

## MỤC LỤC

<b>§2 - VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG,</b>	<b>2</b>
<b>GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH</b>	<b>2</b>
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức	2
Ⓑ. Trắc nghiệm Đ/S	3
Ⓒ. Trả lời ngắn	14
Ⓓ. Câu hỏi trắc nghiệm	29

## §2 – VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG, GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

### A. Tóm tắt kiến thức

#### Lý thuyết

#### 1. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hai đường thẳng  $d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$  và  $d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ . Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng này ta xét số nghiệm của hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \quad (0.1)$$

- Nếu hệ (1.1) có duy nhất 1 nghiệm ta nói hai đường thẳng trên cắt nhau tọa độ giao điểm chính là nghiệm của hệ phương trình nói trên.
- Nếu hệ (1.1) vô nghiệm ta nói hai đường thẳng nói trên song song với nhau.
- Nếu hệ (1.1) nghiệm đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$  thì hai đường thẳng trên trùng nhau.
- Tuy nhiên để thuận tiện cho việc xét nhanh vị trí tương đối của hai đường thẳng ta chú ý nhận xét sau

**Nhận xét.** Nếu  $a_2b_2c_2 \neq 0$  ta có

$$\text{a. } \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Leftrightarrow d_1 \cap d_2 = \{I\}$$

$$\text{b. } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \Leftrightarrow d_1 // d_2$$

$$\text{c. } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Leftrightarrow d_1 \equiv d_2$$

## 2. GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

✍ Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hai đường thẳng  $d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$  và  $d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ . Khi đó góc giữa hai đường thẳng được tính theo công thức.

$$\cos(d_1; d_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

## 3. KHOẢNG CÁCH

✍ Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho đường thẳng  $\Delta : ax + by + c = 0$  và điểm  $M_0(x_0; y_0)$ . Khi đó khoảng cách từ điểm  $M_0$  đến đường thẳng  $\Delta$  được tính theo công thức:

$$d(M_0; \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

## B. Trắc nghiệm Đ/S

**Câu 1.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$d_1 : x + 4y - 1 = 0$ cắt $d_2 : 2x - 3y + 5 = 0$ ;		
b)	$m_1 : \begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = -5 - 4t \end{cases}$ song song $m_2 : 8x + 6y + 1 = 0$ .		
c)	$a_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 3t \end{cases}$ trùng $a_2 : \begin{cases} x = 2 + 2k \\ y = 6k \end{cases}$ (với $t, k$ là các tham số).		
d)	$\Delta_1 : x + y - 1 = 0$ và $\Delta_2 : x + 2 = 0$ ; góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1$ và $\Delta_2$ là $30^\circ$ .		

**Câu 2.** Cho hai đường thẳng  $\Delta_1 : 2x + y + 15 = 0$  và  $\Delta_2 : x - 2y - 3 = 0$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\Delta_1$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; 1)$ , $\Delta_2$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; -2)$ .		
b)	Hai đường thẳng $\Delta_1, \Delta_2$ cắt nhau.		

c)	$\Delta_1, \Delta_2$ cắt nhau tại $\left(-\frac{27}{4}; -\frac{21}{4}\right)$ .		
d)	$\Delta_1, \Delta_2$ vuông góc với nhau.		

**Câu 3.** Cho hai đường thẳng  $\Delta_1: \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 3 - 6t \end{cases}$  và  $\Delta_2: \begin{cases} x = 7 + 5t' \\ y = -3 + 6t' \end{cases}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Hai đường thẳng $\Delta_1, \Delta_2$ lần lượt có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (5; -6)$ , $\vec{u}_2 = (5; 6)$		
b)	Hai đường thẳng $\Delta_1, \Delta_2$ song song		
c)	$M(7; 3)$ là tọa độ giao điểm hai đường $\Delta_1, \Delta_2$ .		
d)	$\Delta_1, \Delta_2$ vuông góc với nhau.		

**Câu 4.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$d_1: x + \sqrt{3}y = 0, d_2: x + 10 = 0$ có $(d_1, d_2) = 45^\circ$ .		
b)	$d_1: 2x + 2\sqrt{3}y + \sqrt{5} = 0, d_2: y - \sqrt{6} = 0$ có $(d_1, d_2) = 60^\circ$		
c)	$\Delta_1: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$ và $\Delta_2: 3x + 2y - 14 = 0$ có $(\Delta_1, \Delta_2) = 30^\circ$		
d)	$\Delta_1: x - 3y + 3 = 0$ và $\Delta_2: x - 3y - 5 = 0$ có $\Delta_1 // \Delta_2$		

**Câu 5.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$M(2; -1); 3x - 4y - 12 = 0$ khi đó $d(M, \Delta) = \frac{3}{5}$		
b)	$M(4; -5); \begin{cases} x = 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$ khi đó $d(M, \Delta) = 2\sqrt{13}$		
c)	$\Delta_1: 7x + y - 3 = 0$ và $\Delta_2: 7x + y + 12 = 0$ có $\Delta_1 // \Delta_2$		
d)	$\Delta_1: 7x + y - 3 = 0$ và $\Delta_2: 7x + y + 12 = 0$ khi đó $d(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{\sqrt{2}}{2}$		

**Câu 6.** Cho  $\Delta_1: x - y - 3 = 0, \Delta_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\Delta_1$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (-1; -1)$		

b)	$\Delta_2$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (2; -1)$		
c)	Hai đường thẳng $\Delta_1, \Delta_2$ cắt nhau.		
d)	$\Delta_1, \Delta_2$ cắt nhau tại điểm có tọa độ $\left(\frac{7}{2}; -\frac{2}{3}\right)$ .		

**Câu 7.** Cho  $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 - t \end{cases}, \Delta_2: \begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = 1 - 3t' \end{cases}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\Delta_1$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (-1; -1)$		
b)	$\Delta_2$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (2; -3)$		
c)	Hai đường thẳng $\Delta_1, \Delta_2$ song song.		
d)	$\Delta_1, \Delta_2$ cắt nhau tại điểm có tọa độ $\left(\frac{7}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .		

**Câu 8.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$d_1: 2x - y - 10 = 0$ và $d_2: x - 3y + 9 = 0$ có $(d_1, d_2) = 45^\circ$ .		
b)	$d_1: x + 2y - \sqrt{2} = 0$ và $d_2: x - y = 0$ có $(d_1, d_2) \approx 71,565^\circ$ .		
c)	$d_1: 3x + 4y + 1 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 15 + 12t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$ có $(d_1, d_2) \approx 59,49^\circ$		
d)	$\Delta_1: -x - 2y + 4 = 0, \Delta_2: 2x + 4y - 11 = 0$ có $(\Delta_1, \Delta_2) = 60^\circ$		

**Câu 9.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$A(-3; -1), \Delta: 2x - y + 11 = 0$ khi đó $d(A, \Delta) = \frac{6\sqrt{5}}{5}$		
b)	$A(0; 2), \Delta$ trùng với trục $Ox$ khi đó $d(A, \Delta) = 3$		
c)	$A \equiv O, \Delta: 3x + 4y - 225 = 0$ khi đó $d(A, \Delta) = 45$		
d)	$A(-1; 4), \Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t \end{cases}$ khi đó $d(A, \Delta) = 3$		

**Câu 10.** Cho đường thẳng  $d: x + 2y - 1 = 0$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	---------	------	-----

a)	$d$ cắt $\Delta_1: -x+3y=0$ tại $A\left(\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right)$		
b)	$d // \Delta_2: y = -\frac{1}{2}x+3$		
c)	$d // \Delta_3: 3x+6y+3=0$		
d)	$d$ trùng với $\Delta_4: 2x+y-1=0$		

**Câu 11.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$d_1: 4x-10y+1=0$ cắt $d_2: x+y+2=0$ .		
b)	$d_3: 12x-6y+10=0$ cắt $d_4: 2x-y+5=0$ .		
c)	$d_5: 8x+10y-12=0$ trùng $d_6: \begin{cases} x = -6+5t \\ y = 6-4t \end{cases}$ .		
d)	$d_7: \begin{cases} x = -1+t \\ y = -2-2t \end{cases}$ song song $d_8: \begin{cases} x = 2-2t' \\ y = -8+4t' \end{cases}$ .		

## LỜI GIẢI

**Câu 1.** Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a)  $d_1: x+4y-1=0$  cắt  $d_2: 2x-3y+5=0$ ;

b)  $m_1: \begin{cases} x = 5+3t \\ y = -5-4t \end{cases}$  song song  $m_2: 8x+6y+1=0$ .

c)  $a_1: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -3+3t \end{cases}$  trùng  $a_2: \begin{cases} x = 2+2k \\ y = 6k \end{cases}$  (với  $t, k$  là các tham số).

d)  $\Delta_1: x+y-1=0$  và  $\Delta_2: x+2=0$ ; góc giữa hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  là  $30^\circ$ .

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhau.

b) Đường thẳng  $m_1$  song song với đường thẳng  $m_2$ .

c) Hai đường thẳng  $a_1$  và  $a_2$  trùng nhau.

d) Góc giữa hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  là  $45^\circ$ .

**Câu 2.** Cho hai đường thẳng  $\Delta_1 : 2x + y + 15 = 0$  và  $\Delta_2 : x - 2y - 3 = 0$ . Khi đó:

a)  $\Delta_1$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (2; 1)$ ,  $\Delta_2$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_2 = (1; -2)$ .

b) Hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  cắt nhau.

c)  $\Delta_1, \Delta_2$  cắt nhau tại  $\left(-\frac{27}{4}; -\frac{21}{4}\right)$ .

d)  $\Delta_1, \Delta_2$  vuông góc với nhau.

### Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

$\Delta_1$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (2; 1)$ ,  $\Delta_2$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_2 = (1; -2)$ .

Vì  $2 \cdot (-2) \neq 1 \cdot 1$  nên hai vectơ trên không cùng phương, suy ra hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  cắt nhau.

$$\text{Xét hệ: } \begin{cases} 2x + y + 15 = 0 \\ x - 2y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{27}{5} \\ y = -\frac{21}{5} \end{cases}. \text{ Vậy } \Delta_1, \Delta_2 \text{ cắt nhau tại } \left(-\frac{27}{5}; -\frac{21}{5}\right).$$

Mặt khác:  $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 0$ . Vậy  $d_1$  và  $d_2$  vuông góc với nhau.

**Câu 3.** Cho hai đường thẳng  $\Delta_1 : \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 3 - 6t \end{cases}$  và  $\Delta_2 : \begin{cases} x = 7 + 5t' \\ y = -3 + 6t' \end{cases}$ . Khi đó:

a) Hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  lần lượt có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_1 = (5; -6)$ ,  $\vec{u}_2 = (5; 6)$

b) Hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  song song

c)  $M(7; 3)$  là tọa độ giao điểm hai đường  $\Delta_1, \Delta_2$ .

d)  $\Delta_1, \Delta_2$  vuông góc với nhau.

### Lời giải

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	---------------	---------------	---------------

Hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  lần lượt có vector chỉ phương  $\vec{u}_1 = (5; -6)$ ,  $\vec{u}_2 = (5; 6)$  với  $5.6 \neq -6.5$  nên hai vector này không cùng phương. Vì vậy hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  cắt nhau.

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} 2+5t=7+5t' \\ 3-6t=-3+6t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5t-5t'=5 \\ -6t-6t'=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t'=0 \end{cases} \Rightarrow M(7; -3) \text{ là tọa độ giao điểm hai đường } \Delta_1, \Delta_2.$$

Ta có :  $\vec{u}_1 = (5; -6), \vec{u}_2 = (5; 6) \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 5.5 - 6.6 = -11 \neq 0$ . Suy ra hai đường thẳng đã cho chỉ cắt nhau mà không vuông góc.

**Câu 4.** Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a)  $d_1 : x + \sqrt{3}y = 0, d_2 : x + 10 = 0$  có  $(d_1, d_2) = 45^\circ$ .

b)  $d_1 : 2x + 2\sqrt{3}y + \sqrt{5} = 0, d_2 : y - \sqrt{6} = 0$  có  $(d_1, d_2) = 60^\circ$

c)  $\Delta_1 : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$  và  $\Delta_2 : 3x + 2y - 14 = 0$  có  $(\Delta_1, \Delta_2) = 30^\circ$

d)  $\Delta_1 : x - 3y + 3 = 0$  và  $\Delta_2 : x - 3y - 5 = 0$  có  $\Delta_1 // \Delta_2$

### Lời giải

<b>a) Sai</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Đúng</b>
---------------	---------------	---------------	----------------

a) Hai đường thẳng  $d_1, d_2$  có cặp vector pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (1; \sqrt{3}), \vec{n}_2 = (1; 0)$ .

$$\text{Vì vậy } \cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|1.1 + \sqrt{3}.0|}{\sqrt{1+3} \cdot \sqrt{1+0}} = \frac{1}{2}. \text{ Suy ra } (d_1, d_2) = 60^\circ.$$

b) Hai đường thẳng  $d_1, d_2$  có cặp vector pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (2; 2\sqrt{3}), \vec{n}_2 = (0; 1)$ .

$$\text{Vì vậy } \cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|2.0 + 2\sqrt{3}.1|}{\sqrt{4+12} \cdot \sqrt{0+1}} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Suy ra } (d_1, d_2) = 30^\circ.$$

c)  $\Delta_1$  có vector chỉ phương  $\vec{u}_1 = (2; -3)$  nên có một vector pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (3; 2)$ ;

$\Delta_2$  có một vector pháp tuyến  $\vec{n}_2 = (3; 2)$ .

Ta có :  $3.2 = 2.3$  nên hai vector pháp tuyến này cùng phương nhau.

Mặt khác điểm  $A(4;1) \in d_1$  và  $A \in d_2$ . Vậy  $\Delta_1, \Delta_2$  trùng nhau.

d) Hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  lần lượt có vector pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (1; -3)$ ,  $\vec{n}_2 = (1; -3)$  với  $1 \cdot (-3) = -3 \cdot 1$  nên hai vector này cùng phương.

Mặt khác :  $A(0;1) \in \Delta_1$  mà  $A \notin \Delta_2$  nên hai đường thẳng này song song nhau.

**Câu 5.** Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a)  $M(2; -1); 3x - 4y - 12 = 0$  khi đó  $d(M, \Delta) = \frac{3}{5}$

b)  $M(4; -5); \begin{cases} x = 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$  khi đó  $d(M, \Delta) = 2\sqrt{13}$

c)  $\Delta_1 : 7x + y - 3 = 0$  và  $\Delta_2 : 7x + y + 12 = 0$  có  $\Delta_1 // \Delta_2$

d)  $\Delta_1 : 7x + y - 3 = 0$  và  $\Delta_2 : 7x + y + 12 = 0$  khi đó  $d(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

### Lời giải

<b>a) Sai</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
---------------	----------------	----------------	---------------

a) Ta có :  $d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot (-1) - 12|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{2}{5}$ .

b) Ta có  $\Delta : \begin{cases} x = 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases} \Rightarrow \Delta : \frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} \Rightarrow \Delta : 3x - 2y + 4 = 0$ .

Do đó :  $d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot 4 - 2 \cdot (-5) + 4|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2}} = 2\sqrt{13}$ .

c) Ta dễ dàng chứng minh được  $\Delta_1 // \Delta_2$ . Ta có  $M(0;3) \in \Delta_1$ .

d) Khi đó :  $d(\Delta_1, \Delta_2) = d(M, \Delta_2) = \frac{|7 \cdot 0 + 3 + 12|}{\sqrt{7^2 + 1^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 6.** Cho  $\Delta_1 : x - y - 3 = 0, \Delta_2 : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$ . Khi đó:

a)  $\Delta_1$  có vector pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (-1; -1)$

- b)  $\Delta_2$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_2 = (2; -1)$
- c) Hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  cắt nhau.
- d)  $\Delta_1, \Delta_2$  cắt nhau tại điểm có tọa độ  $\left(\frac{7}{2}; -\frac{2}{3}\right)$ .

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	---------------	----------------	---------------

$\Delta_1, \Delta_2$  có cặp vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (-1; -1), \vec{n}_2 = (2; 1)$  với  $-1 \cdot 1 \neq -1 \cdot 2$  nên hai vectơ này không cùng phương.

Do đó hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  cắt nhau. Thay phương trình  $\Delta_2$  vào phương trình  $\Delta_1 : (1-t) - (2+2t) - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow -3t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{4}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy  $\Delta_1, \Delta_2$  cắt nhau tại điểm có tọa độ  $\left(\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ .

**Câu 7.** Cho  $\Delta_1 : \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 - t \end{cases}, \Delta_2 : \begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = 1 - 3t' \end{cases}$ . Khi đó:

- a)  $\Delta_1$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_1 = (-1; -1)$
- b)  $\Delta_2$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_2 = (2; -3)$
- c) Hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  song song.
- d)  $\Delta_1, \Delta_2$  cắt nhau tại điểm có tọa độ  $\left(\frac{7}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	----------------	---------------	---------------

$\Delta_1, \Delta_2$  có cặp vectơ chỉ phương  $\vec{u}_1 = (-1; -1), \vec{u}_2 = (2; -3)$  với  $-1 \cdot (-3) \neq -1 \cdot 2$  nên hai vectơ này không cùng phương. Do đó hai đường  $\Delta_1, \Delta_2$  cắt nhau.

$$\text{Xét hệ hai phương trình } \Delta_1, \Delta_2 \text{ với } \begin{cases} 3 - t = 1 + 2t' \\ 2 - t = 1 - 3t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -t - 2t' = -2 \\ -t + 3t' = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{8}{5} \\ t' = \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$t = \frac{8}{5} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{5} \\ y = \frac{2}{5} \end{cases}. \text{ Vậy } \Delta_1, \Delta_2 \text{ cắt nhau tại điểm có tọa độ } \left(\frac{7}{5}; \frac{2}{5}\right).$$

**Câu 8.** Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a)  $d_1: 2x - y - 10 = 0$  và  $d_2: x - 3y + 9 = 0$  có  $(d_1, d_2) = 45^\circ$ .

b)  $d_1: x + 2y - \sqrt{2} = 0$  và  $d_2: x - y = 0$  có  $(d_1, d_2) \approx 71,565^\circ$ .

c)  $d_1: 3x + 4y + 1 = 0$  và  $d_2: \begin{cases} x = 15 + 12t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$  có  $(d_1, d_2) \approx 59,49^\circ$

d)  $\Delta_1: -x - 2y + 4 = 0, \Delta_2: 2x + 4y - 11 = 0$  có  $(\Delta_1, \Delta_2) = 60^\circ$

### Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Hai đường  $d_1, d_2$  có cặp vector pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (2; -1), \vec{n}_2 = (1; -3)$ .

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|2 \cdot 1 + 3 \cdot 1|}{\sqrt{4+1} \cdot \sqrt{1+9}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (d_1, d_2) = 45^\circ.$$

b) Hai đường  $d_1, d_2$  có cặp vector pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (1; 2), \vec{n}_2 = (1; -1)$ .

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|1 \cdot 1 - 2 \cdot 1|}{\sqrt{4+1} \cdot \sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10} \Rightarrow (d_1, d_2) \approx 71,565^\circ.$$

c) Hai đường  $d_1, d_2$  có cặp vector pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (3; 4), \vec{n}_2 = (5; -12)$ .

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|3 \cdot 5 - 4 \cdot 12|}{\sqrt{9+16} \cdot \sqrt{25+144}} = \frac{33}{65} \Rightarrow (d_1, d_2) \approx 59,49^\circ.$$

d)  $\Delta_1, \Delta_2$  có cặp vector pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (-1; -2), \vec{n}_2 = (2; 4)$  với  $-1 \cdot 4 = -2 \cdot 2$  nên hai vector này cùng phương. Mặt khác  $A(4; 0) \in \Delta_1$  mà  $A(4; 0) \notin \Delta_2$ . Vì vậy hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  song song nhau.

**Câu 9.** Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a)  $A(-3; -1), \Delta: 2x - y + 11 = 0$  khi đó  $d(A, \Delta) = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

b)  $A(0; 2), \Delta$  trùng với trục  $Ox$  khi đó  $d(A, \Delta) = 3$

c)  $A \equiv O, \Delta: 3x + 4y - 225 = 0$  khi đó  $d(A, \Delta) = 45$

d)  $A(-1; 4), \Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t \end{cases}$  khi đó  $d(A, \Delta) = 3$

### Lời giải

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Ta có:  $d(A, \Delta) = \frac{|-6 + 1 + 11|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$ .

b) Ta có phương trình  $\Delta: y = 0$  (trùng với  $Ox$ ). Suy ra  $d(A, \Delta) = \frac{|2|}{\sqrt{1}} = 2$ .

c) Ta có:  $d(A, \Delta) = \frac{|0 + 0 - 225|}{\sqrt{9 + 16}} = 45$ .

d) Phương trình tổng quát  $\Delta: x - 1 = 0$ . Suy ra  $d(A, \Delta) = \frac{|-1 - 1|}{\sqrt{1}} = 2$ .

**Câu 10.** Cho đường thẳng  $d: x + 2y - 1 = 0$ . Khi đó:

a)  $d$  cắt  $\Delta_1: -x + 3y = 0$  tại  $A\left(\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right)$

b)  $d // \Delta_2: y = -\frac{1}{2}x + 3$

c)  $d // \Delta_3: 3x + 6y + 3 = 0$

d)  $d$  trùng với  $\Delta_4: 2x + y - 1 = 0$

### Lời giải

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Ta có  $\frac{1}{-1} \neq \frac{2}{3}$  nên  $d$  cắt  $\Delta_1$ . Tọa độ giao điểm của  $d$  và  $\Delta_1$  là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ -x + 3y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ y = \frac{1}{5} \end{cases}$$

Vậy  $d$  cắt  $\Delta_1$  tại  $A\left(\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right)$

b)  $\Delta_2: y = -\frac{1}{2}x + 3 \Leftrightarrow x + 2y - 6 = 0$ . Ta có  $\frac{1}{1} = \frac{2}{2} \neq \frac{-1}{-6}$  nên  $d // \Delta_2$

c) Ta có  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} \neq \frac{-1}{3}$  nên  $d // \Delta_3$

d)  $d$  cắt  $\Delta_4: 2x + y - 1 = 0$

**Câu 11.** Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a)  $d_1: 4x - 10y + 1 = 0$  cắt  $d_2: x + y + 2 = 0$ .

b)  $d_3: 12x - 6y + 10 = 0$  cắt  $d_4: 2x - y + 5 = 0$ .

c)  $d_5: 8x + 10y - 12 = 0$  trùng  $d_6: \begin{cases} x = -6 + 5t \\ y = 6 - 4t \end{cases}$ .

d)  $d_7: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - 2t \end{cases}$  song song  $d_8: \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = -8 + 4t' \end{cases}$ .

### Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Ta có:  $\frac{4}{1} \neq -\frac{10}{1}$ . Vậy  $d_1$  cắt  $d_2$ .

b) Ta có:  $\frac{12}{2} = \frac{-6}{-1} \neq \frac{10}{5}$ . Vậy  $d_3 // d_4$ .

c) Phương trình tổng quát của  $d_6$  là:  $4x + 5y - 6 = 0$ .

Ta có:  $\frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{-6}{-12}$ . Vậy  $d_5 \equiv d_6$ .

d)  $d_7: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - 2t \end{cases}$  có một vec tơ chỉ phương là  $\vec{u}_7 = (1; -2)$

$d_8: \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = -8 + 4t' \end{cases}$  đi qua điểm  $B(2; -8)$  và có một vec tơ chỉ phương là  $\vec{u}_8 = (-2; 4)$ .

Ta thấy  $\vec{u}_7, \vec{u}_8$  cùng phương và điểm  $B(2; -8)$  thuộc đường thẳng  $d_7$ . Vậy  $d_7 \equiv d_8$ .

### ©. Trả lời ngắn

**Câu 1.** Cho đường thẳng  $\Delta: 3x + 4y - 6 = 0$  và  $\Delta': x + y = 1$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc  $\Delta'$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến  $\Delta$  bằng  $\frac{4}{5}$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 2.** Viết phương trình đường thẳng  $d$  song song và cách đường thẳng  $\Delta: y - 3 = 0$  một khoảng cách 5.

**Trả lời:** .....

**Câu 3.** Cho tam giác  $ABC$  có phương trình đường thẳng chứa các cạnh  $AB, AC, BC$  lần lượt là:  
 $x + 2y - 1 = 0; x + y + 2 = 0; 2x + 3y - 5 = 0$ . Tính diện tích tam giác  $ABC$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 4.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $I(-2; 4)$ . Tính bán kính của đường tròn tâm  $I$  tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2 - t \end{cases}$ . (Làm tròn kết quả đến hàng phân mười).

**Trả lời:** .....

**Câu 5.** Tìm  $m$  để hai đường thẳng sau vuông góc với nhau:  $\Delta_1: x - my + 1 = 0; \Delta_2: 2x + 3y + m = 0$ .

**Trả lời:** .....

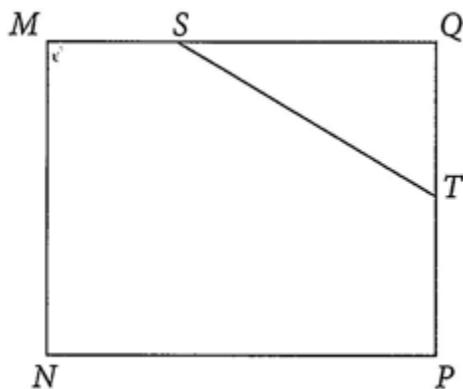
**Câu 6.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(-2; 5)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  trên trục hoành sao cho đường thẳng  $\Delta: 3x + 2y - 3 = 0$  cách đều hai điểm  $A, M$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 7.** Cho các đường thẳng  $d_1: x + y + 3 = 0, d_2: x - y - 4 = 0$  và  $d_3: x - 2y = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  trên  $d_3$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến  $d_1$  bằng hai lần khoảng cách từ  $M$  đến  $d_2$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 8.** Nhà Nam có một ao cá dạng hình chữ nhật  $MNPQ$  với chiều dài  $MQ = 30m$ , chiều rộng  $MN = 24m$ . Phần tam giác  $QST$  là nơi nuôi ếch,  $MS = 10m, PT = 12m$  (với  $S, T$  lần lượt là các điểm nằm trên cạnh  $MQ, PQ$ ) (xem hình bên dưới).



Nam đứng ở vị trí  $N$  câu cá và có thể quăng lưới câu xa 21,4 m. Hỏi lưới câu có thể rơi vào nơi nuôi ếch hay không?

**Trả lời:** .....

**Câu 9.** Tìm tham số  $m$  để các đường thẳng sau đây song song:

$$\Delta_1 : 2x + (m^2 + 1)y - 3 = 0 \text{ và } \Delta_2 : x + my - 100 = 0.$$

**Trả lời:** .....

**Câu 10.** Tìm tham số  $m$  để các đường thẳng sau đây song song:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = 8 - (m+1)t \\ y = 10 + t \end{cases} \text{ và } \Delta_2 : mx + 2y - 14 = 0.$$

**Trả lời:** .....

**Câu 11.** Định  $m$  để hai đường thẳng  $\Delta_1 : 2x - 3y + 4 = 0$  và  $\Delta_2 : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$  vuông góc với nhau.

**Trả lời:** .....

**Câu 12.** Tìm giá trị  $m$  để hai đường thẳng  $\Delta_1 : 3x + 4y - 1 = 0$  và  $\Delta_2 : (2m - 1)x + m^2y + 1 = 0$  trùng nhau?

**Trả lời:** .....

**Câu 13.** Cho hai đường thẳng  $\Delta_1 : x + y - 10 = 0$  và  $\Delta_2 : 2x + my + 999 = 0$ . Tìm  $m$  để góc tạo bởi hai đường thẳng trên bằng  $45^\circ$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 14.** Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M$  và cách đều các điểm  $P, Q$  với  $M(2;5), P(-1;2), Q(5;4)$

**Trả lời:** .....

**Câu 15.** Có hai con tàu  $A, B$  xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm  $t$  (giờ), vị trí của tàu  $A$  có tọa độ được xác định bởi công thức  $\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$ ; vị trí tàu  $B$  có tọa độ là  $(4 - 30t; 3 - 40t)$ .

Tính gần đúng cosin góc giữa hai đường đi của hai tàu  $A, B$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 16.** Có hai con tàu  $A, B$  xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm  $t$  (giờ), vị trí của tàu  $A$  có tọa độ được xác định bởi công thức  $\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$ ; vị trí tàu  $B$  có tọa độ là  $(4 - 30t; 3 - 40t)$ .

Sau bao lâu kể từ thời điểm xuất phát, hai tàu gần nhau nhất?

**Trả lời:** .....

**Câu 17.** Có hai con tàu  $A, B$  xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm  $t$  (giờ), vị trí của tàu  $A$  có tọa độ được xác định bởi công thức  $\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$ ; vị trí tàu  $B$  có tọa độ là  $(4 - 30t; 3 - 40t)$ .

Nếu tàu  $A$  đứng yên ở vị trí ban đầu, tàu  $B$  chạy thì khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Câu 18.** Với giá trị nào của  $m$  thì hai đường thẳng  $\Delta_1 : 2x - 3my + 10 = 0$  và  $\Delta_2 : mx + 4y + 1 = 0$  cắt nhau?

**Trả lời:** .....

**Câu 19.** Với giá trị nào của  $m$  hai đường thẳng  $\Delta_1 : mx + y - 19 = 0$  và  $\Delta_2 : (m-1)x + (m+1)y - 20 = 0$  vuông góc nhau?

**Trả lời:** .....

**Câu 20.** Tìm  $m$  để hai đường thẳng  $\Delta_1 : \begin{cases} x = 8 + (m+1)t \\ y = 10 - t \end{cases}$  và  $\Delta_2 : mx + 6y - 76 = 0$  song song với nhau.

**Trả lời:** .....

**Câu 21.** Với giá trị nào của  $m$  thì hai đường thẳng  $\Delta_1 : 2x - 3y + m = 0$  và  $\Delta_2 : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + mt \end{cases}$  trùng nhau?

**Trả lời:** .....

**Câu 22.** Tìm tham số  $m$  để góc giữa hai đường thẳng  $\Delta_1 : \begin{cases} x = -1 + mt \\ y = 9 + t \end{cases}$ ,  $\Delta_2 : x + my - 4 = 0$  bằng  $60^\circ$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 23.** Viết phương trình đường thẳng  $d$  song song với  $\Delta : x + 4y - 2 = 0$  và cách điểm  $A(-2; 3)$  một khoảng bằng 3.

**Trả lời:** .....

**Câu 24.** Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A(5; 1)$  và cách điểm  $B(2; -3)$  một khoảng bằng 5.

**Trả lời:** .....

**Câu 25.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để khoảng cách từ điểm  $A(-1; 2)$  đến đường thẳng  $\Delta : mx + y - m + 4 = 0$  bằng  $2\sqrt{5}$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 26.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$ , biết  $A(1; 1), B(3; 2), C(1; 3)$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AB, AC$ .

**Trả lời:** .....

## LỜI GIẢI

**Câu 1.** Cho đường thẳng  $\Delta : 3x + 4y - 6 = 0$  và  $\Delta' : x + y = 1$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc  $\Delta'$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến  $\Delta$  bằng  $\frac{4}{5}$ .

**Trả lời:**  $(2; -1), (-6; 7)$

### Lời giải

Viết phương trình tham số  $\Delta' : \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \end{cases}$ ; gọi  $M(t; 1 - t) \in \Delta'$ .

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|3t + 4(1-t) - 6|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-t - 2|}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow |t + 2| = 4 \Rightarrow \begin{cases} t + 2 = 4 \\ t + 2 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -6 \end{cases}.$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn đề bài là:  $(2; -1), (-6; 7)$ .

**Câu 2.** Viết phương trình đường thẳng  $d$  song song và cách đường thẳng  $\Delta: y - 3 = 0$  một khoảng cách 5.

**Trả lời:**  $y + 2 = 0; y - 8 = 0$

### Lời giải

Ta có:  $d // \Delta: y - 3 = 0 \Rightarrow$  Phương trình  $d$  có dạng:  $y + c = 0$ .

Ta có:  $M(0; 3) \in \Delta$ . Vì  $d$  cách  $\Delta$  một khoảng bằng 5 nên  $d(d, \Delta) = 5$

$$\Rightarrow d(M, d) = 5 \Rightarrow \frac{|3 + c|}{\sqrt{0 + 1}} = 5 \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ c = -8 \end{cases}.$$

Vậy có hai phương trình đường thẳng thỏa mãn là  $y + 2 = 0; y - 8 = 0$ .

**Câu 3.** Cho tam giác  $ABC$  có phương trình đường thẳng chứa các cạnh  $AB, AC, BC$  lần lượt là:

$x + 2y - 1 = 0; x + y + 2 = 0; 2x + 3y - 5 = 0$ . Tính diện tích tam giác  $ABC$ .

**Trả lời:** 18

### Lời giải

Tọa độ của điểm  $A$  là nghiệm của hệ phương trình:  $\begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 3 \end{cases}$

Suy ra điểm  $A$  có tọa độ là  $(-5; 3)$ .

Gọi  $AH$  là đường cao kẻ từ  $A$  của tam giác  $ABC (H \in BC)$ . Ta có:

$$AH = d(A, BC) = \frac{|2 \cdot (-5) + 3 \cdot 3 - 5|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{6\sqrt{13}}{13}.$$

Từ các phương trình đường thẳng chứa các cạnh của tam giác  $ABC$  ta tính được

tọa độ của điểm  $B$  và điểm  $C$  lần lượt là  $(7; -3), (-11; 9)$ .

Do đó, độ dài đoạn thẳng  $BC$  là  $6\sqrt{13}$ .

Diện tích tam giác bằng  $\frac{1}{2} \cdot \frac{6\sqrt{13}}{13} \cdot 6\sqrt{13} = 18$

**Câu 4.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $I(-2;4)$ . Tính bán kính của đường tròn tâm  $I$  tiếp xúc với

đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2 - t \end{cases}$ . (Làm tròn kết quả đến hàng phân mười).

**Trả lời:**  $\approx 4,4$

### Lời giải

Đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2 - t \end{cases}$  có vector chỉ phương là  $\vec{u}(3; -1)$  nên nhận  $\vec{n}(1;3)$  làm vector pháp tuyến. Do đó,

phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$  là:  $(x-2) + 3(y+2) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 4 = 0$ .

Vì đường tròn tâm  $I$  tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta$  tâm  $I$  bằng khoảng cách từ  $I$  đến đường thẳng  $\Delta$  tâm  $I$

bằng khoảng cách từ  $I$  đến đường thẳng  $\Delta$ .  $R = d(I, \Delta) = \frac{|(-2) + 3 \cdot 4 + 4|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} \approx 4,4$ .

**Câu 5.** Tìm  $m$  để hai đường thẳng sau vuông góc với nhau:  $\Delta_1: x - my + 1 = 0$ ;  $\Delta_2: 2x + 3y + m = 0$ .

**Trả lời:**  $m = \frac{2}{3}$

### Lời giải

Vector pháp tuyến của đường thẳng  $\Delta_1: x - my + 1 = 0$  và đường thẳng  $\Delta_2: 2x + 3y + m = 0$  lần lượt là

$\vec{n}_1(1; -m), \vec{n}_2(2; 3)$ . Để đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  vuông góc với nhau thì

$$\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot 2 - m \cdot 3 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}.$$

**Câu 6.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(-2;5)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  trên trục hoành sao cho đường thẳng  $\Delta: 3x + 2y - 3 = 0$  cách đều hai điểm  $A, M$ .

**Trả lời:**  $M\left(\frac{4}{3}; 0\right)$  hoặc  $M\left(\frac{2}{3}; 0\right)$ .

### Lời giải

Gọi  $M(a;0)$  là điểm thuộc trục hoành. Khoảng cách từ  $A, M$  đến đường thẳng  $\Delta: 3x + 2y - 3 = 0$  lần lượt là

$$\frac{1}{\sqrt{13}}, \frac{|3a-3|}{\sqrt{13}}. \text{ Vì đường thẳng } \Delta: 3x + 2y - 3 = 0$$

cách đều hai điểm  $A, M$  nên  $\frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{|3a-3|}{\sqrt{13}} \Leftrightarrow |3a-3|=1 \Leftrightarrow a = \frac{4}{3}$  hoặc  $a = \frac{2}{3}$ .

Vậy  $M\left(\frac{4}{3}; 0\right)$  hoặc  $M\left(\frac{2}{3}; 0\right)$ .

**Câu 7.** Cho các đường thẳng  $d_1 : x + y + 3 = 0, d_2 : x - y - 4 = 0$  và  $d_3 : x - 2y = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  trên  $d_3$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến  $d_1$  bằng hai lần khoảng cách từ  $M$  đến  $d_2$ .

**Trả lời:**  $M(2;1)$  hoặc  $M(-22;-11)$ .

### Lời giải

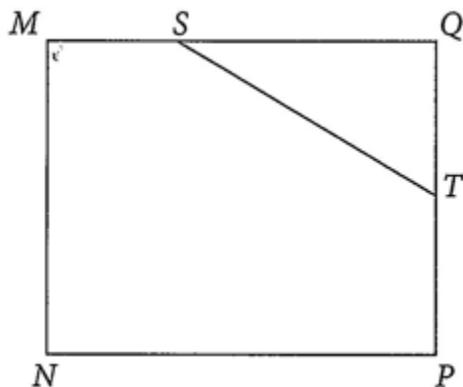
Ta có điểm  $M$  thuộc đường thẳng  $d_3$  khi và chỉ khi  $M(2t;t)$  với  $t$  là tham số.

Khoảng cách từ  $M$  tới  $d_1$  bằng hai lần khoảng cách từ  $M$  tới  $d_2$  nên

$$\frac{|2t+t+3|}{\sqrt{1^2+1^2}} = 2 \cdot \frac{|2t-t-4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} \Leftrightarrow |3t+3|=|2t-8| \Leftrightarrow t=1 \text{ hoặc } t=-11.$$

Vậy  $M(2;1)$  hoặc  $M(-22;-11)$ .

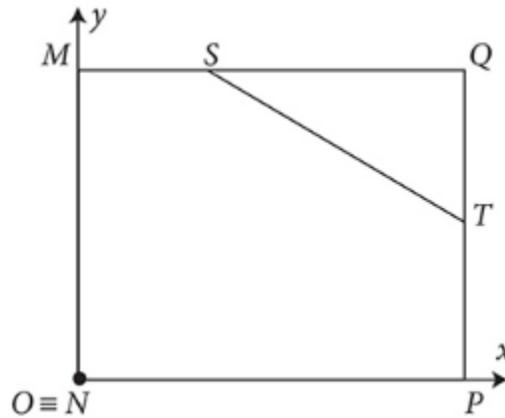
**Câu 8.** Nhà Nam có một ao cá dạng hình chữ nhật  $MNPQ$  với chiều dài  $MQ = 30m$ , chiều rộng  $MN = 24m$ . Phần tam giác  $QST$  là nơi nuôi ếch,  $MS = 10m, PT = 12m$  (với  $S, T$  lần lượt là các điểm nằm trên cạnh  $MQ, PQ$ ) (xem hình bên dưới).



Nam đứng ở vị trí  $N$  câu cá và có thể quăng lưới câu xa  $21,4m$ . Hỏi lưới câu có thể rơi vào nơi nuôi ếch hay không?

**Trả lời:** không thể

### Lời giải



$MN = 24m$  và  $N(0;0)$  nên  $M(0;24)$ .  $NP = MQ = 30m$  nên  $P(30;0)$ .

$Q$  và  $M$  có cùng tung độ,  $Q$  và  $P$  có cùng hoành độ nên  $Q(30;24)$ .

$S$  và  $M$  có cùng tung độ,  $MS = 10m$  nên  $S(10;24)$ .

$T$  và  $P$  có cùng hoành độ,  $PT = 12m$  nên  $T(30;12)$ .

Đường thẳng  $ST$  có vector chỉ phương  $\overrightarrow{ST} = (20; -12)$  nên nhận  $\vec{n} = (3; 5)$  làm

vector pháp tuyến. Do đó, phương trình đường thẳng  $ST$  là:  $3(x-10) + 5(y-24) = 0 \Leftrightarrow 3x + 5y - 150 = 0$ .

Khoảng cách từ điểm  $N(0;0)$  đến đường thẳng  $ST$  là:  $\frac{|3 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 150|}{\sqrt{3^2 + 5^2}} \approx 25,72 > 21,4$ .

Vì Nam quãng lưòi câu xa  $21,4m$  nên lưòi câu không thể rơi vào nơi nuôi ếch.

**Câu 9.** Tìm tham số  $m$  để các đường thẳng sau đây song song:

$$\Delta_1 : 2x + (m^2 + 1)y - 3 = 0 \text{ và } \Delta_2 : x + my - 100 = 0.$$

**Trả lời:**  $m = 1$

### Lời giải

$\Delta_1, \Delta_2$  lần lượt có vector pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (2; m^2 + 1), \vec{n}_2 = (1; m)$ .

Điều kiện cần :  $\Delta_1 // \Delta_2 \Rightarrow \vec{n}_1$  cùng phương với  $\vec{n}_2 \Rightarrow 2 \cdot m = (m^2 + 1) \cdot 1 \Rightarrow m = 1$ .

Điều kiện đủ : Với  $m=1$  thì  $\Delta_1 : 2x+2y-3=0, \Delta_2 : x+y-100=0$  (hai đường thẳng này đã có cặp vector pháp tuyến cùng phương nhau). Vì  $A\left(0; \frac{3}{2}\right) \in \Delta_1, A \notin \Delta_2$  nên  $\Delta_1 // \Delta_2$ . Do vậy  $m=1$  thỏa mãn đề bài.

**Câu 10.** Tìm tham số  $m$  để các đường thẳng sau đây song song:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = 8 - (m+1)t \\ y = 10 + t \end{cases} \text{ và } \Delta_2 : mx + 2y - 14 = 0.$$

**Trả lời:**  $m=1; m=-2$

### Lời giải

$\Delta_1, \Delta_2$  lần lượt có vector pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (1; m+1), \vec{n}_2 = (m; 2)$ .

Điều kiện cần :  $\Delta_1 // \Delta_2 \Rightarrow \vec{n}_1$  cùng phương với  $\vec{n}_2$

$$\Rightarrow 1.2 = (m+1)m \Rightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}.$$

Thử lại (điều kiện đủ):

- Với  $m=1$  thì  $\Delta_1 : \begin{cases} x = 8 - 2t \\ y = 10 + t \end{cases}, \Delta_2 : x + 2y - 14 = 0$  (hai đường thẳng này đã có cặp vector pháp tuyến cùng phương nhau). Vì  $A(8; 10) \in \Delta_1, A \notin \Delta_2$  nên  $\Delta_1 // \Delta_2$ . Do vậy  $m=1$  thỏa mãn đề bài.

- Với  $m=-2$  thì  $\Delta_1 : \begin{cases} x = 8 + t \\ y = 10 + t \end{cases}, \Delta_2 : -2x + 2y - 14 = 0$  (hai đường thẳng này đã có cặp vector pháp tuyến cùng phương nhau). Vì  $A(8; 10) \in \Delta_1, A \notin \Delta_2$  nên  $\Delta_1 // \Delta_2$ . Do vậy  $m=-2$  thỏa mãn đề bài.

Vậy ta tìm được hai giá trị  $m$  thỏa mãn là  $m=1; m=-2$ .

**Câu 11.** Định  $m$  để hai đường thẳng  $\Delta_1 : 2x - 3y + 4 = 0$  và  $\Delta_2 : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$  vuông góc với nhau.

**Trả lời:**  $m = -\frac{9}{8}$

### Lời giải

$\Delta_1, \Delta_2$  có hai vector pháp tuyến là  $\vec{n}_1 = (2; -3), \vec{n}_2 = (4m; -3)$ .

Ta có:  $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 4m + (-3) \cdot (-3) = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{9}{8}$ .

**Câu 12.** Tìm giá trị  $m$  để hai đường thẳng  $\Delta_1 : 3x + 4y - 1 = 0$  và  $\Delta_2 : (2m - 1)x + m^2y + 1 = 0$  trùng nhau?

**Trả lời:** không có giá trị

**Lời giải**

$\Delta_1, \Delta_2$  có hai vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_1 = (3; 4), \vec{n}_2 = (2m - 1; m^2)$ .

Điều kiện cần:  $\Delta_1, \Delta_2$  trùng nhau suy ra hai vectơ  $\vec{n}_1, \vec{n}_2$  cùng phương, suy ra

$$3m^2 = 4 \cdot (2m - 1) \Leftrightarrow 3m^2 - 8m + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Thử lại:

Với  $m = 2$  thì  $\Delta_2 : 3x + 4y + 1 = 0$ . Ta thấy  $A(-1; 1) \in \Delta_1$  mà  $A \notin \Delta_2$  nên  $\Delta_1, \Delta_2$  không trùng nhau (loại  $m = 2$ ).

Với  $m = \frac{2}{3}$  thì  $\Delta_2 : \frac{1}{3}x + \frac{4}{9}y + 1 = 0$ . Ta thấy  $A(-1; 1) \in \Delta_1$  mà  $A \notin \Delta_2$  nên  $\Delta_1, \Delta_2$  không trùng nhau (loại  $m = \frac{2}{3}$ ).

Vậy không có giá trị  $m$  nào thỏa mãn đề bài.

**Câu 13.** Cho hai đường thẳng  $\Delta_1 : x + y - 10 = 0$  và  $\Delta_2 : 2x + my + 999 = 0$ . Tìm  $m$  để góc tạo bởi hai đường thẳng trên bằng  $45^\circ$ .

**Trả lời:**  $m = 0$

**Lời giải :**

Hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  có cặp vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (1; 1), \vec{n}_2 = (2; m)$ .

Ta có:  $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|1 \cdot 2 + 1 \cdot m|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{4 + m^2}} = \cos 45^\circ \Rightarrow \frac{|1 \cdot 2 + 1 \cdot m|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{4 + m^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 4 + m^2 = 4 + 4m + m^2 \Rightarrow m = 0$ .

Vậy  $m = 0$  thỏa mãn đề bài.

**Câu 14.** Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M$  và cách đều các điểm  $P, Q$  với  $M(2; 5), P(-1; 2), Q(5; 4)$

**Trả lời:**  $d : x - 3y + 13 = 0$  hay  $d : x = 2$ .

### Lời giải :

Gọi  $\vec{n} = (a; b)$  là vector pháp tuyến của đường thẳng  $\Delta$  cần tìm.

$$\Delta \text{ qua } M(2;5) \Rightarrow \Delta : a(x-2) + b(y-5) = 0 \Rightarrow \Delta : ax + by - 2a - 5b = 0.$$

$$\text{Ta có: } d(P, d) = d(Q, d) \Leftrightarrow \frac{|-a + 2b - 2a - 5b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|5a + 4b - 2a - 5b|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Leftrightarrow |-3a - 3b| = |3a - b| \Leftrightarrow \begin{cases} -3a - 3b = 3a - b \\ -3a - 3b = -3a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = -b \\ b = 0 \end{cases}.$$

$$\text{Với } 3a = -b; \text{ chọn } a = 1 \Rightarrow b = -3 \Rightarrow d : x - 3y + 13 = 0.$$

$$\text{Với } b = 0; \text{ chọn } a = 1 \Rightarrow d : x = 2.$$

Vậy có hai phương trình đường thẳng thỏa mãn đề bài:

$$d : x - 3y + 13 = 0 \text{ hay } d : x = 2.$$

**Câu 15.** Có hai con tàu  $A, B$  xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời

điểm  $t$  (giờ), vị trí của tàu  $A$  có tọa độ được xác định bởi công thức  $\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$ ; vị trí tàu  $B$  có tọa độ là

$$(4 - 30t; 3 - 40t).$$

Tính gần đúng cosin góc giữa hai đường đi của hai tàu  $A, B$ .

**Trả lời:**  $\approx 0,00483$

### Lời giải

Hai đường đi (giả sử là hai đường thẳng  $d_1, d_2$ ) của hai tàu có cặp vector chỉ phương

$\vec{u}_1 = (-33; 25), \vec{u}_2 = (-30; -40)$ ; cosin góc tạo bởi hai đường thẳng là:

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{|-33 \cdot (-30) + 25 \cdot (-40)|}{\sqrt{(-33)^2 + 25^2} \cdot \sqrt{(-30)^2 + (-40)^2}} \approx 0,00483.$$

**Câu 16.** Có hai con tàu  $A, B$  xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời

điểm  $t$  (giờ), vị trí của tàu  $A$  có tọa độ được xác định bởi công thức  $\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$ ; vị trí tàu  $B$  có tọa độ là  $(4 - 30t; 3 - 40t)$ . Sau bao lâu kể từ thời điểm xuất phát, hai tàu gần nhau nhất?

**Trả lời:** 0,107 (giây).

### Lời giải

Tại thời điểm  $t$ , vị trí tàu  $A$  là  $M(3 - 33t; -4 + 25t)$ , vị trí của tàu  $B$  là  $N(4 - 30t; 3 - 40t)$ . Ta có

$$MN = \sqrt{(1 + 3t)^2 + (7 - 65t)^2} = \sqrt{4234t^2 - 904t + 50}.$$

$MN$  nhỏ nhất khi hàm bậc hai  $f(t) = 4234t^2 - 904t + 50$  đạt giá trị nhỏ nhất, lúc đó:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-904}{2 \cdot 4234} = \frac{226}{2117} \approx 0,107 \text{ (giây)}.$$

**Câu 17.** Có hai con tàu  $A, B$  xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời

điểm  $t$  (giờ), vị trí của tàu  $A$  có tọa độ được xác định bởi công thức  $\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$ ; vị trí tàu  $B$  có tọa độ là

$(4 - 30t; 3 - 40t)$ . Nếu tàu  $A$  đứng yên ở vị trí ban đầu, tàu  $B$  chạy thì khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** 3,4(km)

### Lời giải

Khi tàu  $A$  đứng yên, vị trí ban đầu của nó có tọa độ  $P(3; -4)$ ; vị trí tàu  $B$  ứng với thời gian  $t$  là  $Q(4 - 30t; 3 - 40t)$ ;

$$PQ = \sqrt{(1 - 30t)^2 + (7 - 40t)^2} = \sqrt{2500t^2 - 620t + 50}.$$

Đoạn  $PQ$  ngắn nhất ứng với  $t = -\frac{b}{2a} = \frac{620}{2 \cdot 2500} = \frac{31}{250} = 0,124$  (giây).

Khi đó :  $PQ_{\min} = \sqrt{2500 \cdot (0,124)^2 - 620 \cdot (0,124) + 50} = \frac{17}{5} = 3,4(km)$ .

**Câu 18.** Với giá trị nào của  $m$  thì hai đường thẳng  $\Delta_1 : 2x - 3my + 10 = 0$  và  $\Delta_2 : mx + 4y + 1 = 0$  cắt nhau?

**Trả lời:**  $m \in \mathbb{R}$

### Lời giải

Hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  có cặp vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (2; -3m), \vec{n}_2 = (m; 4)$ .

Điều kiện để  $\Delta_1$  cắt  $\Delta_2$  là  $\vec{n}_1, \vec{n}_2$  không cùng phương

$$\Leftrightarrow 2 \cdot 4 \neq -3m \cdot m \Leftrightarrow m^2 \neq -\frac{8}{3} \text{ (đúng với mọi } m \in \mathbb{R} \text{)}.$$

Vậy với mọi số thực  $m$  thì  $\Delta_1, \Delta_2$  luôn cắt nhau tại một điểm.

**Câu 19.** Với giá trị nào của  $m$  hai đường thẳng  $\Delta_1 : mx + y - 19 = 0$  và  $\Delta_2 : (m-1)x + (m+1)y - 20 = 0$  vuông góc nhau?

**Trả lời:** không có giá trị  $m$

### Lời giải

Hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  có cặp vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (m; 1), \vec{n}_2 = (m-1; m+1)$ .

$$\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow m(m-1) + 1(m+1) = 0 \Leftrightarrow m^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Vậy không có giá trị  $m$  nào thỏa mãn.

**Câu 20.** Tìm  $m$  để hai đường thẳng  $\Delta_1 : \begin{cases} x = 8 + (m+1)t \\ y = 10 - t \end{cases}$  và  $\Delta_2 : mx + 6y - 76 = 0$  song song với nhau.

**Trả lời:**  $m = -3$

### Lời giải

Hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  có cặp vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (1; m+1), \vec{n}_2 = (m; 6)$ .

Điều kiện cần để  $\Delta_1, \Delta_2$  song song nhau là  $\vec{n}_1, \vec{n}_2$  cùng phương

$$\Leftrightarrow 1 \cdot 6 = (m+1)m \Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \end{cases}.$$

Thử lại:

$$\text{Với } m = 2 \text{ thì } \Delta_2 : 2x + 6y - 76 = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 38 = 0.$$

Ta có  $A(8; 10) \in \Delta_1, A \in \Delta_2$  nên loại  $m = 2$ .

Với  $m = -3$  thì  $\Delta_2 : -3x + 6y - 76 = 0$ . Ta có  $A(8; 10) \in \Delta_1, A \notin \Delta_2$  nên loại  $m = -3$  thỏa mãn.

Vậy với  $m = -3$  thì  $\Delta_1, \Delta_2$  song song nhau.

**Câu 21.** Với giá trị nào của  $m$  thì hai đường thẳng  $\Delta_1: 2x - 3y + m = 0$  và  $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + mt \end{cases}$  trùng nhau?

**Trả lời:** không có giá trị  $m$

**Lời giải**

Hai đường thẳng trên có cặp vector pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (2; -3), \vec{n}_2 = (m; -2)$ .

Điều kiện cần để  $\Delta_1, \Delta_2$  trùng nhau là  $\vec{n}_1, \vec{n}_2$  cùng phương, suy ra  $2(-2) = -3m \Rightarrow m = \frac{4}{3}$ . Khi đó:

$$\Delta_1: 2x - 3y + \frac{4}{3} = 0.$$

Ta có:  $A(2; 1) \in \Delta_2$  mà  $A(2; 1) \notin \Delta_1$  nên hai đường  $\Delta_1, \Delta_2$  không thể trùng nhau. Vậy không có giá trị  $m$  nào thỏa mãn đề bài.

**Câu 22.** Tìm tham số  $m$  để góc giữa hai đường thẳng  $\Delta_1: \begin{cases} x = -1 + mt \\ y = 9 + t \end{cases}$ ,  $\Delta_2: x + my - 4 = 0$  bằng  $60^\circ$ .

**Trả lời:**  $m = \pm\sqrt{3} \vee m = \pm\sqrt{\frac{1}{3}}$

**Lời giải**

Hai đường thẳng đã cho có cặp vector pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (1; -m), \vec{n}_2 = (1; m)$ .

$$\text{Ta có: } \cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|1 - m^2|}{\sqrt{1 + m^2} \cdot \sqrt{1 + m^2}} = \cos 60^\circ \Rightarrow \frac{|1 - m^2|}{1 + m^2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2|1 - m^2| = 1 + m^2 \Rightarrow \begin{cases} 2(1 - m^2) = 1 + m^2 \\ 2(1 - m^2) = -1 - m^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3m^2 = 1 \\ m^2 = 3 \end{cases} \Rightarrow m = \pm\sqrt{3} \vee m = \pm\sqrt{\frac{1}{3}}.$$

Vậy  $m = \pm\sqrt{3} \vee m = \pm\sqrt{\frac{1}{3}}$  thỏa mãn đề bài.

**Câu 23.** Viết phương trình đường thẳng  $d$  song song với  $\Delta: x + 4y - 2 = 0$  và cách điểm  $A(-2; 3)$  một khoảng bằng 3.

**Trả lời:**  $x + 4y + 3\sqrt{17} - 10 = 0; x + 4y - 3\sqrt{17} - 10 = 0$

**Lời giải**

Ta có:  $d // \Delta: x + 4y - 2 = 0 \Rightarrow$  Phương trình  $d$  có dạng:  $x + 4y + c = 0$ .

Mặt khác:  $d(A, d) = 3 \Rightarrow \frac{|-2+4.3+c|}{\sqrt{1+16}} = 3 \Rightarrow |10+c| = 3\sqrt{17}$

$$\Rightarrow \begin{cases} c = 3\sqrt{17} - 10 \\ c = -3\sqrt{17} - 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_1 : x + 4y + 3\sqrt{17} - 10 = 0 \\ d_2 : x + 4y - 3\sqrt{17} - 10 = 0 \end{cases}$$

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn:  $x + 4y + 3\sqrt{17} - 10 = 0; x + 4y - 3\sqrt{17} - 10 = 0$ .

**Câu 24.** Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A(5;1)$  và cách điểm  $B(2;-3)$  một khoảng bằng 5.

**Trả lời:**  $\Delta : 3x + 4y - 19 = 0$

### Lời giải

Gọi  $\vec{n} = (a; b)$  là vectơ pháp tuyến của đường thẳng  $\Delta; \Delta$  qua  $A(5;1)$  nên có phương trình

$$a(x-5) + b(y-1) = 0 \Rightarrow d : ax + by - 5a - b = 0.$$

Ta có:  $d(B, \Delta) = 5 \Rightarrow \frac{|2a - 3b - 5a - b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 5 \Rightarrow |-3a - 4b| = 5\sqrt{a^2 + b^2}$

$$\Rightarrow (3a + 4b)^2 = 25(a^2 + b^2) \Rightarrow 9a^2 + 24ab + 16b^2 = 25a^2 + 25b^2$$

$$\Rightarrow 16a^2 + 9b^2 - 24ab = 0 \Rightarrow 4a - 3b = 0 \Rightarrow 4a = 3b.$$

Chọn  $a = 3 \Rightarrow b = 4$ . Ta có phương trình  $\Delta : 3x + 4y - 19 = 0$ .

**Câu 25.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để khoảng cách từ điểm  $A(-1;2)$  đến đường thẳng

$$\Delta : mx + y - m + 4 = 0 \text{ bằng } 2\sqrt{5}.$$

**Trả lời:**  $m = -2$  và  $m = \frac{1}{2}$

### Lời giải

Ta có:  $d(A; \Delta) = \frac{|m \cdot (-1) + 2 - m + 4|}{\sqrt{m^2 + 1^2}} = \frac{|-m + 2 - m + 4|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2\sqrt{5}$

$$\Rightarrow |m - 3| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{m^2 + 1}$$

$$\Leftrightarrow (m - 3)^2 = 5(m^2 + 1)$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 6m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy với  $m = -2$  và  $m = \frac{1}{2}$  thì thoả yêu cầu bài toán.

**Câu 26.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$ , biết  $A(1;1), B(3;2), C(1;3)$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AB, AC$ .

**Trả lời:**  $(AB, AC) \approx 63^\circ 26'$

### Lời giải

Vì  $\overrightarrow{AB} = (2;1), \overrightarrow{AC} = (0;2)$  lần lượt là vector chỉ phương của hai đường thẳng  $AB, AC$

$$\text{Nên } \cos(AB, AC) = \cos |(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})| = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Vậy  $(AB, AC) \approx 63^\circ 26'$ .

### D. Câu hỏi trắc nghiệm

**Câu 1:** Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng  $d_1 : x - 2y + 1 = 0$  và  $d_2 : -3x + 6y - 10 = 0$ .

- A. Trùng nhau.                      B. Song song.  
C. Vuông góc với nhau.            D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

### Lời giải

**Chọn B**

$$\begin{cases} d_1 : x - 2y + 1 = 0 \\ d_2 : -3x + 6y - 10 = 0 \end{cases} \rightarrow \frac{1}{-3} = \frac{-2}{6} \neq \frac{1}{-10} \rightarrow d_1 \parallel d_2.$$

**Câu 2:** Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng  $d_1 : 3x - 2y - 6 = 0$  và  $d_2 : 6x - 2y - 8 = 0$ .

- A. Trùng nhau.                      B. Song song.  
C. Vuông góc với nhau.            D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

### Lời giải

**Chọn D**

$$\begin{cases} d_1 : 3x - 2y - 6 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (3; -2) \\ d_2 : 6x - 2y - 8 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (6; -2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{3}{6} \neq \frac{-2}{-2} \\ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 \neq 0 \end{cases} \rightarrow d_1, d_2 \text{ cắt nhau nhưng không vuông góc.}$$

**Câu 3:** Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng  $d_1: \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$  và  $d_2: 3x + 4y - 10 = 0$ .

- A. Trùng nhau.                      B. Song song.  
C. Vuông góc với nhau.          D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\begin{cases} d_1: \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1 \rightarrow \vec{n}_1 = \left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{4}\right) \\ d_2: 3x + 4y - 10 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (3; 4) \end{cases} \rightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \rightarrow d_1 \perp d_2.$$

**Câu 4:** Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng  $d_1: \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 6t \end{cases}$  và  $d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = -8 + 4t' \end{cases}$ .

- A. Trùng nhau.                      B. Song song.  
C. Vuông góc với nhau.          D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\left. \begin{array}{l} d_1: \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 6t \end{cases} \rightarrow A(-3; 2) \in d_1, \vec{u}_1 = (2; -3) \\ d_2: \begin{cases} x = 1 - 2t' \\ y = 4 + 3t' \end{cases} \rightarrow \vec{u}_2 = (-2; 3) \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} \frac{2}{-2} = \frac{-3}{3} \\ A \notin d_2 \end{cases} \rightarrow d_1 \parallel d_2.$$

**Câu 5:** Cho hai đường thẳng  $(d_1): mx + y = m + 1$ ,  $(d_2): x + my = 2$  cắt nhau khi và chỉ khi :

- A.  $m \neq 2$ .                      B.  $m \neq \pm 1$ .                      C.  $m \neq 1$ .                      D.  $m \neq -1$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$(d_1) \cap (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} mx + y = m + 1(1) \\ x + my = 2(2) \end{cases} \text{ có một nghiệm}$$

$$\text{Thay (2) vào (1)} \Rightarrow m(2 - my) + y = m + 1 \Leftrightarrow (1 - m^2)y = 1 - m(*)$$

$$\text{Hệ phương trình có một nghiệm} \Leftrightarrow (*) \text{ có một nghiệm} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m^2 \neq 0 \\ m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1.$$

**Câu 6:** Đường thẳng  $(\Delta): 3x - 2y - 7 = 0$  cắt đường thẳng nào sau đây?

- A.  $(d_1): 3x + 2y = 0$       B.  $(d_2): 3x - 2y = 0$   
 C.  $(d_3): -3x + 2y - 7 = 0$ .      D.  $(d_4): 6x - 4y - 14 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta nhận thấy  $(\Delta)$  song song với các đường  $(d_2); (d_3); (d_4)$

**Câu 7:** Giao điểm  $M$  của  $(d): \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + 5t \end{cases}$  và  $(d'): 3x - 2y - 1 = 0$ . Toạ độ của  $M$  là

- A.  $M\left(2; -\frac{11}{2}\right)$ .      B.  $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$ .      C.  $M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$ .      D.  $M\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $(d): \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + 5t \end{cases} \Rightarrow (d): 5x + 2y + 1 = 0$

Ta có  $M = (d) \cap (d') \Rightarrow M$  là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - 2y - 1 = 0 \\ 5x + 2y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$

**Câu 8:** Phương trình nào sau đây biểu diễn đường thẳng không song song với đường thẳng  $(d): y = 2x - 1$  ?

- A.  $2x - y + 5 = 0$ .      B.  $2x - y - 5 = 0$ .  
 C.  $-2x + y = 0$ .      D.  $2x + y - 5 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $(d): y = 2x - 1 \Rightarrow (d): 2x - y - 1 = 0$  chọn D

**Câu 9:** Hai đường thẳng  $(d_1): \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 2t \end{cases}$  và  $(d_2): 4x + 3y - 18 = 0$ . Cắt nhau tại điểm có tọa độ:

- A.  $(2; 3)$ .      B.  $(3; 2)$ .      C.  $(1; 2)$ .      D.  $(2; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $(d_1): \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 2t \end{cases} \Rightarrow (d_1): 2x - 5y + 4 = 0$

Gọi  $M = (d_1) \cap (d_2) \Rightarrow M$  là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - 5y + 4 = 0 \\ 4x + 3y - 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

**Câu 10:** Cho hai đường thẳng  $(d_1): mx + y = m + 1, (d_2): x + my = 2$  song song nhau khi và chỉ khi

- A.**  $m = 2.$                       **B.**  $m = \pm 1.$                       **C.**  $m = 1.$                       **D.**  $m = -1.$

**Lời giải**

**Chọn D**

$$(d_1); (d_2) \text{ song song nhau} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 1 \\ m^2 + m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \\ m \neq 1 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$$

**Câu 11:** Cho 4 điểm  $A(1; 2), B(4; 0), C(1; -3), D(7; -7)$ . Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$ .

- A.** Song song.                      **B.** Cắt nhau nhưng không vuông góc.  
**C.** Trùng nhau.                      **D.** Vuông góc nhau.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\overline{AB} = (3; -2), \overline{CD} = (6; -4)$

Ta có  $\frac{3}{6} = \frac{-2}{-4}$

Suy ra  $AB // CD$

**Câu 12:** Với giá trị nào của  $m$  thì hai đường thẳng  $(\Delta_1): 3x + 4y - 1 = 0$  và  $(\Delta_2): (2m - 1)x + m^2y + 1 = 0$  trùng nhau.

- A.**  $m = 2$                       **B.** mọi  $m$                       **C.** không có  $m$                       **D.**  $m = \pm 1$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$(\Delta_1) \equiv (\Delta_2) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2m - 1 \\ 4 = m^2 \\ -1 = 1 \text{ (VL)} \end{cases}$$

**Câu 13:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình  $d_1 : 3x - 4y + 15 = 0$ ,  $d_2 : 5x + 2y - 1 = 0$  và  $d_3 : mx - (2m - 1)y + 9m - 13 = 0$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm.

- A.  $m = \frac{1}{5}$ .                      B.  $m = -5$ .                      C.  $m = -\frac{1}{5}$ .                      D.  $m = 5$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} d_1 : 3x - 4y + 15 = 0 \\ d_2 : 5x + 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A(-1; 3) \in d_3$$

$$\rightarrow -m - 6m + 3 + 9m - 13 = 0 \Leftrightarrow m = 5..$$

**Câu 14:** Nếu ba đường thẳng  $d_1 : 2x + y - 4 = 0$ ,  $d_2 : 5x - 2y + 3 = 0$  và  $d_3 : mx + 3y - 2 = 0$  đồng quy thì  $m$  nhận giá trị nào sau đây?

- A.  $\frac{12}{5}$ .                      B.  $-\frac{12}{5}$ .                      C. 12.                      D. -12.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\begin{cases} d_1 : 2x + y - 4 = 0 \\ d_2 : 5x - 2y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{9} \\ y = \frac{26}{9} \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A\left(\frac{5}{9}; \frac{26}{9}\right) \in d_3$$

$$\rightarrow \frac{5m}{9} + \frac{26}{3} - 2 = 0 \Leftrightarrow m = -12..$$

**Câu 15:** Với giá trị nào của  $m$  thì ba đường thẳng  $d_1 : 3x - 4y + 15 = 0$ ,  $d_2 : 5x + 2y - 1 = 0$  và  $d_3 : mx - 4y + 15 = 0$  đồng quy?

- A.  $m = -5$ .                      B.  $m = 5$ .                      C.  $m = 3$ .                      D.  $m = -3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\begin{cases} d_1 : 3x - 4y + 15 = 0 \\ d_2 : 5x + 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A(-1; 3) \in d$$

$$\rightarrow -m - 12 + 15 = 0 \Leftrightarrow m = 3.$$

**Câu 16:** Với giá trị nào của  $m$  thì ba đường thẳng  $d_1 : 2x + y - 1 = 0$ ,  $d_2 : x + 2y + 1 = 0$  và  $d_3 : mx - y - 7 = 0$  đồng quy?

- A.**  $m = -6$ .                      **B.**  $m = 6$ .                      **C.**  $m = -5$ .                      **D.**  $m = 5$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\begin{cases} d_1 : 2x + y - 1 = 0 \\ d_2 : x + 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A(1; -1) \in d_3 \Leftrightarrow m + 1 - 7 = 0 \Leftrightarrow m = 6.$$

**Câu 17:** Cho 4 điểm  $A(-3; 1)$ ,  $B(-9; -3)$ ,  $C(-6; 0)$ ,  $D(-2; 4)$ . Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng  $AB$  và  $CD$ .

- A.**  $(-6; -1)$                       **B.**  $(-9; -3)$                       **C.**  $(-9; 3)$                       **D.**  $(0; 4)$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-6; -4) \Rightarrow VTPT \overrightarrow{n_{AB}} = (2; -3) \Rightarrow (AB) : 2x - 3y = -9$

Ta có  $\overrightarrow{CD} = (4; 4) \Rightarrow VTPT \overrightarrow{n_{CD}} = (1; -1) \Rightarrow (CD) : x - y = -6$

Gọi  $N = AB \cap CD$

Suy ra  $N$  là nghiệm của hệ  $\begin{cases} 2x - 3y = -9 \\ x - y = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow N(-9; -3)$

**Câu 18:** Cho đường thẳng  $d_1 : 2x + 3y + 15 = 0$  và  $d_2 : x - 2y - 3 = 0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhau và không vuông góc với nhau.  
**B.**  $d_1$  và  $d_2$  song song với nhau.  
**C.**  $d_1$  và  $d_2$  trùng nhau.  
**D.**  $d_1$  và  $d_2$  vuông góc với nhau.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đường thẳng  $d_1 : 2x + 3y + 15 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  $\overrightarrow{n_1} = (2; 3)$  và đường thẳng  $d_2 : x - 2y - 3 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  $\overrightarrow{n_2} = (1; -2)$ .

Ta thấy  $\frac{2}{1} \neq \frac{3}{-2}$  và  $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2 \cdot 1 + 3 \cdot (-2) = -4 \neq 0$ .

Vậy  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhau và không vuông góc với nhau.

**Câu 19:** Hai đường thẳng  $d_1: mx + y = m - 5, d_2: x + my = 9$  cắt nhau khi và chỉ khi

- A.**  $m \neq -1$ .                      **B.**  $m \neq 1$ .                      **C.**  $m \neq \pm 1$ .                      **D.**  $m \neq 2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**CÁCH 1**

Xét  $m = 0$  thì  $d_1: y = -5, d_2: x = 9$ . Rõ ràng hai đường thẳng này cắt nhau nên  $m = 0$  thỏa mãn.

Xét  $m \neq 0$  thì  $d_1: y = -mx + m - 5$  và  $d_2: y = -\frac{x}{m} + 9$

Hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhau  $\Leftrightarrow -m \neq -\frac{1}{m} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq \pm 1 \end{cases}$  (2).

Từ và ta có  $m \neq \pm 1$ .

**CÁCH 2**

$d_1$  và  $d_2$  theo thứ tự nhận các vectơ  $\vec{n}_1 = (m; 1), \vec{n}_2 = (1; m)$  làm vec tơ pháp tuyến.

$d_1$  và  $d_2$  cắt nhau  $\Leftrightarrow \vec{n}_1$  và  $\vec{n}_2$  không cùng phương  $\Leftrightarrow m \cdot m \neq 1 \cdot 1 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$ .

**Câu 20:** Với giá trị nào của  $m$  thì hai đường thẳng

$d_1: 3x + 4y + 10 = 0$  và  $d_2: (2m - 1)x + m^2y + 10 = 0$  trùng nhau?

- A.**  $m \pm 2$ .                      **B.**  $m = \pm 1$ .                      **C.**  $m = 2$ . **D.**  $m = -2$ .

**Lời giải**

$$\begin{cases} d_2: (2m-1)x + m^2y + 10 = 0 \\ d_1: 3x + 4y + 10 = 0 \end{cases} \xrightarrow{d_1=d_2} \frac{2m-1}{3} = \frac{m^2}{4} = \frac{10}{10}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1=3 \\ m^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow m=2.$$

**Câu 21:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hai đường thẳng có phương trình

$d_1: mx + (m-1)y + 2m = 0$  và  $d_2: 2x + y - 1 = 0$ . Nếu  $d_1$  song song  $d_2$  thì:

A.  $m = 2$ .

B.  $m = -1$ .

C.  $m = -2$ .

D.  $m = 1$ .

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: mx + (m-1)y + 2m = 0 \\ d_2: 2x + y - 1 = 0 \end{cases} \xrightarrow{d_1 \parallel d_2} \frac{m}{2} = \frac{m-1}{1} \neq \frac{2m}{-1}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \neq 2 \\ m = 2m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

**Câu 22:** Tìm  $m$  để hai đường thẳng  $d_1: 2x - 3y + 4 = 0$  và  $d_2: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$  cắt nhau.

A.  $m \neq -\frac{1}{2}$ .

B.  $m \neq 2$ .

C.  $m \neq \frac{1}{2}$ .

D.  $m = \frac{1}{2}$ .

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 2x - 3y + 4 = 0 \\ d_2: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = (2; -3) \\ \vec{n}_2 = (4m; -3) \end{cases} \xrightarrow{d_1 \cap d_2 = M} \frac{4m}{2} \neq \frac{-3}{-3} \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}.$$

Chọn C

**Câu 23:** Tính góc giữa hai đường thẳng  $\Delta: x - \sqrt{3}y + 2 = 0$  và  $\Delta': x + \sqrt{3}y - 1 = 0$ .

A.  $90^\circ$ .

B.  $120^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $30^\circ$ .

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng  $\Delta$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; -\sqrt{3})$ , đường thẳng  $\Delta'$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}' = (1; \sqrt{3})$ .

Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai đường thẳng  $\Delta, \Delta'$ .  $\cos \alpha = \left| \cos(\vec{n}, \vec{n}') \right| = \frac{|1-3|}{\sqrt{1+3} \cdot \sqrt{1+3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$ .

**Câu 24:** Góc giữa hai đường thẳng  $a: \sqrt{3}x - y + 7 = 0$  và  $b: x - \sqrt{3}y - 1 = 0$  là:

A.  $30^\circ$ .

B.  $90^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng  $a$  có vectơ pháp tuyến là:  $\vec{n}_1 = (\sqrt{3}; -1)$ ;

Đường thẳng  $b$  có vectơ pháp tuyến là:  $\vec{n}_2 = (1; -\sqrt{3})$ .

Áp dụng công thức tính góc giữa hai đường thẳng có:

$$\cos(a, b) = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1 \cdot \sqrt{3} + (-1)(-\sqrt{3})}{2 \cdot 2} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Suy ra góc giữa hai đường thẳng bằng } 30^\circ.$$

**Câu 25:** Cho hai đường thẳng  $d_1: 2x + 5y - 2 = 0$  và  $d_2: 3x - 7y + 3 = 0$ . Góc tạo bởi đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  bằng

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $135^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Đường thẳng  $d_1: 2x + 5y - 2 = 0$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (2; 5)$ .

Đường thẳng  $d_2: 3x - 7y + 3 = 0$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_2 = (3; -7)$ .

Góc giữa hai đường thẳng được tính bằng công thức

$$\cos(d_1, d_2) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|2 \cdot 3 + 5 \cdot (-7)|}{\sqrt{2^2 + 5^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-7)^2}} = \frac{29}{29\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow (d_1; d_2) = 45^\circ$$

Vậy góc tạo bởi đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  bằng  $45^\circ$ .

**Câu 26:** Tìm cosin góc giữa hai đường thẳng  $\Delta_1: 2x + y - 1 = 0$  và  $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$

- A.  $\frac{\sqrt{10}}{10}$ .                      B.  $\frac{3}{10}$ .                      C.  $\frac{3}{5}$ .                      D.  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng  $\Delta_1$  là  $\vec{n} = (2; 1)$  nên vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; -2)$

Vectơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta_2$  là  $\vec{u}' = (1; -1)$

$$\text{Khi đó } \cos(\Delta_1; \Delta_2) = \left| \cos(\vec{u}; \vec{u}') \right| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{u}'|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{u}'|} = \frac{3}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

**Câu 27:** Tìm góc giữa hai đường thẳng  $\Delta_1 : x - 2y + 15 = 0$  và  $\Delta_2 : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .

- A.  $5^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $0^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Đường thẳng  $\Delta_1$  có VTPT là  $\vec{n}_1(1; -2) \Rightarrow 1VTCP(2; 1)$

Đường thẳng  $\Delta_2$  có  $1VTCP(-1; 2)$ .

Nhận xét:  $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Rightarrow \vec{u}_1 \perp \vec{u}_2 \Rightarrow \Delta_1 \perp \Delta_2 \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) = 90^\circ$ .

**Câu 28:** Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng  $d_1 : x + 2y - 7 = 0, d_2 : 2x - 4y + 9 = 0$ .

- A.  $\frac{3}{\sqrt{5}}$ .                      B.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .                      C.  $\frac{1}{5}$ .                      D.  $\frac{3}{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $vtpt\vec{n}_{d_1} = (1; 2); vtpt\vec{n}_{d_2} = (2; -4)$

$$\cos(d; d') = \frac{|\vec{n}_{d_1} \cdot \vec{n}_{d_2}|}{|\vec{n}_{d_1}| \cdot |\vec{n}_{d_2}|} = \frac{|1 \cdot 2 - 2 \cdot 4|}{\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}} = \frac{3}{5}$$

**Câu 29:** Tính góc giữa hai đường thẳng  $\Delta : x - \sqrt{3}y + 2 = 0$  và  $\Delta' : x + \sqrt{3}y - 1 = 0$  ?

- A.  $90^\circ$ .                      B.  $120^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$\Delta$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_1 = (1; -\sqrt{3})$ .  $\Delta'$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_2 = (1; \sqrt{3})$ .

Khi đó:

$$\cos(\Delta; \Delta') = \left| \cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|1 \cdot 1 + (-\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}|}{\sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}} = \frac{|-2|}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng  $\Delta, \Delta'$  là  $60^\circ$ .

**Câu 30:** Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng  $d_1 : 2x - y - 10 = 0$  và  $d_2 : x - 3y + 9 = 0$ .

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $135^\circ$ .

**Lời giải**

Ta có

$$\begin{cases} d_1 : 2x - y - 10 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (2; -1) \\ d_2 : x - 3y + 9 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (1; -3) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos \varphi = \frac{|2 \cdot 1 + (-1) \cdot (-3)|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\rightarrow \varphi = 45^\circ$ . **Chọn B**

**Câu 31:** Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng  $d_1 : 7x - 3y + 6 = 0$  và  $d_2 : 2x - 5y - 4 = 0$ .

- A.  $\frac{\pi}{4}$ .                      B.  $\frac{\pi}{3}$ .                      C.  $\frac{2\pi}{3}$ .                      D.  $\frac{3\pi}{4}$ .

**Lời giải**

Ta có

$$\begin{cases} d_1 : 7x - 3y + 6 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (7; -3) \\ d_2 : 2x - 5y - 4 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (2; -5) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)}$$
$$\cos \varphi = \frac{|14 + 15|}{\sqrt{49 + 9} \cdot \sqrt{4 + 25}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

**Chọn A**

**Câu 32:** Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng  $d_1 : 2x + 2\sqrt{3}y + 5 = 0$  và  $d_2 : y - 6 = 0$ .

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Lời giải**

Ta có

$$\begin{cases} d_1 : 2x + 2\sqrt{3}y + 5 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (1; \sqrt{3}) \\ d_2 : y - 6 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (0; 1) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos \varphi = \frac{|\sqrt{3}|}{\sqrt{1+3} \cdot \sqrt{0+1}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \varphi = 30^\circ.$$

**Chọn A**

**Câu 33:** Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng  $d_1 : x + \sqrt{3}y = 0$  và  $d_2 : x + 10 = 0$ .

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Lời giải**

$$\begin{cases} d_1 : x + \sqrt{3}y = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (1; \sqrt{3}) \\ d_2 : x + 10 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (1; 0) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1; d_2)} \cos \varphi = \frac{|1+0|}{\sqrt{1+3} \cdot \sqrt{1+0}} = \frac{1}{2}$$

$\rightarrow \varphi = 60^\circ$ . **Chọn C**

**Câu 34:** Cho đường thẳng  $d : 3x + 5y - 15 = 0$ . Trong các điểm sau đây, điểm nào **không** thuộc đường thẳng  $d$

- A.**  $M_1(5;0)$ .                      **B.**  $M_4(-5;6)$ .    **C.**  $M_2(0;3)$ .    **D.**  $M_3(5;3)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng  $d$ , ta có  $M_1, M_4, M_2 \in d$  và  $M_3 \notin d$ .

**Câu 35:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(4;3)$ ,  $B(2;7)$ ,  $C(-3;-8)$ . Tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh  $A$  xuống cạnh  $BC$  là:

- A.**  $(-1;4)$ .                      **B.**  $(1;-4)$ .    **C.**  $(1;4)$ .    **D.**  $(4;1)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm  $B$  và  $C$  có dạng:  $\frac{x+3}{2+3} = \frac{y+8}{7+8} \Leftrightarrow 3x - y + 1 = 0$ .

Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $BC$  có phương trình:

$$1(x-4) + 3(y-3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 13 = 0$$

Tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh  $A$  xuống cạnh  $BC$  là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - y + 1 = 0 \\ x + 3y - 13 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

**Câu 36:** Cho đường thẳng  $d : -3x + y - 5 = 0$  và điểm  $M(-2;1)$ . Tọa độ hình chiếu vuông góc của  $M$  trên  $d$  là

- A.**  $\left(\frac{7}{5}; -\frac{4}{5}\right)$ .                      **B.**  $\left(-\frac{7}{5}; \frac{4}{5}\right)$ .    **C.**  $\left(-\frac{7}{5}; -\frac{4}{5}\right)$ .    **D.**  $\left(-\frac{5}{7}; \frac{4}{5}\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc với  $d$ .

Ta có phương trình của  $\Delta$  là:  $x + 3y - 1 = 0$

Tọa độ hình chiếu vuông góc của  $M$  trên  $d$  là nghiệm của hệ phương trình:  $\begin{cases} -3x + y - 5 = 0 \\ x + 3y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{7}{5} \\ y = \frac{4}{5} \end{cases}$ .

**Câu 37:** Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1;2)$  lên đường thẳng  $\Delta: x - y = 0$  là

- A.  $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .      B.  $(1;1)$ .      C.  $(2;2)$ .      D.  $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đường thẳng  $\Delta$  có 1 VTPT là  $\vec{n} = (1; -1)$  nên  $\Delta$  có 1 VTCP là  $\vec{u} = (1; 1)$

Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $M(1;2)$  lên đường thẳng  $\Delta$ , tọa độ  $H(t;t)$

Vì  $MH \perp \Delta \Rightarrow \overline{MH} \perp \vec{u} \Rightarrow \overline{MH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t - 1 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{2} \Rightarrow H\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$

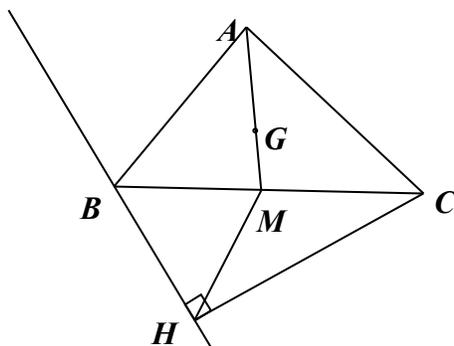
**Câu 38:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với đỉnh  $A(2;4)$ , trọng tâm  $G\left(2; \frac{2}{3}\right)$ . Biết rằng

đỉnh  $B$  nằm trên đường thẳng  $d$  có phương trình  $x + y + 2 = 0$  và đỉnh  $C$  có hình chiếu vuông góc trên  $d$  là điểm  $H(2; -4)$ . Giả sử  $B(a; b)$ , khi đó  $T = a - 3b$  bằng

- A.  $T = 4$ .      B.  $T = -2$ .      C.  $T = 2$ .      D.  $T = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Ta có

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 2 = \frac{3}{2}(2-2) \\ y_M - 4 = \frac{3}{2}\left(\frac{2}{3} - 4\right) \end{cases}, \text{ suy ra } M(2; -1).$$

$\overrightarrow{HM} = (0; 3)$  suy ra  $HM$  không vuông góc với  $d$  nên  $B$  không trùng với  $H$ .

$$B(a; b) \in d \Rightarrow b = -a - 2.$$

Tam giác  $BHC$  vuông tại  $H$  và  $CM$  là trung tuyến nên ta có

$$MB = MH \Leftrightarrow a - 2^2 + a + 1^2 = 9 \Leftrightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

Suy ra  $B(-1; -1)$  và  $T = a - 3b = 2$ .

**Câu 39:** Cho hai điểm  $A(3; -1), B(0; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc  $Ox$  sao khoảng cách từ  $M$  đến đường thẳng  $AB$  bằng 1.

**A.**  $M\left(\frac{7}{2}; 0\right)$  và  $M(1; 0)$ .      **B.**  $M(\sqrt{13}; 0)$ .

**C.**  $M(4; 0)$ .      **D.**  $M(2; 0)$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Gọi  $M(x; 0)$ .

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-3; 4)$

Phương trình đường thẳng  $AB: 4x + 3(y - 3) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 9 = 0$ .

$$d(M; AB) = \frac{|4x - 9|}{5} \Leftrightarrow 5 = |4x - 9| \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy  $M\left(\frac{7}{2}; 0\right); M(1; 0)$ .

**Câu 40:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(1; 1), B(4; -3)$  và đường thẳng

$d: x - 2y - 1 = 0$ . Tìm điểm  $M$  thuộc  $d$  có tọa độ nguyên và thỏa mãn khoảng cách từ  $M$  đến đường thẳng  $AB$  bằng 6.

A.  $M(3;7)$ .

B.  $M(7;3)$ .

C.  $M(-43;-27)$ .

D.  $M\left(3;-\frac{27}{11}\right)$ .

**Lời giải**

$$\begin{cases} M \in d : x - 2y - 1 = 0 \rightarrow M(2m+1; m), m \in \mathbb{Z} \\ AB : 4x + 3y - 7 = 0 \end{cases} \text{ . Khi đó}$$

$$6 = d(M; AB) = \frac{|8m+4+3m-7|}{5} \Leftrightarrow |11m-3| = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = \frac{27}{11} \end{cases} (1) \rightarrow M(7;3) \text{ . Chọn B}$$

**Câu 41:** Biết rằng có đúng hai điểm thuộc trục hoành và cách đường thẳng  $\Delta : 2x - y + 5 = 0$  một khoảng bằng  $2\sqrt{5}$ . Tích hoành độ của hai điểm đó bằng:

A.  $-\frac{75}{4}$ .

B.  $-\frac{25}{4}$ .

C.  $-\frac{225}{4}$ .

D. Đáp số khác.

**Lời giải**

Gọi  $M(x;0) \in Ox$  thì hoành độ của hai điểm đó là nghiệm của phương trình:

$$d(M; \Delta) = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|2x+5|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} = x_1 \\ x = -\frac{15}{2} = x_2 \end{cases} \longrightarrow x_1 \cdot x_2 = -\frac{75}{4}.$$

**Chọn A**

**Câu 42:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(3;-1)$  và  $B(0;3)$ . Tìm điểm  $M$  thuộc trục hoành sao cho khoảng cách từ  $M$  đến đường thẳng  $AB$  bằng 1.

A.  $\begin{bmatrix} M\left(\frac{7}{2};0\right) \\ M(1;0) \end{bmatrix}$ .

B.  $\begin{bmatrix} M\left(\frac{14}{3};0\right) \\ M\left(\frac{4}{3};0\right) \end{bmatrix}$ .

C.  $\begin{bmatrix} M\left(-\frac{7}{2};0\right) \\ M(-1;0) \end{bmatrix}$ .

D.  $\begin{bmatrix} M\left(-\frac{14}{3};0\right) \\ M\left(-\frac{4}{3};0\right) \end{bmatrix}$ .

**Lời giải**

$$\begin{cases} M(x;0) \\ AB : 4x + 3y - 9 = 0 \end{cases} \rightarrow 1 = d(M; AB) = \frac{|4x-9|}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \rightarrow M\left(\frac{7}{2};0\right) \\ x = 1 \rightarrow M(1;0) \end{cases}$$

## Chọn A

**Câu 43:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(3;0)$  và  $B(0;-4)$ . Tìm điểm  $M$  thuộc trục tung sao cho diện tích tam giác  $MAB$  bằng 6.

- A.  $\begin{cases} M(0;0) \\ M(0;-8) \end{cases}$ .      B.  $M(0;-8)$ .      C.  $M(6;0)$ .      D.  $\begin{cases} M(0;0) \\ M(0;6) \end{cases}$ .

### Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} AB: 4x - 3y - 12 = 0 \\ AB = 5 \\ M(0; y) \rightarrow h_M = d(M; AB) = \frac{|3y + 12|}{5} \end{cases}$$
$$6 = S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{|3y + 12|}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \rightarrow M(0;0) \\ y = -8 \rightarrow M(0;-8) \end{cases}$$

## Chọn A