cup(7;+\infty)$.

Vậy phương trình $x^2-(m+1)x+3m-5=0$ có hai nghiệm phân biệt khi

$m\in(-\infty;3)\cup(7;+\infty)$.

Câu 6. Một chú thỏ đen chạy đuổi theo một chú thỏ trắng ở vị trí cách nó $100m$. Biết rằng, quãng đường chú thỏ đen chạy được biểu thị bởi công thức $s(t)=8t+5t^2\ (m)$, trong đó t (giây) là thời gian tính từ thời điểm chú thỏ đen bắt đầu chạy, và chú thỏ trắng chạy với vận tốc không đổi là $3m/s$. Hỏi tại những thời điểm nào thì chú thỏ đen chạy trước chú thỏ trắng?

Trả lời: $t\in(4;+\infty)$

Lời giải

Giả sử vị trí ban đầu của chú thỏ đen là $s=0(m)$ và thời điểm ban đầu là $t=0$ (giây).

Quãng đường của chú thỏ trắng chạy được tại thời điểm t là $f(t)=100+3t(m)$.

Để chú thỏ đen chạy trước chú thỏ trắng thì $s(t)>f(t)$

hay $8t+5t^2>100+3t\Rightarrow 5t^2+5t-100>0\Rightarrow t\in(4;+\infty)$ (vì $t>0$).

Vậy tại những thời điểm $t\in(4;+\infty)$ thì chú thỏ đen chạy trước chú thỏ trắng.

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $-x^2+x+4m^2-5m+1=0$ có hai nghiệm trái dấu.

Trả lời: $m\in\left(-\infty;\frac{1}{4}\right)\cup(1;+\infty)$

Lời giải

Để phương trình $-x^2+x+4m^2-5m+1=0$ có hai nghiệm trái dấu thì $x_1\cdot x_2<0\Leftrightarrow -4m^2+5m-1<0$.

Tam thức $-4m^2+5m-1$ có hai nghiệm $m=1$ và $m=\frac{1}{4}$ và hệ số của m^2 bằng -4 nhỏ hơn 0 nên $-4m^2+5m-1<0$ khi $m<\frac{1}{4}$ hoặc $m>1$.

Vậy để phương trình có hai nghiệm trái dấu thì $m\in\left(-\infty;\frac{1}{4}\right)\cup(1;+\infty)$.

Câu 8. Tìm m để bất phương trình $-3x^2-2mx+m-2\le 0$ đúng $\forall x\in\mathbb{R}$.

Trả lời: $m\in\left[\frac{-3-\sqrt{33}}{2};\frac{-3+\sqrt{33}}{2}\right]$.

Lời giải

Để bất phương trình $-3x^2-2mx+m-2\le 0$ đúng $\forall x\in\mathbb{R}$ thì $\begin{cases}a<0\\ \Delta\le 0.\end{cases}$ Ta có: $a=-3<0$ và $\Delta=(-2m)^2-4(-3)(m-2)\le 0\Leftrightarrow 4m^2+12m-24\le 0$.

Tam thức $4m^2+12m-24$ có hai nghiệm $m=\dfrac{-3-\sqrt{33}}{2}$ và $m=\dfrac{-3+\sqrt{33}}{2}$ và hệ số của m^2 bằng 4 lớn hơn 0 nên $4m^2+12m-24\le 0$ khi $\dfrac{-3-\sqrt{33}}{2}\le m\le\dfrac{-3+\sqrt{33}}{2}$.

Vậy để bất phương trình $-3x^2-2mx+m-2\le 0$ đúng $\forall x\in\mathbb{R}$ thì $m\in\left[\dfrac{-3-\sqrt{33}}{2};\dfrac{-3+\sqrt{33}}{2}\right]$.

Câu 9. Với giá trị nào của tham số m, hàm số $y=\sqrt{x^2-2mx+m-1}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

Trả lời: không tồn tại giá trị của tham số m

Lời giải

Để hàm số $y=\sqrt{x^2-2mx+m-1}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì $x^2-2mx+m-1\ge 0$ đúng $\forall x\in\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\begin{cases}a>0\\ \Delta\le 0.\end{cases}$

Ta có: $a=1>0$ và $\Delta=(-2m)^2-4(m-1)\le 0\Leftrightarrow m^2-m+1\le 0$.

Tam thức m^2-m+1 vô nghiệm và hệ số của m^2 bằng 1 lớn hơn 0 nên $m^2-m+1>0$ $\forall m\in\mathbb{R}$.

Vậy không tồn tại giá trị của tham số m để thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{2x^2-(2m-1)x+1}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Trả lời: $m\in\left[\dfrac{1-2\sqrt{2}}{2};\dfrac{1+2\sqrt{2}}{2}\right]$.

Lời giải

Để hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{2x^2-(2m-1)x+1}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì $2x^2-(2m-1)x+1>0$ đúng $\forall x\in\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$\begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}$ Ta có: $a=2>0$ và $\Delta=(2m-1)^2-4.2.1<0\Leftrightarrow 4m^2-4m-7<0$.

Tam thức $4m^2-4m-7$ có hai nghiệm $m=\dfrac{1-2\sqrt{2}}{2}$ và $m=\dfrac{1+2\sqrt{2}}{2}$ và hệ số của m^2 bằng 4 lớn hơn 0 nên $4m^2-4m-7<0$ khi $\dfrac{1-2\sqrt{2}}{2}<m<\dfrac{1+2\sqrt{2}}{2}$.

Vậy để hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{2x^2-(2m-1)x+1}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì $m\in\left[\dfrac{1-2\sqrt{2}}{2};\dfrac{1+2\sqrt{2}}{2}\right]$.

Câu 11. Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2+300Q+200000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 nghìn đồng. Xí nghiệp cần sản xuất số sản phẩm là bao nhiêu để không bị lỗ?

Trả lời: xí nghiệp cần sản xuất nhiều hơn hoặc bằng 400 sản phẩm và ít hơn hoặc bằng 500 sản phẩm.

Lời giải

Lợi nhuận của xí nghiệp khi bán hết Q sản phẩm là: $1200Q-\left(Q^2+300Q+200000\right)=-Q^2+900Q-200000$.

Để xí nghiệp không bị lỗ thì $-Q^2+900Q-200000\ge 0 \Leftrightarrow 400\le Q\le 500$.

Vậy để không bị lỗ, xí nghiệp cần sản xuất nhiều hơn hoặc bằng 400 sản phẩm và ít hơn hoặc bằng 500 sản phẩm.

Câu 12. Tìm tất cả tham số m để: $f(x)=x^2-x-2m+3$ luôn dương với mọi $x\in\mathbb{R}$;

Trả lời: $m<\dfrac{11}{8}$

Lời giải:

Ta có: $a=1,b=-1,c=-2m+3$.

Theo giả thiết: $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1>0 \text{ (luôn Đúng)}\\ (-1)^2-4.1.(-2m+3)<0\end{cases}\Leftrightarrow 1+8m-12<0\Leftrightarrow m<\dfrac{11}{8}$.

Vậy với $m<\dfrac{11}{8}$ thì $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 13. Tìm tất cả tham số m để: $f(x)=x^2+2(m-1)x+m^2-m+1$ không âm với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Trả lời: $m\ge 0$

Lời giải:

Ta có: $a=1,b=2(m-1),c=m^2-m+1,b'=\dfrac{b}{2}=m-1$.

Theo giả thiết: $f(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1>0 \text{ (luôn Đúng)}\\ (m-1)^2-\left(m^2-m+1\right)\le 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow m^2-2m+1-m^2+m-1\le 0\Leftrightarrow m\ge 0$.

Vậy với $m\ge 0$ thì $f(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 14. Tìm tất cả tham số m để: $f(x)=mx^2-2x+m$ luôn âm với mọi $x\in\mathbb{R}$;

Trả lời: $m<-1$

Lời giải

Ta có: $a=m,b=-2,c=m$. Theo giả thiết: $mx^2-2x+m<0,\forall x\in\mathbb{R}(*)$.

Trường hợp 1: $a=m=0$. Thay vào $(*)$: $-2x<0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x>0,\forall x\in\mathbb{R}$ (sai). Suy ra $m=0$ không thỏa mãn.

Trường hợp 2: $a = m \neq 0$.

Khi đó: $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ (-2)^2 - 4m \cdot m < 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ |m| > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m < -1 \vee m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1.$

Vậy với $m < -1$ thì $f(x)$ luôn âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 15. Tìm tất cả tham số m để: $f(x) = (m-1)x^2 + 2(m-1)x + m - 3$ không dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Trả lời: $m \leq 1$

Lời giải

Ta có: $a = m-1, b = 2(m-1), b' = m-1, c = m-3$.

Theo giả thiết: $(m-1)x^2 + 2(m-1)x + m - 3 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} (*)$.

Trường hợp 1: $a = m - 1 = 0 \Rightarrow m = 1$. Thay vào (*): $1 - 3 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (đúng).

Suy ra $m = 1$ thỏa mãn.

Trường hợp 2: $a = m - 1 \neq 0 \Rightarrow m \neq 1$.

$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 < 0 \\ (m-1)^2 - (m-1)(m-3) \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m^2 - 2m + 1 - (m^2 - 4m + 3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ 2m - 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1.$

Hợp hai kết quả trên, ta được $m \leq 1$ thỏa mãn đề bài.

Câu 16. Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách như sau: 50 khách đầu tiên có giá 300000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 50 người đăng kí thì cứ có thêm một người, giá vé sẽ giảm 5000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.

Biết chi phí thực sự của chuyến đi là 15080000 đồng. Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu để công ty không bị lỗ?

Trả lời: số khách tối đa là 58 người

Lời giải

Với số lượng khách là $(50 + x)$ người thì mỗi khách sẽ trả một khoản tiền $(300000 - 5000x)$ đồng.

Vậy tổng số tiền công ty thu được trong chuyến du lịch đó là:

$T(x) = (50 + x)(300000 - 5000x) = -5000x^2 + 50000x + 15000000$ (đồng).

Xét tam thức bậc hai:

$f(x) = T(x) - 15080000 = -5000x^2 + 50000x - 80000.$

$\Delta > 0,\ f(x)$ có hai nghiệm phân biệt là 2 và 8 . bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		2		8		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Kết luận: $f(x) \geq 0$ khi $x \in [2;8]$. Vậy nếu số khách tối đa là 58 người $(x = 8)$ thì công ty sẽ không lỗ khi tổ chức chuyến du lịch này.

Câu 17. Một quả bóng được đá lên từ mặt đất, biết rằng chiều cao y (mét) của quả bóng so với mặt đất được biểu diễn bởi một hàm số bậc hai theo thời gian t (giây). Sau 3 giây kể từ lúc được đá lên, quả bóng đạt chiều cao tối đa là $21m$ và bắt đầu rơi xuống. Hỏi thời điểm t lớn nhất là bao nhiêu (t nguyên) để quả bóng vẫn đang ở độ cao trên $10m$ so với mặt đất?

Trả lời: $t = 5$

Lời giải

Xét hàm số bậc hai $y = at^2 + bt + c (a \neq 0)$.

Theo giả thiết, ta có: $\begin{cases} c = 0 \\ -\dfrac{b}{2a} = 3 \\ 9a + 3b + c = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 6a + b = 0 \\ 9a + 3b = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{7}{3} \\ b = 14 \\ c = 0 \end{cases}.$

Vì vậy $y = -\dfrac{7}{3}t^2 + 14t$.

Ta cần xét: $y = -\dfrac{7}{3}t^2 + 14t > 10$ hay $-\dfrac{7}{3}t^2 + 14t - 10 > 0$.

Đặt $f(t) = -\dfrac{7}{3}t^2 + 14t - 10;$ cho $f(t) = 0 \Rightarrow t_1 = \dfrac{21 - \sqrt{231}}{7}, t_2 = \dfrac{21 + \sqrt{231}}{7}$.

Bảng xét dấu $f(t)$

t	$-\infty$		t_1		t_2		$+\infty$
$f(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Kết luận: $f(t) > 0$ khi $t_1 < t < t_2$ hay $\underbrace{\dfrac{21 - \sqrt{231}}{7}}_{\approx 0,83} < t < \underbrace{\dfrac{21 + \sqrt{231}}{7}}_{\approx 5,17}$.

Vì t nguyên nên $t \in [1;5]$. Do vậy giá trị $t = 5$ thỏa mãn đề bài.

Câu 18. Tìm m để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi x : $3x^2 - 2(m-1)x + m^2 + 4 > 0$

Trả lời: Với mọi m thuộc $\mathbb{R}$

Lời giải

Đặt $f(x)=3x^2-2(m-1)x+m^2+4$ với $a=3,b'=-(m-1),c=m^2+4$.

Theo giả thiết:

$$f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta'<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3>0\ (\textit{luôn đúng.})\\ (m-1)^2-3\left(m^2+4\right)<0\end{cases}\Leftrightarrow -2m^2-2m-11<0\left(*\right).$$

Đặt $f(m)=-2m^2-2m-11$ có $\Delta_f=(-2)^2-(-2)(-11)=-18<0$.

Vì vậy $f(m)$ luôn cùng dấu với -2 tức là $f(m)<0,\forall m\in\mathbb{R}$. Do đó (*) luôn đúng.

Vậy, với mọi m thuộc $\mathbb{R}$ thì $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 19. Tìm m để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi x : $mx^2+(m-1)x+m-1<0$

Trả lời: $m\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)$

Lời giải

Đặt $f(x)=mx^2+(m-1)x+m-1$ với $a=m,b'=m-1,c=m-1$.

Theo giả thiết: $f(x)=mx^2+(m-1)x+m-1<0,\forall x\in\mathbb{R}\left(*\right)$.

Trường hợp 1: $a=m=0$.

Thay vào $(*):-x-1<0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x>-1,\forall x\in\mathbb{R}$ (sai).

Suy ra $m=0$ không thỏa mãn.

Trường hợp 2: $a=m\neq 0$.

Ta có: $(*)\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\ (m-1)^2-4m(m-1)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\ -3m^2+2m+1<0\end{cases}$

Xét $g(m)=-3m^2+2m+1; g(m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $g(m)$:

m	$-\infty$		$-\dfrac{1}{3}$		1		$+\infty$
g(m)		$-$	0	$+$	0	$-$	

Ta có: $g(m)<0\Leftrightarrow m\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$. Vậy $(1)\Leftrightarrow m\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)$.

Kết hợp hai trường hợp đã xét, ta thu được $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 20. Một vật chuyển động có vận tốc (mét/giây) được biểu diễn theo thời gian t (giây) bằng công thức $v(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4t + 10$. Trong 10 giây đầu tiên, vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

Trả lời: $v(t)_{\min} = 2$

Lời giải

Xét $v(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4t + 10$ với $-\frac{b}{2a} = 4, a = \frac{1}{2} > 0$ nên bề lõm parabol hướng lên. Bảng biến thiên của $v(t)$:

t	$-\infty$		0		4		10		$+\infty$
$v(t)$	$+\infty$	$\searrow$			2			$\nearrow$	$+\infty$

Vậy, ở giây thứ tư thì vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất là $v(t)_{\min} = 2$.

Câu 21. Tìm tất cả giá trị m để hệ bất phương trình sau có nghiệm: $\begin{cases} x^2 + 2x - 15 < 0 \\ (m+1)x \geq 3 \end{cases}$

Trả lời: $m < -\frac{8}{5}$ hoặc $m > 0$

Lời giải

Xét bất phương trình (1): $x^2 + 2x - 15 < 0$. Đặt $f(x) = x^2 + 2x - 15$; $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -5 \vee x = 3$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-5		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

(1) có tập nghiệm $S_1 = (-5;3)$.

Xét bất phương trình $(2): (m+1)x \geq 3$.

Trường hợp 1: $m + 1 = 0 \Rightarrow m = -1$.

Thay vào (2): $0 \geq 3$ (vô lí). Khi đó (2) vô nghiệm, suy ra hệ bất phương trình vô nghiệm. Loại $m = -1$.

Trường hợp 2: $m + 1 > 0 \Rightarrow m > -1$. Khi đó: (2) trở thành $x \geq \frac{3}{m+1}$, nên có tập nghiệm là $S_2 = \left[\frac{3}{m+1}; +\infty\right)$.

Hệ có nghiệm khi: $S_1 \cap S_2 \neq \varnothing \Leftrightarrow \dfrac{3}{m+1} < 3 \Leftrightarrow 3 < 3m+3($ do $m+1>0$ $) \Leftrightarrow m>0$.

So điều kiện, ta thấy $m>0$ thỏa mãn.

Trường hợp 3: $m+1<0 \Rightarrow m<-1$. Khi đó: (2) trở thành: $x \leq \dfrac{3}{m+1}$, nên có tập nghiệm $S_3 = \left(-\infty; \dfrac{3}{m+1}\right]$.

Hệ có nghiệm khi: $S_1 \cap S_3 \neq \varnothing \Leftrightarrow \dfrac{3}{m+1} > -5 \Leftrightarrow 3 < -5(m+1)$ $($do $m+1<0)$ $\Leftrightarrow 5m < -8 \Leftrightarrow m < -\dfrac{8}{5}$.

So điều kiện, ta thấy $m < -\dfrac{8}{5}$ thỏa mãn.

Vậy hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $m < -\dfrac{8}{5}$ hoặc $m>0$.

Câu 22. Tìm tất cả giá trị m để phương trình sau có nghiệm: $x^2 - mx + m + 3 = 0$;
Trả lời: $m \in (-\infty; -2] \cup [6; +\infty)$

Lời giải:

Ta có: $a = 1 \neq 0, b = -m, c = m+3$.

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta = (-m)^2 - 4(m+3) \geq 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 4m - 12 \geq 0$.

Xét $m^2 - 4m - 12 = 0 \Leftrightarrow m = 6 \vee m = -2$.

Bảng xét dấu:

m	$-\infty$		-2		6		$+\infty$
$m^2-4m-12$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có: $m^2 - 4m - 12 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq -2 \\ m \geq 6 \end{array}\right.$.

Vậy với $m \in (-\infty; -2] \cup [6; +\infty)$ thì phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 23. Tìm tất cả giá trị m để phương trình sau có nghiệm: $(m+4)x^2 - (m-1)x + 1 + 2m = 0$.

Trả lời: $m \in \left[-5; -\dfrac{3}{7}\right]$

Lời giải:

Ta có: $a = m+4, b = -(m-1), c = 1+2m$.

Trường hợp 1: $a = m+4 = 0 \Rightarrow m = -4$. Thay vào phương trình:

$5x-7=0 \Leftrightarrow x=\frac{7}{5}$ (có nghiệm).

Do đó: $m=-4$ thỏa mãn.

Trường hợp 2: $a=m+4\neq 0 \Rightarrow m\neq -4$.

Phương trình có nghiệm khi $\Delta=(m-1)^2-4(m+4)(1+2m)\geq 0$

$\Leftrightarrow -7m^2-38m-15\geq 0.$

Xét $-7m^2-38m-15=0 \Leftrightarrow m=-\frac{3}{7} \vee m=-5$.

Bảng xét dấu:

m	$-\infty$		-5		$-\frac{3}{7}$		$+\infty$
$-7m^2-38m-15$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Ta có: $-7m^2-38m-15\geq 0 \Leftrightarrow -5\leq m\leq -\frac{3}{7}$.

Kết hợp cả hai trường hợp trên, ta có được $m\in\left[-5;-\frac{3}{7}\right]$ thỏa mãn đề bài.

Câu 24. Tìm tất cả giá trị m để phương trình sau có hai nghiệm phân biệt: $x^2+(m-2)x-8m+1=0$.

Trả lời: $m\in(-\infty;-28)\cup(0;+\infty)$

Lời giải

Ta có: $a=1\neq 0, b=m-2, c=-8m+1$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$\Delta=(m-2)^2-4(-8m+1)>0 \Leftrightarrow m^2+28m>0$.

Xét $m^2+28m=0 \Leftrightarrow m=0 \vee m=-28$.

Bảng xét dấu:

m	$-\infty$		-28		0		$+\infty$
m^2+28m		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có: $m^2+28m>0 \Leftrightarrow m\in(-\infty;-28)\cup(0;+\infty)$.

Vậy với $m\in(-\infty;-28)\cup(0;+\infty)$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Câu 25. Tìm tất cả giá trị m để bất phương trình sau vô nghiệm: $x^2+6x+m+7\leq 0$.

Trả lời: $m>2$

Lời giải

Ta có: $x^2+6x+m+7\le 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow x^2+6x+m+7>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta'<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1>0\text{ (luôn dúng)}\\ 3^2-(m+7)<0\end{cases}\Leftrightarrow m>2$

Vậy với $m>2$ thì bất phương trình $x^2+6x+m+7\le 0$ vô nghiệm.

Câu 26. Tổng chi phí P (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm được cho bởi biểu thức $P=x^2+30x+3300$; giá bán một sản phẩm là 170 nghìn đồng. Số sản phẩm được sản xuất trong khoảng nào để đảm bảo nhà sản xuất không bị lỗ (giả sử các sản phẩm được bán hết)?

Trả lời: 30 đến 110 sản phẩm

Lời giải

Khi bán hết x sản phẩm thì số tiền thu được là: $170x$ (nghìn đồng).

Điều kiện để nhà sản xuất không bị lỗ là

$170x\ge x^2+30x+3300\Leftrightarrow x^2-140x+3300\le 0$.

Xét $x^2-140x+3300=0\Rightarrow x=30\vee x=110$.

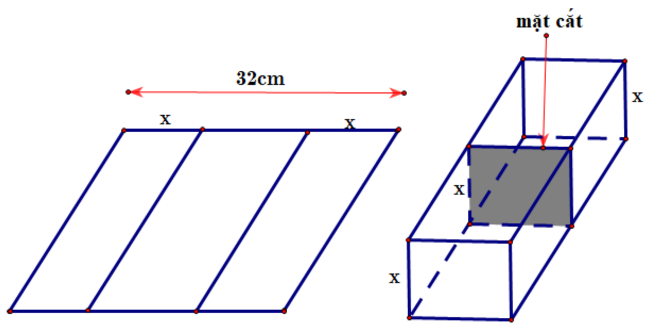
Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		30		110		$+\infty$
$x^2-140x+3300$		+	0	−	0	+	

Ta có: $x^2-140x+3300\le 0\Leftrightarrow x\in[30;110]$.

Vậy nếu nhà sản xuất làm ra từ 30 đến 110 sản phẩm thì họ sẽ không bị lỗ.

Câu 27. Một người muốn uốn tấm tôn phẳng hình chữ nhật có bề ngang 32 cm, thành một rãnh dẫn nước bằng cách chia tấm tôn đố thành ba phần rồi gấp hai bên lại theo một góc vuông như hình vẽ. Biết rằng diện tích mặt cắt ngang của rãnh nước phải lớn hơn hoặc bằng tổng $120cm^2$. Hỏi độ cao tối thiểu và tối đa của rãnh dẫn nước là bao nhiêu cm?



Trả lời: $6cm$ và $10cm$.

Lời giải

Bề ngang còn lại của tấm tôn sau khi gập thành rãnh dẫn nước: $32-2x(cm)$.

Diện tích mặt cắt ngang rãnh dẫn nước: $S = x(32-2x) = -2x^2 + 32x$.

Theo giả thiết: $S \ge 120 \Leftrightarrow -2x^2 + 32x \ge 120 \Leftrightarrow -2x^2 + 32x - 120 \ge 0$.

Xét $-2x^2 + 32x - 120 = 0 \Leftrightarrow x = 6 \vee x = 10$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		6		10		$+\infty$
$-2x^2+30x-120$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Ta có: $-2x^2 + 32x - 120 \ge 0 \Leftrightarrow x \in [6;10]$.

Vậy rãnh dẫn nước chỉ đạt yêu cầu khi độ cao tối thiểu và tối đa của nó lần lượt bằng $6cm$ và $10cm$.

Câu 28. Tìm m để hệ bất phương trình sau có 8 nghiệm nguyên: $\begin{cases} 2x + m \ge 0 \\ x^2 - 10x \le 0 \end{cases}$.

Trả lời: $m \in [-6;-4)$

Lời giải

Xét $x^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 10$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		10		$+\infty$
x^2-10x		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có: $x^2 - 10x \le 0 \Leftrightarrow 0 \le x \le 10$. Do vậy: $\begin{cases} 2x + m \ge 0 \\ x^2 - 10x \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -\dfrac{m}{2} \\ 0 \le x \le 10 \end{cases}$.

Hệ có 8 nghiệm nguyên khi và chỉ khi $2 < -\dfrac{m}{2} \le 3 \Leftrightarrow 4 < -m \le 6 \Leftrightarrow -6 \le m < -4$. Vậy $m \in [-6;-4)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 29. Tìm m để phương trình $5x^2 - 4mx + m = 0$ có nghiệm.

Trả lời: $m \in (-\infty;0] \cup \left[\dfrac{5}{4};+\infty\right)$

Lời giải

Phương trình $5x^2 - 4mx + m = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi

$\Delta' = (-2m)^2 - 5m \ge 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 5m \ge 0.$

Xét $4m^2 - 5m = 0 \Leftrightarrow m = 0 \vee m = \dfrac{5}{4}$.

Bảng xét dấu:

m	$-\infty$		0		$\frac{5}{4}$		$+\infty$
$4m^2-5m$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có: $4m^2-5m\ge 0 \Leftrightarrow m\in(-\infty;0]\cup\left[\frac{5}{4};+\infty\right)$.

Vậy, với $m\in(-\infty;0]\cup\left[\frac{5}{4};+\infty\right)$ thì phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 30. Tìm m để phương trình $(m+1)x^2-2(m+1)x-m+2=0$ vô nghiệm.

Trả lời: $m\in\left[-1;\frac{1}{2}\right)$

Lời giải

Trường hợp 1: $a=m+1=0\Rightarrow m=-1$. Thay vào phương trình: $3=0$ (vô nghiệm), nhận $m=-1$.

Trường hợp 2: $a=m+1\ne 0\Rightarrow m\ne -1$. Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi
$\Delta'=(m+1)^2-(m+1)(-m+2)<0\Leftrightarrow m^2+2m+1+m^2-m-2<0\Leftrightarrow 2m^2+m-1<0$.

Xét $2m^2+m-1=0\Leftrightarrow m=-1\vee m=\frac{1}{2}$.

Bảng xét dấu:

m	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$2m^2+m-1$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có: $2m^2+m-1<0\Leftrightarrow -1<m<\frac{1}{2}$.

Kết hợp hai kết quả trên, ta thu được $m\in\left[-1;\frac{1}{2}\right)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 31. Tìm m để phương trình $\frac{1}{m}x^2+2(m-2)x+m^2>0$ có hai nghiệm phân biệt.

Trả lời: $m\in(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$

Lời giải

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a=\dfrac{1}{m}\neq 0 \\ \Delta'=(m-2)^2-\dfrac{1}{m}\cdot m^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m^2-5m+4>0 \end{cases} (*)$$

Xét $m^2-5m+4=0 \Leftrightarrow m=1 \vee m=4$.

Bảng xét dấu:

m	$-\infty$		1		4		$+\infty$
m^2-5m+4		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có: $m^2-5m+4>0 \Leftrightarrow m\in(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$.

Từ $(*)$, ta có $m\in(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 32. Tìm m để bất phương trình sau vô nghiệm: $x^2+6x+m+7\leq 0$

Trả lời: $m>2$

Lời giải

Bất phương trình $x^2+6x+m+7\leq 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

$$x^2+6x+m+7>0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1>0 \text{ (luôn đúng)} \\ \Delta'=3^2-(m+7)<0 \end{cases} \Leftrightarrow 9-m-7<0 \Leftrightarrow m>2.$$

Vậy với $m>2$ thì bất phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 33. Tìm m để bất phương trình sau vô nghiệm: $mx^2-4(m+1)x+m-5<0$.

Trả lời: không có m thỏa mãn đề bài.

Lời giải

Bất phương trình $mx^2-4(m+1)x+m-5<0$ vô nghiệm khi và chỉ khi $mx^2-4(m+1)x+m-5\geq 0, \forall x\in\mathbb{R} (*)$.

Trường hợp 1: $a=m=0$. Thay vào $(*)$:

$$-4x-5\geq 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow x\leq -\frac{5}{4}, \forall x\in\mathbb{R} \text{ (mệnh đề sai).}$$

Do đó $m=0$ không thỏa mãn.

Trường hợp 2: $a=m\neq 0$. Khi đó: $(*)$ tương đương

$$\begin{cases} a=m>0 \\ \Delta'=4(m+1)^2-m(m-5)\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ 3m^2+13m+4\leq 0 \end{cases}.$$

Xét $3m^2+13m+4=0 \Leftrightarrow m=-\dfrac{1}{3} \vee m=-4$.

Bảng xét dấu:

m	$-\infty$		-4		$-\dfrac{1}{3}$		$+\infty$
$3m^2+13m+4$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có: $3m^2+13m+4\le 0 \Leftrightarrow m\in\left[-4;-\dfrac{1}{3}\right]$.

Vì vậy: $\begin{cases} m>0 \\ 3m^2+13m+4\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m\in\left[-4;-\dfrac{1}{3}\right] \end{cases} \Leftrightarrow m\in\varnothing$.

Vậy không có m thỏa mãn đề bài.

Câu 34. Độ cao (tính bằng mét) của một quả bóng (trong môn bóng đá) khi cầu thủ sút phạt so với xà ngang của khung thành khi bóng di chuyển được x mét theo phương ngang được mô phỏng bằng hàm số $k(x)=-0,2x^2+3x-3$. Trong các khoảng nào của x thì bóng nằm cao hơn so với xà ngang của khung thành? Làm tròn kết quả đến hàng phân trăm.

Trả lời: $x\in(1,08;13,92)$

Lời giải

Ta có $k\left(x\right)=-0,2x^2+3x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{15-\sqrt{165}}{2}\approx 1,08 \\ x=\dfrac{15+\sqrt{165}}{2}\approx 13,92 \end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu của $k(x)$

x	$-\infty$		$1,08$		$13,92$		$+\infty$
$k(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy bóng nằm cao hơn so với xà ngang của khung thành khi $k(x)>0$ tức là $x\in(1,08;13,92)$.

Câu 35. Một khung dây thép hình chữ nhật với chiều dài $30cm$ và chiều rộng $20cm$ được uốn lại thành hình chữ nhật mới với kích thước $(30-x)$ cm và $(20+x)cm$. với x nằm trong khoảng nào thì diện tích của khung sau khi uốn: tăng lên

Trả lời: $x\in(0;10)$

Lời giải

Ta có điêu kiện: $-20<x<30$

Diện tích hình chữ nhật lúc sau là: $S=(30-x)\cdot(20+x)=-x^2+10x+600cm^2$.

Diện tích hình chữ nhật lúc đầu là $600\,cm^2$

Đặt $f(x)=-x^2+10x+600-600=-x^2+10x$.

$f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=10\end{array}\right.$. Ta có bảng xét dấu của $f(x)$

x	$-\infty$		0		10		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Diện tích của khung sau khi uốn tăng lên khi $f(x)>0\Leftrightarrow x\in(0;10)$.

Câu 36. Cho phương trình $x^4+mx^3-2\left(m^2-1\right)x^2+mx+1=0$. Tìm m để phương trình có đúng 4 nghiệm phân biệt.

Trả lời: $|m|>2$

Lời giải

$x^4+mx^3-2\left(m^2-1\right)x^2+mx+1=0\,(1)$

Nhận xét rằng $x=0$ không phải là nghiệm của phương trình. Chia cả hai vế của phương trình cho $x^2\neq0$ ta được:

$$x^2+mx-2\left(m^2-1\right)+m\cdot\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=0\Leftrightarrow\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+m\left(x+\frac{1}{x}\right)-2m^2+2=0.$$

Đặt $t=x+\frac{1}{x}$, điều kiện $|t|\geq2$, suy ra $x^2+\frac{1}{x^2}=t^2-2$.

Khi đó, phương trình có dạng: $f(t)=t^2+mt-2m^2=0$ (2)

Phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt tức (1) có nghiệm thỏa mãn $\left[\begin{array}{l}2<t_1<t_2\,(*)\\t_1<t_2<-2\,(*)\\t_1<-2<2<t_2\,(**)\end{array}\right.$.

Nhận xét: Phương trình (2) có $ac=-2m^2<0$ nên $(*)$ không thể xảy ra.

Khi đó, để có $(**)$ thì điều kiện là:

$$\begin{cases}f(2)<0\\f(-2)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4+2m-2m^2<0\\4-2m-2m^2<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-2>0\\m^2+m-2>0\end{cases}\Leftrightarrow|m|>2.$$

Vậy với $|m|>2$ thì thỏa mãn đề bài cho.

Câu 37. Tìm m để biểu thức sau luôn dương $f(x)=\left(m^2+2\right)x^2-2(m+1)x+1$;

Trả lời: $m<\dfrac{1}{2}$

Lời giải

Vi $m^2+2>0$ nên yêu câu bài toán $\Leftrightarrow \left(m^2+2\right)x^2-2(m+1)x+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'<0\\a>0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}(m+1)^2-\left(m^2+2\right)<0\\m^2+2>0\end{cases}\Leftrightarrow (m+1)^2-\left(m^2+2\right)<0$$

$\Leftrightarrow 2m<1\Leftrightarrow m<\dfrac{1}{2}$.

Vậy $m<\dfrac{1}{2}$ thỏa mãn

Câu 38. Tìm m để biểu thức sau luôn dương $f(x)=(m+2)x^2+2(m+2)x+m+3$

Trả lời: $m\ge -2$

Lời giải

Với $m=-2$, biểu thức đã cho trở thành $1>0$: luôn đúng với mọi x.

Với $m\ne -2$, yêu câu bài toán $\Leftrightarrow (m+2)x^2+2(m+2)x+m+3>0,\forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}a>0\\\Delta'<0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m+2>0\\(m+2)^2-(m+2)(m+3)<0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m+2>0\\-m-2<0\end{cases}\Leftrightarrow m>-2$$

Kết hợp hai trường hợp ta được $m\ge -2$ là giá trị cần tìm.

Câu 39. Tìm m để biểu thức sau luôn âm $f(x)=mx^2-x-1$

Trả lời: $-\dfrac{1}{4}<m<0$

Lời giải

Với $m=0$, ta có $f(x)=-x-1<0\Leftrightarrow x>-1$: không thỏa mãn.

Với $m\ne 0$, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow mx^2-x-1<0,\forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}a<0\\\Delta<0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m<0\\1+4m<0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m<0\\m>-\dfrac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow -\dfrac{1}{4}<m<0$$

Vậy với $-\dfrac{1}{4}<m<0$ thì biểu thức $f(x)$ luôn âm.

Câu 40. Tìm m để biểu thức sau luôn âm $f(x)=(m-4)x^2+(2m-8)x+m-5$.

Trả lời: $m\le 4$

Lời giải

Với $m=4$, ta có $f(x)=-1<0$: đúng với mọi x.

Với $m\neq 4$, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (m-4)x^2+(2m-8)x+m-5<0, \forall x\in\mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ \Delta' <0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-4<0 \\ (m-4)^2-(m-4)(m-5)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<4 \\ m-4<0 \end{cases} \Leftrightarrow m<4$$

Kết hợp hai trường hợp ta được $m\leq 4$.

Câu 41. Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số $y=\sqrt{(m+10)x^2-2(m-2)x+1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Trả lời: $-1\leq m\leq 6$

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow (m+10)x^2-2(m-2)x+1\geq 0(*)$.

Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $(*)$ đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$.

$m=-10:(*)$ trở thành: $24x+1\geq 0$ không đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra $m=-10$ loại.

$$m\neq -10:(*) \text{ đúng với } \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+10>0 \\ (m-2)^2-(m+10)\leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-5m-6\leq 0 \\ m>-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1\leq m\leq 6 \\ m>-10 \end{cases} \Leftrightarrow -1\leq m\leq 6.$$

Vậy với $-1\leq m\leq 6$ thì hàm số đã cho có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Câu 42. Cho phương trình $x^4-2x^2-2-m=0(1)$. Tìm m để phương trình sau phương trình có đúng 2 nghiệm

Trả lời: $m=-3$ hoặc $m>-2$.

Lời giải

Đặt: $x^2=t(t\geq 0)$. Khi đó (1) trở thành: $t^2-2t-2-m=0$ (2)

Phương trình (1) có 2 nghiệm khi (2) phải có 2 nghiệm: $\left[\begin{array}{l} t_1=t_2>0 \\ t_1<0<t_2 \end{array}\right.$

TH1: $t_1=t_2>0$. Khi đó $\Delta'=0\Leftrightarrow m+3=0\Leftrightarrow m=-3$.

Với $m=-3$ thì phương trình (2) nghiệm $t_1=t_2=1$ thỏa mãn.

TH2: $t_1<0<t_2$. Khi đó: $-2-m<0\Leftrightarrow m>-2$.

Vậy phương trình (1) có 2 nghiệm khi $m=-3$ hoặc $m>-2$.

Câu 43. Cho phương trình $x^4-mx^3-2x^2+mx+1=0$. Tìm m để phương trình có đúng 4 nghiệm phân biệt.

Trả lời: $m \neq 0$

Lời giải

Nhận xét rằng $x=0$ không phải là nghiệm của phương trình. Chia cả hai vế của phương trình cho $x^2 \neq 0$ ta được:

$$x^2 - mx - 2 + m\cdot\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - m\left(x - \frac{1}{x}\right) - 2 = 0.$$

Đặt $t = x - \frac{1}{x}$, suy ra $x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 + 2$.

Khi đó, phương trình có dạng: $f(t) = t^2 - mt = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=m \end{array}\right.$.

Với $t=0$ ta được: $x - \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Phương trình có 4 nghiệm phân biệt điêu kiện là $m \neq 0$.

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{-x^2+2x-5}{x^2-mx+1} \le 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Trả lời: $m \in [-2;2]$

Lời giải

Ta có $-x^2+2x-5 = -(x-1)^2 - 4 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Nên $\frac{-x^2+2x-5}{x^2-mx+1} \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2 - mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4 \le 0 \Leftrightarrow m \in [-2;2]$.

Câu 45. Cho $y = \sqrt{x^2+2x+m} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2+mx-1}}$, tìm m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Trả lời: không tồn tại giá trị m

Lời giải

Để hàm số trên xác định trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\begin{cases} x^2+2x+m \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2+mx-1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 \ge 1-m, \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2+mx-1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-m \le 0 \qquad (1) \\ f(x) = x^2+mx-1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

(1) $\Leftrightarrow m \ge 1$.

Vì $f(x) = x^2 + mx - 1$ là hàm Parabol với hệ số $a = 1 > 0$ nên hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{m}{2}$.

Do đó hàm số $f(x)=x^2+mx-1>0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta<0 \Leftrightarrow m^2+4<0$ (Vô lý)

Suy ra không tồn tại giá trị m để $x^2+mx-1>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy không tồn tại giá trị m để $y=\sqrt{x^2+2x+m}-\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+mx-1}}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bpt $x^2-2x+1-m^2\le 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in[1;2]$.

Trả lời: $m\le -1 \vee m\ge 1$

Lời giải

Ta có $\Delta'=m^2\ge 0$. Phương trình có hai nghiệm $x_1=1-m$ và $x_2=1+m$

Nếu $m=0$ thì bpt trở thành $x^2-2x+1\le 0 \Leftrightarrow (x-1)^2\le 0 \Leftrightarrow x=1$ không thỏa mãn.

Nếu $m>0$ thì $x_1=1-m<x_2=1+m$. Suy ra tập nghiệm của bpt là $S=[1-m;1+m]$

Để bpt nghiệm đúng với mọi $x\in[1;2]$ khi và chỉ khi $[1;2]\subset[1-m;1+m]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}1\ge 1-m\\ 2\ge 1+m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\ge 0\\ m\ge 1\end{cases} \Leftrightarrow m\ge 1$$

Nếu $m<0$ thì $x_1=1-m>x_2=1+m$.

Suy ra tập nghiệm của bpt là $S=[1+m;1-m]$

Để bpt nghiệm đúng với mọi $x\in[1;2]$ khi và chỉ khi $[1;2]\subset[1+m;1-m]$

$\Leftrightarrow \begin{cases}1\ge 1+m\\ 2\ge 1-m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\le 0\\ m\le -1\end{cases} \Leftrightarrow m\le -1$. Vậy $m\le -1 \vee m\ge 1$ thỏa mãn.

Câu 47. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bpt $x^2+(3-m)x-2m+3>0$ nghiệm đúng với mọi $x\le 4$.

Trả lời: $m>-\dfrac{7}{2}$

Lời giải

Ta có $\Delta=(3-m)^2-4(-2m+3)=m^2+2m-3$

Nếu $m=1$ thì bpt trở thành $x^2+2x+1>0 \Leftrightarrow (x+1)^2>0 \Leftrightarrow x\ne -1$ thỏa mãn.

Nếu $m=-3$ thì bpt trở thành $x^2+6x+9>0 \Leftrightarrow (x+3)^2>0 \Leftrightarrow x\ne -3$ thỏa mãn

Nếu $-3<m<1$ thì $\Delta<0$ mà hệ số $a=1>0$ nên $x^2+(3-m)x-2m+3>0, \forall x\in\mathbb{R}$

Suy ra tập nghiệm của bpt là $\mathbb{R}$ (thỏa mãn).

Nếu $\left[\begin{array}{l}m<-3\\ m>1\end{array}\right.$ thì $\Delta>0$ nên phương trình $x^2+(3-m)x-2m+3=0$ có hai nghiệm.

Do đó ta có tập nghiệm của $x^2+(3-m)x-2m+3>0$ là

$$S=\left(-\infty;\frac{-3+m-\sqrt{m^2+2m-3}}{2}\right)\cup\left(\frac{-3+m+\sqrt{m^2+2m-3}}{2};+\infty\right).$$

Bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x\le -4$ khi và chỉ khi $(-\infty;-4]\subset\left(-\infty;\frac{-3+m-\sqrt{m^2+2m-3}}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow -4<\frac{-3+m-\sqrt{m^2+2m-3}}{2}\Leftrightarrow \sqrt{m^2+2m-3}<m+5$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} m>-5\vee m>1\\ m>-5m>-\frac{7}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} -\frac{7}{2}<m<-3\\ m>1\end{array}\right.\Leftrightarrow\begin{cases} m^2+2m-3>0\\ m+5>0\\ m^2+2m-3<(11-m)^2\end{cases}$$

Kết hợp các trường hợp ta được $m>-\frac{7}{2}$ là giá trị cần tìm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48. Tìm m để hệ bất phương trình sau có nghiệm $\begin{cases} x-1>0\\ x^2-2mx+1\le 0\end{cases}$

Trả lời: $m>1$

Lời giải

Bất phương trình $x-1>0\Leftrightarrow x>1$. Suy ra $S_1=(1;+\infty)$.

Bất phương trình $x^2-2mx+1\le 0\Leftrightarrow x^2-2mx+m^2\le m^2-1\Leftrightarrow (x-m)^2\le m^2-1$

$\Leftrightarrow -\sqrt{m^2-1}\le x-m\le\sqrt{m^2-1}$ (điều kiện: $m^2-1\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m\ge 1\\ m\le -1\end{array}\right)$ $\Leftrightarrow m-\sqrt{m^2-1}\le x\le m+\sqrt{m^2-1}$. Suy ra $S_2=\left[m-\sqrt{m^2-1};m+\sqrt{m^2-1}\right]$.

Để hệ có nghiệm $\Leftrightarrow m+\sqrt{m^2-1}>1$

$$\Leftrightarrow\sqrt{m^2-1}>1-m\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}1-m<0\\ m^2-1\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}1-m\ge 0\\ m^2-1>(1-m)^2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m>1\\ m\le -1\vee m\ge 1\end{cases}\\ \begin{cases}m\le 1\\ m>1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow m>1$$

Câu 49. Tìm m để mọi $x\in[0;+\infty)$ đều là nghiệm của bất phương trình $\left(m^2-1\right)x^2-8mx+9-m^2\ge 0$.

Trả lời: $m\in[-3;-1]$

Lời giải

$m=1$ không thỏa mãn ycbt; $m=-1$ thỏa mãn ycbt

Với $m\neq \pm 1$ ta có bpt $\Leftrightarrow [(m+1)x+m-3][(m-1)x-m-3]\geq 0$

Đáp số $m\in[-3;-1]$

Câu 50. Tìm m để bất phương trình $2x^2-(2m+1)x+m^2-2m+2\leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\left[\frac{1}{2};2\right]$.

Trả lời: $2\leq m\leq \frac{21+2\sqrt{34}}{10}$

Lời giải

Đặt $f(x)=2x^2-(2m+1)x+m^2-2m+2$, có $\Delta=-4m^2+20m-15$

$\Delta\leq 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\leq \frac{5-\sqrt{10}}{2} \\ m\geq \frac{5+\sqrt{10}}{2}\end{array}\right.$, suy ra $f(x)\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên trường hợp này không thỏa yêu cầu bài toán.

$\Delta>0\Leftrightarrow m\in\left(\frac{5-\sqrt{10}}{2};\frac{5+\sqrt{10}}{2}\right)$, khi đó $f(x)$ có hai nghiệm $x_1=\frac{2m+1-\sqrt{\Delta}}{4}, x_2=\frac{2m+1+\sqrt{\Delta}}{4}\left(x_1<x_2\right)$ Và $f(x)\leq 0\Leftrightarrow x\in\left[x_1;x_2\right]$.

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1\leq \frac{1}{2} \\ x_2\geq 2\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1\leq 2\sqrt{\Delta} \\ 7-2m\leq \sqrt{\Delta}\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} (2m-1)^2\leq 4\Delta \\ (7-2m)^2\leq \Delta \\ \frac{1}{2}\leq m\leq \frac{7}{2}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 20m^2-84m+61\leq 0 \\ m^2-6m+8\leq 0 \\ \frac{1}{2}\leq m\leq \frac{7}{2}\end{cases}\Leftrightarrow 2\leq m\leq \frac{21+2\sqrt{34}}{10}$$

Vậy $2\leq m\leq \frac{21+2\sqrt{34}}{10}$ là những giá trị cần tìm.

Câu 51. Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số $y=\sqrt{(m+10)x^2-2(m-2)x+1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Trả lời: $-1\leq m\leq 6$

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow (m+10)x^2-2(m-2)x+1\geq 0(*)$.

Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$ khi và chỉ khi (*) đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$.

$m=-10$ (*) trở thành: $24x+1\geq 0$ không đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra $m=-10$ loại.

$m\neq -10$ (*) đúng với $\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta'\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m+10>0\\ (m-2)^2-(m+10)\leq 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-5m-6\leq 0\\ m>-10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\leq m\leq 6\\ m>-10\end{cases}\Leftrightarrow -1\leq m\leq 6.$

Vậy với $-1\leq m\leq 6$ thì hàm số đã cho có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

D. Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $f(x)=3x^2+2x-5$ là tam thức bậc hai. **B.** $f(x)=2x-4$ là tam thức bậc hai.

C. $f(x)=3x^3+2x-1$ là tam thức bậc hai. **D.** $f(x)=x^4-x^2+1$ là tam thức bậc hai.

Lời giải

Chọn A

* Theo định nghĩa tam thức bậc hai thì $f(x)=3x^2+2x-5$ là tam thức bậc hai.

Câu 2: Cho $f(x)=ax^2+bx+c$, $(a\neq 0)$ và $\Delta=b^2-4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $\Delta<0$. **B.** $\Delta=0$. **C.** $\Delta>0$. **D.** $\Delta\geq 0$.

Lời giải

Chọn A

Theo định lý về dấu của tam thức bậc hai thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x\in\mathbb{R}$ khi $\Delta<0$.

Câu 3: Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$. Điều kiện cần và đủ để $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases}a>0\\ \Delta\geq 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta\leq 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta>0\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 4: Biểu thức nào sau đây là tam thức bậc hai?

A. $f(x)=2x-2$. **B.** $f(x)=\dfrac{x}{2x-1}$.

C. $f(x)=\dfrac{1}{x^2-3x-4}$. **D.** $f(x)=x^2-4x+3$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa tam thức bậc hai.

Câu 5: Cho $f(x)=x^2+4$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $f(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $f(x)<0, \forall x\in\mathbb{R}$.

C. $f(x)=0, \forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $f(x)<0, \forall x\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Ta có: $x^2\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow x^2+4>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Cách 2: $f(x)=x^2+4$ là tam thức bậc hai có $a=1$, $\Delta=-16<0\Rightarrow f(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 6: Cho tam thức bậc hai $f(x)=-2x^2+8x-8$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $f(x)<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. **B.** $f(x)\geq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

C. $f(x)\leq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. **D.** $f(x)>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} \Delta = 0 \\ a = -2 < 0 \end{cases}$ suy ra $f(x) \le 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để biểu thức $f(x) = (m-2)x^2 + 2x - 3$ là một tam thức bậc hai.

A. $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m \ne 2$. **C.** $m > 2$. **D.** $m < 2$.

Lời giải

Chọn B

$f(x) = (m-2)x^2 + 2x - 3$ là một tam thức bậc hai khi và chỉ khi: $m - 2 \ne 0 \Leftrightarrow m \ne 2$.

Câu 8: Với số thực a bất kỳ, biểu thức nào sau đây luôn nhận giá trị dương

A. $a^2 + 2a - 1$. **B.** $a^2 - 2a + 1$. **C.** $a^2 + a + 1$. **D.** $a^2 + 2a + 1$.

Lời giải

Chọn C, vì $\Delta = -3 < 0$.

Câu 9: Cho $f(x) = x^2 - 4x + 4$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ **B.** $f(x) > 0, \forall x \ne 2$

C. $f(x) > 0, \forall x \ne 4$ **D.** $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x) = (x-2)^2 > 0, \forall x \ne 2$.

Câu 10: Nghiệm của tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 9$ là

A. $x = -3$. **B.** $x = 3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -3 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 9 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = 0 \Rightarrow x = \pm 3$.

Câu 11: Cho tam thức bậc hai $f\left(x\right)=x^2-2x$. Chọn khẳng định đúng.

A. $f\left(x\right)<0,\forall x\in\left(0;2\right)$.

B. $f\left(x\right)<0,\forall x\in\mathbb{R}$.

C. $f\left(x\right)>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

D. $f\left(x\right)>0,\forall x\in\left(1;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

$f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$ và $a=1>0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Do đó: $f\left(x\right)<0,\forall x\in\left(0;2\right)$.

Câu 12: Tam thức bậc hai $f\left(x\right)=x^2-3x-4$ âm khi.

A. $x\in\left(-\infty;-1\right]\cup\left[4;+\infty\right)$.

B. $x\in\left[-4;2\right]$.

C. $\left(-1;4\right)$.

D. $x\in\left(-\infty;-4\right]\cup\left[1;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x^2-3x-4<0\Leftrightarrow-1<x<4$.

Câu 13: Tam thức bậc hai $f\left(x\right)=x^2-3x+7$

A. Không âm với mọi x.

B. Dương với mọi x.

C. Âm với mọi $x\in\left(-\infty;0\right)$.

D. Âm với mọi x.

Lời giải

Chọn B

Dễ thấy $\Delta=9-28=-19<0$. Vậy $f\left(x\right)>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 14: Tam thức bậc hai $f\left(x\right)=x^2-12x-13$ nhận giá trị không âm khi và chỉ khi

A. $x \in (-1;13)$.

B. $x \in \mathbb{R} \setminus [-1;13]$.

C. $x \in [-1;13]$.

D. $x \in (-\infty;-1] \cup [13;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$f(x) \ge 0 \Leftrightarrow x^2 - 12x - 13 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \le -1 \\ x \ge 13 \end{array}\right.$.

Câu 15: Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của x?

A. $x^2 - 10x + 2$.

B. $x^2 - 2x - 10$.

C. $x^2 - 2x + 10$.

D. $-x^2 + 2x + 10$.

Lời giải

Chọn C

Câu 16: Tìm nghiệm của tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + 4x - 5$.

A. $x = 5$; $x = -1$.

B. $x = -5$; $x = -1$.

C. $x = 5$; $x = 1$.

D. $x = -5$; $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

Câu 17: Cho tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. Tìm tất cả giá trị của x để $f(x) \ge 0$.

A. $x \in (-\infty;-1] \cup [5;+\infty)$.

B. $x \in [-1;5]$.

C. $x \in [-5;1]$.

D. $x \in (-5;1)$.

Lời giải

Chọn C

Xét tam thức $f(x) = -x^2 - 4x + 5$

Ta có: $\Delta = 36 > 0$ với hệ số $a = -1 < 0$ có hai nghiệm là $x = 1$ và $x = -5$.

x	$-\infty$		-5		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Suy r**A.** $f(x) \geq 0$ khi $-5 \leq x \leq 1$.

Vậy các giá trị của x là $x \in [-5;1]$.

Câu 18: Dấu của tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ được xác định như sau

A. $f(x) < 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) > 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.

B. $f(x) < 0$ với $-3 < x < -2$ và $f(x) > 0$ với $x < -3$ hoặc $x > -2$.

C. $f(x) > 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) < 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.

D. $f(x) > 0$ với $-3 < x < -2$ và $f(x) < 0$ với $x < -3$ hoặc $x > -2$.

Lời giải

Chọn C

Câu 19: Tam thức bậc hai nào sau đây luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $x^2 - 2x + 1$.

B. $x^2 - 8x + 192$.

C. $x^2 - 3x + 2$.

D. $-5x^2 + 2x - 229$.

Lời giải

Chọn B

Câu 20: Điều kiện để tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + bx + c$ luôn dương với mọi giá trị của $x \in \mathbb{R}$

A. $b^2 - 4ac < 0$.

B. $b^2 - 4ac > 0$.

C. $b^2 - 4ac \leq 0$.

D. $b^2 - 4ac \geq 0$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện để tam thức bậc hai $f(x)=x^2+bx+c$ luôn dương với mọi giá trị của $x\in\mathbb{R}$

$\begin{cases}1>0\\ \Delta<0\end{cases}\Leftrightarrow \Delta<0\Leftrightarrow b^2-4ac<0.$

Câu 21: Biểu thức $f\left(x\right)=ax^2+bx+c\ \left(a\neq 0\right)$ nhận giá trị âm với mọi x khi nào?

A. $\begin{cases}a>0\\ \Delta\geq 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta\geq 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta\leq 0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta<0\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Biểu thức $f\left(x\right)=ax^2+bx+c\ \left(a\neq 0\right)$ cùng dấu với hệ số a khi $\Delta<0$. Do đó biểu thức

$f\left(x\right)=ax^2+bx+c\ \left(a\neq 0\right)$ nhận giá trị âm với mọi x khi $\begin{cases}a<0\\ \Delta<0\end{cases}$.

Câu 22: Cho $f\ \ x\ =ax^2+bx+c\quad a\neq 0$. Điều kiện để $f\ \ x\ \leq 0,\forall x\in\mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases}a<0\\ \Delta\geq 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta\leq 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta>0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 23: Cho tam thức bậc hai $f\left(x\right)=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$. Điều kiện cần và đủ để $f\left(x\right)<0$, $\forall x\in\mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases}a<0\\ \Delta\leq 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta>0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta\geq 0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta<0\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để biểu thức $f\left(x\right)=\left(m-2\right)x^2+2x-3$ là một tam thức bậc hai.

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\neq 2$. **C.** $m>2$. **D.** $m<2$.

Lời giải

Chọn B

Biểu thức $f\left(x\right)=\left(m-2\right)x^2+2x-3$ là một tam thức bậc hai khi $m-2\neq 0\Leftrightarrow m\neq 2$.

Câu 25: Cho $f(x)=x^2+4$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $f(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

B. $f(x)<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

C. $f(x)=0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

D. $f(x)<0,\ \forall x\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Ta có: $x^2\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\ \Rightarrow x^2+4>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Cách 2: $f(x)=x^2+4$ là tam thức bậc hai có $a=1$, $\Delta=-16<0\Rightarrow f(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 26: Tam thức bậc hai $f(x)=x^2-12x-13$ nhận giá trị **không âm** khi và chỉ khi

A. $x\in(-1;13)$.

B. $x\in\mathbb{R}\setminus[-1;13]$.

C. $x\in[-1;13]$.

D. $x\in(-\infty;-1]\cup[13;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$f(x)=0\Leftrightarrow x^2-12x-13=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=13\end{array}\right..$$

Bảng xét dấu của $f(x)$:

x	$-\infty$		-1		13		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy $f(x)\ge 0\Leftrightarrow x\in(-\infty;-1]\cup[13;+\infty)$.

Câu 27: Tam thức nào luôn không âm với mọi x thuộc $\mathbb{R}$?

A. $f(x)=-x^2-2x-1$.

B. $f(x)=x^2-2x-3$.

C. $f(x)=x^2-2x+1$.

D. $f(x)=-x^2-1$.

Lời giải

Chọn C

Xét đáp án A có $f\left(x\right)=-\left(x+1\right)^2\le 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$ nên loại đáp án

Xét đáp án B có $f\left(x\right)\ge 0\Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-1\right]\cup\left[3;+\infty\right)$ nên loại đáp án

Xét đáp án C có $f\left(x\right)=\left(x-1\right)^2\ge 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$ nên chọn đáp án

Xét đáp án D có $f\left(x\right)<0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$ nên loại đáp án

Câu 28: Cho tam thức $f(x)=ax^2+bx+c\left(a\ne 0\right),\Delta=b^2-4ac$ .Ta có: $f(x)\le 0$ khi và chỉ khi

A. $\begin{cases}a<0\\\Delta\le 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a<0\\\Delta\ge 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a\le 0\\\Delta<0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\\Delta\le 0\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 29: Các giá trị của m để tam thức $f\left(x\right)=x^2-\left(m+2\right)x+8m+1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m>0$. **B.** $m\le 0$ *hay* $m\ge 28$.

C. $m<0$ *hay* $m>28$. **D.** $0<m<28$.

Lời giải

Chọn C

Để tam thức $f\left(x\right)$ đổi dấu 2 lần thì $f\left(x\right)$ phải có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow\Delta>0\Leftrightarrow\left(m+2\right)^2-4.\left(8m+1\right)>0\Leftrightarrow m^2-28m>0\Leftrightarrow m<0$ *hay* $m>28$

Câu 30: Tam thức bậc hai $f\left(x\right)=-x^2+3x-2$ nhận giá trị không âm khi và chỉ khi

A. $x\in\left(-\infty;1\right]\cup\left[2;+\infty\right)$. **B.** $x\in\left[1;2\right]$.

C. $x\in\left(1;2\right)$. **D.** $x\in\left(-\infty;1\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

$f\left(x\right)=0\Leftrightarrow -x^2+3x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f\left(x\right)$

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy $f\left(x\right)\geq 0 \Leftrightarrow x\in\left[1;2\right]$.

Câu 31: Biểu thức $\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}$ nào có bảng xét dấu như sau?

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

A. $\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}=\dfrac{-x^2+4x-3}{2-x}$.

B. $\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}=\dfrac{\left(x-2\right)\left(x-1\right)}{x-3}$.

C. $\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}=\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-4x+4}$.

D. $\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}=\dfrac{x^2-4x+3}{x-2}$.

Lời giải

Chọn D

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu nhận thấy:

$f\left(x\right)$ là hàm bậc hai có dạng $f\left(x\right)=ax^2+bx+c$, có 2 nghiệm $x=1; x=3$ và hệ số a dương.

$g\left(x\right)$ là hàm số bậc nhất (hoặc bậc lẻ) có dạng $g\left(x\right)=mx+n$, có 1 nghiệm $x=2$ và hệ số m dương.

Phương án D thỏa mãn

Câu 32: Bảng xét dấu sau là của biểu thức nào?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $f(x)=x^2+3x+2$.

B. $f(x)=(x-1)(-x+2)$.

C. $f(x)=-x^2-3x+2$.

D. $f(x)=x^2-3x+2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 33: Cho biểu thức $f(x)=x^2(x^2-4)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f(x)$		?	0	?	0	?	0	?	

Dấu trong các dấu chấm hỏi theo thứ tự từ trái sang phải là

A. $+,-,-,+$.

B. $+,-,+,-$.

C. $-,+,-,+$.

D. $+,+,-,+$.

Lời giải

Chọn A

* Ta có $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$, trong đó $x=0$ là nghiệm bội hai nên hàm số không đổi dấu khi qua nghiệm $x=0$. Ta có bảng xét dấu $f(x)=x^2(x^2-4)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Câu 34: Cho $f(x)=ax^2+bx+c\,(a\neq 0)$ có bảng xét dấu dưới đây

x	$-\infty$	0		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		$+$		0	$-$	0	$+$	

Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a>0,b<0,c>0$.

B. $a<0,b<0,c>0$.

C. $a>0,b>0,c>0$.

D. $a>0,b<0,c<0$.

Lời giải

Chọn A

Tại $x=0$ thì $f\left(x\right)=c>0$. Loại đáp án **D**

Trong khoảng hai nghiệm $\left(x_1;x_2\right)$, $f\left(x\right)$ mang dấu "$-$" nên $a>0$. Loại đáp án **B**

Phương trình $f\left(x\right)=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $0<x_1<x_2 \Rightarrow x_1+x_2>0$.

Mà theo định lý Vi – ét $x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}$ nên $\dfrac{-b}{a}>0\Rightarrow b<0$.

Câu 35: Biểu thức $f\left(x\right)=\dfrac{\left(x^2-3x+2\right)\left(x^2+4x-5\right)}{x-3}$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		-5		1		2		3		$+\infty$
$f(x)$		?	0	?	0	?	0	?	||	?	

Thứ tự điền các dấu từ trái sang phải vào các khoảng có dấu chấm hỏi là:

A. $+,-,+,-,+$. **B.** $-,+,-,+,-$. **C.** $-,+,+,-,+$. **D.** $+,+,-,+,+$.

Lời giải

Chọn C

$$f\left(x\right)=\frac{\left(x-1\right)\left(x-2\right)\left(x-1\right)\left(x+5\right)}{x-3}=\frac{\left(x-1\right)^2\left(x-2\right)\left(x+5\right)}{x-3}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-5		1		2		3		$+\infty$
x^2-3x+2		$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
x^2+4x-5		$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	||	$+$	

Câu 36: Cho biểu thức $f\left(x\right)=\dfrac{\left(x^2-4x+4\right)\left(x+3\right)}{5x}$. Trong khoảng $\left(0;2\right)$, $f\left(x\right)$ mang dấu gì

A. Dương. **B.** Âm. **C.** Không dương. **D.** Không âm.

Lời giải

Chọn A

$$f\left(x\right)=\frac{\left(x-2\right)^2\left(x+3\right)}{5x}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-3		0		2		$+\infty$
x^2-4x+4		$+$	|	$+$	|	$+$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
x		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	||	$+$	0	$+$	

Câu 37: Bảng xét dấu sau là của biểu thức nào?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $f\left(x\right)=-x^2-3x+2$.

B. $f\left(x\right)=\left(x-1\right)\left(-x+2\right)$.

C. $f\left(x\right)=x^2+3x+2$

D. $f\left(x\right)=x^2-3x+2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng xét dấu, $f\left(x\right)$ có nghiệm là 1 và 2 nên loại A, **C.**

$\forall x\in\left(1;2\right)$: $f\left(x\right)>0$ nên $a<0$. Do đó đáp án D sai, đáp án B đúng.

Câu 38: Với số thực x bất kì, biểu thức nào sau đây luôn nhận giá trị dương?

A. x^2-2x+1. **B.** x^2+2x+1. **C.** x^2+x+1. **D.** x^2+x-1.

Lời giải

Chọn C

Xét biểu thức $f\left(x\right)=x^2+x+1$ có $\begin{cases}a=1>0\\ \Delta=1^2-4.1=-3<0\end{cases}\Rightarrow f\left(x\right)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 39: Bảng xét dấu sau của tam thức bậc hai nào trong các phương án A, B, C, D sau đây?

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $f(x)=x^2-x-6$.

B. $f(x)=-x^2-x+6$.

C. $f(x)=-x^2+x+6$.

D. $f(x)=x^2+x-6$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng xét dấu $\Rightarrow$ hệ số của x^2 âm

và $f(x)=0$ có 2 nghiệm $x=-3, x=2$

Câu 40: Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của x?

A. $x^2-2x+10$.

B. $x^2-10x+2$.

C. $x^2-2x-10$.

D. $-x^2+2x-10$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x^2-2x+10>0, \forall x\in\mathbb{R}$ vì $a=1>0, \Delta'=-9<0$.

Câu 41: Cho bất phương trình $x^2+bx+c>0$. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình đó biết rằng $b^2-4c<0$

A. $S=\left\{-\frac{b}{2}\right\}$.

B. $S=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{b}{2}\right\}$.

C. $S=\mathbb{R}$.

D. $S=\varnothing$.

Lời giải

Chọn C

Ta có. $b^2-4c<0 \Rightarrow \begin{cases} a=1>0 \\ \Delta<0 \end{cases} \Rightarrow x^2+bx+c>0,\ \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow S=\mathbb{R}$.

Câu 42: Tam thức $f(x)=x^2-12x-13$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

A. $-1 < x < 13$. **B.** $-13 < x < 1$.

C. $x < -1$ hoặc $x > 13$. **D.** $x < -13$ hoặc $x > 1$.

Lời giải

Chọn A

$f(x) = x^2 - 12x - 13$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -1$, $x_2 = 13$, hệ số $a = 1 > 0$.

Ta có bảng xét dấu $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		13		$+\infty$
$f(x) = x^2 - 12x - 13$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $f(x)$, ta thấy $f(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 13$.

Câu 43: Cho biểu thức $f(x) = -x^2 + 3x - 2$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **B.** $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; 2)$.

C. $f(x) < 0, \forall x \in (1; +\infty)$. **D.** $f(x) > 0, \forall x \in (1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Mà $a = -1 < 0 \Rightarrow f(x) > 0$ với mọi $x \in (1; 2)$; $f(x) < 0$ với mọi $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 44: Tìm m để $f(x) = (m^2 + 2)x^2 - 2(m+1)x + 1$ luôn dương với mọi x.

A. $m < \frac{1}{2}$. **B.** $m \geq \frac{1}{2}$. **C.** $m > \frac{1}{2}$. **D.** $m \leq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)$ là tam thức bậc hai có hệ số $a = m^2 + 2 > 0, \forall m$.

Do đó, $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 + 2) < 0 \Leftrightarrow 2m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$.

Câu 45: Các giá trị m để tam thức $f(x)=x^2-(m+2)x+8m+1$ đổi dấu hai lần.

A. $m>0$.

B. $m\le 0$ hoặc $m\ge 28$.

C. $0<m<28$.

D. $m<0$ hoặc $m>28$.

Lời giải

Chọn D

Tam thức $f(x)$ đổi dấu hai lần khi và chỉ khi $f(x)=0$ có hai nghiệm phân phân biệt

$$\Leftrightarrow (m+2)^2-4(8m+1)>0 \Leftrightarrow m^2-28m>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>28 \end{array}\right..$$

Câu 46: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hệ bất phương trình sau vô nghiệm?

$$\begin{cases} x^2+7x+12<0 \\ 3x+m^2\ge 0 \end{cases}$$

A. Vô số

B. 3

C. 5

D. 7

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} x^2+7x+12<0 & (1) \\ 3x+m^2\ge 0 & (2) \end{cases}$

Bất phương trình (1) có tập nghiệm $T_1=(-4;-3)$.

Bất phương trình (2) có tập nghiệm $T_1=\left[-\dfrac{m^2}{3};+\infty\right)$.

Hệ bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow T_1\cap T_2=\varnothing \Leftrightarrow -\dfrac{m^2}{3}\ge -3 \Leftrightarrow m^2\le 9 \Leftrightarrow m\in[-3;3]$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên suy ra $m\in\{0;\pm1;\pm2;\pm3\}$. Vậy có 7 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 47: Với những giá trị nào của m thì hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-3x-4\le 0 \\ (m-1)x-2\ge 0 \end{cases}$ có nghiệm?

A. $m\ge\frac{3}{2}$. **B.** $m\le -1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ m\ge\frac{3}{2}\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m< -1 \\ m>\frac{3}{2}\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} x^2-3x-4\le 0 \\ (m-1)x-2\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1\le x\le 4 \\ (m-1)x\ge 2\end{cases}$.

TH1: $m-1>0\Leftrightarrow m>1$. Khi đó $\begin{cases} x^2-3x-4\le 0 \\ (m-1)x-2\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1\le x\le 4 \\ x\ge \frac{2}{m-1}\end{cases}$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm thì $\frac{2}{m-1}\le 4\Leftrightarrow 4m-4\ge 2\Leftrightarrow m\ge\frac{3}{2}$.

Kết hợp với $m>1$ ta được $m\ge\frac{3}{2}$.

TH1: $m-1<0\Leftrightarrow m<1$. Khi đó $\begin{cases} x^2-3x-4\le 0 \\ (m-1)x-2\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1\le x\le 4 \\ x\le \frac{2}{m-1}\end{cases}$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm thì $\frac{2}{m-1}\ge -1\Leftrightarrow 2\le 1-m\Leftrightarrow m\le -1$.

Kết hợp với $m<1$ ta được $m\le -1$.

Vậy $\left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ m\ge\frac{3}{2}\end{array}\right.$.

Câu 48: Tìm m để hệ bất phương trình $\begin{cases} -x^2+5x-4\ge 0 \\ x^2-(m-1)x-m\le 0\end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=4$.

Lời giải

Chọn A

BPT thứ nhất có nghiệm $x\in S_1=[1;4]$

BPT thứ 2 tương đương với $(x-m)(x+1)\le 0(*)$

TH1. $m=-1$ bpt $(*)$ có nghiệm duy nhất $x=-1$ nên hệ vô nghiệm

TH2. $m<-1$ bpt $(*)$ có nghiệm duy nhất $x\in[m;-1]$ hệ vô nghiệm

TH3. $m>-1$ bpt $(*)$ có nghiệm duy nhất $x\in S_2=[-1;m]$ để hệ có nghiệm duy nhất thì $S_1\cap S_2=\{x_0\}$ xảy ra khi và chỉ khi $m=1$.

Vậy $m=1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49: Hệ bất phương trình $\begin{cases}-x^2+2x-2<0\\ mx^2-2mx+1\ge 0\end{cases}$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $m\in(0;1]$. **B.** $m\in(0;1)$. **C.** $m\in[0;1]$. **D.** $m\in\varnothing$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $-x^2+2x-2<0,\forall x\in\mathbb{R}$, suy ra để hệ có tập nghiệm là $\mathbb{R}\Leftrightarrow mx^2-2mx+1\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2m=0,1>0\\ \begin{cases}m>0\\ \Delta'\le 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ \begin{cases}m>0\\ m^2-m\le 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ \begin{cases}m>0\\ 0\le m\le 1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow 0\le m\le 1.$$

Vậy $m\in[0;1]$.

Câu 50: Giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases}x^2-3x-10\le 0\\ mx+m-2>0\end{cases}$ có nghiệm trên tập số thực là

A. $m\in(-\infty;-2)\cup\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$. **B.** $m\in(-\infty;0)\cup\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$.

C. $m\in(-\infty;-2)\cup(0;+\infty)$. **D.** $m\in\left(0;\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x^2-3x-10\le 0 \Leftrightarrow -2\le x\le 5$ do đó bất phương trình $x^2-3x-10\le 0$ có tập nghiệm $S_1=[-2;5]$.

Xét bất phương trình $mx+m-2>0\,(*)$ ta có:

Với $m=0$: bất phương trình trở thành: $0x-2>0$ vô nghiệm (loại).

Với $m>0$: bất phương trình $mx+m-2>0 \Leftrightarrow x>\dfrac{2-m}{m}$ do đó bất phương trình $(*)$ có tập nghiệm

$S_2=\left(\dfrac{2-m}{m};+\infty\right)$.

Khi đó hệ bất phương trình đã cho có nghiệm trên tập số thực $\Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{2-m}{m}<5\\ m>0\end{cases} \Leftrightarrow m>\dfrac{1}{3}$.

Với $m<0$: bất phương trình $mx+m-2>0 \Leftrightarrow x<\dfrac{2-m}{m}$ do đó bất phương trình $(*)$ có tập nghiệm

$S_2=\left(-\infty;\dfrac{2-m}{m}\right)$.

Do đó hệ bất phương trình đã cho có nghiệm trên tập số thực $\Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{2-m}{m}>-2\\ m<0\end{cases} \Leftrightarrow m<-2$.

Kết luận: $m\in(-\infty;-2)\cup\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

Câu 51: Tất cả các giá trị của m để hệ bất phương trình $\begin{cases}x^2-3x-4\le 0\\ (m-1)x-2\ge 0\end{cases}$ có nghiệm là

A. $\begin{cases}m\ge \dfrac{3}{2}\\ m\le -1\end{cases}$. **B.** $-1\le m\le \dfrac{3}{2}$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $m\ge -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases}x^2-3x-4\le 0 \ (1)\\ (m-1)x-2\ge 0 \ (2)\end{cases}$

Bpt $x^2-3x-4\le 0$ (1) $\Leftrightarrow -1\le x\le 4$.

Bpt: $(m-1)x-2\ge 0$ (2) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m-1>0\\ x\ge \dfrac{2}{m-1}\end{cases}\\ \begin{cases}m-1<0\\ x\le \dfrac{2}{m-1}\end{cases}\end{array}\right.$.

Do đó hệ bpt đã cho có nghiệm khi $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m-1>0\\ \dfrac{2}{m-1}\le 4\end{cases}\\ \begin{cases}m-1<0\\ \dfrac{2}{m-1}\ge -1\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m>1\\ m\ge \dfrac{3}{2}\end{cases}\\ \begin{cases}m<1\\ m\le -1\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\ge \dfrac{3}{2}\\ m\le -1\end{array}\right.$.

Câu 52: Hệ bất phương trình $\begin{cases}x^2-4<0\\ x-m\le 0\end{cases}$ (m là tham số) có nghiệm khi

A. $m=-2$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m\ge 2\\ m\le -2\end{array}\right.$. **C.** $m>-2$. **D.** $m\le -2$.

Lời giải

Chọn C

Ta co $\begin{cases}x^2-4<0\\ x-m\le 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-2<x<2 & (1)\\ x\le m & (2)\end{cases}$.

Hệ đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow S_1\cap S_2\ne\varnothing \Leftrightarrow m>-2$.

Câu 53: Có bao nhiêu giá trị nguyên m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hệ bất phương trình

$\begin{cases}2x^2-5x+2\le 0\\ x^2-(2m+1)x+m^2+m\le 0\end{cases}$ vô nghiệm?

A. 16. **B.** 20. **C.** 19. **D.** 18.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2x^2-5x+2\le 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\le x\le 2 \Rightarrow S_1=\left[\frac{1}{2};2\right]$.

Mà $x^2-(2m+1)x+m^2+m\le 0 \Leftrightarrow m\le x\le m+1 \Rightarrow S_2=[m;m+1]$.

Để hệ bất phương trình vô nghiệm khi $S_1\cap S_2=\varnothing \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+1<\frac{1}{2} \\ m>2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-\frac{1}{2} \\ m>2 \end{array}\right.$.

Vì $m\in Z; m\in[-10,10] \Rightarrow m\in\{-10,-9,\dots,-1,3,4,5,\dots,10\}$.

Câu 54: Tìm m để hệ bất phương trình $\begin{cases} -x^2+5x-4\ge 0 \\ x^2-(m-1)x-m\le 0 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=4$.

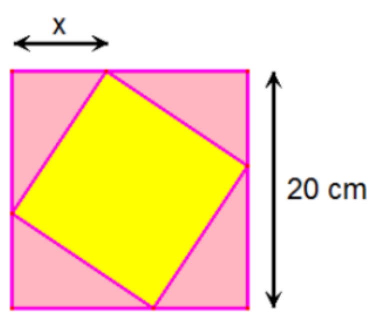
Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} -x^2+5x-4\ge 0\,(*) \\ x^2-(m-1)x-m\le 0\,(**) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-x)(x-4)\ge 0 \\ (x+1)(x-m)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1\le x\le 4 \\ -1\le x\le m \end{cases}$$

Để hệ trên có nghiệm duy nhất thì $m=1$.

Câu 55: Một viên gạch hình vuông có cạnh thay đổi được đặt nội tiếp trong một hình vuông có cạnh bằng $20\,cm$, tạo thành bốn tam giác xung quanh như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của x để diện tích viên gạch không vượt quá $208\,cm^2$.

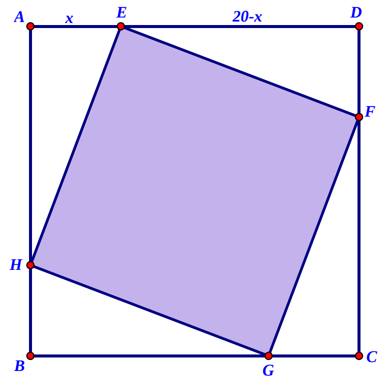


A. $8\le x\le 12$. **B.** $6\le x\le 14$. **C.** $12\le x\le 14$. **D.** $12\le x\le 18$.

Lời giải

Chọn A

Gọi E, F, G, H là bốn đỉnh của viên gạch hình vuông nội tiếp trong hình vuông $ABCD$ có cạnh $20cm$ như hình vẽ



Ta có cạnh viên gạch là $EF = \sqrt{x^2 + (20-x)^2} = \sqrt{2x^2 - 40x + 400}$.

Diện tích của viên gạch là: $EF^2 = 2x^2 - 40x + 400$.

Theo đề ta có diện tích viên gạch không vượt quá $208cm^2$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 40x + 400 \le 208 \Leftrightarrow 2x^2 - 40x + 192 \le 0 \Leftrightarrow 8 \le x \le 12$.