MỤC LỤC

§4 – BA ĐƯỜNG CONIC

Ⓐ. Tóm tắt kiến thức

Lý thuyết

1. ELIP

- Cho hai điểm cố định và phân biệt F_1, F_2. Đặt $F_1F_2 = 2c > 0$. Cho số thực a lớn hơn c. Tập hợp các điểm M sao cho $MF_1 + MF_2 = 2a$ được gọi là đường elip . Hai điểm F_1, F_2 được gọi là hai tiêu điểm và $F_1F_2 = 2c$ được gọi là tiêu cự của elip đó.
- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, elip có hai tiêu điểm thuộc trục hoành sao cho O là trung điểm của đoạn thẳng nối hai tiêu điểm đó thì có phương trình $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$. (2)
- Ngược lại, mỗi phương trình có dạng (2) đều là phương trình của elip có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{a^2 - b^2}\,; 0\right), F_2\left(\sqrt{a^2 - b^2}\,; 0\right)$, tiêu cự $2c = 2\sqrt{a^2 - b^2}$ và tổng các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc elip đó tới hai tiêu điểm bằng $2a$.
- Phương trình (2) được gọi là phương trình chính tắc của elip tương ứng.

Tính chất và hình dạng của Elip: Cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

- Trục đối xứng Ox, Oy
- Tâm đối xứng O.
- Tiêu điểm $F_1(-c\,; 0), F_2(c\,; 0)$.
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a\,; 0), A_2(a\,; 0), B_1(0\,; -b), B_2(0\,; b)$.
- Độ dài trục lớn $2a$. Độ dài trục bé $2b$.
- Nội tiếp trong hình chữ nhật cơ sở có kích thước là $2a$ và $2b$.
- Tâm sai $e = \frac{c}{a} < 1$.

Lý thuyết

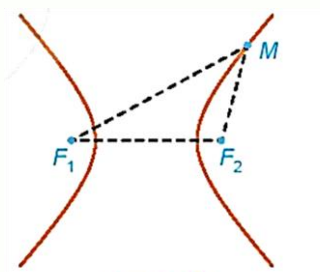
- Hai đường chuẩn $x=\frac{a}{e}$ và $x=-\frac{a}{e}$.

- $M(x;y)\in(E)$. Khi đó $MF_1=a+ex$: bán kính qua tiêu điểm trái.

- $MF_2=a-ex$: bán kính qua tiêu điểm phải.

❷. HYPEBOL

- Trên mặt phẳng, nếu hai thiết bị đặt tại các vị trí F_1, F_2 nhận được một tín hiệu âm thanh cùng lúc thì vị trí phát ra tín hiệu cách đều hai điểm F_1, F_2, và do đó, nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng F_1F_2.



Hình 7.23

- Cho hai điểm phân biệt cố định F_1, F_2. Đặt $F_1F_2=2c$. Cho số thực dương a nhỏ hơn c. Tập hợp các điểm M sao cho $\left|MF_1-MF_2\right|=2a$ được gọi là đường hypebol. Hai điểm F_1, F_2 được gọi là hai *tiêu điểm* và $F_1F_2=2c$ được gọi là *tiêu cự* của hypebol đó.
- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hypebol có hai tiêu điểm thuộc trục hoành sao cho O là trung điểm của đoạn thẳng nối hai tiêu điểm đó thì có phương trình $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, với $a,b>0$.
- Ngược lại, mỗi phương trình có dạng (4) đều là phương trình của hypebol có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{a^2+b^2};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{a^2+b^2};0\right)$, tiêu cự $2x=2\sqrt{a^2+b^2}$ và giá trị tuyệt đối của hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc hypebol đến hai tiêu điểm bằng $2a$.

Lý thuyết

- Phương trình được gọi là phương trình chính tắc của hypebol tương ứng.

❸. PARABOL

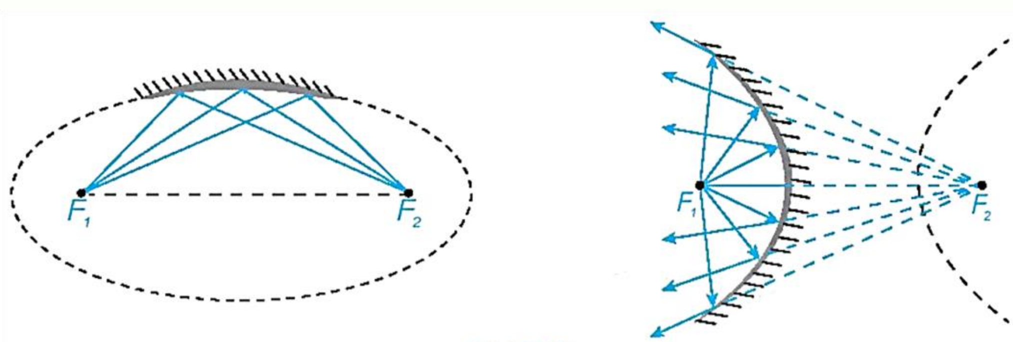
- Cho một điểm F cố định và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F. Tập hợp các điểm M cách đều F và Δ được gọi là đường parabol. Điểm F được gọi là tiêu điểm, Δ được gọi là đường chuẩn, khoảng cách từ F đến Δ được gọi là tham số tiêu của parabol đó.
- Xét (P) là một parabol với tiêu điểm F, đường chuẩn Δ. Gọi H là hình chiếu vuông góc của F trên Δ. Khi đó, trong hệ trục tọa độ Oxy với gốc O là trung điểm của HF, tia Ox trùng với tia OF, parabol (P) có phương trình

  $y^2 = 2px \quad (5)$

- Phương trình (5) được gọi là phương trình chính tắc của parabol (P).
- Ngược lại, mỗi phương trình dạng (5), với $p > 0$, là phương trình chính tắc của parabol có tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ và đường chuẩn $\Delta : x = -\frac{p}{2}$.

❹. MỘT SỐ ỨNG DỤNG CỦA BA ĐƯỜNG CONIC. TÍNH CHẤT QUANG HỌC

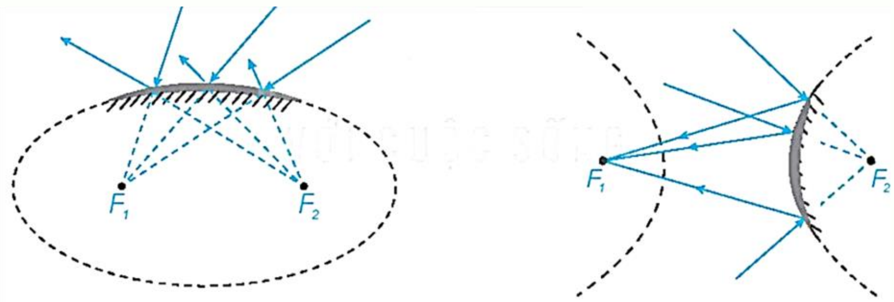
- Tương tự gương cầu lồi thường đặt ở những khúc đường cua, người ta cũng có những gương elip, hypebol, parabol. Tia sáng gặp các gương này, đều được phản xạ theo một quy tắc được xác định rõ bằng hình học, chẳng hạn:
- Tia sáng phát ra từ một tiêu điểm của elip, hypebol sau khi gặp elip, hypebol sẽ bị hắt lại theo một tia nằm trên đường thẳng đi qua tiêu điểm còn lại .



Hình 7.29

Lý thuyết

- Tia sáng hướng tới một tiêu điểm của elip, hypebol , khi gặp elip, hypebol sẽ bị hắt lại theo một tia nằm trên đường thẳng đi qua tiêu điểm còn lại .



Hình 7.30

- Với gương parabol lõm, tia sáng phát ra từ tiêu điểm khi gặp parabol sẽ bị hắt lại theo một tia vuông góc với đường chuẩn của parabol . Ngược lại, nếu tia tới vuông góc với đường chuẩn của parabol thì tia phản xạ sẽ đi qua tiêu điểm của parabol.

- Tính chất quang học được đề cập ở trên giúp ta nhận được ánh sáng mạnh hơn khi các tia sáng hội tụ và giúp ta đổi hướng ánh sáng khi cần. Ta cũng có điều tương tự đối với tín hiệu âm thanh, tín hiệu truyền từ vệ tinh.

MỘT SỐ ỨNG DỤNG

Nhà vòm hoa (Flower Dome) trong Khu vườn bên vịnh (Gardens by the Bay), Singapore

Công viên với hình elip ở phía nam Nhà Trắng, Hoa Kỳ

- Ba đường conic xuất hiện và có nhiều ứng dụng trong khoa học và trong cuộc sống, chẳng hạn:

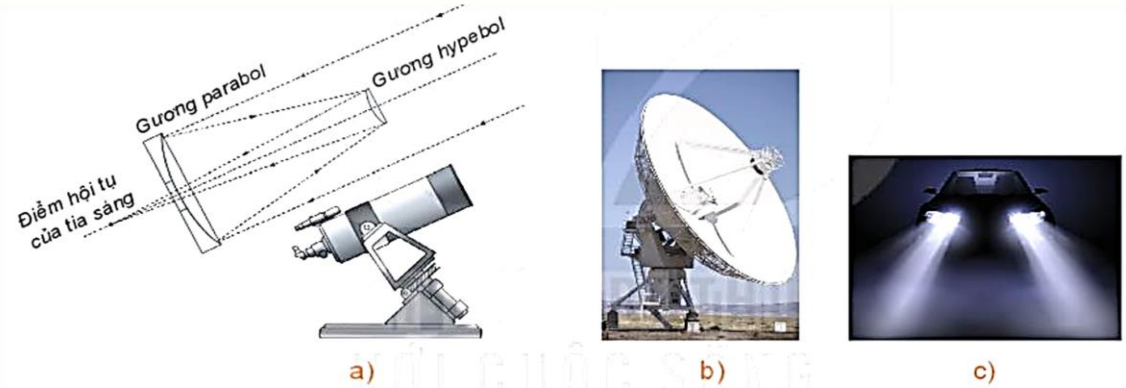
- Tia nước bắn ra từ đài phun nước, đường đi bổng của quả bóng là những hình ảnh về đường parabol;

- Khi nghiêng cốc tròn, mặt nước trong cốc có hình elip. Tương tự, dưới ánh sáng mặt trời, bóng của một quả bóng, nhìn chung, là một elip;

- Ánh sáng phát ra từ một bóng đèn Led trên trần nhà có thể tạo nên trên tường các nhánh hypebol

Lý thuyết

- Nhiều công trình kiến trúc có hình elip, parabol hay hypebol.



Hình 7.32

B. Trắc nghiệm Đ/S

Câu 1. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ có tiêu cự bằng 6		
b)	$9x^2+25y^2=225$ có tiêu cự bằng 8		
c)	$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$ có tiêu cự bằng $\sqrt{41}$		
d)	$4x^2-9y^2=36$ có tiêu cự bằng $\sqrt{13}$		

Câu 2. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$y^2=3x$ có tiêu điểm là $F\left(\frac{3}{4};0\right)$.		
b)	$y^2=3x$ có đường chuẩn là $\Delta: x=\frac{3}{4}$.		
c)	$y^2=2x$ có tiêu điểm là $F(2;0)$.		
d)	$y^2=2x$ có đường chuẩn là $\Delta: x=\frac{-1}{2}$.		

Câu 3. Cho elip (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$, đi qua điểm $A(2;0)$ và có một tiêu điểm $F_2(\sqrt{2};0)$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Tiêu cự của elip (E) bằng $\sqrt{2}$		
b)	Điểm $B\left(0;\sqrt{2}\right)$ thuộc elip (E)		
c)	$a=2$		
d)	$a^2-b^2=2$		

Câu 4. Cho elip (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$, đi qua hai điểm $M(5;\sqrt{2})$ và $N(0;2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Điểm $B\left(0;-2\right)$ thuộc elip (E)		
b)	$a^2=50$		
c)	$b=4$		
d)	Điểm $I\left(1;0\right)$ nằm bên trong elip (E)		

Câu 5. Cho hypebol (H) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a,b>0)$, đi qua điểm $A(\sqrt{3};0)$ và có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Tiêu cự bằng 2		
b)	$a=\sqrt{3}$		
c)	$b^2=2$		
d)	Điểm $B\left(0;1\right)$ thuộc hypebol (H)		

Câu 6. Cho parabol (P) có dạng: $y^2=2px(p>0)$, đi qua điểm $A\left(\frac{3}{4};-9\right)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	$x=54$ là phương trình đường chuẩn parabol (P)		
b)	parabol (P) đi qua điểm $B\left(1;6\sqrt{3}\right)$		
c)	parabol (P) đi qua điểm $B\left(1;-6\sqrt{3}\right)$		

d)	parabol (P) cắt đường thẳng $y = x+1$ tại hai điểm		

Câu 7. Cho elip (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Điểm $A(4;0)$ thuộc elip (E).		
b)	Tiêu cự elip (E) bằng $\sqrt{7}$		
c)	Elip (E) có tiêu điểm $F_1(-2\sqrt{7};0)$, $F_2(2\sqrt{7};0)$		
d)	Cho M là điểm thuộc (E) thoả mãn $MF_1+2MF_2=11$. Khi đó $2MF_1+MF_2=13$.		

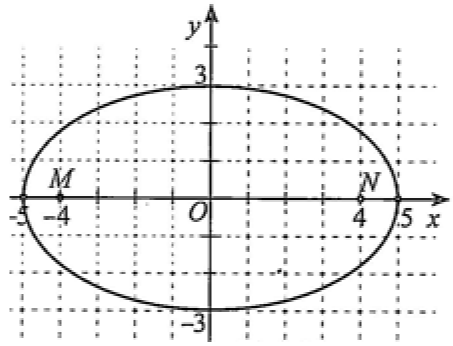
Câu 8. Cho elip (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$, đi qua các điểm $A(7;0)$ và $B(0;5)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	$a^2=7$		
b)	$a^2-b^2=6$		
c)	Điểm $C(1;1)$ nằm bên trong elip (E)		
d)	Tiêu cự của elip bằng $2\sqrt{6}$		

Câu 9. Cho elip (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$, có một tiêu điểm là $F_1(-5;0)$ và đi qua điểm $P(6;0)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	$a^2=36$		
b)	$b^2=11$		
c)	Tiêu cự của elip bằng 5		
d)	Điểm $C(1;1)$ nằm bên trong elip (E)		

Câu 10. Trước một tòa nhà, người ta làm một cái hồ bơi có dạng hình elip với độ dài hai bán trục lần lượt là $3m$ và $5m$. Xét hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục là mét) có hai trục tọa độ chứa hai trục của elip, gốc tọa độ O là tâm của elip (hình)



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Phương trình chính tác của đường elip là: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.		
b)	Xét các điểm M,N cùng thuộc trục lớn của elip và đều cách O một khoảng bằng $4m$ về hai phía của O. Tổng khoảng cách từ mọi điểm trên đường elip đến M và N luôn bằng $10m$		
c)	Một người đứng ở vị trí P cách O một khoảng bằng $6m$, người đó đứng ở trong hồ		
d)	Xét vị trí C trên mép hồ cách trục lớn một khoảng bằng $2m$. Khi đó vị trí C cách trục nhỏ một khoảng bằng $\frac{5}{3}m$		

Câu 11. Cho hypebol $(H):\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Điểm $A(3;0)$ nằm trên hypebol		
b)	Hypebol (H) có tiêu cự $4\sqrt{5}$		
c)	Hypebol (H) có toạ độ hai tiêu điểm $F_1(-2\sqrt{5};0)$; $F_2(2\sqrt{5};0)$		
d)	Hypebol (H) cắt đường thẳng $y=1$ tại hai điểm		

Câu 12. Cho hypebol (H) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$, đi qua các điểm $M(3;-2), N(-3\sqrt{3};4)$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$a^2=2$		
b)	$b^2=3$		
c)	Hypebol (H) đi qua điểm $A(3;2)$		

d)	Tiêu cự Hypebol (H) bằng $2\sqrt{5}$		

Câu 13. Cho hypebol (H) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$, có một tiêu điểm là $F_1(-10;0)$ và đi qua điểm $P(8;0)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$a^2=64$		
b)	Tiêu cự hypebol (H) bằng 20		
c)	$b^2=36$		
d)	Hypebol (H) đi qua điểm $B(1;\sqrt{10})$		

Câu 14. Cho parabol $(P): y^2=16x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tham số tiêu $p=8$.		
b)	Tiêu điểm của (P) là $F(4;0)$		
c)	Phương trình đường chuẩn Δ là $x=-4$.		
d)	M là điểm thuộc parabol (P) có hoành độ 5. Khi đó $MF=5$.		

Câu 15. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Parabol (P) có tham số tiêu là 0,8 có phương trình chính tắc của đường parabol (P) là: $y^2=1,6x$.		
b)	Parabol(P) đi qua điểm $A(3;6)$ có phương trình chính tắc của đường parabol (P) là: $y^2=12x$.		
c)	Parabol (P) có tiêu điểm $F(5;0)$ có phương trình chính tắc của đường parabol (P) là: $y^2=10x$.		
d)	Parabol (P) có đường chuẩn $x=\frac{-1}{4}$ có phương trình chính tắc của đường parabol (P) là: $y^2=-\frac{1}{4}x$.		

Câu 16. Elip (E) có tiêu điểm là $F(-\sqrt{3};0)$ và đi qua điểm $M\left(1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tiêu cự elip (E) bằng $2\sqrt{3}$		

b)	Elip (E) đi qua điểm $A(0;1)$		
c)	Elip (E) đi qua điểm $B(2;0)$		
d)	Elip (E) cắt đường thẳng $y=3$ tại hai điểm phân biệt		

Câu 17. Cho $(P): y^2 = 6x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Tham số tiêu bằng $p=6$		
b)	Tọa độ tiêu điểm là $F\left(\frac{3}{2};0\right)$.		
c)	Phương trình đường chuẩn $\Delta: x=\frac{3}{2}$.		
d)	Đi qua điểm $A(6;6)$		

Câu 18. Cho các elip $(E): \frac{x^2}{4}+y^2=1, \left(E'\right): \frac{x^2}{6}+2y^2=1$ và đường thẳng $\Delta: x+2y-2=0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Tiêu cự của elip (E) bằng $2\sqrt{3}$		
b)	Biết Δ cắt (E) tại hai điểm A, B khi đó $AB=\sqrt{5}$		
c)	Tiêu cự của elip (E') bằng $\sqrt{6}$		
d)	(E') cắt (E) tại hai điểm		

Câu 19. Cho $(E): x^2+4y^2=4$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3};0); F_2(\sqrt{3};0)$.		
b)	Đường thẳng đi qua một tiêu điểm của (E) và song song với trục Oy cắt (E) tại 2 điểm M, N. Độ dài đoạn thẳng MN bằng $MN=2$		
c)	Khi $-5 \le k \le 5$ thì đường thẳng $\Delta: y=x+k$ có điểm chung với Elip		
d)	Cho M tùy ý thuộc (E). Khi đó $1 \le OM \le 2$.		

Câu 20. Cho Elip $(E): 9x^2+25y^2=225$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Tiêu cự bằng 8		
b)	Có hai điểm $M \in (E)$ biết $x_M=4$.		
c)	Có hai điểm $M \in (E)$ nhìn 2 tiêu điểm dưới 1 góc vuông.		

d)	Có bốn điểm $M \in (E)$ sao cho $MF_1 = 3MF_2$.		

Câu 21. Cho elip (E) đi qua hai điểm $M\left(4;\dfrac{9}{5}\right)$ và $N\left(3;\dfrac{12}{5}\right)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tiêu cự của elip bằng: 4		
b)	Elip có dạng $(E):\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a,b>0\right)$ khi đó $a^2=25$		
c)	Elip có dạng $(E):\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a,b>0\right)$ khi đó $b^2=9$		
d)	Elip đi qua hai điểm $A\left(5;0\right), B(0;3)$		

Câu 22. Cho elip (E) đi qua điểm $M\left(\dfrac{3}{\sqrt{5}};\dfrac{4}{\sqrt{5}}\right)$ và tam giác MF_1F_2 vuông tại M. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tiêu cự của elip bằng: $2\sqrt{5}$		
b)	Elip đi qua 2 điểm $A\left(3;0\right), B(0;2)$		
c)	Elip cắt đường thẳng $x=4$ tại hai điểm phân biệt		
d)	Elip cắt đường thẳng $y=1$ tại hai điểm phân biệt		

Câu 23. Cho elip $(E) 3x^2+4y^2-48=0$ và $d: x-2y+4=0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Đường thẳng d không thể cắt (E)		
b)	Giả sử đường thẳng d cắt (E) tại hai điểm M, N khi đó $MN=2\sqrt{5}$		
c)	Giả sử đường thẳng d cắt (E) tại hai điểm M, N khi đó tọa độ trung điểm MN có hoành độ bằng $\dfrac{3}{2}$		
d)	Có 2 điểm thuộc (E) sao cho $5F_1M=3F_2M$		

Câu 24. Cho hypebol có phương trình $(H):16x^2-9y^2=144$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tiêu điểm: $F_1(-4;0), F_2(4;0)$		
b)	Tiêu cự bằng 10		
c)	Có 2 điểm thuộc Hypebol có hoành độ $x=9$		

d)	Khi $-4<k<4$ thì đường thẳng $(d): y=kx$ có điểm chung với hypebol trên		

Câu 25. Cho hypebol $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1 \quad (H)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Tiêu cự bằng 5		
b)	Điểm $A(4;0)\in(H)$		
c)	Tiêu điểm: $F_1(-5;0), F_2(5;0)$		
d)	Trên (H) có 4 điểm M sao cho $MF_1 \perp MF_2$.		

Câu 26. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Phương trình chính tắc của parabol có tiêu điểm $F(2;0)$ là $(P): y^2=8x$		
b)	Phương trình chính tắc của parabol có đường chuẩn có phương trình $\Delta: x=-3$ là $(P): y^2=6x$		
c)	Phương trình chính tắc của parabol đi qua $M(2;5)$ là $(P): y^2=\dfrac{25}{2}x$		
d)	Phương trình chính tắc của parabol có khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn bằng 8 là $(P): y^2=8x$		

Câu 27. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol $(P): y^2=8x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Tiêu điểm $F(2;0)$		
b)	Có 2 điểm M trên (P), cách F một khoảng là 3 .		
c)	Điểm M trên (P) sao cho $S_{\Delta OMF}=8$, có hoành độ bằng 6		
d)	Tồn tại một điểm A nằm trên parabol và một điểm B nằm trên đường thẳng $\Delta: 4x-3y+5=0$ sao cho đoạn AB ngắn nhất, khi đó AB ngắn nhất bằng $\dfrac{1}{5}$		

Câu 28. Cho parabol (P) có phương trình $y^2=12x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	(P) có tiêu điểm $F(3;0)$, đường chuẩn $x=-3$.		
b)	Một điểm nằm trên (P) có hoành độ $x=2$. Khoảng cách từ điểm đó đến tiêu điểm bằng 4		
c)	Độ dài dây cung vuông góc với trục đối xứng tại tiêu điểm F bằng 12		

d)	Qua $I(2;0)$ vẽ một đường thẳng thay đổi cắt (P) tại hai điểm A và B. Khi đó tích số khoảng cách từ A và B tới trục Ox bằng 12.		

Câu 29. Cho parabol $(P): y^2 = 2x$, $(d): x - 2y + 6 = 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Đường chuẩn $x = \frac{1}{2}$		
b)	Tiêu điểm của parabol là $F\left(\frac{1}{2};0\right)$		
c)	Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt		
d)	Khoảng cách ngắn nhất giữa (d) và (P) bằng $\frac{4}{\sqrt{5}}$		

Câu 30. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	$\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ có tiêu cự bằng 1		
b)	$\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{10} = 1$ có hai tiêu điểm $F_1(-\sqrt{17};0)$; $F_2(\sqrt{17};0)$		
c)	$y^2 = 18x$ có đường chuẩn $x + \frac{9}{2} = 0$.		
d)	$y^2 = 18x$ có tiêu điểm $F\left(\frac{9}{2};0\right)$		

LỜI GIẢI

Câu 1. Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau

a) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ có tiêu cự bằng 6

b) $9x^2 + 25y^2 = 225$ có tiêu cự bằng 8

c) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ có tiêu cự bằng $\sqrt{41}$

d) $4x^2 - 9y^2 = 36$ có tiêu cự bằng $\sqrt{13}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) $F_1(-3;0), F_2(3;0), F_1F_2 = 2c = 6$

b) $F_1(-4;0), F_2(4;0), F_1F_2 = 2c = 8$.

c) $F_1(-\sqrt{41};0), F_2(\sqrt{41};0), F_1F_2 = 2c = 2\sqrt{41}$.

d) $F_1(-\sqrt{13};0), F_2(\sqrt{13};0), F_1F_2 = 2c = 2\sqrt{13}$.

Câu 2. Xác định tiêu điểm và đường chuẩn của mỗi parabol sau:

a) $y^2 = 3x$ có tiêu điểm là $F\left(\frac{3}{4};0\right)$.

b) $y^2 = 3x$ có đường chuẩn là $\Delta: x = \frac{3}{4}$.

b) $y^2 = 2x$ có tiêu điểm là $F(2;0)$.

d) $y^2 = 2x$ có đường chuẩn là $\Delta: x = \frac{-1}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) $y^2 = 3x$ có tiêu điểm là $F\left(\frac{3}{4};0\right)$.

b) $y^2 = 3x$ có đường chuẩn là $\Delta: x = \frac{-3}{4}$.

b) $y^2 = 2x$ có tiêu điểm là $F\left(\frac{1}{2};0\right)$.

d) $y^2 = 2x$ có đường chuẩn là $\Delta: x = \frac{-1}{2}$.

Câu 3. Cho elip (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, đi qua điểm $A(2;0)$ và có một tiêu điểm $F_2(\sqrt{2};0)$.

Khi đó:

a) Tiêu cự của elip (E) bằng $\sqrt{2}$

b) Điểm $B\left(0;\sqrt{2}\right)$ thuộc elip (E)

c) $a=2$

d) $a^2-b^2=2$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

Có $A\in(E)\Leftrightarrow\dfrac{2^2}{a^2}+\dfrac{0^2}{b^2}=1\Leftrightarrow a^2=4$. Elip (E) có tiêu điểm $F_2(\sqrt{2};0)\Rightarrow c=\sqrt{2}$

mà $c=\sqrt{a^2-b^2}\Rightarrow\sqrt{2}=\sqrt{4-b^2}\Rightarrow b^2=2$. Vậy elip $(E):\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$.

Câu 4. Cho elip (E) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$, đi qua hai điểm $M(5;\sqrt{2})$ và $N(0;2)$. Khi đó:

a) Điểm $B\left(0;-2\right)$ thuộc elip (E)

b) $a^2=50$

c) $b=4$

d) Điểm $I\left(1;0\right)$ nằm bên trong elip (E)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

Ta có: $\begin{cases}M\in(E)\\N\in(E)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{5^2}{a^2}+\dfrac{(\sqrt{2})^2}{b^2}=1\\\dfrac{0^2}{a^2}+\dfrac{2^2}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=50\\b^2=4\end{cases}$. Vậy elip $(E):\dfrac{x^2}{50}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

Câu 5. Cho hypebol (H) có dạng: $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a,b>0)$, đi qua điểm $A(\sqrt{3};0)$ và có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$. Khi đó:

a) Tiêu cự bằng 2

b) $a=\sqrt{3}$

c) $b^2=2$

d) Điểm $B(0;1)$ thuộc hypebol (H)

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

Có $A\in(H)\Leftrightarrow\dfrac{(\sqrt{3})^2}{a^2}-\dfrac{0^2}{b^2}=1\Leftrightarrow a^2=3$.

Hypebol (H) có tiêu điểm $F_1(-2;0)\Rightarrow c=2$ mà $c=\sqrt{a^2+b^2}\Rightarrow 2=\sqrt{3+b^2}\Rightarrow b^2=1$.

Vậy hypebol $(H):\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$.

Câu 6. Cho parabol (P) có dạng: $y^2=2px(p>0)$, đi qua điểm $A\left(\dfrac{3}{4};-9\right)$. Khi đó:

a) $x=54$ là phương trình đường chuẩn parabol (P)

b) parabol (P) đi qua điểm $B\left(1;6\sqrt{3}\right)$

c) parabol (P) đi qua điểm $B\left(1;-6\sqrt{3}\right)$

d) parabol (P) cắt đường thẳng $y=x+1$ tại hai điểm

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

Gọi phương trình parabol (P) có dạng: $y^2=2px(p>0)$.

Có $A\in(P)\Leftrightarrow(-9)^2=2\cdot p\cdot\dfrac{3}{4}\Leftrightarrow 2p=108$. Vậy parabol $(P): y^2=108x$.

Câu 7. Cho elip (E): $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Khi đó:

a) Điểm $A(4;0)$ thuộc elip (E).

b) Tiêu cự elip (E) bằng $\sqrt{7}$

c) Elip (E) có tiêu điểm $F_1(-2\sqrt{7};0)$, $F_2(2\sqrt{7};0)$

d) Cho M là điểm thuộc (E) thoả mãn $MF_1+2MF_2=11$. Khi đó $2MF_1+MF_2=13$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Điểm $A(4;0)$ thuộc elip (E).

b) Ta có: $c^2 = a^2 - b^2 = 16 - 9 = 7$. Suy ra $c = \sqrt{7}$.

Elip (E) có tiêu cự $2c = 2\sqrt{7}$

c) Elip (E) có tiêu điểm $F_1(-\sqrt{7};0)$, $F_2(\sqrt{7};0)$

d) Ta có: $MF_1 + MF_2 = 2a = 2 \cdot 4 = 8$.

Suy ra $3MF_1 + 3MF_2 = 24$ hay $(2MF_1 + MF_2) + (MF_1 + 2MF_2) = 24$.

Vì $MF_1 + 2MF_2 = 11$ nên $2MF_1 + MF_2 = 24 - 11 = 13$.

Câu 8. Cho elip (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, đi qua các điểm $A(7;0)$ và $B(0;5)$. Khi đó:

a) $a^2 = 7$

b) $a^2 - b^2 = 6$

c) Điểm $C(1;1)$ nằm bên trong elip (E)

d) Tiêu cự của elip bằng $2\sqrt{6}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

Vì elip (E) đi qua các điểm $A(7;0)$ và $B(0;5)$ nên $\begin{cases} \frac{7^2}{a^2} + \frac{0^2}{b^2} = 1 \\ \frac{0^2}{a^2} + \frac{5^2}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 49 \\ b^2 = 25 \end{cases}$

Vậy phương trình chính tắc của đường elip (E) là: $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$.

Câu 9. Cho elip (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, có một tiêu điểm là $F_1(-5;0)$ và đi qua điểm $P(6;0)$.

Khi đó:

a) $a^2 = 36$

b) $b^2 = 11$

c) Tiêu cự của elip bằng 5

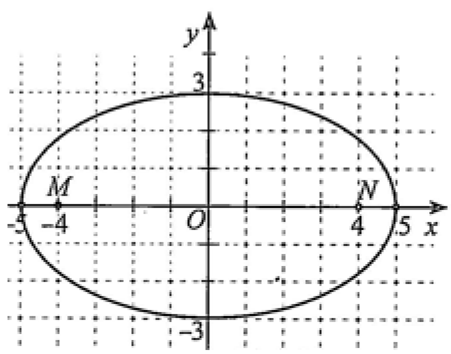
d) Điểm $C(1;1)$ nằm bên trong elip (E)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

Vì elip (E) đi qua điểm $P(6;0)$ nên $\frac{6^2}{a^2}+\frac{0^2}{b^2}=1 \Rightarrow a^2=36$. Vì elip (E) có một tiêu điểm là $F_1(-5;0)$ nên $c=5$ và $b^2=a^2-c^2=36-25=11$. Vậy phương trình chính tắc của đường elip (E) là: $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{11}=1$.

Câu 10. Trước một tòa nhà, người ta làm một cái hồ bơi có dạng hình elip với độ dài hai bán trục lần lượt là $3m$ và $5m$. Xét hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục là mét) có hai trục tọa độ chứa hai trục của elip, gốc tọa độ O là tâm của elip (hình)



Khi đó:

a) Phương trình chính tác của đường elip là: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

b) Xét các điểm M, N cùng thuộc trục lớn của elip và đều cách O một khoảng bằng $4m$ về hai phía của O. Tổng khoảng cách từ mọi điểm trên đường elip đến M và N luôn bằng $10m$

c) Một người đứng ở vị trí P cách O một khoảng bằng $6m$. Người đó đứng ở trong hồ

d) Xét vị trí C trên mép hồ cách trục lớn một khoảng bằng $2m$. Khi đó vị trí C cách trục nhỏ một khoảng bằng $\frac{5}{3}m$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Phương trình chính tắc của đường elip là: $\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{3^2}=1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

b) Ta có: $a=5, b=3$ nên $c^2=a^2-b^2=25-9=16$, suy ra $c=4$.

Các tiêu điểm của elip có toạ độ là $(-4;0)$ và $(4;0)$.

Vậy M và N chính là các tiêu điểm của elip. Vì vậy, tổng khoảng cách từ mọi điểm trên đường elip đến M và N luôn bằng $2a=10\,m$ không đổi.

c) Gọi giao điểm của đường thẳng OP và elip là Q.

Vì độ dài bán trục lớn là $5\,m$ nên $OQ \le 5$. Suy ra $OQ < OP = 6\,m$.

Vậy vị trí P ở ngoài hồ.

d) Giả sử $C(x_0;y_0)$. Ta có: $\begin{cases} \frac{x_0^2}{25}+\frac{y_0^2}{9}=1 \\ |y_0|=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x_0^2}{25}+\frac{4}{9}=1 \\ |y_0|=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x_0|=\frac{5\sqrt{5}}{3} \\ |y_0|=2 \end{cases}$

Vậy C cách trục nhỏ một khoảng bằng $\frac{5\sqrt{5}}{3}m$.

Câu 11. Cho hypebol $(H): \frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$. Khi đó:

a) Điểm $A(3;0)$ nằm trên hypebol

b) Hypebol (H) có tiêu cự $4\sqrt{5}$

c) Hypebol (H) có toạ độ hai tiêu điểm $F_1(-2\sqrt{5};0)$; $F_2(2\sqrt{5};0)$

d) Hypebol (H) cắt đường thẳng $y=1$ tại hai điểm

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

Ta có: $c^2=a^2+b^2=4+16=20$. Suy ra $c=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$.

Hypebol (H) có tiêu cự $2c = 4\sqrt{5}$

Hypebol (H) có toạ độ hai tiêu điểm $F_1(-2\sqrt{5};0)$; $F_2(2\sqrt{5};0)$

Câu 12. Cho hypebol (H) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$, đi qua các điểm $M(3;-2), N(-3\sqrt{3};4)$. Khi đó:

a) $a^2 = 2$

b) $b^2 = 3$

c) Hypebol (H) đi qua điểm $A(3;2)$

d) Tiêu cự Hypebol (H) bằng $2\sqrt{5}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

Vì hypebol (H) đi qua các điểm $M(3;-2), N(-3\sqrt{3};4)$ nên

$$\begin{cases} \frac{3^2}{a^2}-\frac{(-2)^2}{b^2}=1 \\ \frac{(-3\sqrt{3})^2}{a^2}-\frac{4^2}{b^2}=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9\cdot\frac{1}{a^2}-4\cdot\frac{1}{b^2}=1 \\ 27\cdot\frac{1}{a^2}-16\cdot\frac{1}{b^2}=1. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a^2}=\frac{1}{3} \\ \frac{1}{b^2}=\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình chính tắc của đường hypebol (H) là: $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{2}=1$.

Câu 13. Cho hypebol (H) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$, có một tiêu điểm là $F_1(-10;0)$ và đi qua điểm $P(8;0)$. Khi đó:

a) $a^2 = 64$

b) Tiêu cự hypebol (H) bằng 20

c) $b^2 = 36$

d) Hypebol (H) đi qua điểm $B(1;\sqrt{10})$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

Vì hypebol (H) đi qua điểm $P(8;0)$ nên $\frac{8^2}{a^2}-\frac{0^2}{b^2}=1 \Rightarrow a^2=64$.

(H) có một tiêu điểm là $F_1(-10;0)$ nên $c=10$ và $b^2=c^2-a^2=100-64=36$.

Vậy phương trình chính tắc của đường hypebol (H) là: $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$.

Câu 14. Cho parabol $(P): y^2=16x$. Khi đó:

a) Tham số tiêu $p=8$.

b) Tiêu điểm của (P) là $F(4;0)$

c) Phương trình đường chuẩn Δ là $x=-4$.

d) M là điểm thuộc parabol (P) có hoành độ 5 . Khi đó $MF=5$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

Ta có: $2p=16$, suy ra tham số tiêu $p=8$.

Tiêu điểm của (P) là $F(4;0)$, phương trình đường chuẩn Δ là $x=-4$.

Ta có: $MF=d(M,\Delta)=5+4=9$.

Câu 15. Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau

a) Parabol (P) có tham số tiêu là 0,8 có phương trình chính tắc của đường parabol (P) là: $y^2=1,6x$.

b) Parabol(P) đi qua điểm $A(3;6)$ có phương trình chính tắc của đường parabol (P) là: $y^2=12x$.

c) Parabol (P) có tiêu điểm $F(5;0)$ có phương trình chính tắc của đường parabol (P) là: $y^2=10x$.

d) Parabol (P) có đường chuẩn $x=\frac{-1}{4}$ có phương trình chính tắc của đường parabol (P) là: $y^2=-\frac{1}{4}x$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

Phương trình chính tắc của đường parabol $(P): y^2=2px(p>0)$.

a) Vì $p=0,8$ nên $2p=1,6$.

Vậy phương trình chính tắc của đường parabol (P) là: $y^2=1,6x$.

b) Vì parabol (P) đi qua điểm $A(3;6)$ nên $6^2 = 2p.3$, suy ra $p = 6$.

Vậy phương trình chính tắc của đường parabol (P) là: $y^2 = 12x$.

c) Vì parabol (P) có tiêu điểm $F(5;0)$ nên $\frac{p}{2} = 5$, suy ra $p = 10$.

Vậy phương trình chính tắc của đường parabol (P) là: $y^2 = 20x$.

d) Vì parabol (P) có đường chuẩn $x = \frac{-1}{4}$ nên $\frac{p}{2} = \frac{1}{4}$, suy ra $p = \frac{1}{2}$.

Vậy phương trình chính tắc của đường parabol (P) là: $y^2 = x$.

Câu 16. Elip (E) có tiêu điểm là $F(-\sqrt{3};0)$ và đi qua điểm $M\left(1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Khi đó:

a) Tiêu cự elip (E) bằng $2\sqrt{3}$

b) Elip (E) đi qua điểm $A(0;1)$

c) Elip (E) đi qua điểm $B(2;0)$

d) Elip (E) cắt đường thẳng $y = 3$ tại hai điểm phân biệt

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

Gọi phương trình chính tắc elip (E) : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$.

(E) có một tiêu điểm là $F(-\sqrt{3};0) \Rightarrow c = \sqrt{3}; (E)$ lại qua điểm $M\left(1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$\Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{3}{4b^2} = 1$. Ta có hệ: $\begin{cases} a^2 - b^2 = 3 \\ \frac{1}{a^2} + \frac{3}{4b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + 3 \\ \frac{1}{b^2+3} + \frac{3}{4b^2} = 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + 3 \\ 4b^2 + 3b^2 + 9 = 4b^2\left(b^2+3\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + 3 \\ 4b^4 + 5b^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 1 \end{cases}$.

Vậy phương trình chính tắc elip là $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

Câu 17. Cho $(P): y^2 = 6x$. Khi đó:

a) Tham số tiêu bằng $p = 6$

b) Tọa độ tiêu điểm là $F\left(\frac{3}{2};0\right)$.

c) Phương trình đường chuẩn $\Delta: x = \frac{3}{2}$.

d) Đi qua điểm $A(6;6)$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

Phương trình chính tắc (P) có dạng $y^2 = 2px \Rightarrow 2p = 6 \Rightarrow p = 3$.

Tọa độ tiêu điểm là $F\left(\frac{3}{2};0\right)$. Phương trình đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{3}{2}$.

Câu 18. Cho các elip $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1, (E'): \frac{x^2}{6} + 2y^2 = 1$ và đường thẳng $\Delta: x + 2y - 2 = 0$. Khi đó:

a) Tiêu cự của elip (E) bằng $2\sqrt{3}$

b) Biết Δ cắt (E) tại hai điểm A, B khi đó $AB = \sqrt{5}$

c) Tiêu cự của elip (E') bằng $\sqrt{6}$

d) (E') cắt (E) tại hai điểm

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

Tọa độ giao điểm của Δ với (E) nếu có là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y - 2 = 0 \\ \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y + 2 \\ \frac{(-2y+2)^2}{4} + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y + 2 \\ 4y^2 - 8y + 4 + 4y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy Δ cắt (C) tại hai điểm có tọa độ: $(0;1), (2;0)$.

Tọa độ giao điểm của hai elip nếu có là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{4}+y^2=1 \\ \dfrac{x^2}{6}+2y^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=3 \\ y^2=\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm\sqrt{3} \\ y=\dfrac{1}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x=\pm\sqrt{3} \\ y=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy hai elip cắt nhau tại bốn điểm có tọa độ: $\left(\pm\sqrt{3};\dfrac{1}{2}\right),\left(\pm\sqrt{3};-\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 19. Cho $(E): x^2+4y^2=4$. Khi đó:

a) Tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3};0); F_2(\sqrt{3};0)$.

b) Đường thẳng đi qua một tiêu điểm của (E) và song song với trục Oy cắt (E) tại 2 điểm M, N. Độ dài đoạn thẳng MN bằng $MN=2$

c) Khi $-5\le k\le 5$ thì đường thẳng $\Delta: y=x+k$ có điểm chung với Elip

d) Cho M tùy ý thuộc (E). Khi đó $1\le OM\le 2$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) $(E): x^2+4y^2=4 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{4}+y^2=1$

Ta có $a^2=4, b^2=1 \Rightarrow c^2=a^2-b^2=3$. Vậy $a=2, b=1, c=\sqrt{3}$.

Tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3};0); F_2(\sqrt{3};0)$.

b) Do Elip có tính đối xứng nên đường thẳng qua tiêu điểm F_1 hoặc F_2 song song với trục tung cắt (E) tại 2 điểm có tung độ đối nhau. Xét phương trình đường thẳng (d) đi qua tiêu điểm F_2 và song song với trục tung.

$\Rightarrow (d): x=\sqrt{3}$

Tọa độ giao điểm của (d) và (E) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ x^2+4y^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y^2=\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=\pm\dfrac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy $M\left(\sqrt{3};-\dfrac{1}{2}\right), N\left(\sqrt{3};\dfrac{1}{2}\right)$. Vậy $MN=2\left|y_M\right|=1$.

c) Tọa độ giao điểm của $(\Delta): y=x+k$ và (E) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y=x+k \\ x^2+4y^2=4 \end{cases} \Rightarrow x^2+4(x+k)^2=4 \Leftrightarrow x^2+4\left(x^2+2kx+k^2\right)=4$$
$$\Leftrightarrow 5x^2+8kx+4k^2-4=0 \ (1)$$
$$\Delta'=(4k)^2-5\left(4k^2-4\right)=-4k^2+20.$$

Để Δ cắt (E) thì phương trình (1) có nghiệm:

$$\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow -4k^2+20 \geq 0 \Leftrightarrow k^2 \leq 5 \Leftrightarrow -\sqrt{5} \leq k \leq \sqrt{5}$$

d) Gọi $M\left(x_M; y_M\right) \in (E) \Rightarrow \dfrac{x_M^2}{4}+y_M^2=1$.

Ta lại có $OM^2=x_M^2+y_M^2$. Vậy $OM^2=x_M^2+1-\dfrac{x_M^2}{4}=1+\dfrac{3}{4}x_M^2$

Do $M \in (E) \Rightarrow -2 \leq x_M \leq 2 \Leftrightarrow x_M^2 \leq 4 \Leftrightarrow \dfrac{3}{4}x_M^2 \leq 3$

$$\Rightarrow 1 \leq OM^2=1+\frac{3}{4}x_M^2 \leq 4 \Leftrightarrow 1 \leq OM \leq 2$$

Câu 20. Cho Elip $(E): 9x^2+25y^2=225$. Khi đó:

a) Tiêu cự bằng 8

b) Có hai điểm $M \in (E)$ biết $x_M=4$.

c) Có hai điểm $M \in (E)$ nhìn 2 tiêu điểm dưới 1 góc vuông.

d) Có bốn điểm $M \in (E)$ sao cho $MF_1=3MF_2$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) $(E): 9x^2+25y^2=225 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1 \quad a^2=25, b^2=9 \Rightarrow c^2=a^2-b^2=16 \Rightarrow a=5, b=3, c=4$

Tiêu điểm $F_1(-4;0), F_2(4,0)$, tiêu cự $F_1F_2=2c=8$.

b) Thay $x_M=4$ vào (E) ta được: $\frac{16}{25}+\frac{y^2}{9}=1\Leftrightarrow\frac{y^2}{9}=1-\frac{16}{25}=\frac{9}{25}\Leftrightarrow y^2=\frac{9^2}{25}\Leftrightarrow y=\pm\frac{9}{5}$.

Vậy $M_1\left(4;-\frac{9}{5}\right);M_2\left(4;\frac{9}{5}\right)$.

c) Gọi $M\left(x_M;y_M\right)\in(E)$. M nhìn 2 tiêu điểm dưới một góc vuông $\Rightarrow MF_1\perp MF_2\Rightarrow\Delta MF_1F_2$ vuông tại M. Ta có: $MF_1^2+MF_2^2=F_1F_2^2$ (định lý pitago). $\Leftrightarrow\left(a+\frac{c}{a}x_M\right)^2+\left(a-\frac{c}{a}x_M\right)^2=8^2\Leftrightarrow\left(5+\frac{4}{5}x_M\right)^2+\left(5-\frac{4}{5}x_M\right)^2=64$

$\Leftrightarrow 25+\frac{16}{25}x_M^2+8x_m+25+\frac{16}{25}x_M^2-8x_M=64\Leftrightarrow\frac{32}{25}x_M^2=14\Leftrightarrow x_M^2=\frac{14.25}{32}=\frac{25.7}{16}\Leftrightarrow x_M=\pm\frac{5}{4}\sqrt{7}$. Thay $x_M^2=\frac{25.7}{16}$ vào (E) ta được: $\frac{25.7}{16.25}+\frac{y_M^2}{9}=1\Leftrightarrow\frac{y^2}{9}=1-\frac{7}{16}=\frac{9}{16}\Leftrightarrow y^2=\frac{9^2}{16}\Leftrightarrow y=\pm\frac{9}{4}$

Vậy có 4 điểm: $M_1\left(\frac{5}{4}\sqrt{7};\frac{9}{4}\right),M_2\left(\frac{5}{4}\sqrt{7};-\frac{9}{4}\right);M_3\left(-\frac{5}{4}\sqrt{7};\frac{9}{4}\right),M_4\left(-\frac{5}{4}\sqrt{7};-\frac{9}{4}\right)$

d) Ta có $MF_1=3MF_2\Leftrightarrow a+\frac{c}{a}x=3\left(a-\frac{c}{a}x\right)\Leftrightarrow x=\frac{a^2}{2c}=\frac{25}{8}$

Thay $x=\frac{25}{8}$ vào phương trình (E) ta được $y^2=\frac{351}{64}\Leftrightarrow y=\pm\frac{\sqrt{351}}{8}$

Vậy có 2 điểm thuộc (E) thỏa mãn là: $M_1\left(\frac{25}{8};\frac{\sqrt{351}}{8}\right),M_2\left(\frac{25}{8};-\frac{\sqrt{351}}{8}\right)$.

Câu 21. Cho elip (E) đi qua hai điểm $M\left(4;\frac{9}{5}\right)$ và $N\left(3;\frac{12}{5}\right)$. Khi đó:

a) Tiêu cự của elip bằng: 4

b) Elip có dạng $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a,b>0\right)$ khi đó $a^2=25$

c) Elip có dạng $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a,b>0\right)$ khi đó $b^2=9$

d) Elip đi qua hai điểm $A\left(5;0\right),B(0;3)$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

$(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a^2=b^2+c^2;a,b,c>0\right).M\left(4;\frac{9}{5}\right)$ và $N\left(3;\frac{12}{5}\right)\in(E)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases}\frac{16}{a^2}+\frac{81}{25b^2}=1\\ \frac{9}{a^2}+\frac{144}{25b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=25\\ b^2=9\end{cases}\Rightarrow(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1.$$

Câu 22. Cho elip (E) đi qua điểm $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}};\frac{4}{\sqrt{5}}\right)$ và tam giác MF_1F_2 vuông tại M. Khi đó:

a) Tiêu cự của elip bằng: $2\sqrt{5}$

b) Elip đi qua 2 điểm $A(3;0), B(0;2)$

c) Elip cắt đường thẳng $x=4$ tại hai điểm phân biệt

d) Elip cắt đường thẳng $y=1$ tại hai điểm phân biệt

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

$(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a^2=b^2+c^2;a,b,c>0\right)$. Gọi $F_1(-c;0)\Rightarrow F_2(c;0)$;

$$\overrightarrow{MF}_1=\left(-c-\frac{3}{\sqrt{5}};-\frac{4}{\sqrt{5}}\right);\overrightarrow{MF_2}=\left(c-\frac{3}{\sqrt{5}};-\frac{4}{\sqrt{5}}\right).$$

Vì tam giác MF_1F_2 vuông tại M

$$\Rightarrow\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=0\Leftrightarrow-\left(c+\frac{3}{\sqrt{5}}\right)\left(c-\frac{3}{\sqrt{5}}\right)+\frac{16}{5}=0\Leftrightarrow c^2=5$$

Lại có $a^2=b^2+c^2=b^2+5$. Vì $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}};\frac{4}{\sqrt{5}}\right)\in(E)\Rightarrow\frac{9}{5a^2}+\frac{16}{5b^2}=1$.

$$\Leftrightarrow\frac{9}{5\left(b^2+5\right)}+\frac{16}{5b^2}=1\Leftrightarrow b^2=4\Rightarrow a^2=9\Rightarrow(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1.$$

Câu 23. Cho elip $(E)3x^2+4y^2-48=0$ và $d:x-2y+4=0$. Khi đó:

a) Đường thẳng d không thể cắt (E)

b) Giả sử đường thẳng d cắt (E) tại hai điểm M,N khi đó $MN=2\sqrt{5}$

c) Giả sử đường thẳng d cắt (E) tại hai điểm M,N khi đó tọa độ trung điểm MN có hoành độ bằng $\frac{3}{2}$

d) Có 2 điểm thuộc (E) sao cho $5F_1M=3F_2M$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

Giao điểm là nghiệm hệ: $\begin{cases}3x^2+4y^2-48=0\\x-2y+4=0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3(2y-4)^2+4y^2-48=0\\x=2y-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2y-4\\\left[\begin{array}{l}y=0\\y=3\end{array}\right.\end{cases}.\Rightarrow(-4;0),(2;3)$$

$$3x^2+4y^2-48=0\Leftrightarrow\frac{x^2}{4^2}+\frac{y^2}{(2\sqrt{3})^2}=1.5MF_1=3MF_2\Leftrightarrow5\left(a+\frac{c}{a}x\right)=3\left(a-\frac{c}{a}x\right)\Leftrightarrow x=-\frac{a^2}{4c}=-\frac{16}{8}=-2.$$

Thay $x=-2$ vào phương trình (E) ta được: $y^2=9\Leftrightarrow y=\pm3$. Vậy có 2 điểm thuộc (E) thỏa mãn là: $M_1(-2;3),M_2(-2;-3)$.

Câu 24. Cho hypebol có phương trình $(H):16x^2-9y^2=144$. Khi đó:

a) Tiêu điểm: $F_1(-4;0),F_2(4;0)$

b) Tiêu cự bằng 10

b) Có 2 điểm thuộc Hypebol có hoành độ $x=9$

c) Khi $-4<k<4$ thì đường thẳng $(d):y=kx$ có điểm chung với hypebol trên

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Ta có $(H):16x^2-9y^2=144\Leftrightarrow\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$.

Do đó: $a^2=9\Rightarrow a=3;b^2=16\Rightarrow b=4;c^2=a^2+b^2=9+16=25\Rightarrow c=5$.

Tiêu điểm: $F_1(-5;0), F_2(5;0)$;

b) Thay $x=9$ vào $(H): \frac{81}{9}-\frac{y^2}{16}=1 \Leftrightarrow \frac{y^2}{16}=8 \Leftrightarrow y^2=128 \Leftrightarrow y=\pm 8\sqrt{2}$.

Vậy $M_1(9;-8\sqrt{2}), M_2(9;8\sqrt{2})$.

c) Tọa độ giao điểm của hypebol (H) và đường thẳng $(d): y=kx$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y=kx \\ 16x^2-9y^2=144 \end{cases} \Rightarrow 16x^2-9k^2x^2=144 \Leftrightarrow \left(16-9k^2\right)x^2-144=0 \text{ (1).}$$

Đường thẳng (d) cắt (H) khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 16-9k^2 \neq 0 \\ x^2=\dfrac{144}{16-9k^2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 16-9k^2>0 \Leftrightarrow -\frac{4}{3}<k<\frac{4}{3}.$$

Câu 25. Cho hypebol $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1 \quad (H)$. Khi đó:

a) Tiêu cự bằng 5

b) Điểm $A(4;0) \in (H)$

c) Tiêu điểm: $F_1(-5;0), F_2(5;0)$

d) Trên (H) có 4 điểm M sao cho $MF_1 \perp MF_2$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

Ta có $a^2=16 \Rightarrow a=4, b^2=9 \Rightarrow b=3; c^2=a^2+b^2=16+9=25 \Rightarrow c=5$

Tiêu điểm: $F_1(-5;0), F_2(5;0)$

Có 4 điểm thỏa mãn yêu cầu:

$$M_1\left(-\frac{4\sqrt{34}}{5};\frac{9}{5}\right), M_2\left(-\frac{4\sqrt{34}}{5};-\frac{9}{5}\right), M_3\left(\frac{4\sqrt{34}}{5};-\frac{9}{5}\right), M_4\left(\frac{4\sqrt{34}}{5};\frac{9}{5}\right).$$

Câu 26. Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình chính tắc của parabol có tiêu điểm $F(2;0)$ là $(P): y^2 = 8x$

b) Phương trình chính tắc của parabol có đường chuẩn có phương trình $\Delta: x = -3$ là $(P): y^2 = 6x$

c) Phương trình chính tắc của parabol đi qua $M(2;5)$ là $(P): y^2 = \frac{25}{2}x$

d) Phương trình chính tắc của parabol có khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn bằng 8 là $(P): y^2 = 8x$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Phương trình chính tắc của parabol (P) có dạng $y^2 = 2px(p>0)$.

Do $F(2;0)$ là tiêu điểm nên $\frac{p}{2} = 2 \Rightarrow p = 4$. Vậy $(P): y^2 = 8x$.

b) Phương trình chính tắc của parabol (P) có dạng $y^2 = 2px(p>0)$.

(P) có đường chuẩn $\Delta: x = -3 \Rightarrow \frac{p}{2} = 3 \Rightarrow p = 6$. Vậy $(P): y^2 = 12x$.

c) Phương trình chính tắc của parabol (P) có dạng $y^2 = 2px(p>0)$.

(P) đi qua $M(2;5) \Rightarrow 25 = 4p \Leftrightarrow p = \frac{25}{4}$. Vậy $(P): y^2 = \frac{25}{2}x$.

d) Phương trình chính tắc của parabol (P) có dạng $y^2 = 2px(p>0)$.

Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn là $8 \Rightarrow p = 8$. Vậy $(P): y^2 = 16x$.

Câu 27. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol $(P): y^2 = 8x$. Khi đó:

a) Tiêu điểm $F(2;0)$

b) Có 2 điểm M trên (P), cách F một khoảng là 3.

c) Điểm M trên (P) sao cho $S_{\Delta OMF} = 8$, có hoành độ bằng 6

d) Tồn tại một điểm A nằm trên parabol và một điểm B nằm trên đường thẳng $\Delta: 4x - 3y + 5 = 0$ sao cho đoạn AB ngắn nhất, khi đó AB ngắn nhất bằng $\frac{1}{5}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Giả sử $M\left(x_M;y_M\right)\in(P)$ suy ra $y_M^2=8x_M$.

Từ phương trình (P) có $p=4$ nên $F(2;0)$.

Ta có $FM=x_M+\dfrac{p}{2}$ suy ra $x_M=1$, thay vào $y_M^2=8x_M\Rightarrow y_M=\pm2\sqrt{2}$

b) Vậy có hai điểm thỏa mãn là $M_1(1;2\sqrt{2}),M_2(1;-2\sqrt{2})$.

c) Ta có $M\in(P)\Rightarrow M\left(\dfrac{a^2}{8};a\right)$ với $a\geq0$.

$S_{\Delta OMF}=8\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}OF.d(M;OF)=8\Leftrightarrow a=8.$

Vậy điểm cần tìm là $M(8;8)$.

d) Với mọi điểm $A\in(P),B\in\Delta$ ta luôn có $AB\geq d(A;\Delta)$. $A\in(P)\Rightarrow A\left(\dfrac{a^2}{8};a\right)$ với $a\geq0$, khi đó

$d(A;\Delta)=\dfrac{\left|4\cdot\dfrac{a^2}{8}-3\cdot a+5\right|}{5}=\dfrac{(a-3)^2+1}{10}\geq\dfrac{1}{10}$. Suy ra AB nhỏ nhất khi và chỉ khi $A\left(\dfrac{9}{8};3\right)$ và B là hình chiếu của A lên Δ.

Đường thẳng đi qua A vuông góc với Δ nhận $\vec{u}(3;4)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là

$3\left(x-\dfrac{9}{8}\right)+4(y-3)=0$ hay $24x+32y-123=0$.

Do đó tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases}4x-3y+5=0\\24x+32y-123=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{209}{200}\\y=\dfrac{153}{50}\end{cases}$.

Vậy $A\left(\dfrac{9}{8};3\right),B\left(\dfrac{209}{200};\dfrac{153}{50}\right)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 28. Cho parabol (P) có phương trình $y^2=12x$. Khi đó:

a) (P) có tiêu điểm $F(3;0)$, đường chuẩn $x=-3$.

b) Một điểm nằm trên (P) có hoành độ $x=2$. Khoảng cách từ điểm đó đến tiêu điểm bằng 4

c) Độ dài dây cung vuông góc với trục đối xứng tại tiêu điểm F bằng 12

d) Qua $I(2;0)$ vẽ một đường thẳng thay đổi cắt (P) tại hai điểm A và B.

Khi đó tích số khoảng cách từ A và B tới trục Ox bằng 12.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Ta có: $p=6\Rightarrow \frac{p}{2}=\frac{6}{2}=3$. Vậy (P) có tiêu điểm $F(3;0)$, đường chuẩn $x=-3$.

b) Gọi M là điểm trên (P) có hoành độ $x=2\Rightarrow MF=x_M+\frac{p}{2}=2+3=5$

c) Đường thẳng đi qua $F(3;0)$ và vuông góc với trục đối xứng có dạng: $x=3(d)$.

Tọa độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=3\\ y^2=12x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\ y=\pm 6\end{cases}$ Vậy (d) cắt (P) tại

$M(3;-6), N(3;6)\Rightarrow MN=\sqrt{(3-3)^2+(6+6)^2}=12$.

d) Phương trình đường thẳng đi qua $I(2;0)$ có dạng:

$A(x-2)+B(y-0)=0\left(A^2+B^2\neq 0\right)\Leftrightarrow Ax+By-2A=0(d)$

Tọa độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của hệ $\begin{cases}Ax+By-2A=0(1)\\ y^2=12x(2)\end{cases}(*)$

$(2)\Leftrightarrow x=\frac{y^2}{12}$

Thế vào (1) ta được $A\frac{y^2}{12}+By-2A=0\Leftrightarrow Ay^2+12By-24A=0$

Do $\Delta'=36B^2+24A^2>0,\forall A^2+B^2\neq 0$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt. Gọi y_A và y_B là nghiệm của phương trình trên nên $d(A;Ox)\cdot d(B;Ox)=\left|y_A\cdot y_B\right|=24$ (không đổi).

Câu 29. Cho parabol $(P): y^2=2x$, $(d): x-2y+6=0$. Khi đó:

a) Đường chuẩn $x=\dfrac{1}{2}$

a) Tiêu điểm của parabol là $F\left(\dfrac{1}{2};0\right)$

c) Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt

d) Khoảng cách ngắn nhất giữa (d) và (P) bằng $\dfrac{4}{\sqrt{5}}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Ta có $y^2=2x$ có dạng: $y^2=2px \Rightarrow 2p=2 \Rightarrow \dfrac{p}{2}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow F\left(\dfrac{1}{2};0\right) \Rightarrow x=-\dfrac{1}{2}$.

b) Gọi $M\left(\dfrac{m^2}{2};m\right)\in(P); d(M;d)=\dfrac{\left|\dfrac{m^2}{2}-2m+6\right|}{\sqrt{5}}=\dfrac{1}{2\sqrt{5}}\left[m^2-4m+12\right]$

$=\dfrac{1}{2\sqrt{5}}\left[(m-2)^2+8\right]=\dfrac{1}{2\sqrt{5}}(m-2)^2+\dfrac{4}{\sqrt{5}}$.

$d(M;d)_{\min}=\dfrac{4}{\sqrt{5}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5} \Rightarrow m=2$

Câu 30. Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$ có tiêu cự bằng 1

b) $\dfrac{x^2}{7}-\dfrac{y^2}{10}=1$ có hai tiêu điểm $F_1(-\sqrt{17};0)$; $F_2(\sqrt{17};0)$

c) $y^2=18x$ có đường chuẩn $x+\dfrac{9}{2}=0$.

d) $y^2=18x$ có tiêu điểm $F\left(\dfrac{9}{2};0\right)$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

a) Dễ thấy đây là phương trình chính tắc của đường elip

Ta có $\begin{cases} a^2=5 \\ b^2=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\sqrt{5} \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow c^2=a^2-b^2=5-4=1$.

Do đó $c=1$

b) Đây là phương trình chính tắc của đường hypebol.

Ta có $\begin{cases} a^2=7 \\ b^2=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\sqrt{7} \\ b=\sqrt{10} \end{cases} \Rightarrow c^2=a^2+b^2=17$.

Do đó $c=\sqrt{17}$,

Vậy ta có: tiêu điểm $F_1(-\sqrt{17};0)$; $F_2(\sqrt{17};0)$

c), d) Đây là phương trình chính tắc của đường parabol.

Ta có $2p=18 \Rightarrow p=9$. Vậy tiêu điểm $F\left(\frac{9}{2};0\right)$ và đường chuẩn $x+\frac{9}{2}=0$.

Ⓒ. Trả lời ngắn

Câu 1. Cho parabol (P) có tiêu điểm $F(1;0)$ và đường thẳng $d: x+6m=0$. Xác định m để parabol (P) và đường thẳng d cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Trả lời: ……………………………..

Câu 2. Cho parabol $(P): y^2=2x$. Tìm những điểm thuộc (P) sao cho khoảng cách từ điểm đó đến tiêu điểm của (P) bằng 4.

Trả lời: ……………………………..

Câu 3. Tìm tọa độ điểm M thuộc elip $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ sao cho M nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc 60°.

Trả lời: ……………………………..

Câu 4. Tìm toạ độ điểm N thuộc hypebol $(H): \frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ sao cho N nhìn hai tiêu điểm của (H) dưới một góc vuông.

Trả lời: ……………………………..

Câu 5. Bạn An cùng một lúc bắn hai phát súng về đích A và đích B cách nhau $400m$. Biết vận tốc trung bình của viên đạn là $760m/s$. Viên đạn bắn về đích A nhanh hơn viên đạn bắn về đích B là 0,5 giây. Hỏi những vị trí mà bạn An đứng để có thể đạt được kết quả bắn tương tự như trên thuộc đường conic nào? Viết phương trình chính tắc của đường conic đó.

Trả lời: ……………………………..

Câu 6. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm M chuyển động trên đường elip (E) : $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của OM.

Trả lời: ……………………………..

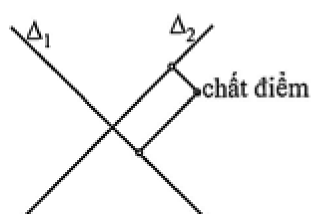
Câu 7. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm M chuyển động trên đường elip (E) : $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của DM, trong đó $D(6;0)$.

Trả lời: ……………………………..

Câu 8. Cho hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau.

Một chất điểm chuyển động trong một góc vuông tạo bởi Δ_1 và Δ_2 (Hình) có tính chất: ở mọi thời điểm, tích khoảng cách từ mỗi vị trí của chất điểm đến hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 luôn bằng 4 . Biết rằng chất điểm chuyển động trên một phần của đường hypebol. Tìm đường hypebol đó.



Trả lời: ……………………………..

Câu 9. Cho elip $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm những điểm M thuộc (E) sao cho nó nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc vuông.

Trả lời: ……………………………..

Câu 10. Cho elip $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$ với hai tiêu điểm F_1,F_2. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $\widehat{F_1MF_2}=60^\circ$.

Trả lời: ……………………………..

Câu 11. Cho elip $(E): \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm tọa độ các điểm A và B thuộc (E) có hoành độ dương sao cho tam giác OAB cân tại O và có diện tích lớn nhất.

Trả lời: ……………………………..

Câu 12. Cho hai điểm $F_1(-\sqrt{2};-\sqrt{2}), F_2(\sqrt{2};\sqrt{2})$. Với mọi điểm $M(x;y)$ nằm trên đồ thị hàm số $y=\frac{1}{x}$, ta đều có $\left|MF_1-MF_2\right|=a$. Khi đó $a=?$

Trả lời: ……………………………..

Câu 13. Viết phương trình chính tắc của parabol (P) biết (P) có phương trình đường chuẩn Δ song song và cách đường thẳng $d: x=2$ một khoảng bằng 5.

Trả lời: ……………………………..

Câu 14. Một nhà vòm chứa máy bay có mặt cắt hình nửa elip cao $8m$, rộng $20m$.

Tính khoảng cách theo phương thẳng đứng từ một điểm cách chân tường 5 m lên đến nóc nhà vòm.

Trả lời: ……………………………..

Câu 15. Một cái tháp làm nguội của một nhà máy có mặt cắt là hình hypebol có phương trình $\frac{x^2}{28^2}-\frac{y^2}{42^2}=1$.

Biết chiều cao của tháp là $150m$ và khoảng cách từ nóc tháp đến đến tâm đối xứng của hypebol bằng $\frac{2}{3}$ lần khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Tính bán kính nóc và bán kính đáy của tháp.

Trả lời: ……………………………..

Câu 16. Viết phương trình chính tắc của hypebol (H) biết rằng:

(H) có tiêu cự bằng $2\sqrt{13}$ và đi qua điểm điểm $M\left(\frac{3\sqrt{5}}{2};-1\right)$.

Trả lời: ……………………………..

Câu 17. Lập phương trình chính tắc của elip, biết Elip có hai đỉnh trên trục nhỏ cùng với hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông có diện tích bằng 32 .

Trả lời: …………………………….

Câu 18. Lập phương trình chính tắc của elip, biết Elip đi qua điểm $M(2\sqrt{3};2)$ và M nhìn hai tiêu điểm của Elip dưới một góc vuông.

Trả lời: …………………………….

Câu 19. Cho elip có phương trình chính tắc (E) : $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$. Gọi F_1,F_2 là hai tiêu điểm của (E) trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1-MF_2=2$.

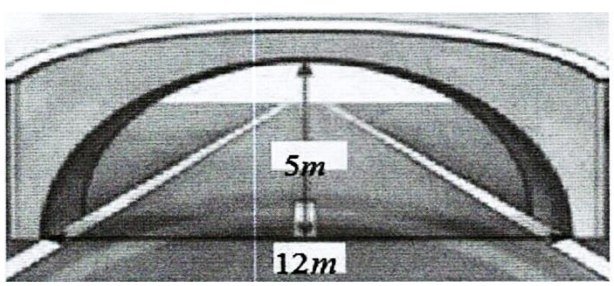
Trả lời: …………………………….

Câu 20. Viết phương trình chính tắc của elip (E) trong mỗi trường hợp sau:

(E) đi qua $M(5;0)$ và $N\left(\frac{5\sqrt{15}}{4};1\right)$.

Trả lời: …………………………….

Câu 21. Một đường hầm có mặt cắt nửa hình elip cao $5m$, rộng $12m$. Viết phương trình chính tắc của elip đó?



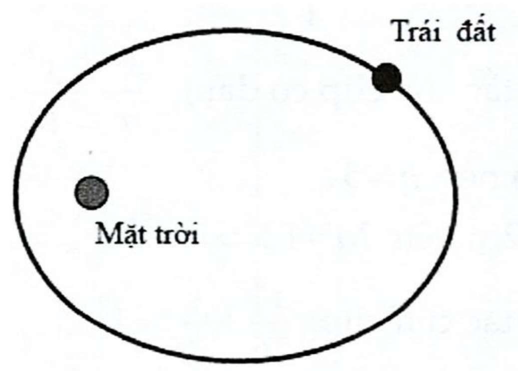
Trả lời: …………………………….

Câu 22. Trên mặt phẳng, cho tam giác ABC có $A(-2;-2),B(-2;2),C(6;2)$.

Tìm tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn hệ thức $|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}|+|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}|=12$.

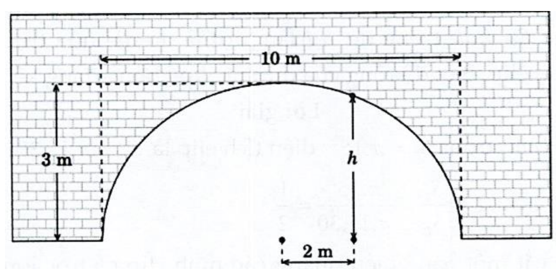
Trả lời: …………………………….

Câu 23. Một elip với bán trục lớn a và bán tiêu cự c tỉ số $e=\frac{c}{a}$ được gọi là tâm sai của elip. Quỹ đạo của trái đất quanh mặt trời là một elip (E) trong đó mặt trời là một trong các tiêu điểm. Biết khoảng cách nhỏ nhất và lớn nhất giữa mặt trời và trái đất lần lượt là 147 triệu km, 152 triệu km.
Tính tâm sai của elip (E)?



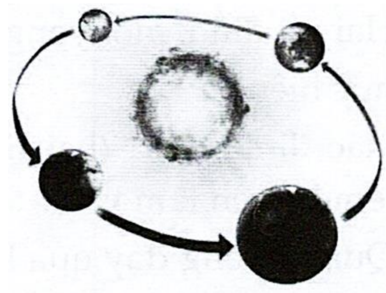
Trả lời: …………………………….

Câu 24. Mái vòm của một đường hầm có hình bán elip. Chiều rộng của đường hầm là $10m$, điểm cao nhất của mái vòm là $3m$. Gọi h là chiều cao của mái vòm tại điểm cách tâm của đường hầm $2m$. Tính h ?



Trả lời: …………………………….

Câu 25. Các hành tinh và các sao chổi khi chuyển động xung quanh mặt trời có quỹ đạo là một đường elip trong đó tâm mặt trời là một tiêu điểm. Điểm gần mặt trời nhất gọi là điểm cận nhật, điểm xa mặt trời nhất gọi là điểm viễn nhật. Trái đất chuyển động xung quanh mặt trời theo quỹ đạo là một đường elip có độ dài nửa trục lớn bằng $93.000.000$ dặm. Tỉ số khoảng cách giữa điểm cận nhật và điểm viễn nhật đến mặt trời là $\frac{59}{61}$. Tính khoảng cách từ trái đất đến mặt trời khi trái đất ở điểm cận nhật. Lấy giá trị gần đúng.



Trả lời: ……………………………

Câu 26. Ông Hoàng có một mảnh vườn hình elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là $60m$ và $30m$. Ông chia thành hai nửa bằng một đường tròn tiếp xúc trong với elip để làm mục đích sử dụng khác nhau. Nửa bên trong đường tròn ông trông cây lâu năm, nửa bên ngoài đường tròn ông trồng hoa màu. Tính tỉ số diện tích T giữa phân trồng cây lâu năm so với diện tích trồng hoa màu. Biết diện tích elip được tính theo công thức $S=\pi ab$ trong đó a,b lân lượt là đọ dài nửa trục lớn và nửa trục bé của elip. Biết độ rộng của đường elip không đáng kể.

Trả lời: ……………………………

Câu 27. Cho $(E):\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$ và $d:y=x+k$. Với giá trị nào của k thì (d) có điểm chung với (E) ?

Trả lời: ……………………………

Câu 28. Viết phương trình chính tắc của elip (E) biết rằng chu vi của hình chữ nhật cơ sở bằng 20 và $\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Trả lời: ……………………………

Câu 29. Cho elip $(E):\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$. Tìm điểm M thuộc (E) sao cho góc $F_1MF_2=60^\circ$ với F_1,F_2 là hai tiêu điểm của (E)

Trả lời: ……………………………

Câu 30. Lập phương trình chính tắc của elip (E) biết một đỉnh và hai tiêu điểm của (E) tạo thành một tam giác đều và chu vi hình chữ nhật cơ sở của (E) là $12(2+\sqrt{3})$.

Trả lời: ……………………………

Câu 31. Cho Parabol $(P):y^2=16x$ và đường thẳng $(d):x=a(a>0)$. Tìm a để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $AOB=120^\circ$.

Trả lời: ……………………………

Câu 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của parabol (P) có tiêu điểm là $F(5;0)$.

Trả lời: ……………………………

Câu 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của đường hypebol (H) có một tiêu điểm là $F_2(6;0)$ và đi qua điểm $A_2(4;0)$.

Trả lời: ……………………………

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của elíp biết độ dài trục bé là 6 và tiêu cự là 8.

Trả lời: ……………………………

Câu 35. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của elip, biết tỉ số trục bé và trục lớn bằng $\frac{1}{\sqrt{5}}$ và biết elip đi qua điểm $M(\sqrt{15};-1)$.

Trả lời: ……………………………

Câu 36. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của elip (E) biết (E) đi qua hai điểm $M(0;3)$ và $N\left(3;-\frac{12}{5}\right)$.

Trả lời: ……………………………

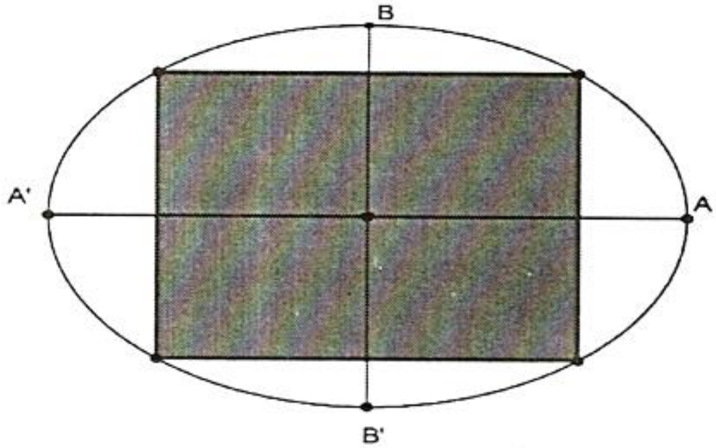
Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ có $AC=2BD$ và đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình $(C): x^2+y^2=4$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) đi qua các đỉnh A,B,C,D của hình thoi với điểm A nằm trên trục Ox.

Trả lời: ……………………………

Câu 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của parabol (P) biết khoảng cách từ tiêu điểm F đến đường thẳng $\Delta: x+y-12=0$ bằng $2\sqrt{2}$.

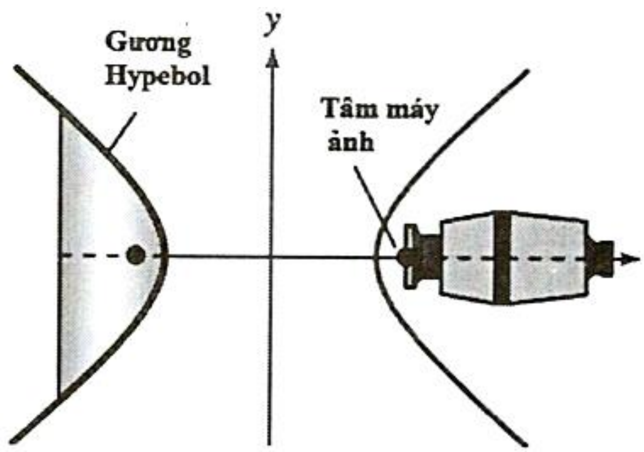
Trả lời: ……………………………

Câu 39. Một mảnh đất hình Elip có độ dài trục lớn bằng $120m$, độ dài trục bé bằng $90m$. Tập đoàn VinGroup dự định xây dựng một trung tâm thương mại Vincom trong một hình chữ nhật nội tiếp của Eip như hình vẽ. Tính diện tích xây dựng Vincom lớn nhất.



Trả lời: …………………………….

Câu 40. Để chụp toàn cảnh, ta có thể sử dụng một gương hypebol. Máy ảnh được hướng về phía đỉnh của gương và tâm quang học của máy ảnh được đặt tại một tiêu điểm của gương (xem hình). Tìm khoảng cách từ quang tâm của máy ảnh đến đỉnh của gương, biết rằng phương trình cho mặt cắt của gương là $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$.



Trả lời: …………………………….

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho parabol (P) có tiêu điểm $F(1;0)$ và đường thẳng $d: x+6m=0$. Xác định m để parabol (P) và đường thẳng d cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Trả lời: $m<0$

Lời giải

Gọi phương trình parabol (P) có dạng: $y^2=2px(p>0)$.

Parabol (P) có tiêu điểm $F(1;0) \Rightarrow \frac{p}{2}=1 \Rightarrow p=2 \Rightarrow y^2=4x \Rightarrow x=\frac{y^2}{4}$.

Ta có phương trình đường thẳng $d: x+6m=0 \Rightarrow x=-6m$.

Phương trình tung độ giao điểm của (P) và d là: $\frac{y^2}{4}=-6m \Leftrightarrow y^2=-24m$. (*)

Để (P) và d có hai giao điểm phân biệt thì phương trình (*) có hai nghiệm phân

biệt hay $-24m>0 \Leftrightarrow m<0$.

Câu 2. Cho parabol $(P): y^2=2x$. Tìm những điểm thuộc (P) sao cho khoảng cách từ điểm đó đến tiêu điểm của (P) bằng 4.

Trả lời: $M\left(\frac{7}{2};\sqrt{7}\right)$ hoặc $M\left(\frac{7}{2};-\sqrt{7}\right)$.

Lời giải

Parabol (P) có đường chuẩn là $\Delta: x+\frac{1}{2}=0$ và tiêu điểm $F\left(\frac{1}{2};0\right)$.

Gọi $M\left(x_0;y_0\right)$ là điểm cần tìm. Có $M \in (P)$ nên $y_0^2=2x_0 \Rightarrow x_0=\frac{1}{2}y_0^2 \Rightarrow x_0 \geq 0$.

Khoảng cách từ M đến tiêu điểm F bằng 4 nên $MF=d(M;\Delta)=\frac{\left|x_0+\frac{1}{2}\right|}{\sqrt{1^2+0^2}}=4$.

$\Rightarrow x_0=\frac{7}{2}$ hoặc $x_0=\frac{-9}{2}$. Mà $x_0 \geq 0$ nên $x_0=\frac{7}{2} \Rightarrow y_0^2=7 \Rightarrow y_0=\pm\sqrt{7}$.

Vậy $M\left(\frac{7}{2};\sqrt{7}\right)$ hoặc $M\left(\frac{7}{2};-\sqrt{7}\right)$.

Câu 3. Tìm tọa độ điểm M thuộc elip $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ sao cho M nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc 60°.

Trả lời: $\left(-\frac{5\sqrt{13}}{4};-\frac{3\sqrt{3}}{4}\right),\left(-\frac{5\sqrt{13}}{4};\frac{3\sqrt{3}}{4}\right),\left(\frac{5\sqrt{13}}{4};-\frac{3\sqrt{3}}{4}\right),\left(\frac{5\sqrt{13}}{4};\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$

Lời giải

Từ phương trình chính tắc của elip (E) ta có $a=5, b=3, c=4$.

Elip (E) có hai tiêu điểm $F_1(-4;0), F_2(4;0)$ và $F_1F_2=2c=8$.

Gọi $M\left(x_0;y_0\right)$ là điểm cần tìm.

Có $MF_1^2-MF_2^2=\left(x_0+4\right)^2+y_0^2-\left[\left(x_0-4\right)^2+y_0^2\right]=16x_0$.

Lại có, $M\in(E)$ nên $MF_1+MF_2=2a=10$. (1)

Có $MF_1-MF_2=\dfrac{MF_1^2-MF_2^2}{MF_1+MF_2}=\dfrac{16x_0}{10}=\dfrac{8}{5}x_0$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MF_1=5+\dfrac{4}{5}x_0; MF_2=5-\dfrac{4}{5}x_0$.

Áp dụng định lí côsin cho ΔMF_1F_2, ta được:

$F_1F_2^2=MF_1^2+MF_2^2-2MF_1\cdot MF_2\cdot\cos 60^\circ$

$\Leftrightarrow 64=\left(5+\dfrac{4}{5}x_0\right)^2+\left(5-\dfrac{4}{5}x_0\right)^2-2\left(5+\dfrac{4}{5}x_0\right)\left(5-\dfrac{4}{5}x_0\right)\cdot\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 64=25+\dfrac{48}{25}x_0^2$

$\Leftrightarrow x_0=\dfrac{5\sqrt{13}}{4}$ hoặc $x_0=\dfrac{-5\sqrt{13}}{4}$.

Từ đó tính được $y_0^2=\dfrac{27}{16}\Rightarrow y_0=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ hoặc $y_0=\dfrac{-3\sqrt{3}}{4}$.

Vậy có bốn điểm M thoả yêu cầu bài toán là:

$\left(-\dfrac{5\sqrt{13}}{4};-\dfrac{3\sqrt{3}}{4}\right),\left(-\dfrac{5\sqrt{13}}{4};\dfrac{3\sqrt{3}}{4}\right),\left(\dfrac{5\sqrt{13}}{4};-\dfrac{3\sqrt{3}}{4}\right),\left(\dfrac{5\sqrt{13}}{4};\dfrac{3\sqrt{3}}{4}\right)$.

Câu 4. Tìm toạ độ điểm N thuộc hypebol $(H):\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$ sao cho N nhìn hai tiêu điểm của (H) dưới một góc vuông.

Trả lời: $\left(-\dfrac{4\sqrt{34}}{5};-\dfrac{9}{5}\right),\left(-\dfrac{4\sqrt{34}}{5};\dfrac{9}{5}\right),\left(\dfrac{4\sqrt{34}}{5};-\dfrac{9}{5}\right),\left(\dfrac{4\sqrt{34}}{5};\dfrac{9}{5}\right)$

Lời giải

Từ phương trình chính tắc của hypebol (H) ta có $a=4, b=3, c=5$.

Hypebol (H) có tiêu cự là $F_1F_2=2c=10$.

Gọi $N\left(x_0;y_0\right)$ là điểm cần tìm. Ta có $N\in(H)$ nên $\dfrac{x_0^2}{16}-\dfrac{y_0^2}{9}=1.$ (1)

Theo đề bài, ta có ΔNF_1F_2 vuông tại N, có O là trung điểm của F_1F_2 (với O là gốc tọa độ) nên

$ON=\dfrac{F_1F_2}{2}=c=5\Rightarrow ON^2=25\Rightarrow x_0^2+y_0^2=25\Rightarrow y_0^2=25-x_0^2$ (2)

Thay (2) vào (1) ta được

$\dfrac{x_0^2}{16}-\dfrac{25-x_0^2}{9}=1\Leftrightarrow 9x_0^2-400+16x_0^2=144\Leftrightarrow 25x_0^2=544\Leftrightarrow x_0^2=\dfrac{544}{25}$

$\Leftrightarrow x_0=\dfrac{4\sqrt{34}}{5}$ hoặc $x_0=\dfrac{-4\sqrt{34}}{5}$.

Từ đó tính được $y_0^2=\dfrac{81}{25}\Rightarrow y_0=\dfrac{9}{5}$ hoặc $y_0=\dfrac{-9}{5}$.

Vậy có bốn điểm N thoả yêu cầu bài toán là:

$\left(-\dfrac{4\sqrt{34}}{5};-\dfrac{9}{5}\right),\left(-\dfrac{4\sqrt{34}}{5};\dfrac{9}{5}\right),\left(\dfrac{4\sqrt{34}}{5};-\dfrac{9}{5}\right),\left(\dfrac{4\sqrt{34}}{5};\dfrac{9}{5}\right).$

Câu 5. Bạn An cùng một lúc bắn hai phát súng về đích A và đích B cách nhau $400m$. Biết vận tốc trung bình của viên đạn là $760m/s$. Viên đạn bắn về đích A nhanh hơn viên đạn bắn về đích B là 0,5 giây. Hỏi những vị trí mà bạn An đứng để có thể đạt được kết quả bắn tương tự như trên thuộc đường conic nào? Viết phương trình chính tắc của đường conic đó.

Trả lời: $\dfrac{x^2}{36100}-\dfrac{y^2}{3900}=1$

Lời giải

Gọi $s_A, s_B(m)$ lần lượt là quãng đường cần để viên đạn bắn về đích A, đích B.

Theo đề bài, ta có $s_A-s_B=760\cdot 0,5=380(m)$. Lại có, khoảng cách giữa đích A và đích B là $400m$, do đó những vị trí mà bạn An đúng thuộc hypebol với hai tiêu điểm là A và B.

Đặt hệ trục toạ độ Oxy với O là trung điểm của AB, Ox trùng với AB và mỗi đơn vị trên hệ trục toạ độ ứng với $1m$ trên thực tế. Khi đó, ta có $A(-200;0)$ và $B(200;0)$, tiêu cự của hypebol là $2c = AB = 400$ (hay $c = 200$).

Gọi M là vị trí mà bạn An đứng để có thể đạt được kết quả bắn theo đề bài.

Tập hợp các điểm M thoả mãn $|MA - MB| = 2a = 380$ (hay $a = 190$) là hypebol có phương trình: $\frac{x^2}{190^2} - \frac{y^2}{200^2 - 190^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{36100} - \frac{y^2}{3900} = 1$.

Câu 6. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm M chuyển động trên đường elip (E) : $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của OM.

Trả lời: giá trị nhỏ nhất bằng 4 và đạt giá trị lớn nhất bằng 5 .

Lời giải

Giả sử $M\left(x_0; y_0\right)$ thuộc đường elip. Ta có: $\frac{x_0^2}{25} + \frac{y_0^2}{16} = 1$.

Vì $x_0^2 \geq 0, y_0^2 \geq 0$ nên $\frac{x_0^2}{25} + \frac{y_0^2}{25} \leq \frac{x_0^2}{25} + \frac{y_0^2}{16} \leq \frac{x_0^2}{16} + \frac{y_0^2}{16} \Rightarrow \frac{x_0^2 + y_0^2}{25} \leq 1 \leq \frac{x_0^2 + y_0^2}{16}$

$\Rightarrow 16 \leq x_0^2 + y_0^2 \leq 25 \Rightarrow 4 \leq \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \leq 5 \Rightarrow 4 \leq OM \leq 5$

M thuộc (E) và $OM = 4$ khi M có toạ độ $(0;-4)$ hoặc $(0;4)$.

M thuộc (E) và $OM = 5$ khi M có toạ độ $(-5;0)$ hoặc $(5;0)$.

Vậy OM đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 và đạt giá trị lớn nhất bằng 5 .

Câu 7. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm M chuyển động trên đường elip (E) : $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của DM, trong đó $D(6;0)$.

Trả lời: giá trị nhỏ nhất bằng 1 và đạt giá trị lớn nhất bằng 11

Lời giải

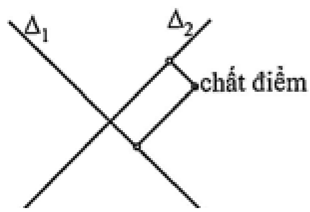
Ta có: $\begin{cases} DO - OM \leq DM \leq DO + OM \\ OM \leq 5, DO = 6 \end{cases} \Rightarrow 6 - 5 \leq DM \leq 6 + 5 \Rightarrow 1 \leq DM \leq 11$

$DM=1$ khi M có toạ độ $(5;0), DM=11$ khi M có toạ độ $(-5;0)$.

Vậy DM đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1 và đạt giá trị lớn nhất bằng 11 .

Câu 8. Cho hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau.

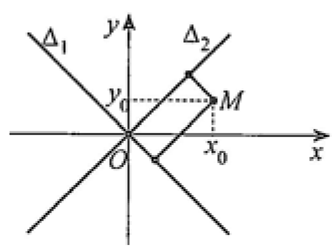
Một chất điểm chuyển động trong một góc vuông tạo bởi Δ_1 và Δ_2 (Hình) có tính chất: ở mọi thời điểm, tích khoảng cách từ mỗi vị trí của chất điểm đến hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 luôn bằng 4 . Biết rằng chất điểm chuyển động trên một phần của đường hypebol. Tìm đường hypebol đó.



Trả lời: $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{8}=1$

Lời giải

Xét hệ trục toạ độ Oxy như Hình, trong đó các trục Ox, Oy lần lượt là các đường phân giác của các góc tạo bởi Δ_1 và Δ_2. Phương trình hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 lần lượt là $\Delta_1: x+y=0$ và $\Delta_2: x-y=0$.



Giả sử chất điểm ở vị trí $M\left(x_0; y_0\right)$ và chỉ chuyển động trong một góc vuông tương ứng với miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases}x+y>0 \\ x-y>0\end{cases}$ (điểm có toạ độ $(1;0)$ thuộc miền nghiệm của cả hai bất phương trình $x+y>0$ và $x-y>0$. Khoảng cách từ M đến hai đường thẳng $\Delta_1: x+y=0$ và $\Delta_2: x-y=0$ lần lượt là:

$$d\left(M, \Delta_1\right)=\frac{\left|x_0+y_0\right|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{\left|x_0+y_0\right|}{\sqrt{2}}=\frac{x_0+y_0}{\sqrt{2}};\ d\left(M, \Delta_2\right)=\frac{\left|x_0-y_0\right|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{\left|x_0-y_0\right|}{\sqrt{2}}=\frac{x_0-y_0}{\sqrt{2}}.$$

Suy ra $d\left(M,\Delta_1\right)\cdot d\left(M,\Delta_2\right)=\dfrac{x_0+y_0}{\sqrt{2}}\cdot\dfrac{x_0-y_0}{\sqrt{2}}=\dfrac{x_0^2-y_0^2}{2}$. Do đó

$d\left(M,\Delta_1\right)\cdot d\left(M,\Delta_2\right)=4\Leftrightarrow\dfrac{x_0^2-y_0^2}{2}=4\Leftrightarrow\dfrac{x_0^2}{8}-\dfrac{y_0^2}{8}=1$. Vậy chất điểm M chuyển động trên một phần của

đường hypebol $\dfrac{x^2}{8}-\dfrac{y^2}{8}=1$.

Câu 9. Cho elip $(E):\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{1}=1$. Tìm những điểm M thuộc (E) sao cho nó nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc vuông.

Trả lời: $\left(\pm\dfrac{3\sqrt{14}}{4};\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right),\left(\pm\dfrac{3\sqrt{14}}{4};-\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right)$

Lời giải

Ta có: $a^2=9\Rightarrow a=3; b^2=1\Rightarrow b=1; c=\sqrt{a^2-b^2}=2\sqrt{2}\Rightarrow F_1F_2=4\sqrt{2}$.

Gọi $M(x;y)\in(E)$ thì $MF_1=a+\dfrac{c}{a}x=3+\dfrac{2\sqrt{2}}{3}x, MF_2=a-\dfrac{c}{a}x=3-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}x$.

Ta có $F_1MF_2=90^\circ$ nên $F_1F_2^2=MF_1^2+MF_2^2$

$\Leftrightarrow(4\sqrt{2})^2=\left(3+\dfrac{2\sqrt{2}}{3}x\right)^2+\left(3-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}x\right)^2$

$\Leftrightarrow 32=18+2\cdot\dfrac{8}{9}\cdot x^2$

$\Leftrightarrow x^2=\dfrac{63}{8}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{3\sqrt{14}}{4}$

Thay vào (E), ta được: $y^2=\dfrac{1}{8}\Leftrightarrow y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

Vậy có bốn điểm M thỏa mãn là $\left(\pm\dfrac{3\sqrt{14}}{4};\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right),\left(\pm\dfrac{3\sqrt{14}}{4};-\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right)$.

Câu 10. Cho elip $(E):\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$ với hai tiêu điểm F_1,F_2. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $F_1MF_2=60^\circ$.

Trả lời: $\left(\pm\dfrac{4\sqrt{2}}{3};\dfrac{1}{3}\right),\left(\pm\dfrac{4\sqrt{2}}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$

Lời giải

Ta có $a^2=4\Rightarrow a=2;b^2=1\Rightarrow b=1;c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{3}\Rightarrow F_1F_2=2\sqrt{3}$.

Gọi $M(x;y)\in(E)$ thì $MF_1=a+\dfrac{c}{a}x=2+\dfrac{\sqrt{3}}{2}x, MF_2=a-\dfrac{c}{a}x=2-\dfrac{\sqrt{3}}{2}x$.

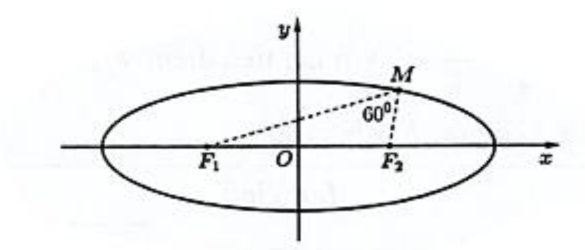
Ta có: $F_1F_2^2=MF_1^2+MF_2^2-2MF_1\cdot MF_2\cdot\cos 60^\circ$

$$\Leftrightarrow (2\sqrt{3})^2=\left(2+\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2+\left(2-\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2-2\left(2+\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)\left(2-\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)\cdot\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 12=4+2\sqrt{3}x+\frac{3}{4}x^2+4-2\sqrt{3}x+\frac{3}{4}x^2-\left(4-\frac{3}{4}x^2\right)\Leftrightarrow 8=\frac{9}{4}x^2\Leftrightarrow x=\pm\frac{4\sqrt{2}}{3}.$$

Thay vào (E), ta được: $\dfrac{32}{9.4}+y^2=1\Leftrightarrow y^2=\dfrac{1}{9}\Leftrightarrow y=\pm\dfrac{1}{3}$.

Vậy có bốn điểm M thỏa mãn là: $\left(\pm\dfrac{4\sqrt{2}}{3};\dfrac{1}{3}\right),\left(\pm\dfrac{4\sqrt{2}}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$.

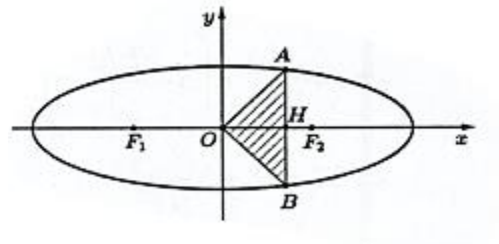


Câu 11. Cho elip $(E):\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$. Tìm tọa độ các điểm A và B thuộc (E) có hoành độ dương sao cho tam giác OAB cân tại O và có diện tích lớn nhất.

Trả lời: $A\left(\sqrt{2};\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right),B\left(\sqrt{2};-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ hoặc $A\left(\sqrt{2};-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right),B\left(\sqrt{2};\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

Lời giải

Do tam giác OAB cân tại O và hai điểm A,B có hoành độ dương nên A,B đối xứng nhau qua Ox



Giả sử $A(x;y)$ với $x>0$, suy ra $B(x;-y)$. Gọi H là hình chiếu của O trên AB. Khi đó

: $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}AB\cdot OH=\frac{1}{2}|2y|x=x|y|$.

Theo bất đẳng thức AM-GM : $1=\frac{x^2}{4}+y^2\geq 2\sqrt{\frac{x^2}{4}\cdot y^2}=2\cdot\frac{x}{2}\cdot|y|=x|y|\,(x>0)$.

Do đó $S_{\Delta OAB}=x|y|\leq 1$. Dấu " =" xảy ra khi và chỉ khi: $\frac{x^2}{4}=y^2$.

Thay vào $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$, ta được: $y^2+y^2=1\Leftrightarrow y^2=\frac{1}{2}\Leftrightarrow y=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Suy ra $x^2=2\Rightarrow x=\sqrt{2}$.

Vậy $A\left(\sqrt{2};\frac{1}{\sqrt{2}}\right),B\left(\sqrt{2};-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ hoặc $A\left(\sqrt{2};-\frac{1}{\sqrt{2}}\right),B\left(\sqrt{2};\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

Câu 12. Cho hai điểm $F_1(-\sqrt{2};-\sqrt{2}),F_2(\sqrt{2};\sqrt{2})$. Với mọi điểm $M(x;y)$ nằm trên đồ thị hàm số $y=\frac{1}{x}$, ta đều có $|MF_1-MF_2|=a$. Khi đó $a=?$

Trả lời: $2\sqrt{2}$

Lời giải

Gọi $M(x;y)$ thuộc đồ thị hàm $y=\frac{1}{x}\Rightarrow M\left(x;\frac{1}{x}\right)$.

$$MF_1=\sqrt{(x+\sqrt{2})^2+\left(\frac{1}{x}+\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{x^2+2\sqrt{2}x+2+\frac{1}{x^2}+\frac{2\sqrt{2}}{x}+2}$$

$$=\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}+\sqrt{2}\right)^2}=\left|x+\frac{1}{x}+\sqrt{2}\right|;MF_2=\sqrt{(x-\sqrt{2})^2+\left(\frac{1}{x}-\sqrt{2}\right)^2}$$

$$=\sqrt{x^2-2\sqrt{2}x+2+\frac{1}{x^2}-\frac{2\sqrt{2}}{x}+2}=\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}-\sqrt{2}\right)^2}=\left|x+\frac{1}{x}-\sqrt{2}\right|$$

Trường hợp 1: $x>0$, ta có $MF_1 = x+\frac{1}{x}+\sqrt{2}>0$; $x+\frac{1}{x}\ge 2 \Rightarrow x+\frac{1}{x}-\sqrt{2}>0 \Rightarrow MF_2 = x+\frac{1}{x}-\sqrt{2}>0$. Khi đó : $|MF_1 - MF_2| = 2\sqrt{2}$.

Trường hợp 2: $x<0$, ta có $MF_2 = -x-\frac{1}{x}+\sqrt{2}$; $-x+\frac{-1}{x}\ge 2 \Rightarrow x+\frac{1}{x}\le -2 \Rightarrow x+\frac{1}{x}<-\sqrt{2} \Rightarrow x+\frac{1}{x}+\sqrt{2}<0$.

Suy ra: $MF_1 = -x-\frac{1}{x}-\sqrt{2}$. Khi đó: $|MF_1 - MF_2| = 2\sqrt{2}$.

Vậy với mọi x khác 0, ta có $|MF_1 - MF_2| = 2\sqrt{2}$.

Câu 13. Viết phương trình chính tắc của parabol (P) biết (P) có phương trình đường chuẩn Δ song song và cách đường thẳng $d: x=2$ một khoảng bằng 5.

Trả lời: $y^2 = 12x$

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc (P) : $y^2 = 2px (p>0)$.

Phương trình đường chuẩn có dạng $\Delta: x = -\frac{p}{2}$.

Theo giả thiết: $d(d,\Delta) = 5 \Leftrightarrow \left|\frac{-p}{2}-2\right| = 5 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} -\frac{p}{2}-2=5 \\ -\frac{p}{2}-2=-5 \end{array}\right. \Rightarrow p=6>0$.

Vậy phương trình chính tắc (P) là: $y^2 = 12x$.

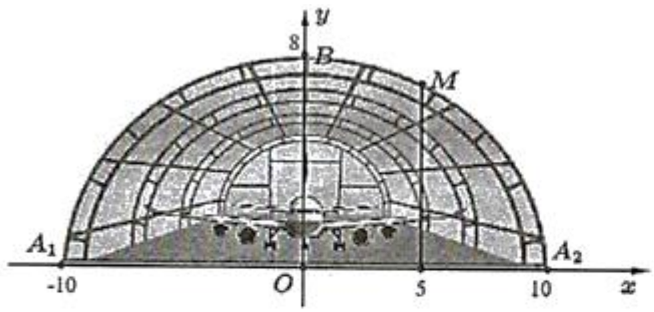
Câu 14. Một nhà vòm chứa máy bay có mặt cắt hình nửa elip cao $8m$, rộng $20m$.

Tính khoảng cách theo phương thẳng đứng từ một điểm cách chân tường $5\ m$ lên đến nóc nhà vòm.

Trả lời: $6,928m$.

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, gọi phương trình chính tắc elip là $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0,y\geq 0)$. Ta có : $2a=20\Rightarrow a=10,b=8$.



Vậy phương trình elip mô tả nhà vòm là $(E):\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1(y\geq 0)$.

Gọi M là điểm thuộc (E) có hoành độ bằng 5 (hoặc -5), chiều cao cần tìm chính là tung độ của điểm M .

Thay hoành độ M vào phương trình $(E):\frac{(\pm 5)^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$

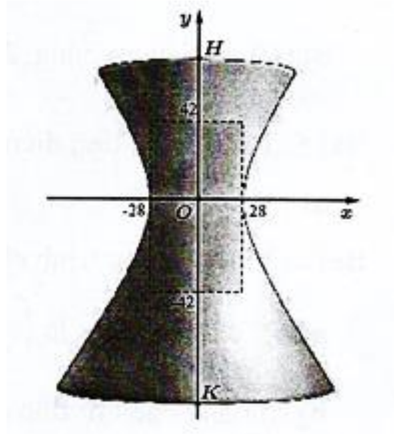
$\Rightarrow y^2=48\Rightarrow y=4\sqrt{3}\approx 6,928m.$

Câu 15. Một cái tháp làm nguội của một nhà máy có mặt cắt là hình hypebol có phương trình $\frac{x^2}{28^2}-\frac{y^2}{42^2}=1$. Biết chiều cao của tháp là $150m$ và khoảng cách từ nóc tháp đến đến tâm đối xứng của hypebol bằng $\frac{2}{3}$ lần khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Tính bán kính nóc và bán kính đáy của tháp.

Trả lời: bán kính nóc của tháp xấp xỉ $48,826m$, bán kính đáy của tháp xấp xỉ 66,212 m.

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Ta có : $\begin{cases} HK = 150 \\ OH = \dfrac{2}{3}OK \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OH + OK = 1 \\ OH = \dfrac{2}{3}OK \end{cases} \Rightarrow OH = 60\,m, OK = 90\,m$.

Đường thẳng qua H, vuông góc Oy là $\Delta_1 : y = 60$.

Δ_1 cắt hypebol tại điểm có hoành độ dương và thỏa mãn $\dfrac{x^2}{28^2} - \dfrac{60^2}{42^2} = 1 \Rightarrow x = 4\sqrt{149} \approx 48,826\,m$.

Đường thẳng qua K, vuông góc với Oy là $\Delta_2 : y = -90$.

Δ_2 cắt hypebol tại điểm có hoành độ dương và thỏa mãn $\dfrac{x^2}{28^2} - \dfrac{90^2}{42^2} = 1$

$\Rightarrow x = 4\sqrt{274} \approx 66,212\,m.$

Vậy bán kính nóc của tháp xấp xỉ $48,826\,m$, bán kính đáy của tháp xấp xỉ 66,212 m.

Câu 16. Viết phương trình chính tắc của hypebol (H) biết rằng:

(H) có tiêu cự bằng $2\sqrt{13}$ và đi qua điểm điểm $M\left(\dfrac{3\sqrt{5}}{2}; -1\right)$.

Trả lời: $(H): \dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của hypebol là $(H): \dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

Ta có: $2c = 2\sqrt{13} \Rightarrow c = \sqrt{13} \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 = 13 \Rightarrow a^2 = 13 - b^2$ (1).

(H) qua $M\left(\frac{3\sqrt{5}}{2};-1\right)$ nên $\frac{45}{4a^2}-\frac{1}{b^2}=1$. Suy ra: $\frac{45}{4\left(13-b^2\right)}-\frac{1}{b^2}=1$

$\Rightarrow 45b^2-4\left(13-b^2\right)=4b^2\left(13-b^2\right)\Rightarrow 4b^4-3b^2-52=0\Rightarrow b^2=4,a^2=9$.

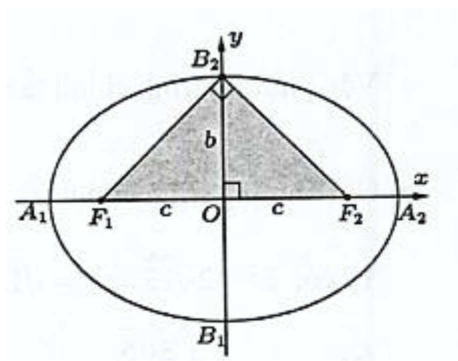
Vậy phương trình chính tắc của hypebol là $(H):\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$.

Câu 17. Lập phương trình chính tắc của elip, biết Elip có hai đỉnh trên trục nhỏ cùng với hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông có diện tích bằng 32 .

Trả lời: $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của elip (E) là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,a^2=b^2+c^2(a,b,c>0)$.



Hai đỉnh trên trục nhỏ và hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông nên $b=c$.

Mặt khác, diện tích hình vuông bằng 32 nên $2c.2b=32\Leftrightarrow b^2=8$.

Suy ra $a^2=b^2+c^2=16$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình chính tắc $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$.

Câu 18. Lập phương trình chính tắc của elip, biết Elip đi qua điểm $M(2\sqrt{3};2)$ và M nhìn hai tiêu điểm của Elip dưới một góc vuông.

Trả lời: $(E):\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{8}=1$

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của elip (E) là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 (a>b>0)$.

Gọi hai tiêu điểm (E) là $F_1(-c;0), F_2(c;0)$.

Khi đó: $\overrightarrow{MF_1}=(-c-2\sqrt{3};-2), \overrightarrow{MF_2}=(c-2\sqrt{3};-2)$.

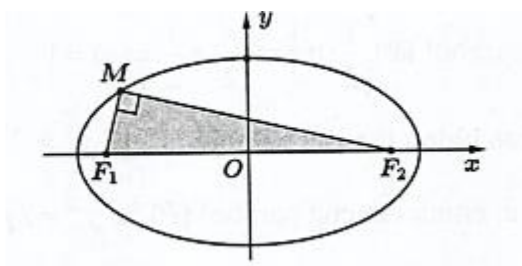
Ta có: $MF_1 \perp MF_2 \Leftrightarrow \overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=0 \Leftrightarrow (-c-2\sqrt{3})(c-2\sqrt{3})+4=0 \Leftrightarrow c^2=16$.

Suy ra $a^2-b^2=16 \Rightarrow a^2=16+b^2\ (*)$

Hơn nữa (E) qua $M(2\sqrt{3};2)$ nên $\frac{12}{a^2}+\frac{4}{b^2}=1 \Leftrightarrow \frac{12}{b^2+16}+\frac{4}{b^2}=1($ do $(*))$

$\Leftrightarrow 12b^2+4b^2+64=b^4+16b^2 \Leftrightarrow b^4=64 \Leftrightarrow b^2=8$. Suy ra $a^2=b^2+c^2=24$.

Vậy elip cần tìm có phương trình chính tắc $(E): \frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{8}=1$.



Câu 19. Cho elip có phương trình chính tắc (E) : $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của (E) trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1-MF_2=2$.

Trả lời: $M(\sqrt{2};-\sqrt{3})$ hoặc $M(\sqrt{2};\sqrt{3})$.

Lời giải

Ta có $a^2=8 \Rightarrow a=2\sqrt{2}; b^2=4 \Rightarrow b=2; c^2=a^2-b^2=4 \Rightarrow c=2$.

Gọi $M(x;y)\in(E) \Rightarrow MF_1=a+\frac{c}{a}x=2\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}x, MF_2=2\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}x$

$MF_1-MF_2=2 \Leftrightarrow 2\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}x-\left(2\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}x\right)=2 \Leftrightarrow x=\sqrt{2}.$

Thay vào $(E):\frac{2}{8}+\frac{y^2}{4}=1\Leftrightarrow y^2=3\Leftrightarrow y=\pm\sqrt{3}$.

Vậy $M(\sqrt{2};-\sqrt{3})$ hoặc $M(\sqrt{2};\sqrt{3})$.

Câu 20. Viết phương trình chính tắc của elip (E) trong mỗi trường hợp sau:

(E) đi qua $M(5;0)$ và $N\left(\frac{5\sqrt{15}}{4};1\right)$.

Trả lời: $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$

Lời giải

Phương trình chính tắc của Elip (E) có dạng:

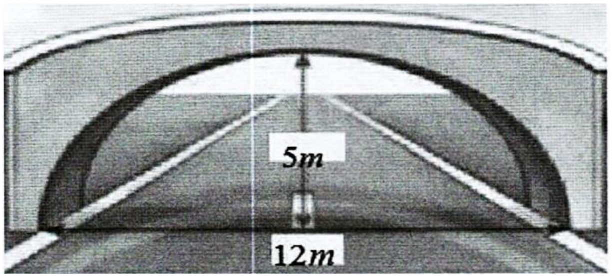
$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a^2=b^2+c^2;a,b,c>0\right)$

Do $M(5;0)$ và $N\left(\frac{5\sqrt{15}}{4};1\right)\in(E)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases}\frac{25}{a^2}+\frac{0}{b^2}=1\\ \frac{25.15}{16a^2}+\frac{1}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=25\\ \frac{15}{16}+\frac{1}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=25\\ b^2=16\end{cases}.$$

Vậy $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1\left(a^2=b^2+c^2;a,b,c>0\right)$.

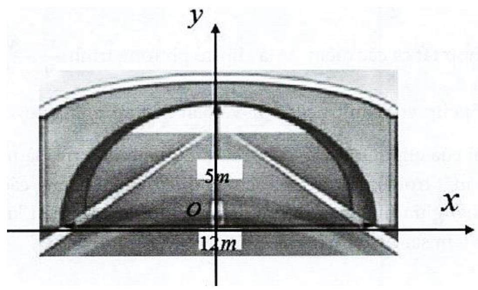
Câu 21. Một đường hầm có mặt cắt nửa hình elip cao $5m$, rộng $12m$. Viết phương trình chính tắc của elip đó?



Trả lời: $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$

Lời giải

Vẽ hệ trục Oxy như hình vẽ:



Phương trình chính tắc của elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$

Elip có chiều cao $5m$ nên $b=5$.

Elip có chiều rộng $12m$ nên $2a=12 \Rightarrow a=6$.

Phương trình chính tắc của elip: $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$.

Câu 22. Trên mặt phẳng, cho tam giác ABC có $A(-2;-2), B(-2;2), C(6;2)$.

Tìm tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn hệ thức $|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}|+|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}|=12$.

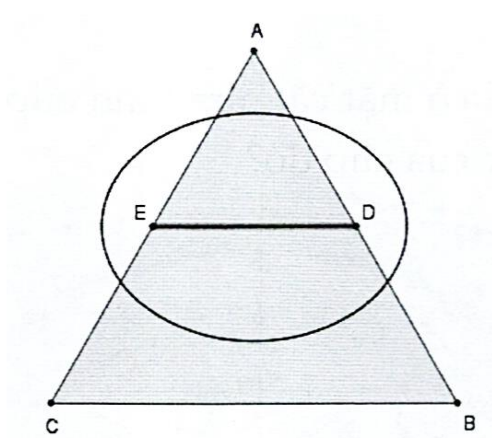
Trả lời: $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$

Lời giải

Gọi D, E lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC. Khi đó $D(-2;0)$, $E(2;0) \cdot DE=4$

Ta có $|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}|+|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}|=12 \Leftrightarrow |2\overrightarrow{MD}|+|2\overrightarrow{ME}|=12$

$\Leftrightarrow 2MD+2ME=12 \Leftrightarrow MD+ME=6.$

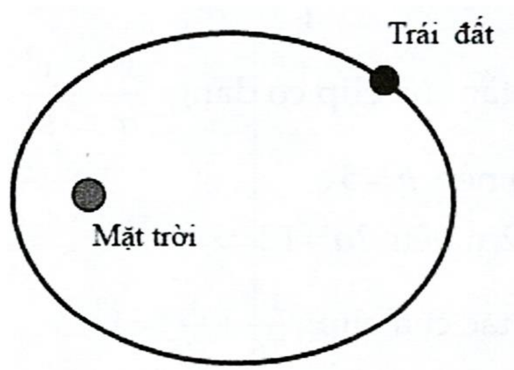


Vậy tập hợp các điểm M là elip có hai tiêu điểm là D và E, độ dài trục lớn là 6.

(Elip này có $c=\dfrac{DE}{2}=2; a=3 \Rightarrow b=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$)

Vậy tập hợp tất cả các điểm M là elip có phương trình $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$.

Câu 23. Một elip với bán trục lớn a và bán tiêu cự c tỉ số $e=\dfrac{c}{a}$ được gọi là tâm sai của elip. Quỹ đạo của trái đất quanh mặt trời là một elip (E) trong đó mặt trời là một trong các tiêu điểm. Biết khoảng cách nhỏ nhất và lớn nhất giữa mặt trời và trái đất lần lượt là 147 triệu km, 152 triệu km.
Tính tâm sai của elip (E)?



Trả lời: $e \approx 0,0167$

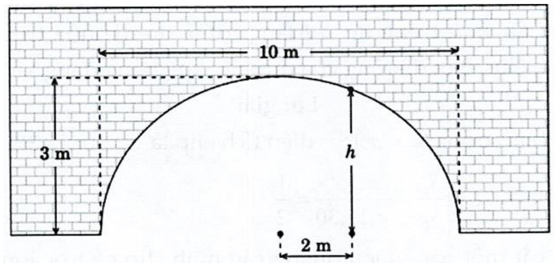
Lời giải

Một elip có phương trình: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1, a>b>0$, khoảng cách từ tiêu điểm đến một điểm bất kì M có hoành độ x_M là $d_M=a \pm \dfrac{c \cdot x_M}{a}$, cho nên khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ một tiêu điểm đến một điểm thuộc elip lần lượt là $a+c$ và $a-c$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} a+c=152 \\ a-c=147 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{299}{2} \\ c=\dfrac{5}{2} \end{cases}$

Vậy tâm sai của (E) là $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{5}{299} \approx 0,0167$.

Câu 24. Mái vòm của một đường hầm có hình bán elip. Chiều rộng của đường hầm là $10m$, điểm cao nhất của mái vòm là $3m$. Gọi h là chiều cao của mái vòm tại điểm cách tâm của đường hầm $2m$. Tính h ?



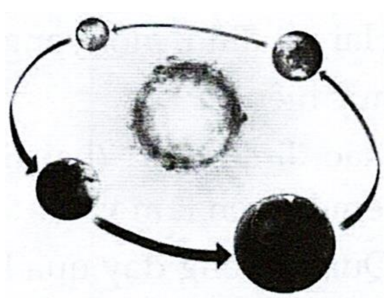
Trả lời: $h=\dfrac{3\sqrt{21}}{5}$

Lời giải

Phương trình của elip là $\dfrac{x^2}{5^2}+\dfrac{y^2}{3^2}=1$,

Khi đó: $\dfrac{2^2}{5^2}+\dfrac{h^2}{3^2}=1\Rightarrow h=\dfrac{3\sqrt{21}}{5}$

Câu 25. Các hành tinh và các sao chổi khi chuyển động xung quanh mặt trời có quỹ đạo là một đường elip trong đó tâm mặt trời là một tiêu điểm. Điểm gần mặt trời nhất gọi là điểm cận nhật, điểm xa mặt trời nhất gọi là điểm viễn nhật. Trái đất chuyển động xung quanh mặt trời theo quỹ đạo là một đường elip có độ dài nửa trục lớn bằng $93.000.000$ dặm. Tỉ số khoảng cách giữa điểm cận nhật và điểm viễn nhật đến mặt trời là $\dfrac{59}{61}$. Tính khoảng cách từ trái đất đến mặt trời khi trái đất ở điểm cận nhật. Lấy giá trị gần đúng.



Trả lời: $91.450.000$

Lời giải

Ta có $a=93.000.000$

Và $\dfrac{a-c}{a+c}=\dfrac{59}{61}\Leftrightarrow 61a-61c=59a+59c\Leftrightarrow c=\dfrac{a}{60}=\dfrac{93.000.000}{60}=1.550.000$.

Suy ra khoảng cách từ trái đất đến mặt trời khi trái đất ở điêm cận nhật là: $a-c=91.450.000$ dặm.

Câu 26. Ông Hoàng có một mảnh vườn hình elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là $60m$ và $30m$. Ông chia thành hai nửa bằng một đường tròn tiếp xúc trong với elip để làm mục đích sử dụng khác nhau. Nửa bên trong đường tròn ông trông cây lâu năm, nửa bên ngoài đường tròn ông trồng hoa màu. Tính tỉ số diện tích T giữa phần trồng cây lâu năm so với diện tích trồng hoa màu. Biết diện tích elip được tính theo công thức $S=\pi ab$ trong đó a,b lần lượt là đọ dài nửa trục lớn và nửa trục bé của elip. Biết độ rộng của đường elip không đáng kể.

Trả lời: $T=\frac{S_T}{S_E}=\frac{1}{2}$

Lời giải

Diện tích hình tròn: $S_T=\pi.15^2$, diện tích elip là $S_E=\pi.15.30$.

Tỉ số diện tích: $T=\frac{S_T}{S_E}=\frac{\pi\cdot 15^2}{\pi\cdot 15\cdot 30}=\frac{1}{2}$

Câu 27. Cho $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$ và $d:y=x+k$. Với giá trị nào của k thì (d) có điểm chung với (E) ?

Trả lời: $-\sqrt{5}\le k\le\sqrt{5}$

Lời giải

Tọa độ giao điểm của (d) và (E): $\begin{cases} y=x+k \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1 \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{4}+\frac{(x+k)^2}{1}=1 \Leftrightarrow 5x^2+8kx+4k^2-4=0$ (1).YCBT

$\Leftrightarrow \Delta'\ge 0 \Leftrightarrow -4k^2+20\ge 0 \Leftrightarrow -\sqrt{5}\le k\le\sqrt{5}$.

Câu 28. Viết phương trình chính tắc của elip (E) biết rằng chu vi của hình chữ nhật cơ sở bằng 20 và $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Trả lời: $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

Lời giải

$(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a^2=b^2+c^2;a,b,c>0\right)\cdot\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}\\2(2a+2b)=20\Rightarrow a^2=9,b^2=4.\\c^2=a^2-b^2\end{cases}$

$(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1.$

Câu 29. Cho elip $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm điểm M thuộc (E) sao cho góc $F_1MF_2=60^{\circ}$ với F_1,F_2 là hai tiêu điểm của (E)

Trả lời: $M_1\left(\frac{\sqrt{32}}{3};\frac{1}{3}\right),M_2\left(\frac{\sqrt{32}}{3};-\frac{1}{3}\right),M_3\left(-\frac{\sqrt{32}}{3};-\frac{1}{3}\right),M_4\left(-\frac{\sqrt{32}}{3};-\frac{1}{3}\right).$

Lời giải

$M\in(E)$. Ta có $MF_1=2+\frac{\sqrt{3}}{2}x,MF_2=2-\frac{\sqrt{3}}{2}x$.

$F_1F_2^2=MF_1^2+MF_2^2-2MF_1MF_2\cos60^{\circ}\Leftrightarrow12=4+\frac{9}{4}x^2\Leftrightarrow x=\pm\frac{\sqrt{32}}{3}.$

Vì $M\in(E)$ nên $x=\pm\frac{\sqrt{32}}{3}\Rightarrow y=\pm\frac{1}{3}.$

$\Rightarrow M_1\left(\frac{\sqrt{32}}{3};\frac{1}{3}\right),M_2\left(\frac{\sqrt{32}}{3};-\frac{1}{3}\right),M_3\left(-\frac{\sqrt{32}}{3};-\frac{1}{3}\right),M_4\left(-\frac{\sqrt{32}}{3};-\frac{1}{3}\right).$

Câu 30. Lập phương trình chính tắc của elip (E) biết một đỉnh và hai tiêu điểm của (E) tạo thành một tam giác đều và chu vi hình chữ nhật cơ sở của (E) là $12(2+\sqrt{3})$.

Trả lời: $(E):\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{27}=1.$

Lời giải

$(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a^2=b^2+c^2;a,b,c>0\right)$. Gọi $F_1(-c;0)\Rightarrow F_2(c;0)$.

Hai đỉnh trên trục nhỏ $B_1(0;-b),B_2(0;b)$. Ta có hệ:

$$\begin{cases} b = 2c\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ 2(2a+2b) = 12(2+\sqrt{3}) \Leftrightarrow \\ c^2 = a^2 - b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 3\sqrt{3} \Rightarrow (E): \dfrac{x^2}{36} + \dfrac{y^2}{27} = 1. \\ c = 3 \end{cases}$$

Câu 31. Cho Parabol $(P): y^2 = 16x$ và đường thẳng $(d): x = a(a > 0)$. Tìm a để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $AOB = 120^\circ$.

Trả lời: $a = \dfrac{16}{3}$

Lời giải

Tìm a để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $AOB = 120^\circ$.

Ta có: $x = a \Rightarrow y^2 = 16a \Rightarrow y = \pm 4\sqrt{a}(a > 0) \Rightarrow A(a; -4\sqrt{a}), B(a; 4\sqrt{a})$.

$AOB = 120^\circ \Leftrightarrow (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = 120^\circ \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{OA},$

$\Leftrightarrow \dfrac{a^2 - 16a}{\sqrt{a^2 + 16a} \cdot \sqrt{a^2 + 16a}} = -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow a = \dfrac{16}{3}.$

Câu 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của parabol (P) có tiêu điểm là $F(5;0)$.

Trả lời: $\cdot y^2 = 20x$

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là: $y^2 = 2px(p > 0)$.

Vì (P) có tiêu điểm là $F(5;0)$ nên $\dfrac{p}{2} = 5$, tức là $p = 10$.

Vậy phương trình chính tắc của parabol (P) là $\cdot y^2 = 20x$.

Câu 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của đường hypebol (H) có một tiêu điểm là $F_2(6;0)$ và đi qua điểm $A_2(4;0)$.

Trả lời: $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{20} = 1$

Lời giải

Giả sử hypebol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ với $a>0,b>0$.

Do $A_2(4;0)$ thuộc (H) nên $\frac{4^2}{a^2}-\frac{0^2}{b^2}=1$, suy ra $a=4$.

Mà $F_2(6;0)$ là tiêu điểm của (H) nên $c=6$.

Suy ra $b^2=c^2-a^2=36-16=20$.

Vậy hypebol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{20}=1$.

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của elíp biết độ dài trục bé là 6 và tiêu cự là 8 .

Trả lời: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$

Lời giải

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi phương trình chính tắc của Elíp là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, $(a>b>0)$

Do độ dài trục bé là 6 và tiêu cự là 8 nên $b=3,c=4\Rightarrow a=\sqrt{b^2+c^2}=5$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình chính tắc của Elíp là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 35. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của elip, biết tỉ số trục bé và trục lớn bằng $\frac{1}{\sqrt{5}}$ và biết elip đi qua điểm $M(\sqrt{15};-1)$.

Trả lời: $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{4}=1$

Lời giải

Phương trình chính tắc của elip có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$.

Ta có: $\begin{cases}\frac{2b}{2a}=\frac{1}{\sqrt{5}}\\ \frac{15}{a^2}+\frac{1}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\sqrt{5}b\\ 15b^2+a^2=a^2b^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\sqrt{5}b\\ 5b^4-20b^2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\sqrt{5}\\ b=2\end{cases}$.

Vậy phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{4}=1$.

Câu 36. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của elip (E) biết (E) đi qua hai điểm $M(0;3)$ và $N\left(3;-\frac{12}{5}\right)$.

Trả lời: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của elip (E) cần tìm là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ với $a>b>0$.

Vì (E) đi qua $M(0;3)$ và $N\left(3;-\frac{12}{5}\right)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}\frac{0^2}{a^2}+\frac{3^2}{b^2}=1\\ \frac{3^2}{a^2}+\frac{(-\frac{12}{5})^2}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b^2=9\\ a^2=25\end{cases}\text{ (thỏa mãn).}$$

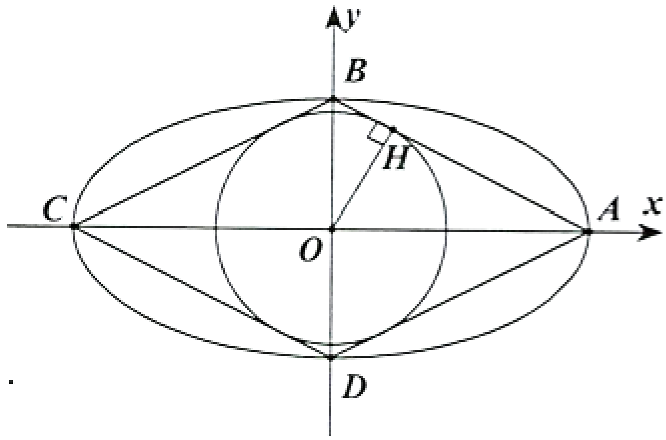
Vậy phương trình chính tắc của elip (E) cần tìm là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ có $AC=2BD$ và đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình $(C): x^2+y^2=4$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) đi qua các đỉnh A,B,C,D của hình thoi với điểm A nằm trên trục Ox.

Trả lời: $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$

Lời giải

Giả sử phương trình elip (E) là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$.



Đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 4$ có tâm $O(0;0)$ và bán kính $R = 2$.

Vì (C) tiếp xúc với các cạnh của hình thoi và $A \in Ox$ nên $C \in Ox$ và $B, D \in Oy$.

Các điểm $A, B, C, D \in (E)$ nên A, B, C, D là các đỉnh của (E).

$A, B \in (E) \Rightarrow A(a;0), B(0;b) \Rightarrow OA = a, OB = b$.

Vì $OA = 2OB$ nên $a = 2b$.

Kẻ $OH \perp AB (H \in AB)$.

Ta có $OH = R = 2$.

Tam giác ABO vuông tại O có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{a^2} \Leftrightarrow a^2 = 20 \Rightarrow b^2 = 5$.

Vậy phương trình (E) là $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$.

Câu 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của parabol (P) biết khoảng cách từ tiêu điểm F đến đường thẳng $\Delta: x + y - 12 = 0$ bằng $2\sqrt{2}$.

Trả lời: $y^2 = 32x$ hoặc $y^2 = 64x$.

Lời giải

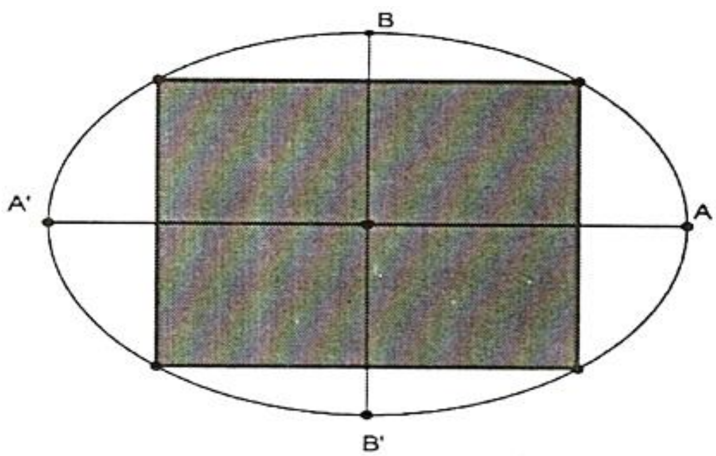
Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là $y^2 = 2px (p > 0)$.

Tọa độ tiêu điểm của parabol (P) là $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$.

Ta có $d(F,\Delta)=2\sqrt{2}\Leftrightarrow\dfrac{\left|\dfrac{p}{2}-12\right|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}\Leftrightarrow\left|\dfrac{p}{2}-12\right|=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{p}{2}-12=4\\ \dfrac{p}{2}-12=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}p=32\\ p=16\end{array}\right.$.

Vậy phương trình của (P) là $y^2=32x$ hoặc $y^2=64x$.

Câu 39. Một mảnh đất hình Elip có độ dài trục lớn bằng $120m$, độ dài trục bé bằng $90m$. Tập đoàn VinGroup dự định xây dựng một trung tâm thương mại Vincom trong một hình chữ nhật nội tiếp của Eip như hình vẽ. Tính diện tích xây dựng Vincom lớn nhất.



Trả lời: $5400\left(m^2\right)$

Lời giải

Phương trình chính tắc của $(E):\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$.

Ta có: $2a=120\Rightarrow a=60, 2b=90\Rightarrow b=45$.

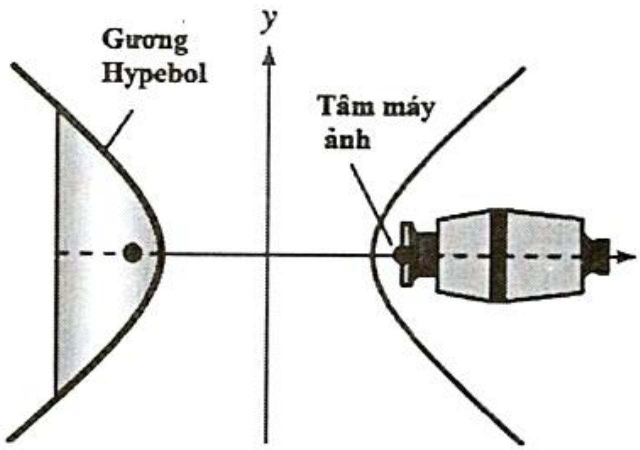
Suy ra $(E):\dfrac{x^2}{3600}+\dfrac{y^2}{2025}=1$.

Chọn $M\left(x_M;y_M\right)$ là đỉnh hình chữ nhật và $x_M>0, y_M>0$.

Ta có: $\dfrac{x_M^2}{3600}+\dfrac{y_M^2}{2025}=1$.

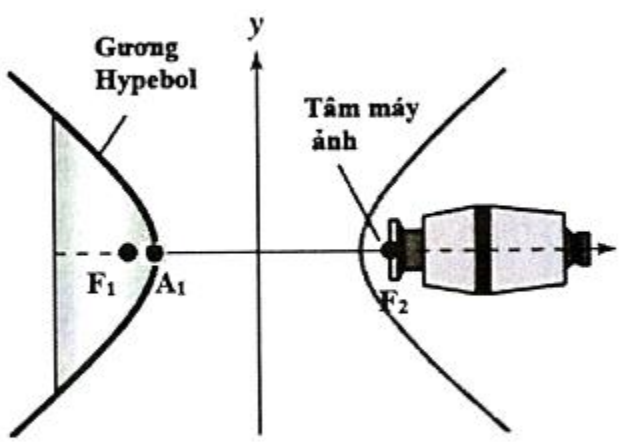
Diện tích hình chữ nhật là $S=4x_M\cdot y_M=5400\cdot 2\cdot\dfrac{x_M}{60}\cdot\dfrac{y_M}{45}\le 5400\left(\dfrac{x_M^2}{3600}+\dfrac{y_M^2}{2025}\right)=5400\left(m^2\right)$.

Câu 40. Để chụp toàn cảnh, ta có thể sử dụng một gương hypebol. Máy ảnh được hướng về phía đỉnh của gương và tâm quang học của máy ảnh được đặt tại một tiêu điểm của gương (xem hình). Tìm khoảng cách từ quang tâm của máy ảnh đến đỉnh của gương, biết rằng phương trình cho mặt cắt của gương là $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$.



Trả lời: $5+\sqrt{39}$

Lời giải



Gọi $(H):\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$

$\Rightarrow \begin{cases} a^2=25 \\ b^2=16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{39}.$

Tiêu điểm của gương là $F_1(-\sqrt{39};0)$ và $F_2(\sqrt{39};0)$.

Đỉnh của gương là $A_1(-5;0)$.

Vậy khoảng cách từ tâm của máy ảnh tới đỉnh của gương là $F_2A_1=\sqrt{(-5-\sqrt{39})^2}=5+\sqrt{39}$.

D. Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1: Cặp điểm nào là các tiêu điểm của elip $(E): \dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$?

A. $F_{1,2}=(0;\pm1)$. **B.** $F_{1,2}=(\pm1;0)$.

C. $F_{1,2}=(\pm3;0)$. **D.** $F_{1,2}=(1;\pm2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $a^2=5; b^2=4 \Rightarrow c^2=a^2-b^2=1 \Rightarrow c=1 \Rightarrow F_{1,2}=(\pm1;0)$.

Câu 2: Cho Elip $(E): 4x^2+9y^2=36$. Mệnh đề nào ***sai*** trong các mệnh đề sau:

A. (E) có tỉ số $\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. **B.** (E) có trục lớn bằng 6.

C. (E) có trục nhỏ bằng 4. **D.** (E) có tiêu cự $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

$(E): 4x^2+9y^2=36 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$

Suy ra: $a=3, b=2, c=\sqrt{5}$

Tiêu cự của (E) là $2c=2\sqrt{5}$.

Câu 3: Cho elip $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{1}=1$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Tỉ số giữa trục lớn và trục nhỏ bằng $\sqrt{3}$.

B. Tiêu cự bằng 4.

C. Tâm sai $e=\dfrac{2}{3}$.

D. Hai tiêu điểm $F_1(-2;0)$ và $F_2(2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(E): \dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{1}=1 \Rightarrow \begin{cases} a^2=3 \Rightarrow a=\sqrt{3} \\ b^2=1 \Rightarrow b=1 \\ c^2=a^2-b^2=2 \Rightarrow c=\sqrt{2} \end{cases}$.

Câu 4: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của elip

A. $4x^2+8y^2=32$.

B. $\dfrac{x^2}{\frac{1}{5}}+\dfrac{y^2}{\frac{1}{2}}=1$.

C. $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{16}=-1$.

D. $\dfrac{x^2}{8}-\dfrac{y^2}{4}=1$.

Lời giải

Chọn A

Vì $4x^2+8y^2=32 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

Câu 5: Cho elip $(E): \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$. Chọn khẳng định **sai**

A. Điểm $A(3;0) \in (E)$.

B. (E) có tiêu cự bằng $2\sqrt{5}$.

C. Trục lớn của (E) có độ dài bằng 6.

D. (E) có tâm sai bằng $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Có $(E): \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1 \Rightarrow \begin{cases} a^2=9 \Rightarrow a=3 \\ b^2=4 \Rightarrow b=2 \\ c^2=a^2-b^2=5 \Rightarrow c=\sqrt{5} \end{cases}$.

Khi đó (E) có tâm sai bằng $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 6: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của elip

A. $x^2-y^2=2$.

B. $x^2+y^2=2$.

C. $x^2+2y^2=2$.

D. $x^2=2y^2$.

Lời giải

Chọn C

Vì $x^2+2y^2=2 \Leftrightarrow \frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{1}=1$.

Câu 7: Trong mặt phẳng (Oxy), cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$. Tìm tiêu cự của (E).

A. $F_1F_2=12$ **B.** $F_1F_2=8$ **C.** $F_1F_2=2\sqrt{5}$ **D.** $F_1F_2=4\sqrt{5}$

Lời giải

Chọn D

$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1 \Rightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow c^2=a^2-b^2=20 \Rightarrow c=2\sqrt{5} \Rightarrow F_1F_2=4\sqrt{5}$.

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy, tìm tiêu cự của elip $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

A. 3 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 5

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} a^2=25 \\ b^2=16 \end{cases} \Rightarrow c^2=25-16=9 \Rightarrow c=3$.

Vậy tiêu cự $2c=6$.

Câu 9: Tìm các tiêu điểm của Elip $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$

A. $F_1(3;0)$; $F_2(0;-3)$. **B.** $F_1\left(\sqrt{8};0\right)$; $F_2\left(0;-\sqrt{8}\right)$.

C. $F_1(-3;0)$; $F_2(0;-3)$. **D.** $F_1\left(-\sqrt{8};0\right)$; $F_2\left(\sqrt{8};0\right)$.

Lời giải

Chọn D

(E): $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$ có $a=3$; $b=1 \Rightarrow c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{8}$.

Vậy (E) có các tiêu điểm là: $F_1\left(-\sqrt{8};0\right)$; $F_2\left(\sqrt{8};0\right)$.

Câu 10: Elíp $(E): \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ có độ dài trục lớn bằng:

A. 25. **B.** 50. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình $(E): \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1 \Rightarrow a=5$.

Do đó (E) có độ dài trục lớn là $2a=10$.

Câu 11: Cho $9x^2+25y^2=225$. Hỏi diện tích hình chữ nhật cơ sở ngoại tiếp (E) là

A. 15. **B.** 30. **C.** 40. **D.** 60.

Lời giải

Chọn D

Phương trình chính tắc của (E): $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Ta có $\begin{cases} a^2=25 \\ b^2=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=3 \end{cases}$.

Diện tích hình chữ nhật cơ sở ngoại tiếp (E) là $S=4ab=60$.

Câu 12: Cho (E) có độ dài trục lớn bằng 26, tâm sai $e=\dfrac{12}{13}$. Độ dài trục nhỏ của (E) bằng

A. 5. **B.** 10. **C.** 12 **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2a=26 \Rightarrow a=13$.

$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{12}{13} \Rightarrow c=12$.

$b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{169-144}=5$.

Độ dài trục nhỏ là $2b=10$.

Câu 13: Cho $(E):16x^2+25y^2=100$ và điểm M thuộc (E) có hoành độ bằng 2. Tổng khoảng cách từ M đến 2 tiêu điểm của (E) bằng

A. 5. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(E):\dfrac{x^2}{\frac{100}{16}}+\dfrac{y^2}{\frac{100}{25}}=1\Rightarrow\begin{cases}a^2=\dfrac{100}{16}\\ b^2=\dfrac{100}{25}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{5}{2}\\ b=2\end{cases}$

Theo định nghĩa Elip thì với mọi điểm $M\in(E)$ ta có: $MF_1+MF_2=2a=5$.

Câu 14: Cho elip $(E):\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$. Tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $a^2=5\Rightarrow a=\sqrt{5}$; $b^2=4\Rightarrow b=2\Rightarrow c=\sqrt{a^2-b^2}=1$.

Vậy tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng $\dfrac{2c}{2a}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 15: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ và đi qua điểm $A(2;-2)$ là

A. $\dfrac{x^2}{24}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

C. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{20}+\dfrac{y^2}{5}=1$

Lời giải

Chọn D

Gọi phương trình elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Theo bài ra ta có: $\begin{cases} a^2 = 4b^2 \\ \frac{4}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4b^2 \\ \frac{4}{4b^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 20 \\ b^2 = 5 \end{cases}$.

Vậy phương trình elip là $(E): \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$.

Câu 16: Phương trình chính tắc của (E) nhận điểm $M(4;3)$ là một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{3} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Vì $M(4;3)$ là một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở nên $a = 4$, $b = 3$.

Vậy phương trình elip là $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 17: Phương trình chính tắc của (E) có khoảng cách giữa các đường chuẩn bằng $\frac{50}{3}$ và tiêu cự bằng 6 là

A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{89} + \frac{y^2}{64} = 1$.

C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$

Lời giải

Chọn C

Gọi phương trình elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Theo bài ra ta có $\begin{cases} \dfrac{a^2}{c} = \dfrac{25}{3} \\ 2c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 16$.

Vậy phương trình elip là $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1$.

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường elip $(E): \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ có hai tiêu điểm F_1, F_2. M là điểm thuộc (E). Tính $MF_1 + MF_2$.

A. 5 **B.** 6 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải

Chọn B

Phương trình của (E) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a^2 = b^2 + c^2)$. Suy ra $a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$.

Do M thuộc (E) nên $MF_1 + MF_2 = 2a = 6$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy cho elip $(E): x^2 + 3y^2 = 6$. Giá trị nào sau đây là tiêu cự của elip?

A. 2 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 4

Lời giải

Chọn D

Ta có $(E): \dfrac{x^2}{6} + \dfrac{y^2}{2} = 1,$ dó đó $a = \sqrt{6}, b = \sqrt{2}, c = 2$. Độ dài tiêu cự là $2c = 4$.

Câu 20: Trong hệ trục tọa độ (Oxy), cho elip $(E): \dfrac{4x^2}{25} + \dfrac{4y^2}{9} = 1$. Độ dài tiêu cự của (E) bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(E): \dfrac{4x^2}{25} + \dfrac{4y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{\frac{25}{4}} + \dfrac{y^2}{\frac{9}{4}} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{\left(\frac{5}{2}\right)^2} + \dfrac{y^2}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = 1$.

Do đó $\begin{cases} a = \dfrac{5}{2} \\ b = \dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = 2$. Vậy độ dài tiêu cự là $F_1F_2 = 2c = 4$.

Câu 21: Cho elip $(E): \dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. (E) có các tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và $F_2(4;0)$.

B. (E) có tỉ số $\dfrac{c}{a} = \dfrac{4}{5}$.

C. (E) có đỉnh $A_1(-5;0)$.

D. (E) có độ dài trục nhỏ bằng 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình elip $(E): \dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$ nên ta có: $a = 5; b = 3 \Rightarrow c = 4$.

Nên các đáp án **A;B;C** đúng.

Đáp án **D** sai vì độ dài trục nhỏ bằng $2b = 6$.

Câu 22: Trong mặt phẳng Oxy cho (E) có phương trình: $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ khẳng định nào sau đây đúng?

A. (E) có tâm sai $e = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

B. $F_1\left(0;-\sqrt{5}\right), F_2\left(0;\sqrt{5}\right)$ là các tiêu điểm của (E).

C. Độ dài trục lớn là 9.

D. Các đỉnh nằm trên trục lớn là $A_1(0;3)$ và $A_2(0;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$

Mà $c^2 = a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5}$

A. (E) có tâm sai $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$. **Đúng**

B. Tiêu điểm của (E) là: $F_1\left(-\sqrt{5};0\right), F_2\left(\sqrt{5};0\right)$. **Sai**

C. Độ dài trục lớn là : $A_1A_2 = 2a = 6$. **Sai**

D. Các đỉnh trên trục lớn là : $A_1(-3;0), A_2(3;0)$. **Sai**

Câu 23: Cho Elip có phương trình $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. Một tiêu điểm của Elip có tọa độ là:

A. $A\left(\sqrt{3};0\right)$. **B.** $B\left(0;\sqrt{3}\right)$. **C.** $C\left(\sqrt{5};0\right)$. **D.** $D\left(0;\sqrt{5}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $c^2 = a^2 - b^2 = 4 - 1 = 3$.

Nên tiêu điểm của Elip có tọa độ là: $F_1\left(-\sqrt{3};0\right), F_2\left(\sqrt{3};0\right)$.

Câu 24: Cho Elip có phương trình $x^2 + 4y^2 = 1$. Tiêu cự của Elip là:

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

$x^2 + 4y^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 + \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1$.

Ta có : $c^2 = a^2 - b^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow c = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Tiêu cự là $2c = \sqrt{3}$.

Câu 25: Diện tích của tứ giác tạo nên bởi các đỉnh của elip $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ là

A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ các đỉnh của elip $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ là $A_1(-2;0)$, $A_2(2;0)$; $B_1(0;-1)$, $B_2(0;1)$.

Vì tứ giác $A_1B_1A_2B_2$ là hình thoi có hai đường chéo $A_1A_2=4$ và $B_1B_2=2$.

Vậy diện tích tứ giác cần tìm là $S=\frac{1}{2}\cdot A_1A_2.B_1B_2=4$.

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy cho elip có phương trình $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Đường thẳng $\Delta: x=-4$ cắt elip (E) tại hai điểm M, N. Tính độ dài đoạn thẳng MN?

A. $MN=\frac{18}{25}$. **B.** $MN=\frac{9}{25}$. **C.** $MN=\frac{18}{5}$. **D.** $MN=\frac{9}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Thế $x=-4$ vào phương trình elip (E) ta được: $\frac{16}{25}+\frac{y^2}{9}=1\Rightarrow y=\pm\frac{9}{5}$.

$\Rightarrow M\left(-4;-\frac{9}{5}\right)$, $N\left(-4;\frac{9}{5}\right)$

Do đó: $MN=\frac{18}{5}$.

Câu 27: Phương trình chính tắc của Elip là

A. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-1$. **B.** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$.

C. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$. **D.** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$.

Lời giải

Chọn C

Câu 28: Phương trình chính tắc của elip có tiêu cự bằng 6 và trục lớn bằng 10.

A. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1$.

C. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Lời giải

Chọn D

Gọi phương trình elip là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

Vì trục lớn bằng 10 nên $2a=10\Rightarrow a=5$.

Elip có tiêu cự bằng 6 nên $2c=6\Rightarrow c=3\Rightarrow \sqrt{a^2-b^2}=3\Rightarrow b=4$.

Vậy phương trình Elip là: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Câu 29: Phương trình của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $9x^2+16y^2=144$. **B.** $9x^2+16y^2=1$.

C. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **D.** $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1;(a>b)$

Độ dài trục lớn là: $A_1A_2=2a=8\Rightarrow a=4$

Độ dài trục nhỏ là: $B_1B_2=2b=6\Rightarrow b=3$

Vậy phương trình Elip là: $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1\Leftrightarrow 9x^2+16y^2=144$

Câu 30: Cho (E) có hình chữ nhật cơ sở diện tích bằng 8, chu vi bằng 6 thì phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{1}=1$. **B.** $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$.

C. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases}2a\cdot 2b=8\\2a+2b=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$. Vậy PTCT của (E) là : $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$.

Câu 31: Cho (E) có tiêu điểm $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$, tâm sai $e=\frac{4}{5}$ thì phương trình là:

A. $4x^2+5y^2=20$. **B.** $16x^2+25y^2=400$.

C. $9x^2+25y^2=225$. **D.** $9x^2+16y^2=144$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} F_1(-4;0) \\ e=\dfrac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=4 \\ a=5 \end{cases} \Rightarrow b^2=25-16=9$ Vậy PTCT của (E) là : $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$

$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1 \Leftrightarrow 9x^2+25y^2=225$.

Câu 32: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho elip (E) có độ dài trục lớn bằng 12 và độ dài trục bé bằng 6. Phương trình nào sau đây là phương trình của elip (E)

A. $\dfrac{x^2}{144}+\dfrac{y^2}{36}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{36}=1$.

C. $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{144}+\dfrac{y^2}{36}=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E):\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \ (a,b>0)$.

Ta có $a=6$, $b=3$, vậy phương trình của Elip là: $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Câu 33: Tìm phương trình chính tắc của Elip có tâm sai bằng $\dfrac{1}{3}$ và trục lớn bằng 6.

A. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{8}=1$.

C. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{5}=1$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình chính tắc của Elip có dạng $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \ (a>b>0)$.

Theo giả thiết: $e=\dfrac{1}{3} \Rightarrow \dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{3} \Rightarrow a=3c$ và $2a=6 \Leftrightarrow a=3 \Rightarrow c=1$

Khi đó: $a^2=b^2+c^2 \Leftrightarrow 3^2=b^2+1 \Leftrightarrow b^2=8 \Leftrightarrow b=2\sqrt{2}$

Vậy phương trình chính tắc của Elip là: $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{8}=1$.

Câu 34: Phương trình Elip có trục lớn bằng $2\sqrt{5}$ và một tiêu điểm $F_1(-1;0)$ là:

A. $4x^2+5y^2=20$.　　**B.** $4x^2+5y^2=12$.

C. $5x^2+4y^2=20$　　**D.** $5x^2+4y^2=12$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2a=2\sqrt{5}\Leftrightarrow a=\sqrt{5}$.

$b^2=a^2-c^2=\sqrt{5}^2-1^2=4$.

Vậy phương trình Elip có dạng: $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1\Leftrightarrow 4x^2+5y^2=20$.

Câu 35: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 8, trục nhỏ bằng 6 là

A. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$.　　**B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$.

C. $9x^2+16y^2=1$.　　**D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases}2a=8\\2b=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=4\\b=3\end{cases}$.

Vậy phương trình chính tắc của (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$

Câu 36: Phương trình chính tắc của (E) có tâm sai $e=\frac{4}{5}$, độ dài trục nhỏ bằng 12 là

A. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{36}=1$.　　**B.** $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$.

C. $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$.　　**D.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases}e=\frac{4}{5}\\2b=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5c=4a\\b=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}25c^2=16a^2\\b=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}25\left(a^2-b^2\right)=16a^2\\b=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=10\\b=6\end{cases}$.

Vậy phương trình của (E): $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$.

Câu 37: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 6, tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng $\frac{1}{3}$ là

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$.
B. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$.
C. $\frac{x^2}{19}+\frac{y^2}{5}=1$.
D. $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{5}=1$.

Lời giải

Chọn B

Do độ dài trục lớn bằng 6 nên $2a=6\Rightarrow a=3$.

Do tỷ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng $\frac{1}{3}$ nên $\frac{2c}{2a}=\frac{c}{a}=\frac{1}{3}\Rightarrow a=3c\Rightarrow c=1$.

Ta có: $b^2=a^2-c^2=9-1=8\Rightarrow(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$.

Câu 38: Elip có hai đỉnh $(-3;0)$; $(3;0)$ và hai tiêu điểm $(-1;0)$ và $(1;0)$ có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{9}=1$.
B. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$.
C. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$.
D. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{2}=1$.

Lời giải

Chọn B

Theo đề bài ta có $\begin{cases}a=3\\c=1\end{cases}\Rightarrow b^2=a^2-c^2=8$.

Vậy phương trình chính tắc của Elip đã cho là $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$

Câu 39: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$ là

A. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$.
B. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{24}=1$.

C. $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{6}=1$.

D. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

Lời giải

Chọn D

Do độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ nên $2a=2.2b\Rightarrow a=2b$.

Do tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$ nên $2c=4\sqrt{3}\Rightarrow c=2\sqrt{3}$.

Ta có: $b^2=a^2-c^2\Leftrightarrow b^2=4b^2-12\Rightarrow b=2\Rightarrow a=4\Rightarrow (E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

Câu 40: Phương trình chính tắc của (E) có đường chuẩn $x+4=0$ và tiêu điểm $F(-1;0)$ là

A. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

B. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{15}=1$.

C. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

D. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$.

Lời giải

Chọn A

Do đường chuẩn là $x+4=0\Leftrightarrow x=-4$ nên $\frac{a}{e}=4\Leftrightarrow\frac{a^2}{c}=4\Rightarrow a^2=4c$.

Do có tiêu điểm $F(-1;0)$ nên $c=1\Rightarrow a=2,\ b^2=a^2-c^2=3$.

Phương trình chính tắc của (E) là $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

Câu 41: Phương trình chính tắc của (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$ là

A. $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1$.

B. $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{16}=1$.

C. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

D. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Lời giải

Chọn D

Do (E) có tiêu cự bằng 6 nên $2c=6\Rightarrow c=3$.

Do (E) đi qua điểm $A(5;0)$ nên $a=5 \Rightarrow b^2=a^2-c^2=25-9=16$.

Phương trình chính tắc của (E) là $(E): \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Câu 42: Elip có hai tiêu điểm $F_1(-1;0); F_2(1;0)$ và tâm sai $e=\dfrac{1}{5}$ có phương trình là

A. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{24}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{24}+\dfrac{y^2}{25}=-1$.

C. $\dfrac{x^2}{24}+\dfrac{y^2}{25}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{24}=-1$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình chính tắc của (E) là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \quad (a>b>0)$

Tiêu điểm $F_1(-1;0) \Rightarrow c=1$

Tâm sai $e=\dfrac{1}{5} \Leftrightarrow \dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{5} \Leftrightarrow a=5c=5$

$\Rightarrow b^2=a^2-c^2=25-1=24$.

Vậy $(E): \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{24}=1$.

Câu 43: Trong hệ trục tọa độ Oxy, một elip có độ dài trục lớn là 8, độ dài trục bé là 6 thì có phương trình chính tắc là.

A. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{36}=1$.

C. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{7}=1$.

Lời giải

Chọn C

Độ dài trục lớn là $8 \Rightarrow 2a=8 \Leftrightarrow a=4$

Độ dài trục nhỏ là $6 \Rightarrow 2b=6 \Leftrightarrow b=3$

Phương trình chính tắc của elip là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Câu 44: Cho Elip (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. Với M là điểm bất kì nằm trên (E), khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $4\le OM\le 5$. **B.** $OM\ge 5$.

C. $OM\le 3$. **D.** $3\le OM\le 4$.

Lời giải

Chọn D

Từ (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$, suy ra $a=4,b=3$.

Với một điểm bất kì trên (E), ta luôn có $b\le OM\le a\Rightarrow 3\le OM\le 4$.

Câu 45: Elip đi qua điểm $M\left(1;-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và có tiêu cự bằng $2\sqrt{3}$ thì có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$.

C. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{1}=1$. **D.** $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{\frac{1}{4}}=1$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử (E) có PTCT là: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\quad (a>b>0)$.

Ta có: $\begin{cases} M\left(1;-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\in(E) \\ 2c=2\sqrt{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{a^2}+\frac{3}{4b^2}=1 \\ a^2-b^2=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a^2=4 \\ b^2=1\end{cases}$ Vậy PTCT của (E) là : $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$

Câu 46: Cho Elip (E): $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1$ và điểm M nằm trên (E). Nếu điểm M có hoành độ bằng -13 thì các khoảng cách từ M tới 2 tiêu điểm của (E) bằng:

A. $8;\ 18$. **B.** $13\pm\sqrt{5}$.

C. $10;16$. **D.** $13\pm\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a=13$, $b=12 \Rightarrow c=5$

Vậy $MF_1 = a+\frac{c}{a}x_M = 8$ $MF_2 = a-\frac{c}{a}x_M = 18$

Câu 47: Cho Elíp có phương trình $16x^2 + 25y^2 = 100$. Tính tổng khoảng cách từ điểm thuộc elíp có hoành độ $x=2$ đến hai tiêu điểm.

A. 10. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 5. **D.** $4\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad (a,b>0)$.

Ta có : $a=\frac{5}{2}$, $b=2$, $c=\sqrt{6}$.

Sử dụng công thức bán kính qua tiêu

$MF_1 = \frac{5}{2}-\frac{4\sqrt{6}}{5}$, $MF_2 = \frac{5}{2}+\frac{4\sqrt{6}}{5}$

$MF_1 + MF_2 = 5$.

Cách 2: dễ thấy $MF_1 + MF_2 = 2a = 5$.

Câu 48: Cho Elip $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Đường thẳng $(d): x=-4$ cắt (E) tại hai điểm M, N. Khi đó:

A. $MN = \frac{9}{25}$. **B.** $MN = \frac{18}{25}$. **C.** $MN = \frac{18}{5}$. **D.** $MN = \frac{9}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết: $x=-4$ nên ta có phương trình:

$$\frac{(-4)^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1 \Leftrightarrow \frac{y^2}{9}=\frac{9}{25} \Leftrightarrow y^2=\frac{81}{25} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=\frac{9}{5} \Rightarrow M\left(-4;\frac{9}{5}\right) \\ y=-\frac{9}{5} \Rightarrow N\left(-4;-\frac{9}{5}\right) \end{array}\right.$$

Khi đó: $MN=\sqrt{\left(-4+4\right)^2+\left(\frac{9}{5}+\frac{9}{5}\right)^2}=\frac{18}{5}$.

Câu 49: Cho Elip có phương trình: $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$. M là điểm thuộc (E) sao cho $MF_1=MF_2$. Khi đó tọa độ điểm M là:

A. $M_1(0;1)$, $M_2(0;-1)$. **B.** $M_1(0;2)$, $M_2(0;-2)$.

C. $M_1(-4;0)$, $M_2(4;0)$. **D.** $M_1(0;4)$, $M_2(0;-4)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ \ (a,b>0)$.

Nên $a=4;\ b=2$

Vì $MF_1=MF_2$ nên M thuộc đường trung trực của F_1F_2 chính là trục Oy

M là điểm thuộc (E) nên M là giao điểm của elip và trục Oy

Vậy $M_1(0;2)$, $M_2(0;-2)$.

Câu 50: Dây cung của Elip $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(0<b<a)$. vuông góc với trục lớn tại tiêu điểm có độ dài là

A. $\frac{2c^2}{a}$. **B.** $\frac{2b^2}{a}$. **C.** $\frac{2a^2}{c}$. **D.** $\frac{a^2}{c}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi dây cung đó là M_1M_2 như hình vẽ.

Giả sử $M_1(c;y)(y>0)$, $M_1\in(E)\Rightarrow\frac{c^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\Rightarrow y^2=b^2\cdot\frac{a^2-c^2}{a^2}=\frac{b^4}{a^2}\Rightarrow y=\frac{b^2}{a}$

Khi đó, $M_1\left(c;\frac{b^2}{a}\right)$, $M_2\left(c;-\frac{b^2}{a}\right)\Rightarrow M_1M_2=\frac{2b^2}{a}$.

Câu 51: Cho (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ và điểm M thuộc (E). Khi đó độ dài OM thỏa mãn

A. $OM\le 3$ **B.** $3\le OM\le 4$. **C.** $4\le OM\le 5$. **D.** $OM\ge 5$.

Lời giải

Chọn B

Vì $M(x;y)\in(E)$ nên $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ và $OM=\sqrt{x^2+y^2}$.

Ta có $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{16}\le\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}\le\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{9}\Leftrightarrow\frac{OM^2}{16}\le1\le\frac{OM^2}{9}\Leftrightarrow9\le OM^2\le16\Leftrightarrow3\le OM\le4$.

Câu 52: Cho $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Đường thẳng $d: x=-4$ cắt (E) tại hai điểm M, N. Khi đó, độ dài đoạn MN bằng

A. $\frac{9}{5}$. **B.** $\frac{9}{25}$. **C.** $\frac{18}{5}$. **D.** $\frac{18}{25}$.

Lời giải

Chọn C

Thay $x=-4$ vào phương trình đường elip ta được: $\frac{16}{25}+\frac{y^2}{9}=1\Leftrightarrow y=\pm\frac{9}{5}$.

Tọa độ hai giao điểm là $M\left(-4;\frac{9}{5}\right),N\left(-4;-\frac{9}{5}\right)$.

Do đó, $MN=\frac{18}{5}$.

Câu 53: Đường thẳng $y=kx$ cắt (E): $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ tại hai điểm M, N phân biệt. Khi đó M, N

A. Đối xứng nhau qua $O(0;0)$. **B.** Đối xứng nhau qua Oy.

C. Đối xứng nhau qua Ox. **D.** Đối xứng nhau qua $I(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $y=kx$ đi qua $O(0;0)$ và (E) nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng. Do đó khi đường thẳng $y=kx$ cắt (E) tại M, N phân biệt thì M, N đối xứng nhau qua $O(0;0)$.

Câu 54: Cho elip $(E):\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1$ và điểm M thuộc (E) có hoành độ $x_M=-13$. Khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm của (E) lần lượt là

A. 10 và 6. **B.** 8 và 18. **C.** 13 và $\pm\sqrt{5}$. **D.** 13 và $\pm\sqrt{10}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} x_M = -13 \\ M \in (E) \end{cases} \Rightarrow y_M = 0 \Rightarrow M(-13;0)$.

Ta có $a^2 = 169$; $b^2 = 144 \Rightarrow c^2 = 25 \Rightarrow c = 5$.

Các tiêu điểm của (E) là $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$, suy ra $MF_1 = 8$, $MF_2 = 18$.

Câu 55: Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$, với tiêu điểm F_1, F_2. Lấy hai điểm $A, B \in (E)$ sao cho $AF_1 + BF_1 = 8$. Khi đó, $AF_2 + BF_2 = ?$

A. 6. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Do $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$.

Do $A \in (E) \Leftrightarrow AF_1 + AF_2 = 2a = 10$.

Do $B \in (E) \Leftrightarrow BF_1 + BF_2 = 2a = 10$.

$\Rightarrow (AF_1 + BF_1) + (AF_2 + BF_2) = 20 \Leftrightarrow 8 + (AF_2 + BF_2) = 20 \Leftrightarrow AF_2 + BF_2 = 12$.

Câu 56: Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tìm toạ độ điểm $M \in (E)$ sao cho M nhìn F_1, F_2 dưới một góc vuông:

A. $(-5;0)$. **B.** $\left(4; -\frac{9}{5}\right)$.

C. $(0;4)$. **D.** $\left(\frac{5\sqrt{7}}{4}; \frac{9}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn D

$M(x_M; y_M)$ nhìn F_1, F_2 dưới một góc vuông khi và chỉ khi $OM = OF_1$.

Do $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow a^2 = 25; b^2 = 9 \Rightarrow c^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow c = 4$.

Để $OM = OF_1 \Leftrightarrow \sqrt{x_M^2 + y_M^2} = 4 \Leftrightarrow x_M^2 + y_M^2 = 16$.

Mặt khác $M \in (E) \Rightarrow \frac{x_M^2}{25} + \frac{y_M^2}{9} = 1 \Leftrightarrow 9x_M^2 + 25y_M^2 = 225$.

Ta có hệ: $\begin{cases} x_M^2 + y_M^2 = 16 \\ 9x_M^2 + 25y_M^2 = 225 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M^2 = \frac{175}{16} \\ y_M^2 = \frac{81}{16} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \pm\frac{5\sqrt{7}}{4} \\ y_M = \pm\frac{9}{4} \end{cases}$.