

MỤC LỤC

§2 – HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP VÀ TỔ HỢP	2
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức	2
Ⓑ. Trắc nghiệm Đ/S	3
Ⓒ. Trả lời ngắn	15
Ⓓ. Câu hỏi trắc nghiệm.....	50



§2 – HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP VÀ TỔ HỢP

A. Tóm tắt kiến thức



Lý thuyết

1. HOÁN VỊ

a. Định nghĩa: Một **hoán vị** của một tập hợp có n phần tử là một cách sắp xếp có thứ tự n phần tử đó (với n là số tự nhiên, $n \geq 1$).

b. Số các hoán vị của một tập hợp có n phần tử là

$$P_n = n! = n(n-1)(n-2)\dots 1.$$

Chú ý:

- ✓ Có $n!$ cách xếp n người vào n ghế xếp thành một dãy.
- ✓ Có $(n-1)!$ cách xếp n người vào n ghế xếp quanh một bàn tròn nếu không có sự phân biệt giữa các ghế.

2. CHỈNH HỢP

a. Định nghĩa: Một **chỉnh hợp chập k của n** là một cách sắp xếp có thứ tự k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k, n là các số tự nhiên, $1 \leq k \leq n$).

b. Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp có n phần tử $1 \leq k \leq n$ là

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

3. TỔ HỢP

a. Định nghĩa: Một **tổ hợp chập k của n** là một cách chọn k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k, n là các số tự nhiên, $0 \leq k \leq n$).

b. Số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử ($1 \leq k \leq n$) là

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

4. HAI TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA SỐ C_n^k

a. Tính chất 1:

- ✓ Cho số nguyên dương n và số nguyên k với $0 \leq k \leq n$. Khi đó $C_n^k = C_n^{n-k}$.

b. Tính chất 2:

- ✓ Cho các số nguyên n và k với $1 \leq k \leq n$. Khi đó $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$.

B. Trắc nghiệm Đ/S

Câu 1. Một trường trung học phổ thông có 20 bạn học sinh tham dự tọa đàm về tháng Thanh niên do Quận Đoàn tổ chức. Vị trí ngồi của trường là khu vực gồm 4 hàng ghế, mỗi hàng có 6 ghế, khi đó:
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Có C_{20}^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế đầu tiên		
b)	Sau khi sắp xếp xong hàng ghế đầu tiên, có A_{14}^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ hai		
c)	Sau khi sắp xếp xong hàng ghế thứ hai, có A_8^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ ba		
d)	Sau khi sắp xếp xong hàng ghế thứ ba, có C_6^2 cách sắp xếp các bạn còn lại ngồi vào hàng ghế cuối cùng		

Câu 2. Có 5 nam sinh và 3 nữ sinh cần được xếp vào một hàng dọc, khi đó:
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc là: 40320 (cách).		
b)	Số cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau là: 1440 (cách).		
c)	Số cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau là: 4320 (cách).		

d)	Số cách xếp không có em nữ nào đứng cạnh nhau là: 2400 (cách).		
-----------	--	--	--

Câu 3. Một đoàn tàu nhỏ có 3 toa khách đỗ ở sân ga. Có 3 hành khách không quen biết cùng bước lên tàu, khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Số khả năng khách lên tàu tùy ý là 9 khả năng		
b)	Số khả năng 3 hành khách lên cùng một toa là 1 khả năng		
c)	Số khả năng mỗi khách lên một toa là 6 khả năng		
d)	Số khả năng có 2 hành khách cùng lên một toa, hành khách thứ ba thì lên toa khác là 18		

Câu 4. Có 5 bông hồng, 4 bông trắng (mỗi bông đều khác nhau về hình dáng). Một người cần chọn một bó bông từ số bông này

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Số cách chọn 4 bông tùy ý là 126 cách		
b)	Số cách chọn 4 bông mà số bông mỗi màu bằng nhau là 50 cách		
c)	Số cách chọn 4 bông, trong đó có 3 bông hồng và 1 bông trắng là: 30 cách		
d)	Số cách chọn 4 bông có đủ hai màu: 120 (cách).		

Câu 5. Từ một nhóm 30 học sinh lớp 12 gồm 15 học sinh khối A, 10 học sinh khối B và 5 học sinh khối C, cần chọn ra 15 học sinh, khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Số cách chọn để học sinh mỗi khối là bằng nhau là 252252		
b)	Số cách chọn để có 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B hoặc khối A : có $C_5^2 C_{15}^{13}$ cách.		
c)	Số cách chọn để có 2 học sinh khối C, 10 học sinh khối B và 3 học sinh khối A có $C_5^2 C_{10}^{10} C_{15}^3$ cách.		
d)	Số cách chọn để có ít nhất 5 học sinh khối A và có đúng 2 học sinh khối C là 51861950		

Câu 6. An và Bình cùng 7 bạn khác rủ nhau đi xem bóng đá. Cả 9 bạn được xếp vào 9 ghế theo hàng ngang, khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Có 362880 cách xếp chỗ ngồi tùy ý		
b)	Có 40320 cách xếp An và Bình ngồi cạnh nhau		
c)	Có 282240 cách xếp An và Bình không ngồi cạnh nhau		
d)	Có 5040 cách xếp để An và Bình ngồi 2 đầu dãy ghế		

Câu 7. Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam, chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG, khi đó

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Chọn 1 giáo viên nữ có C_3^1 cách		
b)	Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý có C_4^2 cách.		
c)	Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý có $C_5^1 + C_4^1$ cách.		
d)	Có 80 cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn		

Câu 8. Một tập thể có 14 người trong đó có hai bạn tên A và B . Người ta cần chọn một tổ công tác gồm 6 người, khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Chọn nhóm 6 bạn bất kỳ ta có 3003 cách		
b)	Chọn nhóm 6 bạn trong đó có cả A và B , có 1848 cách		
c)	Chọn nhóm 6 bạn trong đó không có hai bạn A và B , có 924 cách		
d)	Có 9504 cách chọn sao cho trong tổ phải có 1 tổ trưởng và 5 tổ viên hơn nữa A hoặc B phải có mặt nhưng không đồng thời có mặt cả hai người trong tổ.		

Câu 9. Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng, chọn ngẫu nhiên 4 viên bi, khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Chọn 2 bi xanh, 1 bi đỏ và 1 bi vàng có: 300 cách.		
b)	Chọn 1 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng có: 120 cách.		

c)	Chọn 1 bi xanh, 1 bi đỏ và 2 bi vàng có: 180 cách.		
d)	Có 600 cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp sao cho có đủ cả ba màu.		

Câu 10. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C.

Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng, khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Chọn 5 học sinh tùy ý từ 9 học sinh có: 120 cách.		
b)	Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12A và 12B có: 21 cách.		
c)	Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12B và 12C có: 2 cách.		
d)	Có 90 cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn		

Câu 11. Cho phương trình $A_x^3 + C_x^{x-3} = 14x$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điều kiện: $x \in \mathbb{N}$ và $x \geq 3$.		
b)	Phương trình có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$		
c)	Phương trình có 2 nghiệm phân biệt		
d)	Nghiệm của phương trình là số nguyên tố		

Câu 12. Cho bất phương trình $\frac{1}{A_n^2} + \frac{1}{A_n^3} \geq \frac{1}{C_{n+1}^2}$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điều kiện: $n \in \mathbb{N}$		
b)	Bất phương trình có chung tập nghiệm với bất phương trình $n^2 - 6n + 5 \leq 0$		
c)	Bất phương trình đã cho có 4 nghiệm thỏa mãn		
d)	Các nghiệm thỏa mãn bất phương trình là nghiệm của phương trình $x^3 - 12x^2 + 47x - 60 = 0$		

LỜI GIẢI

Câu 1. Một trường trung học phổ thông có 20 bạn học sinh tham dự tọa đàm về tháng Thanh niên do Quận Đoàn tổ chức. Vị trí ngồi của trường là khu vực gồm 4 hàng ghế, mỗi hàng có 6 ghế, khi đó:

a) Có C_{20}^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế đầu tiên

b) Sau khi sắp xếp xong hàng ghế đầu tiên, có A_{14}^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ hai

c) Sau khi sắp xếp xong hàng ghế thứ hai, có A_8^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ ba

d) Sau khi sắp xếp xong hàng ghế thứ ba, có C_6^2 cách sắp xếp các bạn còn lại ngồi vào hàng ghế cuối cùng

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

a) Mỗi cách chọn 6 bạn trong 20 bạn để ngồi vào hàng ghế đầu tiên là một chỉnh hợp chập 6 của 20 . Vậy có A_{20}^6 cách xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế đầu tiên.

b) Mỗi cách chọn 6 bạn trong 14 bạn để ngồi vào hàng ghế thứ hai là một chỉnh hợp chập 6 của 14 . Vậy có A_{14}^6 cách xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ hai sau khi sắp xếp xong hàng ghế đầu tiên.

c) Mỗi cách chọn 6 bạn trong 8 bạn để ngồi vào hàng ghế thứ ba là một chỉnh hợp chập 6 của 8. Vậy có A_8^6 cách xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ ba sau khi sắp xếp xong hai hàng ghế đầu.

d) Còn lại 2 bạn ngồi vào hàng ghế cuối cùng. Mỗi cách chọn 2 ghế trong 6 ghế để xếp chỗ ngồi cho 2 bạn là một chỉnh hợp chập 2 của 6. Vậy có A_6^2 cách xếp 2 bạn còn lại ngồi vào hàng ghế cuối cùng.

Câu 2. Có 5 nam sinh và 3 nữ sinh cần được xếp vào một hàng dọc, khi đó:

a) Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc là: 40320 (cách).

b) Số cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau là: 1440 (cách).

c) Số cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau là: 4320 (cách).

d) Số cách xếp không có em nữ nào đứng cạnh nhau là: 2400 (cách).

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc: $P_8 = 8! = 40320$ (cách).

b) Gọi X là nhóm 3 học sinh nữ, Y là nhóm 5 học sinh nam.

Số cách xếp trong $X : 3!$; số cách xếp trong $Y : 5!$.

Số cách hoán đổi $X, Y : 2!$.

Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $3!5!2! = 1440$ (cách).

c) Gọi X là nhóm 3 học sinh nữ. Khi ấy số cách xếp trong $X : 3!$.

Số cách xếp nhóm X với 5 học sinh nam (ta xem có 6 đơn vị): $6!$

Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $3!6! = 4320$ (cách).

d) Sắp xếp trước cho 5 nam sinh, số cách hình vẽ: C_6^3 (cách).



Sắp xếp 3 nữ sinh vào 3 vị trí vừa được chọn: $3!$ (cách).

Vậy số cách xếp hàng thỏa mãn là: $5!C_6^33! = 14400$.

Lưu ý: Việc chọn 3 vị trí từ 6 vị trí để sắp xếp 3 nữ sinh vào có thể được thực hiện gộp bởi công thức A_6^3 . Khi đó số cách xếp thỏa mãn là $5!A_6^3$.

Câu 3. Một đoàn tàu nhỏ có 3 toa khách đỗ ở sân ga. Có 3 hành khách không quen biết cùng bước lên tàu, khi đó:

a) Số khả năng khách lên tàu tùy ý là 9 khả năng

b) Số khả năng 3 hành khách lên cùng một toa là 1 khả năng

c) Số khả năng mỗi khách lên một toa là 6 khả năng

d) Số khả năng có 2 hành khách cùng lên một toa, hành khách thứ ba thì lên toa khác là 18

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Khách lên tàu tùy ý nên mỗi khách sẽ có 3 lựa chọn. Vậy số khả năng thỏa mãn là $3 \times 3 \times 3 = 27$.

b) Số khả năng 3 hành khách lên cùng một toa là 3

c) Số cách chọn 3 toa để xếp 3 hành khách là: $A_3^3 = 3! = 6$.

d) Giai đoạn 1: Chia 3 hành khách ra làm hai nhóm X, Y: một nhóm có 2 người và một nhóm có 1 người. Số cách thực hiện là: $C_3^2 \times 1$.

Giai đoạn 2: Chọn 2 trong 3 toa tàu để xếp hai nhóm vào, số cách thực hiện là A_3^2 .

Vậy số cách xếp khách lên tàu thỏa mãn là $C_3^2 \times 1 \times A_3^2 = 18$.

Câu 4. Có 5 bông hồng, 4 bông trắng (mỗi bông đều khác nhau về hình dáng). Một người cần chọn một bó bông từ số bông này

a) Số cách chọn 4 bông tùy ý là 126 cách

b) Số cách chọn 4 bông mà số bông mỗi màu bằng nhau là 50 cách

c) Số cách chọn 4 bông, trong đó có 3 bông hồng và 1 bông trắng là: 30 cách

d) Số cách chọn 4 bông có đủ hai màu: 120 (cách).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Số cách chọn 4 bông từ 9 bông: $C_9^4 = 126$ (cách).

b) Số cách chọn 2 bông hồng từ 5 bông hồng: C_5^2 (cách).

Số cách chọn 2 bông trắng từ 4 bông trắng: C_4^2 (cách).

Số cách chọn một bó bông thỏa mãn đề bài: $C_5^2 \cdot C_4^2 = 60$ (cách).

c) 3 bông hồng, 1 bông trắng: có $C_5^3 \cdot C_4^1 = 40$ (cách).

d) Cách giải 1: Làm trực tiếp.

Trường hợp 1: 3 bông hồng, 1 bông trắng: có $C_5^3 \cdot C_4^1 = 40$ (cách).

Trường hợp 2: 2 bông hồng, 2 bông trắng: có $C_5^2 \cdot C_4^2 = 60$ (cách).

Trường hợp 3: 1 bông hồng, 3 bông trắng: có $C_5^1 \cdot C_4^3 = 20$ (cách).

Theo quy tắc cộng ta có tất cả $40 + 60 + 20 = 120$ (cách chọn).

Cách giải 2: Phương pháp loại trừ.

Số cách chọn 4 bông từ 9 bông (tùy ý): $C_9^4 = 126$ (cách).

Số cách chọn 4 bông chỉ một màu (hồng hoặc trắng): $C_5^4 + C_4^4 = 6$ (cách).

Vậy số cách chọn 4 bông có đủ hai màu: $126 - 6 = 120$ (cách).

Câu 5. Từ một nhóm 30 học sinh lớp 12 gồm 15 học sinh khối A, 10 học sinh khối B và 5 học sinh khối C, cần chọn ra 15 học sinh, khi đó:

a) Số cách chọn để học sinh mỗi khối là bằng nhau là 252252

b) Số cách chọn để có 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B hoặc khối A : có $C_5^2 C_{15}^{13}$ cách.

c) Số cách chọn để có 2 học sinh khối C, 10 học sinh khối B và 3 học sinh khối A có $C_5^2 C_{10}^{10} C_{15}^3$ cách.

d) Số cách chọn để có ít nhất 5 học sinh khối A và có đúng 2 học sinh khối C là 51861950

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Số cách chọn 5 học sinh mỗi khối (A, B, C) lần lượt là: $C_{15}^5, C_{10}^5, C_5^5$.

Vậy số cách chọn thỏa mãn là $C_{15}^5 \times C_{10}^5 \times C_5^5 = 756756$ (cách).

d) Ta sử dụng quy tắc loại trừ như sau:

Xét bài toán 1: Chọn 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B hoặc khối A : có $C_5^2 C_{25}^{13}$ cách.

Xét bài toán 2: Chọn 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B và khối A không thỏa mãn yêu cầu.

Trường hợp 1: Chọn 2 học sinh khối C, 10 học sinh khối B và 3 học sinh khối A có $C_5^2 C_{10}^{10} C_{15}^3$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 2 học sinh khối C, 9 học sinh khối B và 4 học sinh khối A có $C_5^2 C_{10}^9 C_{15}^4$ cách.

Vậy số cách chọn thỏa mãn là $C_5^2 C_{25}^{13} - C_{10}^{10} C_{15}^3 - C_{10}^9 C_{15}^4 = 51861950$ (cách).

Câu 6. An và Bình cùng 7 bạn khác rủ nhau đi xem bóng đá. Cả 9 bạn được xếp vào 9 ghế theo hàng ngang, khi đó:

- a) Có 362880 cách xếp chỗ ngồi tùy ý
- b) Có 40320 cách xếp An và Bình ngồi cạnh nhau
- c) Có 282240 cách xếp An và Bình không ngồi cạnh nhau
- d) Có 5040 cách xếp để An và Bình ngồi 2 đầu dãy ghế

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Xếp tùy ý 9 bạn lên hàng ghế nằm ngang, ta có $9! = 362880$ (cách xếp).

b) Xếp chỗ cho An và Bình ngồi cạnh nhau (thành nhóm X), số cách xếp trong X là $2!$.

Số cách xếp nhóm X với 7 người còn lại (ta xem là hoán vị của 8 phần tử), số cách xếp là $8!$.

Số cách xếp hàng thỏa mãn là $2!8! = 80640$ (cách).

c) Số cách xếp 9 bạn vào 9 chỗ là $9!$ cách. Vậy số cách xếp để An và Bình không ngồi cạnh nhau là :
 $9! - 2!8! = 282240$ (cách).

d) Số cách xếp để An, Bình ngồi 2 đầu dãy ghế là: $2! \cdot 7! = 10080$

Câu 7. Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam, chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG, khi đó

- a) Chọn 1 giáo viên nữ có C_3^1 cách
- b) Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý có C_4^2 cách.
- c) Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý có $C_5^1 + C_4^1$ cách.
- d) Có 80 cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Vì chọn ra 3 người mà yêu cầu phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn nên số giáo viên nữ được chọn chỉ có thể bằng 1 hoặc 2. Ta xét hai trường hợp:

Trường hợp 1: Chọn 1 giáo viên nữ: Có C_3^1 cách. Khi đó:

Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý: Có $C_5^1 \times C_4^1$ cách.

Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^2 cách,

Trường hợp này có $C_3^1(C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2)$ cách chọn.

Trường hợp 2: Chọn 2 giáo viên nữ: Có C_3^2 cách chọn. Khi đó chọn thêm 1 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^1 cách. Trường hợp này có $C_3^2 \times C_4^1$ cách chọn.

Vậy tất cả có $C_3^1(C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2) + C_3^2 \times C_4^1 = 90$ cách chọn.

Câu 8. Một tập thể có 14 người trong đó có hai bạn tên A và B . Người ta cần chọn một tổ công tác gồm 6 người, khi đó:

a) Chọn nhóm 6 bạn bất kỳ ta có 3003 cách

b) Chọn nhóm 6 bạn trong đó có cả A và B , có 1848 cách

c) Chọn nhóm 6 bạn trong đó không có hai bạn A và B , có 924 cách

d) Có 9504 cách chọn sao cho trong tổ phải có 1 tổ trưởng và 5 tổ viên hơn nữa A hoặc B phải có mặt nhưng không đồng thời có mặt cả hai người trong tổ.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Chọn nhóm 6 bạn bất kỳ ta có C_{14}^6 cách

Chọn nhóm 6 bạn trong đó có cả A và B , có C_{12}^4 cách

Chọn nhóm 6 bạn trong đó không có hai bạn A và B , có C_{12}^6 cách

Suy ra số cách chọn 6 bạn có mặt A, B nhưng không đồng thời có mặt cả hai người trong tổ là:

$$C_{14}^6 - C_{12}^4 - C_{12}^6 = 1584 \text{ cách,}$$

Chọn 1 tổ trưởng từ nhóm 6 bạn này, có 6 cách.

Vậy có $1584 \cdot 6 = 9504$ cách chọn thỏa yêu cầu đề.

Câu 9. Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng, chọn ngẫu nhiên 4 viên bi, khi đó:

a) Chọn 2 bi xanh, 1 bi đỏ và 1 bi vàng có: 300 cách.

b) Chọn 1 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng có: 120 cách.

c) Chọn 1 bi xanh, 1 bi đỏ và 2 bi vàng có: 180 cách.

d) Có 600 cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp sao cho có đủ cả ba màu.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Chọn 2 bi xanh, 1 bi đỏ và 1 bi vàng có: $C_6^2 \cdot 5 \cdot 4 = 300$ cách.

b) Chọn 1 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng có: $6 \cdot C_5^2 \cdot 4 = 240$ cách.

c) Chọn 1 bi xanh, 1 bi đỏ và 2 bi vàng có: $6 \cdot 5 \cdot C_4^2 = 180$ cách.

d) $300 + 240 + 180 = 720$ cách.

Câu 10. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C.

Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng, khi đó:

a) Chọn 5 học sinh tùy ý từ 9 học sinh có: 120 cách.

b) Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12A và 12B có: 21 cách.

c) Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12B và 12C có: 2 cách.

d) Có 90 cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

Chọn 5 học sinh tùy ý từ 9 học sinh có: $C_9^5 = 126$ cách.

Chọn 5 học sinh có cả học sinh 2 lớp, xảy ra các tình huống sau:

Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12A và 12B có: $C_7^5 = 21$ cách.

Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12A và 12C có: $C_6^5 = 6$ cách.

Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12B và 12C có: $C_5^5 = 1$ cách.

Chọn 5 học sinh chỉ có một lớp duy nhất: không có.

Vậy số cách chọn 5 học sinh sao cho lớp nào cũng có học sinh là:

$126 - (21 + 6 + 1) = 98$ cách.

Câu 11. Cho phương trình $A_x^3 + C_x^{x-3} = 14x$

a) Điều kiện: $x \in \mathbb{N}$ và $x \geq 3$.

b) Phương trình có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$

c) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt

d) Nghiệm của phương trình là số nguyên tố

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Điều kiện: $x \in \mathbb{N}$ và $x \geq 3$. Ta có: $A_x^3 + C_x^{x-3} = 14x$

$$\Leftrightarrow \frac{x!}{(x-3)!} + \frac{x!}{(x-3)!3!} = 14x \Leftrightarrow x(x-1)(x-2) + \frac{x(x-1)(x-2)}{6} = 14x$$

$$\Leftrightarrow 7(x-1)(x-2) = 84$$

$$(\text{vì } x > 0) \Leftrightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \text{ (n)} \\ x = -2 \text{ (l)} \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 5$.

Câu 12. Cho bất phương trình $\frac{1}{A_n^2} + \frac{1}{A_n^3} \geq \frac{1}{C_{n+1}^2}$.

a) Điều kiện: $n \in \mathbb{N}$

b) Bất phương trình có chung tập nghiệm với bất phương trình $n^2 - 6n + 5 \leq 0$

c) Bất phương trình đã cho có 4 nghiệm thỏa mãn

d) Các nghiệm thỏa mãn bất phương trình là nghiệm của phương trình $x^3 - 12x^2 + 47x - 60 = 0$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------------	---------------	---------------	----------------

Điều kiện: $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Ta có: $\frac{1}{A_n^2} + \frac{1}{A_n^3} \geq \frac{1}{C_{n+1}^2}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{n(n-1)} + \frac{1}{n(n-1)(n-2)} \geq \frac{2}{n(n+1)}$$

$$\Leftrightarrow (n+1)(n-2) + (n+1) \geq 2(n-1)(n-2) \Leftrightarrow n^2 - 6n + 5 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq n \leq 5.$$

Vì $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$ nên $n \in \{3; 4; 5\}$.

Câu 1. Có bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3.

Trả lời:

Câu 2. Một nhóm công nhân gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một tổ công tác sao cho phải có 1 tổ trưởng nam, 1 tổ phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập tổ công tác.

Trả lời:

Câu 3. Lớp 10A có 38 học sinh. Trong buổi sinh hoạt lớp, giáo viên yêu cầu các học sinh bầu ra 3 bạn để làm cán bộ lớp gồm lớp trưởng, lớp phó học tập và lớp phó kỉ luật. Hỏi có bao nhiêu cách bầu cán bộ lớp?

Trả lời:

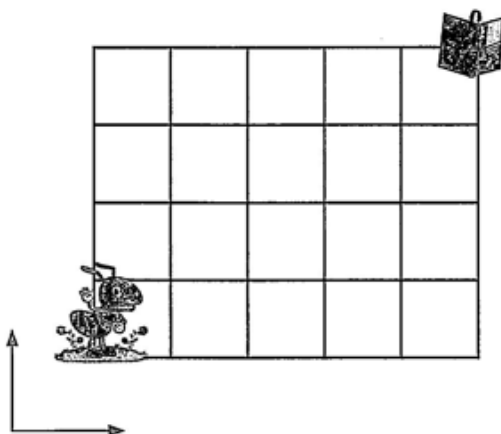
Câu 4. Từ các chữ số 0;1;2;3;4;5;6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

Trả lời:

Câu 5. Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 2 mà mỗi số có ba chữ số khác nhau?

Trả lời:

Câu 6. Một chú kiến đứng tại góc dưới cùng của lưới 4×5 ô vuông như hình sau đây. Mỗi bước di chuyển chú kiến là một ô, và chú kiến chỉ có thể đi sang phải hoặc đi lên trên theo đường kẻ. Hỏi chú kiến có bao nhiêu cách đến vị trí cuốn sách?



Trả lời:

Câu 7. Lớp 10B có 15 bạn (trong đó có lớp trưởng) tham gia hoạt động trò chơi do Đoàn trường tổ chức. Trong trò chơi chạy tiếp sức, cô giáo phải xếp đội hình gồm 6 bạn và thứ tự chạy của họ. Hỏi cô giáo có bao nhiêu cách xếp đội hình để lớp trưởng là người chạy cuối.

Trả lời:

Câu 8. Cho 18 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu vector khác $\vec{0}$ sao cho điểm đầu và điểm cuối của mỗi vector đó là 2 trong 18 điểm đã cho?

Trả lời:

Câu 9. Bạn Phú chọn mật khẩu cho tài khoản Microsoft Teams của mình gồm 8 kí tự đôi một khác nhau, trong đó 2 kí tự đầu tiên là hai chữ cái in thường, 2 kí tự tiếp theo là hai chữ cái in hoa (các chữ cái chọn từ bảng chữ cái Tiếng Anh gồm 26 chữ cái), 3 kí tự tiếp theo là các chữ số và kí tự cuối cùng là một trong các kí tự đặc biệt: @, #, . . Hỏi bạn Phú có bao nhiêu cách tạo ra một mật khẩu?

Trả lời:

Câu 10. Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4
Dãy 2	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4

Một đội chơi có 15 người gồm 7 nam và 8 nữ. Chọn ngẫu nhiên 8 bạn ngồi vào hai dãy ghế để tham gia trả lời câu hỏi. Hai người được gọi là ngồi đối diện nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng số ghế. Hỏi có bao nhiêu cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ?

Trả lời:

Câu 11. Từ n điểm phân biệt, ta lập được 153 đoạn thẳng có hai đầu mút là 2 trong n điểm đã cho. Tìm n .

Trả lời:

Câu 12. Tính số đường chéo của một đa giác lồi có 14 đỉnh.

Trả lời:

Câu 13. Cho đa giác lồi có n cạnh ($n \geq 4$). Tìm n để đa giác đó có số đường chéo bằng số cạnh?

Trả lời:

Câu 14. Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2 . Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong số 37 điểm đã chọn trên d_1 và d_2 .

Trả lời:

Câu 15. Có 3 cuốn sách Lý, 4 cuốn sách Sinh, 5 cuốn sách Địa. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các cuốn sách trên vào giá sách hàng ngang nếu các cuốn sách cùng môn học đứng cạnh nhau?

Trả lời:

Câu 16. Cho 10 điểm trong mặt phẳng và không có 3 điểm nào thẳng hàng.

Hỏi có thể lập được bao nhiêu tam giác có đỉnh được lấy từ các điểm đó?

Trả lời:

Câu 17. Cho các số: 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau bắt đầu từ chữ số 2 .

Trả lời:

Câu 18. Tính số các số tự nhiên đôi một khác nhau có 6 chữ số tạo thành từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 sao cho hai chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau.

Trả lời:

Câu 19. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 15 chữ số, trong đó các chữ số 1 và 2 mỗi chữ số xuất hiện năm lần, các chữ số còn lại xuất hiện không quá một lần và các chữ số lớn hơn 2 không có bất kì hai chữ số nào đứng cạnh nhau.

Trả lời:

Câu 20. Rút gọn: $A = \frac{7! \cdot 4!}{10!} \left(\frac{8!}{3!5!} - \frac{6!}{2!4!} \right)$

Trả lời:

Câu 21. Một nhóm học sinh gồm 5 nam và 5 nữ xếp thành một hàng ngang. Tính số cách sắp xếp để cho học sinh nam và học sinh nữ xen kẽ nhau.

Trả lời:

Câu 22. Nam xếp 5 quyển sách Toán khác nhau, 4 quyển sách Hóa khác nhau và 3 quyển sách Lí khác nhau lên một giá sách theo từng môn học. Hỏi Nam có bao nhiêu cách sắp xếp?

Trả lời:

Câu 23. Có bao nhiêu cách phân chia 8 học sinh vào hai nhóm: một nhóm 5 học sinh, nhóm kia có 3 học sinh?

Trả lời:

Câu 24. Lớp 10 của một trường THPT có 40 học sinh. Thầy giáo chủ nhiệm cần chọn 2 bạn vào Đội Cờ đỏ và 3 bạn vào Ban chấp hành Chi Đoàn sao cho không có bạn nào kiêm cả hai nhiệm vụ. Hỏi thầy giáo chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn?

Trả lời:

Câu 25. Có bao nhiêu cách sắp xếp 4 viên bi đỏ có bán kính khác nhau và 3 viên bi xanh bán kính bán kính giống nhau vào một dãy có 8 ô trống?

Trả lời:

Câu 26. Ban văn nghệ lớp 10A có 7 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Cần chọn ra 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ để ghép thành 5 cặp nam nữ diễn tiết mục thời trang. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thỏa mãn yêu cầu trên?

Trả lời:

Câu 27. Một đa giác đều có 44 đường chéo, hỏi số cạnh của đa giác đó bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 28. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 2800 tam giác mà đỉnh của chúng là các điểm nói trên. Tìm n .

Trả lời:

Câu 29. Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ?

Trả lời:

Câu 30. Cho sáu chữ số 4, 5, 6, 7, 8, 9. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số khác nhau lập thành từ sáu chữ số đã cho.

Trả lời:

Câu 31. Có bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số, sao cho mỗi số đó, chữ số đứng sau lớn hơn chữ số chữ số đứng trước?

Trả lời:

Câu 32. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bảy chữ số được chọn từ 1, 2, 3, 4, 5 sao cho chữ số 2 có mặt đúng hai lần, chữ số 3 có mặt đúng ba lần và các chữ số còn lại có mặt không quá một lần?

Trả lời:

Câu 33. Tìm tất cả nghiệm thực của phương trình $A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8$.

Trả lời:

Câu 34. Giải bất phương trình $2C_{n+1}^2 + 3A_n^2 - 20 < 0$.

Trả lời:

Câu 35. Giải phương trình $P_x A_x^2 + 72 = 6(A_x^2 + 2P_x)$.

Trả lời:

Câu 36. Từ tập $X = \{2; 3; 4; 5; 6\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau?

Trả lời:

Câu 37. Từ các số 0, 1, 2, 7, 8, 9 tạo được bao nhiêu số chẵn có 5 chữ số khác nhau?

Trả lời:

Câu 38. Từ các số 0, 1, 2, 7, 8, 9 tạo được bao nhiêu số lẻ có 5 chữ số khác nhau?

Trả lời:

Câu 39. Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó chứa các chữ số 3, 4, 5 và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và chữ số 5 ?

Trả lời:

Câu 40. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ sao cho $a < b < c$.

Trả lời:

Câu 41. Các số tự nhiên có 7 chữ số từ các chữ số 1; 2; 3; 4. Tính xác suất để số lập được thỏa mãn: các chữ số 1; 2; 3 có mặt hai lần, chữ số 4 có mặt 1 lần đồng thời các chữ số lẻ đều nằm ở các vị trí lẻ (tính từ trái qua phải).

Trả lời:

Câu 42. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm tám chữ số sao cho trong mỗi số đó có đúng ba chữ số 1, các chữ số còn lại đôi một khác nhau và hai chữ số chẵn không đứng cạnh nhau?

Trả lời:

Câu 43. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

Trả lời:

Câu 44. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số mà tổng các chữ số trong mỗi số là 3.

Trả lời:

Câu 45. Ngân hàng đề thi gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 8 câu hỏi tự luận khác nhau. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi sao cho mỗi đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau.

Trả lời:

Câu 46. Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

Trả lời:

Câu 47. Có bao nhiêu cách chia một nhóm 6 người thành 4 nhóm nhỏ, trong đó có hai nhóm 2 người và hai nhóm 1 người?

Trả lời:

Câu 48. Đội thanh niên xung kích có của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong ba lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

Trả lời:

Câu 49. Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người gồm 12 nam và 3 nữ.

Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về 3 tỉnh miền núi sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ.

Trả lời:

Câu 50. Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

Trả lời:

Câu 51. Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ:

Trả lời:

Câu 52. Có bao nhiêu cách chia hết 4 đồ vật khác nhau cho 3 người, biết rằng mỗi người nhận được ít nhất 1 đồ vật.

Trả lời:

Câu 53. Ông và Bà An cùng có 6 đứa con đang lên máy bay theo một hàng dọc. Có bao nhiêu cách xếp hàng khác nhau nếu ông An hay bà An đứng ở đầu hoặc cuối hàng:

Trả lời:

Câu 54. Trong một giải cờ vua gồm nam và nữ vận động viên. Mỗi vận động viên phải chơi hai ván với mỗi động viên còn lại. Cho biết có 2 vận động viên nữ và cho biết số ván các vận động viên chơi nam chơi với nhau hơn số ván họ chơi với hai vận động viên nữ là 84. Hỏi số ván tất cả các vận động viên đã chơi?

Trả lời:

Câu 55. Cho đa giác đều có n cạnh ($n \geq 4$). Tìm n để đa giác có số đường chéo bằng số cạnh ?

Trả lời:

Câu 56. Trên mặt phẳng có 2017 đường thẳng song song với nhau và 2018 đường thẳng song song khác cùng cắt nhóm 2017 đường thẳng đó. Số hình bình hành nhiều nhất có thể được tạo thành có đỉnh là các giao điểm nói trên bằng

Trả lời:

Câu 57. Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in N$ và $n \geq 3$. Tìm $\begin{cases} n \in N \\ n \geq 2 \end{cases}$ biết rằng đa giác đã cho có

$$\Leftrightarrow \frac{(n+1)n}{2} > \frac{10}{3}n \frac{n(n-1)}{2} \Leftrightarrow 2 \leq n \leq 5 \text{ đường chéo.}$$

Trả lời:

Câu 58. Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên đường thẳng d_1 lấy 10 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 15 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 25 vừa nói trên.

Trả lời:

Câu 59. Nếu $A_x^2 = 110$ tìm x ?

Trả lời:

Câu 60. Cho $C_n^{n-3} = 1140$. Tính $A = \frac{A_n^6 + A_n^5}{A_n^4}$.

Trả lời:

Câu 61. Nghiệm của phương trình $A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8$ là:

Trả lời:

Câu 62. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1)$. Tìm n

Trả lời:

Câu 63. Cho các số tự nhiên m, n thỏa mãn đồng thời các điều kiện $C_m^2 = 153$ và $C_m^n = C_m^{n+2}$. Khi đó $m + n$ bằng:

Trả lời:

Câu 64. Tính giá trị $M = A_{n-15}^2 + 3A_{n-14}^3$, biết rằng $C_n^4 = 20C_n^2$ (với n là số nguyên dương, A_n^k là số chỉnh hợp chập k của n phần tử và C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

Trả lời:

Câu 65. Tổng của tất cả các số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{1}{C_n^1} - \frac{1}{C_{n+1}^2} = \frac{7}{6C_{n+4}^1}$ là:

Trả lời:

Câu 66. Tìm số nguyên dương n sao cho: $P_{n-1} \cdot A_{n+4}^4 < 15P_{n+2}$.

Trả lời:

Câu 67. Giải bất phương trình (ẩn n thuộc tập số tự nhiên) $C_{n+2}^{n-1} + C_{n+2}^n > \frac{5}{2} A_n^2$.

Trả lời:

Câu 68. Giải bất phương trình (ẩn n thuộc tập số tự nhiên) $(n!)^3 C_n^n \cdot C_{2n}^n \cdot C_{3n}^n \leq 720$.

Trả lời:

Câu 69. Giải bất phương trình (ẩn n thuộc tập số tự nhiên) $A_{n+1}^3 + C_{n+1}^{n-1} < 14(n+1)$.

Trả lời:

Câu 70. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 1725 tam giác có các đỉnh là ba trong số các điểm thuộc d_1 và d_2 nói trên. Tìm tổng các chữ số của n .

Trả lời:

Câu 71. Trong không gian cho $2n$ điểm phân biệt ($n > 4, n \in \mathbb{N}$), trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên một mặt phẳng và không có 4 điểm nào ngoài 4 điểm trong n điểm này đồng phẳng. Tìm n sao cho từ $2n$ điểm đã cho tạo ra đúng 201 mặt phẳng phân biệt.

Trả lời:

Câu 72. Cho x, y là nghiệm của hệ phương trình, $\begin{cases} A_y^x = 90 - 3C_y^x \\ 3A_y^x = 80 + 10C_y^x \end{cases}$. Tìm x và y ?

Trả lời:

Câu 73. Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2 . Trên d_1 lấy 15 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 10 điểm phân biệt. Tính số tam giác mà có các đỉnh được chọn từ 25 điểm này.

Trả lời:

Câu 74. Từ các số 0,1,2,3,4,5,6,7,8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số sao cho luôn có mặt 3 số 0,1,2 và ba số này đứng cạnh nhau?

Trả lời:

LỜI GIẢI

Câu 1. Có bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3 .

Trả lời: 7440

Lời giải

Vì chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3 nên số cần lập có bộ ba số 123 hoặc 321,

TH1: Số cần lập có bộ ba số 123 .

Nếu bộ ba số 123 đứng đầu thì số có dạng $\overline{123abcd}$.

Có $A_7^4 = 840$ cách chọn bốn số a, b, c, d nên có $A_7^4 = 840$ số,

Nếu bộ ba số 123 không đứng đầu thì số có 4 vị trí đặt bộ ba số 123 ,

Có 6 cách chọn số đứng đầu và có $A_6^3 = 120$ cách chọn ba số b, c, d ,

Theo quy tắc nhân có $6 \cdot 4 \cdot A_6^3 = 2880$ số.

Theo quy tắc cộng có $840 + 2880 = 3720$ số.

TH2: Số cần lập có bộ ba số 321 .

Do vai trò của bộ ba số 123 và 321 như nhau nên có $2(840 + 2880) = 7440$.

Câu 2. Một nhóm công nhân gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một tổ công tác sao cho phải có 1 tổ trưởng nam, 1 tổ phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập tổ công tác.

Trả lời: 111300

Lời giải

Chọn 2 trong 15 nam làm tổ trưởng và tổ phó có A_{15}^2 cách.

Chọn 3 tổ viên, trong đó có nữ.

Chọn 1 nữ và 2 nam có $5 \cdot C_{13}^2$ cách,

Chọn 2 nữ và 1 nam có $13 \cdot C_5^2$ cách,

Chọn 3 nữ có C_5^3 cách.

Vậy có $A_{15}^2 (5 \cdot C_{13}^2 + 13 \cdot C_5^2 + C_5^3) = 111300$ cách.

Câu 3. Lớp 10 A có 38 học sinh. Trong buổi sinh hoạt lớp, giáo viên yêu cầu các học sinh bầu ra 3 bạn để làm cán bộ lớp gồm lớp trưởng, lớp phó học tập và lớp phó kỉ luật. Hỏi có bao nhiêu cách bầu cán bộ lớp?

Trả lời: 50616

Lời giải

Mỗi cách chọn ba bạn để bầu làm cán bộ lớp (có sự phân chia lớp trưởng, lớp phó học tập và lớp phó kỉ luật) là một chỉnh hợp chập 3 của 38 phần tử. Vậy số cách để bầu cán bộ lớp là: $A_{38}^3 = 50616$ (cách).

Câu 4. Từ các chữ số 0;1;2;3;4;5;6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

Trả lời: 180

Lời giải

Số cách chọn ra chữ số hàng trăm là 6 cách. Với chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị, mỗi cách chọn ra 2 số chính là một chỉnh hợp chập 2 của 6 phần tử. Vậy số các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau lập được là:
 $6 \cdot A_6^2 = 180$ (cách).

Câu 5. Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 2 mà mỗi số có ba chữ số khác nhau?

Trả lời: 320

Lời giải

Gọi số có ba chữ số cần tìm là $\overline{abc}(a \neq 0)$.

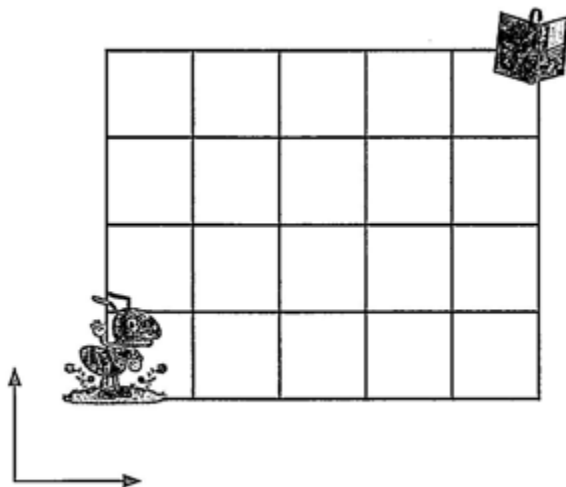
Vì số cần tìm chia hết cho 2 nên số cách chọn chữ số c là 5 cách.

Số cách chọn chữ số a là C_8^1 (cách).

Số cách chọn chữ số b là C_8^1 (cách).

Vậy số các số chia hết cho 2 mà mỗi số có ba chữ số khác nhau là: $5 \cdot C_8^1 \cdot C_8^1 = 5 \cdot 8 \cdot 8 = 320$ (số)

Câu 6. Một chú kiến đứng tại góc dưới cùng của lưới 4×5 ô vuông như hình sau đây. Mỗi bước di chuyển chú kiến là một ô, và chú kiến chỉ có thể đi sang phải hoặc đi lên trên theo đường kẻ. Hỏi chú kiến có bao nhiêu cách đến vị trí cuốn sách?



Trả lời: 126

Lời giải

Để đi đến vị trí cuốn sách, chú kiến cần bước 9 bước gồm 4 bước đi lên và 5 bước đi sang phải. Số cách chọn 4 bước đi lên và 5 bước đi sang phải chính là số cách chọn 4 bước đi lên trong dãy 9 bước cần di chuyển. Do đó, số cách chú kiến có thể chọn để đi đến vị trí cuốn sách là: $C_9^4 = 126$ (cách).

Câu 7. Lớp 10B có 15 bạn (trong đó có lớp trưởng) tham gia hoạt động trò chơi do Đoàn trường tổ chức. Trong trò chơi chạy tiếp sức, cô giáo phải xếp đội hình gồm 6 bạn và thứ tự chạy của họ. Hỏi cô giáo có bao nhiêu cách xếp đội hình để lớp trưởng là người chạy cuối.

Trả lời: 240240

Lời giải

Lớp trưởng là người chạy cuối: có 1 cách xếp.

Mỗi cách xếp đội hình 5 bạn còn lại trong 14 bạn là một chỉnh hợp chập 5 của 14 phần tử nên số cách xếp đội hình theo yêu cầu là: $A_{14}^5 \cdot 1 = 240240$.

Câu 8. Cho 18 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu vector khác $\vec{0}$ sao cho điểm đầu và điểm cuối của mỗi vector đó là 2 trong 18 điểm đã cho?

Trả lời: 306

Lời giải

Mỗi cách chọn một vector là một cách chọn 2 điểm trong 18 điểm đã cho rồi xếp thứ tự điểm đầu và điểm cuối, tức là một chỉnh hợp chập 2 của 18 phần tử. Vậy số vector thỏa mãn đề bài là: $A_{18}^2 = 306$.

Câu 9. Bạn Phú chọn mật khẩu cho tài khoản Microsoft Teams của mình gồm 8 kí tự đôi một khác nhau, trong đó 2 kí tự đầu tiên là hai chữ cái in thường, 2 kí tự tiếp theo là hai chữ cái in hoa (các chữ cái chọn từ bảng chữ cái Tiếng Anh gồm 26 chữ cái), 3 kí tự tiếp theo là các chữ số và kí tự cuối cùng là một trong các kí tự đặc biệt: @, #, . Hỏi bạn Phú có bao nhiêu cách tạo ra một mật khẩu?

Trả lời: 912600000

Lời giải

Có 26 chữ cái và 10 chữ số. Chọn 2 kí tự đầu tiên là chữ cái in thường nên ta có A_{26}^2 cách chọn.

Chọn 2 kí tự tiếp theo là chữ cái in hoa nên ta có A_{26}^2 cách chọn.

Chọn 3 kí tự tiếp theo là chữ số trong 10 chữ số nên có A_{10}^3 cách chọn.

Chọn 1 kí tự cuối cùng có 3 cách.

Vậy ta có $3(A_{26}^2)^2 A_{10}^3 = 912600000$ cách để bạn Phú tạo ra một mật khẩu.

Câu 10. Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4
Dãy 2	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4

Một đội chơi có 15 người gồm 7 nam và 8 nữ. Chọn ngẫu nhiên 8 bạn ngồi vào hai dãy ghế để tham gia trả lời câu hỏi. Hai người được gọi là ngồi đối diện nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng số ghế. Hỏi có bao nhiêu cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ?

Trả lời: 541900800

Lời giải

Vì mỗi bạn nam ngồi đối diện một bạn nữ nên có 4 bạn nam và 4 bạn nữ được chọn ngồi vào hai dãy ghế.

Chọn 1 bạn nam thứ nhất xếp vào chỗ bất kì trong 8 chỗ có $7 \cdot 8 = 56$ cách.

Chọn 1 bạn nam thứ hai xếp vào chỗ bất kì trong 7 chỗ còn lại và không đối diện với bạn nam thứ nhất có $6 \cdot 6 = 36$ cách.

Chọn 1 bạn nam thứ ba xếp vào chỗ bất kì trong 6 chỗ còn lại và không đối diện với bạn nam thứ nhất, thứ hai có $5 \cdot 4 = 20$ cách.

Chọn 1 bạn nam thứ tư xếp vào chỗ bất kì trong 5 chỗ còn lại và không đối diện với bạn nam thứ nhất, thứ hai, thứ ba có $4 \cdot 2 = 8$ cách.

Chọn 4 bạn nữ và xếp vào 4 ghế còn lại có A_8^4 cách.

Vậy có $56 \cdot 36 \cdot 20 \cdot 8 \cdot A_8^4 = 541900800$ cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ.

Câu 11. Từ n điểm phân biệt, ta lập được 153 đoạn thẳng có hai đầu mút là 2 trong n điểm đã cho. Tìm n .

Trả lời: 18

Lời giải

Số đoạn thẳng lập được từ n điểm đã cho là C_n^2 .

$$\text{Theo đề bài, ta có: } C_n^2 = 153 \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 153 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{2(n-2)!} = 153 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 153$$

$$\Leftrightarrow n^2 - n - 306 = 0. \text{ Suy ra } n = 18.$$

Câu 12. Tính số đường chéo của một đa giác lồi có 14 đỉnh.

Trả lời: 77

Lời giải

Tổng số đoạn thẳng lập được từ $n(n > 3)$ đỉnh là C_n^2 . Trong số các đoạn thẳng đó thì có n cạnh của đa giác, còn lại là đường chéo.

$$\text{Vậy số đường chéo của đa giác } n \text{ đỉnh là: } C_n^2 - n = \frac{n!}{2!(n-2)!} - n = \frac{n(n-3)}{2}. \text{ Với } n=14 \text{ ta có số đường chéo}$$

$$\text{của đa giác lồi 14 đỉnh là: } \frac{14(14-3)}{2} = 77.$$

Câu 13. Cho đa giác lồi có n cạnh ($n \geq 4$). Tìm n để đa giác đó có số đường chéo bằng số cạnh?

Trả lời: 5

Lời giải

Áp dụng công thức bài 28 và theo đề bài ta có: $\frac{n(n-3)}{2} = n \Leftrightarrow n^2 - 5n = 0$. Suy ra $n = 5$. Vậy đa giác cần tìm có 5 cạnh.

Câu 14. Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2 . Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong số 37 điểm đã chọn trên d_1 và d_2 .

Trả lời: 5950

Lời giải

Trường hợp 1: 1 điểm thuộc d_1 và 2 điểm thuộc d_2 .

Số tam giác lập được là: $C_{17}^1 \cdot C_{20}^2 = 3230$.

Trường hợp 2: 2 điểm thuộc d_1 và 1 điểm thuộc d_2 .

Số tam giác lập được là: $C_{17}^2 \cdot C_{20}^1 = 2720$.

Vậy có $3230 + 2720 = 5950$ tam giác thỏa mãn đề bài.

Câu 15. Có 3 cuốn sách Lý, 4 cuốn sách Sinh, 5 cuốn sách Địa. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các cuốn sách trên vào giá sách hàng ngang nếu các cuốn sách cùng môn học đứng cạnh nhau?

Trả lời: 103680

Lời giải

Gọi L là nhóm 3 sách lý, S là nhóm 4 sách sinh, $Đ$ là nhóm 5 sách địa. Số cách xếp trong L là $3!$; số cách xếp trong S là $4!$; số cách xếp trong $Đ$ là $5!$; số cách xếp $L, S, Đ$ với nhau: $3!$.

Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài là: $3!4!5!3! = 103680$ (cách).

Câu 16. Cho 10 điểm trong mặt phẳng và không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có thể lập được bao nhiêu tam giác có đỉnh được lấy từ các điểm đó?

Trả lời: 120

Lời giải

Số tam giác lập được cũng bằng với số cách chọn ra 3 điểm phân biệt từ 10 điểm đã cho,

ta có: $C_{10}^3 = 120$ (tam giác).

Câu 17. Cho các số: 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau bắt đầu từ chữ số 2 .

Trả lời: 24

Lời giải

Gọi số tự nhiên cần lập có dạng $\overline{abcde}$.

Chọn $a = 2$: có 1 cách. Chọn $b(b \neq a)$: có 4 cách.

Chọn $c(c \neq a, c \neq b)$: có 3 cách. Chọn $d(d \neq a, d \neq b, d \neq c)$: có 2 cách.

Chọn e : có 1 cách.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn là: $1.4.3.2.1 = 24$.

Câu 18. Tính số các số tự nhiên đôi một khác nhau có 6 chữ số tạo thành từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 sao cho hai chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau.

Trả lời: 192

Lời giải

Xét số có hình thức $\overline{0bcdef}$.

Số cách hoán đổi vị trí hai chữ số 3, 4 (cùng nhóm X) là 2 .

Số cách hoán đổi vị trí của X với các chữ số 1, 2, 5 là: $4!$

Vậy số các số được lập theo hình thức này là $2.4! = 48$.

Xét số có hình thức $\overline{abcdef}$ trong đó a được phép bằng 0 .

Số cách hoán đổi vị trí của hai chữ số 3, 4 (cùng nhóm X) là 2 .

Số cách hoán đổi vị trí của X với các chữ số 0, 1, 2, 5 là: $5!$.

Số các số được lập theo hình thức này là $2.5! = 240$.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn đề bài là $240 - 48 = 192$.

Câu 19. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 15 chữ số, trong đó các chữ số 1 và 2 mỗi chữ số xuất hiện năm lần, các chữ số còn lại xuất hiện không quá một lần và các chữ số lớn hơn 2 không có bất kì hai chữ số nào đứng cạnh nhau.

Trả lời: 293388480

Lời giải

Trước hết ta sắp xếp năm chữ số 1 và năm chữ số 2 vào 10 vị trí hàng ngang:

Chọn năm trong mười vị trí để sắp xếp chữ số 1 : có C_{10}^5 cách chọn.

Các vị trí còn lại ta sắp xếp chữ số 2 : có 1 cách chọn.

Từ dãy các chữ số 1 và 2 ở trên có chín vị trí xen giữa và hai vị trí hai đầu mút. Các số còn lại gồm 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 đều lớn hơn 2 . Ta cần chọn ra năm trong bảy chữ số trên để sắp xếp vào mười một vị trí cho phép:

Số cách chọn ra năm trong bảy chữ số: C_7^5 .

Số cách chọn ra năm trong mười một vị trí để sắp xếp năm chữ số vừa chọn là A_{11}^5 .

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn là $C_{10}^5 \cdot 1 \cdot C_7^5 \cdot A_{11}^5 = 293388480$.

Câu 20. Rút gọn: $A = \frac{7! \cdot 4!}{10!} \left(\frac{8!}{3!5!} - \frac{6!}{2!4!} \right)$

Trả lời: $\frac{41}{30}$

Lời giải

$$A = \frac{7! \cdot 4!}{10!} \left(\frac{8!}{3!5!} - \frac{6!}{2!4!} \right) = \frac{7! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{7! \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10} \left(\frac{5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5!} - \frac{4! \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 4!} \right) = \frac{1}{30} (56 - 15) = \frac{41}{30} .$$

Câu 21. Một nhóm học sinh gồm 5 nam và 5 nữ xếp thành một hàng ngang. Tính số cách sắp xếp để cho học sinh nam và học sinh nữ xen kẽ nhau.

Trả lời: 28800

Lời giải

Ta xếp 5 nam sinh trước tiên, số cách xếp là $5!$.

Giữa các nam sinh và hai đầu, cuối hàng sẽ có 6 vị trí (đánh số từ 1 đến 6) để có thể sắp xếp 5 nữ sinh vào sao cho nam, nữ xen kẽ.

Trường hợp 1: 5 nữ sinh xếp vào vị trí từ số 1 đến số 5 , số cách xếp là $5!$.

Trường hợp 2: 5 nữ sinh xếp vào vị trí từ số 2 đến số 6 , số cách xếp là $5!$.

Vậy số cách xếp hàng thỏa mãn đề bài là $5!(5!+5!) = 28800$.

Câu 22. Nam xếp 5 quyển sách Toán khác nhau, 4 quyển sách Hóa khác nhau và 3 quyển sách Lí khác nhau lên một giá sách theo từng môn học. Hỏi Nam có bao nhiêu cách sắp xếp?

Trả lời: $3!.5!.4!.3!$

Lời giải

Có 3 môn học nên có $3!$ cách sắp xếp sách theo môn.

Ứng với mỗi cách sắp xếp theo môn có $5!$ cách xếp sách Toán, $4!$ cách xếp sách hóa và $3!$ cách xếp sách Lí.

Vậy số cách xếp sách là : $3!.5!.4!.3!$

Câu 23. Có bao nhiêu cách phân chia 8 học sinh vào hai nhóm: một nhóm 5 học sinh, nhóm kia có 3 học sinh?

Trả lời: 56

Lời giải

Chọn 5 học sinh thành một nhóm, số cách chọn là C_8^5 .

Số học sinh còn lại (3 học sinh) phải vào nhóm còn lại nên có 1 cách chọn.

Vậy sẽ có tất cả $C_8^5 \cdot 1 = 56$ cách chọn thỏa mãn.

Câu 24. Lớp 10 của một trường THPT có 40 học sinh. Thầy giáo chủ nhiệm cần chọn 2 bạn vào Đội Cờ đỏ và 3 bạn vào Ban chấp hành Chi Đoàn sao cho không có bạn nào kiêm cả hai nhiệm vụ. Hỏi thầy giáo chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn?

Trả lời: 6580080

Lời giải

Chọn 2 bạn trong số 40 bạn vào Đội Cờ đỏ: có C_{40}^2 cách.

Chọn 3 trong số 38 bạn còn lại vào Ban chấp hành Chi đoàn: có C_{38}^3 cách. Theo quy tắc nhân, có

$C_{40}^2 C_{38}^3 = 6580080$ cách chọn thỏa mãn.

Câu 25. Có bao nhiêu cách sắp xếp 4 viên bi đỏ có bán kính khác nhau và 3 viên bi xanh bán kính bán kính giống nhau vào một dãy có 8 ô trống?

Trả lời: 6720

Lời giải

Do 4 bi đỏ có bán kính khác nhau nên ta quan tâm đến thứ tự sắp xếp của chúng. Xếp 4 bi đỏ vào 8 ô trống sẽ có A_8^4 cách.

Sau khi xếp bi đỏ rồi, còn lại : $8 - 4 = 4$ ô trống.

Do 3 bi xanh giống nhau nên ta bỏ qua thứ tự sắp xếp giữa chúng. Đặt 3 bi xanh vào 3 trong 4 ô trống còn lại, ta có C_4^3 cách.

Vậy số cách sắp xếp thỏa mãn là: $A_8^4 \cdot C_4^3 = 6720$ (cách).

Câu 26. Ban văn nghệ lớp 10 A có 7 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Cần chọn ra 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ để ghép thành 5 cặp nam nữ diễn tiết mục thời trang. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thỏa mãn yêu cầu trên?

Trả lời: 317520

Lời giải

Chọn 5 nam sinh từ 7 nam sinh: có C_7^5 cách.

Chọn 5 nữ sinh từ 9 nữ sinh: có C_9^5 cách.

Khi ghép những học sinh được chọn, ta cần làm hai việc liên tiếp:

Cố định một vị trí bất kỳ cho 5 nam sinh: có 1 cách.

Sắp xếp 5 nữ sinh vào 5 vị trí nam sinh được cố định trước đó: có $5!$ cách. Vậy có $C_7^5 \cdot C_9^5 \cdot 1 \cdot 5! = 317520$ cách xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 27. Một đa giác đều có 44 đường chéo, hỏi số cạnh của đa giác đó bằng bao nhiêu?

Trả lời: 11

Lời giải

Hai đỉnh của đa giác n đỉnh ($n \in \mathbb{N}, n \geq 3$) tạo thành một đoạn thẳng

(bao gồm cả cạnh và đường chéo của đa giác đó).

Vậy số đường chéo đa giác là: $C_n^2 - n = 44 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} - n = 44 \Leftrightarrow n(n-1) - 2n = 88 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -8 \end{cases} \Leftrightarrow n = 11$ (vì $n \in \mathbb{N}$).

Câu 28. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 2800 tam giác mà đỉnh của chúng là các điểm nói trên. Tìm n .

Trả lời: 20

Lời giải

Nhận xét: Một tam giác được tạo thành cần 2 điểm thuộc d_1 ; 1 điểm thuộc d_2 và ngược lại. Vì vậy số tam giác có được là: $C_{10}^2 C_n^1 + C_{10}^1 C_n^2$.

Ta có: $C_{10}^2 C_n^1 + C_{10}^1 C_n^2 = 2800 \Leftrightarrow 45n + 5n(n-1) - 2800 = 0 \Leftrightarrow n = 20$.

Câu 29. Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ?

Trả lời: 207900

Lời giải

Ta có $C_3^1 \cdot C_{12}^4$ cách phân công các thanh niên về tỉnh thứ nhất.

Với mỗi cách này thì có $C_2^1 \cdot C_8^4$ cách phân công số thanh niên còn lại về tỉnh thứ hai. Với mỗi cách phân công trên thì có $C_1^1 \cdot C_4^4$ cách phân công số thanh niên còn lại về tỉnh thứ 3.

Do đó ta có: $C_3^1 C_{12}^4 C_2^1 C_8^4 C_1^1 C_4^4 = 207900$ cách phân công thỏa mãn đề bài.

Câu 30. Cho sáu chữ số 4, 5, 6, 7, 8, 9. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số khác nhau lập thành từ sáu chữ số đã cho.

Trả lời: 60

Lời giải

Gọi số cần lập có dạng: $\overline{abc}$.

Chọn c với $c \in \{4; 6; 8\}$: có 3 cách. Chọn $\overline{ab}$: có A_5^2 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $3 \cdot A_5^2 = 60$ số tự nhiên thỏa mãn.

Câu 31. Có bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số, sao cho mỗi số đó, chữ số đứng sau lớn hơn chữ số chữ số đứng trước?

Trả lời: 126

Lời giải

Vì chữ số đầu tiên của số tự nhiên phải khác 0, các chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước nên số 0 không thể xuất hiện trong số tự nhiên cần lập.

Xét dãy các số đã được sắp thứ tự là 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Mỗi cách lấy 5 chữ số từ 9 chữ số này (không thay đổi thứ tự) sẽ cho ra số tự nhiên thỏa mãn đề bài, vậy ta có $C_9^5 = 126$ số tự nhiên thỏa mãn.

Câu 32. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bảy chữ số được chọn từ 1, 2, 3, 4, 5 sao cho chữ số 2 có mặt đúng hai lần, chữ số 3 có mặt đúng ba lần và các chữ số còn lại có mặt không quá một lần?

Trả lời: 1260

Lời giải

Xét bảy ô tương ứng với bảy chữ số của số tự nhiên cần lập.

Chọn hai từ bảy vị trí để đặt chữ số 2 : có C_7^2 (cách).

Chọn ba từ năm vị trí còn lại để đặt chữ số 3: có C_5^3 (cách).

Chọn hai chữ số từ {1; 4; 5} rồi xếp vào hai vị trí cuối: A_3^2 (cách).

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn là $C_7^2 C_5^3 A_3^2 = 1260$.

Câu 33. Tìm tất cả nghiệm thực của phương trình $A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8$.

Trả lời: $S = \{5; 11\}$

Lời giải

Điều kiện: $x \in \mathbb{N}, x \geq 10$.

$$\text{Ta có: } A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8 \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-10)!} + \frac{x!}{(x-9)!} = 9 \cdot \frac{x!}{(x-8)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(x-10)!} + \frac{1}{(x-9)!} = 9 \cdot \frac{1}{(x-8)!} \Leftrightarrow \frac{(x-8)!}{(x-10)!} + \frac{(x-8)!}{(x-9)!} = 9 \cdot \frac{(x-8)!}{(x-8)!}$$

$$\Leftrightarrow (x-8)(x-9) + (x-8) = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x=11 \\ x=5 \end{cases} \text{ (tm).}$$

Vậy tập nghiệm phương trình là $S = \{5; 11\}$.

Câu 34. Giải bất phương trình $2C_{n+1}^2 + 3A_n^2 - 20 < 0$.

Trả lời: $S = \{2\}$

Lời giải

Điều kiện: $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

$$\text{Ta có: } 2C_{n+1}^2 + 3A_n^2 - 20 < 0 \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{(n+1)!}{2!(n-1)!} + 3 \cdot \frac{n!}{(n-2)!} - 20 < 0$$

$$\Leftrightarrow n(n+1) + 3(n-1)n - 20 < 0 \Leftrightarrow 2n^2 - n - 10 < 0 \Leftrightarrow -2 < n < \frac{5}{2}.$$

Vì $n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \Rightarrow n = 2$. Vậy tập nghiệm bất phương trình là $S = \{2\}$.

Câu 35. Giải phương trình $P_x A_x^2 + 72 = 6(A_x^2 + 2P_x)$.

Trả lời: $S = \{3; 4\}$

Lời giải

Điều kiện: $x \in \mathbb{N}, x \geq 2$.

$$\text{Ta có: } P_x A_x^2 + 72 = 6(A_x^2 + 2P_x) \Leftrightarrow A_x^2(P_x - 6) - 12(P_x - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow (P_x - 6)(A_x^2 - 12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P_x = 6 \\ A_x^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x! = 6 \\ x(x-1) = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Do điều kiện, ta loại $x = -3$. Tập nghiệm phương trình là $S = \{3; 4\}$.

Câu 36. Từ tập $X = \{2; 3; 4; 5; 6\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau?

Trả lời: 60

Lời giải

Số các số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập X là số chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử $\Rightarrow$ số các số cần lập là $A_5^3 = 60$ (số).

Câu 37. Từ các số 0, 1, 2, 7, 8, 9 tạo được bao nhiêu số chẵn có 5 chữ số khác nhau?

Trả lời: 312

Lời giải

Gọi $\overline{abcde}$ là số cần tìm.

Nếu $e = 0$, chọn 4 trong 5 số còn lại sắp vào các vị trí a, b, c, d có $A_5^4 = 120$ cách,

Nếu $e \neq 0$, chọn e có 2 cách,

Chọn $a \neq 0$ và $a \neq e$ có 4 cách,

Chọn 3 trong 4 số còn lại sắp vào các vị trí b, c, d có A_4^3 cách.

Như vậy có: $A_5^4 + 2 \cdot 4 \cdot A_4^3 = 312$ số.

Câu 38. Từ các số 0,1,2,7,8,9 tạo được bao nhiêu số lẻ có 5 chữ số khác nhau?

Trả lời: 288

Lời giải

Gọi $\overline{abcde}$ là số cần tìm.

Chọn e có 3 cách,

Chọn $a \neq 0$ và $a \neq e$ có 4 cách,

Chọn 3 trong 4 số còn lại sắp vào b, c, d có A_4^3 cách.

Vậy có $3 \cdot 4 \cdot A_4^3 = 288$ số.

Câu 39. Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó chứa các chữ số 3,4,5 và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và chữ số 5?

Trả lời: 1500

Lời giải

Giả sử mỗi số thỏa mãn yêu cầu bài toán có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$.

Ta thấy các chữ số 3,4,5 luôn đứng cạnh nhau và chữ số 4 đứng giữa hai chữ số còn lại,

Trường hợp 1: $a_2 = 4$, ta có: $2! \cdot A_7^3 = 420$ số.

Trường hợp 2: $a_3 = 4$ hoặc $a_4 = 4$ hoặc $a_5 = 4$ có $3 \cdot 2! \cdot 6 \cdot A_6^2 = 1080$ số.

Vậy có $420 + 1080 = 1500$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ sao cho $a < b < c$.

Trả lời: 20

Lời giải

Ví số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ sao cho $a < b < c$ nên $a, b, c \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Suy ra số các số có dạng $\overline{abc}$ là $C_6^3 = 20$.

Câu 41. Các số tự nhiên có 7 chữ số từ các chữ số 1; 2; 3; 4. Tính xác suất để số lập được thỏa mãn: các chữ số 1; 2; 3 có mặt hai lần, chữ số 4 có mặt 1 lần đồng thời các chữ số lẻ đều nằm ở các vị trí lẻ (tính từ trái qua phải).

Trả lời: $\frac{9}{8192}$

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = 4^7$.

Chọn 2 trong 4 vị trí lẻ cho số 1 có C_4^2 cách, 2 vị trí còn lại cho số 3,

Chọn 1 trong 3 vị trí chẵn cho số 4 có 3 cách, 2 vị trí còn lại cho số 2.

$$\text{Vậy } P = \frac{3 \cdot C_4^2}{4^7} = \frac{9}{8192}.$$

Câu 42. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm tám chữ số sao cho trong mỗi số đó có đúng ba chữ số 1, các chữ số còn lại đôi một khác nhau và hai chữ số chẵn không đứng cạnh nhau?

Trả lời: 2400

Lời giải

Bước 1: ta xếp các số lẻ: có các số lẻ là 1, 1, 1, 3, 5 vậy có $\frac{5!}{3!}$ cách xếp.

Bước 2: ta xếp 3 số chẵn 2, 4, 6 xen kẽ 5 số lẻ trên có 6 vị trí để xếp 3 số vậy có A_6^3 cách xếp.

Vậy có $\frac{5!}{3!} \cdot A_6^3 = 2400$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

Trả lời: 151200

Lời giải

Chọn ra 5 chữ số khác 0 trong 9 chữ số (từ 1 đến 9) và sắp xếp chúng theo thứ tự có A_9^5 cách,

Để hai chữ số 0 không đứng cạnh nhau ta có 6 vị trí để xếp (do 5 chữ số vừa chọn tạo ra 6 vị trí),

Do chữ số 0 không thể xếp ở đầu nên còn 5 vị trí để xếp số 0, Khi đó xếp 3 số 0 vào 5 vị trí nên có C_5^3 cách.

Vậy có $A_9^5 C_5^3 = 151200$ số cần tìm.

Câu 44. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số mà tổng các chữ số trong mỗi số là 3.

Trả lời: 15

Lời giải

Tổng 5 chữ số bằng 3 thì tập hợp các số đó có thể là $\{0;1;2\}, \{1;1;1\}, \{3;0\}$.

TH1: số có 5 chữ số gồm 3 chữ số 0, 1 chữ số 1 và 1 chữ số 2.

Chọn chữ số xếp vào vị trí đầu có 2 cách, xếp chữ số còn lại vào 4 vị trí cuối có 4 cách nên có: $2 \cdot 4 = 8$ (số).

TH2: số có 5 chữ số gồm 3 chữ số 1, 2 chữ số 0 có 6 số.

Xếp số 1 vào vị trí đầu có 1 cách, 2 số 1 còn lại vào 4 vị trí cuối có C_4^2 cách nên có: $C_4^2 = 6$ (số).

TH3: số có 5 chữ số gồm 1 chữ số 3, 4 chữ số 0 có 1 số.

Vậy có $8 + 6 + 1 = 15$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 45. Ngân hàng đề thi gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 8 câu hỏi tự luận khác nhau. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi sao cho mỗi đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau.

Trả lời: $C_{15}^{10} \cdot C_8^4$

Lời giải

Để lập được một đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau ta thực hiện qua 2 giai đoạn.

Giai đoạn 1: Chọn 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau từ 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau có C_{15}^{10} cách chọn.

Giai đoạn 2: Chọn 4 câu hỏi tự luận khác nhau từ 8 câu hỏi tự luận khác nhau có C_8^4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $C_{15}^{10} \cdot C_8^4$ cách lập đề thi.

Câu 46. Từ các chữ số 2,3,4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

Trả lời: 1260

Lời giải

Cách 1: dùng tổ hợp

Chọn vị trí cho 2 chữ số 2 có C_9^2 cách.

Chọn vị trí cho 3 chữ số 3 có C_7^3 cách.

Chọn vị trí cho 4 chữ số 4 có C_4^4 cách.

Vậy số các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán là $C_9^2 C_7^3 C_4^4 = 1260$ số.

Cách 2: dùng hoán vị lặp

Số các số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\frac{9!}{2!3!4!} = 1260$ số.

Câu 47. Có bao nhiêu cách chia một nhóm 6 người thành 4 nhóm nhỏ, trong đó có hai nhóm 2 người và hai nhóm 1 người?

Trả lời: 45

Lời giải

Chọn một nhóm 2 người, có C_6^2 cách chọn.

Chọn nhóm thứ hai có 2 người, có C_4^2 cách chọn.

Hai nhóm còn lại có: 2 cách chia.

Số cách chia 6 người thành 4 nhóm nhỏ, trong đó có hai nhóm 2 người và hai nhóm 1 người là: $\frac{C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot 2}{2 \cdot 2} = 45$

cách. (do trùng ở hai nhóm 2 người và hai nhóm 1 người).

Câu 48. Đội thanh niên xung kích có của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong ba lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

Trả lời: 372

Lời giải

TH1: 4 học sinh được chọn thuộc một lớp:

A: có $C_5^4 = 5$ cách chọn,

B: có $C_4^4 = 1$ cách chọn,

Trường hợp này có: 6 cách chọn.

TH2: 4 học sinh được chọn thuộc hai lớp:

A và B : có $C_9^4 - (C_5^4 + C_4^4) = 120$,

B và C : có $C_9^4 - C_4^4 = 125$,

C và A : có $C_9^4 - C_5^4 = 121$,

Trường hợp này có 366 cách chọn.

Vậy có 372 cách chọn thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 49. Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người gồm 12 nam và 3 nữ.

Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về 3 tỉnh miền núi sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ.

Trả lời: 207900

Lời giải

Tỉnh 1 có: $C_{12}^4 \cdot C_3^1$ (cách).

Với mỗi cách phân công các thanh niên tình nguyện về tỉnh thứ nhất thì: Tỉnh 2 có: $C_8^4 \cdot C_2^1$ (cách).

Với mỗi cách phân công các thanh niên tình nguyện về tỉnh thứ nhất và tỉnh thứ hai thì có: Tỉnh 3 có $C_4^4 \cdot C_1^1$ (cách).

Vậy số cách phân công thỏa mãn yêu cầu bài toán là:

$$C_{12}^4 C_3^1 \cdot C_8^4 C_2^1 \cdot C_4^4 C_1^1 = 207900.$$

Câu 50. Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

Trả lời: 7

Lời giải

Giả sử đa giác có n cạnh ($n \geq 3$). Suy ra: số đường chéo là $C_n^2 - n$,

$$\text{Ta có: } C_n^2 - n = 2n \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 3n \Leftrightarrow n-1 = 6 \Leftrightarrow n = 7.$$

Câu 51. Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ:

Trả lời: 72

Lời giải

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

Nam sắp xếp vào số lẻ: $3!$,

Nữ sắp xếp vào số chẵn: $3!$,

Hai nhóm nam và nữ đổi chỗ (nam vào số chẵn, nữ vào số lẻ): $2!$, Vậy: $3!.3!.2!=72$.

Câu 52. Có bao nhiêu cách chia hết 4 đồ vật khác nhau cho 3 người, biết rằng mỗi người nhận được ít nhất 1 đồ vật.

Trả lời: 36

Lời giải

Có hai người mà mỗi người nhận một đồ vật và một người nhận hai đồ vật, Chọn hai người để mỗi người nhận một đồ vật: có C_3^2 cách chọn,

Chọn hai đồ vật trao cho hai người: có A_4^2 cách chọn,

Hai đồ vật còn lại trao cho người cuối cùng.

Vậy số cách chia là: $C_3^2 \cdot A_4^2 = 36$ cách.

Câu 53. Ông và Bà An cùng có 6 đứa con đang lên máy bay theo một hàng dọc. Có bao nhiêu cách xếp hàng khác nhau nếu ông An hay bà An đứng ở đầu hoặc cuối hàng:

Trả lời: 18720

Lời giải

Ta dùng phản bù.

Sắp 8 người vào 8 vị trí theo hàng dọc có $8!$ cách sắp xếp,

Sắp ông và bà An vào 2 trong 6 vị trí (trừ vị trí đầu và cuối hàng) có A_6^2 cách.

Sắp 6 người con vào 6 vị trí còn lại có $6!$ cách.

Vậy có $8! - A_6^2 \cdot 6! = 18720$ cách sắp xếp.

Câu 54. Trong một giải cờ vua gồm nam và nữ vận động viên. Mỗi vận động viên phải chơi hai ván với mỗi động viên còn lại. Cho biết có 2 vận động viên nữ và cho biết số ván các vận động viên chơi nam chơi với nhau hơn số ván họ chơi với hai vận động viên nữ là 84. Hỏi số ván tất cả các vận động viên đã chơi?

Trả lời: 182

Lời giải

Gọi số vận động viên nam là n ,

Số ván các vận động viên nam chơi với nhau là $2.C_n^2 = n(n-1)$,

Số ván các vận động viên nam chơi với các vận động viên nữ là $2.2.n = 4n$. Vậy ta có $n(n-1) - 4n = 84 \Rightarrow n = 12$.

Vậy số ván các vận động viên chơi là $2C_{14}^2 = 182$.

Câu 55. Cho đa giác đều có n cạnh ($n \geq 4$). Tìm n để đa giác có số đường chéo bằng số cạnh ?

Trả lời: 5

Lời giải

Tổng số đường chéo và cạnh của đa giác là : $C_n^2 \Rightarrow$ Số đường chéo của đa giác là $C_n^2 - n$,

Ta có: Số đường chéo bằng số cạnh

$$\Leftrightarrow C_n^2 - n = n \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 2n \Leftrightarrow n(n-1) = 4n \Leftrightarrow n-1 = 4 \Leftrightarrow n = 5.$$

Câu 56. Trên mặt phẳng có 2017 đường thẳng song song với nhau và 2018 đường thẳng song song khác cùng cắt nhóm 2017 đường thẳng đó. Số hình bình hành nhiều nhất có thể được tạo thành có đỉnh là các giao điểm nói trên bằng

Trả lời: $C_{2017}^2 C_{2018}^2$

Lời giải

Số cách chọn 2 đường thẳng trong 2017 đường thẳng song song với nhau là C_{2017}^2 ,

Số cách chọn 2 đường thẳng trong 2018 đường thẳng song song khác cùng cắt nhóm 2017 đường thẳng đó là C_{2018}^2 ,

Số hình bình hành nhiều nhất có thể được tạo thành có đỉnh là các giao điểm nói trên bằng: $C_{2017}^2 C_{2018}^2$.

Câu 57. Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in N$ và $n \geq 3$. Tìm $\begin{cases} n \in N \\ n \geq 2 \end{cases}$ biết rằng đa giác đã cho có

$$\Leftrightarrow \frac{(n+1)n}{2} > \frac{10}{3} n \frac{n(n-1)}{2} \Leftrightarrow 2 \leq n \leq 5 \text{ đường chéo.}$$

Trả lời: 18

Lời giải

Tìm công thức tính số đường chéo: Số đoạn thẳng tạo bởi n đỉnh là C_n^2 , trong đó có $\begin{cases} n \in N \\ n \geq 2 \end{cases}$ cạnh, suy ra số

$$\text{đường chéo là } \Leftrightarrow (n+1)n(n-1) + \frac{(n+1)n}{2} < 14(n+1) \Leftrightarrow 2n^2 - n - 28 < 0 \Leftrightarrow -\frac{7}{2} < n < 4.$$

Đa giác đã cho có $2 \leq n < 4$ đường chéo nên n .

$$\text{Giải phương trình : } \frac{A_{n+4}^4}{(n+2)!} < \frac{143}{4P_n} \Leftrightarrow (n-1)n - 2n = 270$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 270 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 18(N) \\ n = -15(L) \end{cases} \Leftrightarrow n = 18.$$

Câu 58. Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên đường thẳng d_1 lấy 10 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 15 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 25 vừa nói trên.

$$\text{Trả lời: } C_{10}^2 C_{15}^1 + C_{10}^1 C_{15}^2$$

Lời giải

Số tam giác lập được thuộc vào một trong hai loại sau:

Loại 1: Gồm hai đỉnh thuộc vào d_1 và một đỉnh thuộc vào d_2 .

Số cách chọn bộ hai điểm trong 10 thuộc d_1 : C_{10}^2 ,

Số cách chọn một điểm trong 15 điểm thuộc d_2 : C_{15}^1 ,

Loại này có: $C_{10}^2 \cdot C_{15}^1 = \text{tam giác.}$

Loại 2: Gồm một đỉnh thuộc vào d_1 và hai đỉnh thuộc vào d_2 .

Số cách chọn một điểm trong 10 thuộc $d_1 : C_{10}^1$,

Số cách chọn bộ hai điểm trong 15 điểm thuộc $d_2 : C_{15}^2$,

Loại này có: $C_{10}^1 \cdot C_{15}^2 =$ tam giác.

Vậy có tất cả: $C_{10}^2 C_{15}^1 + C_{10}^1 C_{15}^2$ tam giác thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 59. Nếu $A_x^2 = 110$ tìm x ?

Trả lời: $x = 11$

Lời giải

Điều kiện: $x \in N, x \geq 2$.

$$\text{Ta có: } A_x^2 = 110 \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-2)!} = 110 \Leftrightarrow x(x-1) = 110 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ x = -10 \end{cases}.$$

So sánh điều kiện ta nhận $x = 11$.

Câu 60. Cho $C_n^{n-3} = 1140$. Tính $A = \frac{A_n^6 + A_n^5}{A_n^4}$.

Trả lời: 256

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} n \in N \\ n \geq 6 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } C_n^{n-3} = 1140 \Leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} = 1140 \Leftrightarrow n = 20.$$

$$\text{Khi đó: } A = \frac{n(n-1)\dots(n-5) + n(n-1)\dots(n-4)}{n(n-1)\dots(n-3)} = n - 4 + (n-4)(n-5) = 256.$$

Câu 61. Nghiệm của phương trình $A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8$ là:

Trả lời: $x = 11$.

Lời giải

Điều kiện: $10 \leq x \in N$.

$$\begin{aligned}
A_x^{10} + A_x^9 &= 9A_x^8 \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-10)!} + \frac{x!}{(x-9)!} = 9 \cdot \frac{x!}{(x-8)!} \\
\Leftrightarrow \frac{x!}{(x-10)!} + \frac{x!}{(x-9)(x-10)!} &= 9 \cdot \frac{x!}{(x-8)(x-9)(x-10)!} \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-10)!} \cdot \left(1 + \frac{1}{(x-9)} - \frac{9}{(x-8)(x-9)} \right) = 0 \\
\Leftrightarrow 1 + \frac{1}{(x-9)} - \frac{9}{(x-8)(x-9)} &= 0 \\
\left(\text{do } \frac{x!}{(x-10)!} \neq 0 \right) &\Leftrightarrow x = 11.
\end{aligned}$$

Câu 62. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1)$. Tìm n

Trả lời: $n = 13$

Lời giải

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 2 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } 3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1) \Leftrightarrow 3 \frac{(n+1)!}{3!(n-2)!} - 3 \frac{n!}{(n-2)!} = 52(n-1).$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n+1)n(n-1)}{2} - 3n(n-1) = 52(n-1) \Leftrightarrow (n+1)n - 6n = 104$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 5n - 104 = 0. \Leftrightarrow \begin{cases} n = 13 \text{ (tm)} \\ n = -8 \text{ (l)} \end{cases}. \text{ Vậy } n = 13.$$

Câu 63. Cho các số tự nhiên m, n thỏa mãn đồng thời các điều kiện $C_m^2 = 153$ và $C_m^n = C_m^{n+2}$. Khi đó $m + n$ bằng:

Trả lời: 26

Lời giải

Theo tính chất $C_m^n = C_m^{m-n}$ nên từ $C_m^n = C_m^{n+2}$ suy ra $2n + 2 = m$.

$$C_m^2 = 153 \Leftrightarrow \frac{m(m-1)}{2} = 153 \Rightarrow m = 18. \text{ Do đó } n = 8.$$

Vậy $m + n = 26$.

Câu 64. Tính giá trị $M = A_{n-15}^2 + 3A_{n-14}^3$, biết rằng $C_n^4 = 20C_n^2$ (với n là số nguyên dương, A_n^k là số chỉnh hợp chập k của n phần tử và C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

Trả lời: 78

Lời giải

Điều kiện $n \geq 4, n \in N$, ta có $C_n^4 = 20C_n^2 \Leftrightarrow \frac{n!}{4!(n-4)!} = 20 \frac{n!}{2!(n-2)!}$

$$\Leftrightarrow (n-2)(n-3) = 240 \Rightarrow \begin{cases} n=18 \\ n=-13 \end{cases} \Rightarrow n=18. \text{ Vậy } M = A_3^2 + 3A_4^3 = 78.$$

Câu 65. Tổng của tất cả các số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{1}{C_n^1} - \frac{1}{C_{n+1}^2} = \frac{7}{6C_{n+4}^1}$ là:

Trả lời: 11

Lời giải

Điều kiện: $n \geq 1, n \in N$.

$$\frac{1}{C_n^1} - \frac{1}{C_{n+1}^2} = \frac{7}{6C_{n+4}^1} \Leftrightarrow \frac{1}{\frac{n!}{(n-1)!1!}} - \frac{1}{\frac{(n+1)!}{(n-1)!2!}} = \frac{7}{\frac{6 \cdot (n+4)!}{(n+3)!1!}}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{n} - \frac{2}{n(n+1)} = \frac{7}{6 \cdot (n+4)}$$
$$\Leftrightarrow n^2 - 11n + 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n=3 \\ n=8 \end{cases}.$$

Vậy Tổng của tất cả các số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{1}{C_n^1} - \frac{1}{C_{n+1}^2} = \frac{7}{6C_{n+4}^1}$ là: $3+8=11$.

Câu 66. Tìm số nguyên dương n sao cho: $P_{n-1} \cdot A_{n+4}^4 < 15P_{n+2}$.

Trả lời: $n=3, 4, 5$

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} n \in N \\ n \geq 1 \end{cases}$.

Ta có: $P_{n-1} \cdot A_{n+4}^4 < 15P_{n+2} \Leftrightarrow (n-1)! \frac{(n+4)!}{n!} < 15(n+2)!$

$$\Leftrightarrow \frac{(n+4)(n+3)}{n} < 15 \Leftrightarrow n^2 - 8n + 12 < 0 \Leftrightarrow 2 < n < 6 \Rightarrow n=3, 4, 5.$$

Câu 67. Giải bất phương trình (ẩn n thuộc tập số tự nhiên) $C_{n+2}^{n-1} + C_{n+2}^n > \frac{5}{2}A_n^2$.

Trả lời: $n \geq 2, n \in N$

Lời giải

Với $n \geq 2, n \in N$ ta có:

$$C_{n+2}^{n-1} + C_{n+2}^n > \frac{5}{2} A_n^2 \Leftrightarrow C_{n+3}^n > \frac{5}{2} A_n^2 \Leftrightarrow \frac{(n+3)!}{n!3!} > \frac{5}{2} \frac{n!}{(n-2)!}$$

$$\Leftrightarrow n(n^2 - 9n + 26) + 6 > 0 \text{ luôn đúng với mọi } n \geq 2.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình $n \geq 2, n \in N$.

Câu 68. Giải bất phương trình (ẩn n thuộc tập số tự nhiên) $(n!)^3 C_n^n \cdot C_{2n}^n \cdot C_{3n}^n \leq 720$.

Trả lời: $n = 0, 1, 2$

Lời giải

Điều kiện $n \in N, n \geq 0$.

Với điều kiện đó bất phương trình tương đương:

$$(n!)^3 \frac{(2n)!}{n!n!} \frac{(3n)!}{(2n)!n!} \leq 720 \Leftrightarrow (3n)! \leq 720.$$

Ta thấy $(3n)!$ tăng theo n và mặt khác $6! = 720 \geq (3n)!$

Suy ra bất phương trình có nghiệm $n = 0, 1, 2$.

Câu 69. Giải bất phương trình (ẩn n thuộc tập số tự nhiên) $A_{n+1}^3 + C_{n+1}^{n-1} < 14(n+1)$.

Trả lời: $-\frac{7}{2} < n < 4$

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} n \in N \\ n \geq 2 \end{cases}$.

$$\text{Bpt} \Leftrightarrow (n+1)n(n-1) + \frac{(n+1)n}{2} < 14(n+1) \Leftrightarrow 2n^2 - n - 28 < 0 \Leftrightarrow -\frac{7}{2} < n < 4.$$

Kết hợp điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là: $2 \leq n < 4$.

Câu 70. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 1725 tam giác có các đỉnh là ba trong số các điểm thuộc d_1 và d_2 nói trên. Tìm tổng các chữ số của n .

Trả lời: $n = 15$

Lời giải

Ta thấy: Cứ một điểm bất kì trên đường thẳng d_1 với hai điểm phân biệt trên d_2 hoặc cứ một điểm bất kì trên đường thẳng d_2 với hai điểm phân biệt trên d_1 tạo thành một tam giác,

Vậy tổng số tam giác thỏa mãn đề bài là $10 \cdot C_n^2 + nC_{10}^2 = 1725$

$$\Leftrightarrow 5n(n-1) + 45n - 1725 = 0 \Leftrightarrow 5n^2 + 40n - 1725 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 15 \\ n = -23 \end{cases}. \text{ Vậy } n = 15.$$

Câu 71. Trong không gian cho $2n$ điểm phân biệt ($n > 4, n \in \mathbb{N}$), trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên một mặt phẳng và không có 4 điểm nào ngoài 4 điểm trong n điểm này đồng phẳng. Tìm n sao cho từ $2n$ điểm đã cho tạo ra đúng 201 mặt phẳng phân biệt.

Trả lời: $n = 6$

Lời giải

Số cách chọn 3 điểm trong $2n$ điểm phân biệt đã cho là C_{2n}^3 , Số cách chọn 3 điểm trong n điểm cùng nằm trên một mặt phẳng là C_n^3 , Số mặt phẳng được tạo ra từ $2n$ điểm đã cho là $C_{2n}^3 - C_n^3 + 1$. Như vậy:

$$C_{2n}^3 - C_n^3 + 1 = 201 \Leftrightarrow \frac{2n(2n-1)(2n-2)}{6} - \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 200$$

$$\Leftrightarrow 7n^3 - 9n^2 + 2n - 1200 = 0 \Leftrightarrow (n-6)(7n^2 + 33n + 200) = 0 \Leftrightarrow n = 6.$$

Câu 72. Cho x, y là nghiệm của hệ phương trình, $\begin{cases} A_y^x = 90 - 3C_y^x \\ 3A_y^x = 80 + 10C_y^x \end{cases}$. Tìm x và y ?

Trả lời: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x, y \in N \\ y \geq x \geq 1 \end{cases} \cdot \text{Ta có: } \begin{cases} A_y^x = 90 - 3C_y^x \\ 3A_y^x = 80 + 10C_y^x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_y^x = 60 \\ C_y^x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{y!}{(y-x)!} = 60 \\ \frac{A_y^x}{C_y^x} = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y(y-1)(y-2) = 60 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^3 - 3y^2 + 2y - 60 = 0 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện).}$$

Câu 73. Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2 . Trên d_1 lấy 15 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 10 điểm phân biệt. Tính số tam giác mà có các đỉnh được chọn từ 25 điểm này.

Trả lời: 1725

Lời giải

Một tam giác được tạo nên bởi 3 điểm phân biệt không thẳng hàng.

Trường hợp 1: Tam giác có 2 điểm trên đường thứ nhất và 1 điểm trên đường thứ hai. Trường hợp này có:

$$C_{15}^2 \cdot C_{10}^1 = 1050 \text{ (tam giác)}$$

Trường hợp 2: Tam giác có 2 điểm trên đường thứ hai và 1 điểm trên đường thứ nhất. Trường hợp này có:

$$C_{15}^1 \cdot C_{10}^2 = 675 \text{ (tam giác)}$$

Vậy số tam giác được tạo thành là: $1050 + 675 = 1725$ (tam giác)

Câu 74. Từ các số 0,1,2,3,4,5,6,7,8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số sao cho luôn có mặt 3 số 0,1,2 và ba số này đứng cạnh nhau?

Trả lời: 480

Lời giải

Từ các số 0,1,2,3,4,5,6,7,8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một sao cho luôn có mặt 3 số 0,1,2 và ba số này đứng cạnh nhau?

Kí hiệu số cần lập là abcde.

Chọn 3 vị trí kề nhau từ 5 vị trí có: 3 (cách)

Xếp 3 số 0,1,2 vào từng bộ 3 vị trí kề nhau có: $3! = 6$ (cách)

Chọn 2 số từ 6 số còn lại và xếp vào 2 vị trí còn lại có: $A_6^2 = 30$ (cách)

Theo quy tắc nhân, số chữ số trong trường hợp này là: $3.6.30 = 540$ (số)

Trong số 540 số trên có cả những số có dạng 0 bcde. Lý luận tương tự như trên ta có: $1.2!.A_6^2 = 60$ số loại này.

Vậy số chữ số cần tìm là: $540 - 60 = 480$ (số).

Câu 1: Cho tập M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

- A. A_{10}^8 . B. A_{10}^2 . C. C_{10}^2 . D. 10^2 .

Lời giải

Chọn C

Số tập con gồm 2 phần tử của tập M có 10 phần tử là C_{10}^2 .

Câu 2: Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

- A. A_{30}^3 . B. 3^{30} . C. 10. D. C_{30}^3 .

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn 3 người bất kì trong 30 là: C_{30}^3 .

Câu 3: Có bao nhiêu khả năng có thể xảy ra đối với thứ tự giữa các đội trong một giải bóng có 4 đội bóng tham gia (giả sử rằng không có hai đội nào có điểm trùng nhau).

- A. 4. B. 10. C. 16. D. 24.

Lời giải

Chọn D

Có $4! = 24$ thứ tự.

Câu 4: Số cách sắp xếp 6 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 10 chỗ ngồi là

- A. $6!.4!$. B. $10!$. C. $6!+4!$. D. $6!-4!$.

Lời giải

Chọn B

Có 10 học sinh xếp vào một dãy ghế hàng ngang có 10 chỗ ngồi nên có $10!$ cách.

Câu 5: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

- A. $5!$. B. 9^5 . C. C_9^5 . D. A_9^5 .

Lời giải

Chọn D

Mỗi cách lập số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau là một chỉnh hợp chập 5 của 9 phần tử.

Vậy có tất cả A_9^5 số cần tìm.

Câu 6: Cho tập A có 26 phần tử. Hỏi A có bao nhiêu tập con gồm 6 phần tử?

- A. A_{26}^6 . B. 26. C. P_6 . D. C_{26}^6 .

Lời giải

Chọn D

Mỗi tập con gồm 6 phần tử của tập A là một tổ hợp chập 6 của 26 phần tử. Vậy số tập con của tập A là C_{26}^6 .

Câu 7: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số dạng $\overline{abcde}$ và thỏa mãn $a \leq b < c \leq d \leq e$?

- A. A_9^5 . B. A_{15}^5 . C. C_9^5 . D. C_{12}^5 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $1 \leq a < b+1 < c+1 < d+2 < e+3 \leq 12$.

Với mỗi bộ số $a, b+1, c+1, d+2, e+3$ có 1 số thỏa mãn đề bài.

Vậy có C_{12}^5 số thỏa mãn đề bài.

Câu 8: Có bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; \dots; 9\}$?

- A. C_9^3 . B. 9^3 . C. A_9^3 . D. 3^9 .

Lời giải

Chọn C

Số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; \dots; 9\}$ là A_9^3 .

Câu 9: Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là

- A. 50. B. 100. C. 120. D. 45.

Lời giải

Chọn D

Chọn hai đường thẳng từ 10 đường thẳng phân biệt: $C_{10}^2 = 45$ (cách)

Hai đường thẳng phân biệt có tối đa 1 giao điểm.

Vậy số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là: $45.1 = 45$ (giao điểm).

Câu 10: Có bao nhiêu cách xếp 5 quyển sách Văn khác nhau và 7 quyển sách Toán khác nhau trên một kệ sách dài nếu các quyển sách Văn phải xếp kề nhau?

- A. $12!$. B. $2.5!.7!$. C. $8!.5!$. D. $5!.7!$.

Lời giải

Chọn C

Ta coi 5 quyển sách Văn là một Quyển và xếp Quyển này với 7 quyển sách Toán khác nhau ta có $8!$ cách xếp. Mỗi cách đổi vị trí các quyển sách văn cho nhau thì tương ứng sinh ra một cách xếp mới, mà có $5!$ cách đổi vị trí các quyển sách Văn. Vậy số cách xếp là $8!.5!$.

Câu 11: Cho tập hợp $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Có bao nhiêu tập con của tập A mà nó chứa 0, 1 và không chứa 2?

- A. 32 . B. 7 . C. 8 . D. 16 .

Lời giải

Chọn C

Gọi B là tập con của A thỏa mãn bài toán. Ta có các trường hợp sau

$B = \{0, 1\}$ thì có 1 tập B thỏa mãn bài toán.

$B = \{0, 1, x\}$ với $x \in \{3, 4, 5\}$ thì có 3 tập B thỏa mãn bài toán.

$B = \{0, 1, x, y\}$ với $x, y \in \{3, 4, 5\}$ thì có $C_3^2 = 3$ tập B thỏa mãn bài toán.

$B = \{0, 1, 3, 4, 5\}$ thì có 1 tập B thỏa mãn bài toán.

Vậy có tất cả 8 tập B thỏa mãn bài toán.

Câu 12: Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn?

- A. 60 (cách). B. 120 (cách).

C. 12960 (cách).

D. 90 (cách).

Lời giải

Chọn D

Vì chọn ra 3 người mà yêu cầu phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn nên số giáo viên nữ được chọn chỉ có thể bằng 1 hoặc 2. Ta xét hai trường hợp:

Trường hợp 1: Chọn 1 giáo viên nữ: Có C_3^1 cách. Khi đó:

Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý: Có $C_5^1 \times C_4^1$ cách.

Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^2 cách.

Trường hợp này có $C_3^1(C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2)$ cách chọn.

Trường hợp 2: Chọn 2 giáo viên nữ: Có C_3^2 cách chọn. Khi đó chọn thêm 1 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^1 cách. Trường hợp này có $C_3^2 \times C_4^1$ cách chọn.

Vậy tất cả có $C_3^1(C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2) + C_3^2 \times C_4^1 = 90$ cách chọn.

Câu 13: Có 14 người gồm 8 nam và 6 nữ. Có bao nhiêu cách chọn một tổ 6 người trong đó có nhiều nhất 2 nữ?

A. 1524..

B. 472..

C. 1414..

D. 3003

Lời giải

Chọn C

Ta có các trường hợp sau:

Chọn 6 nam và không có nữ có: $C_8^6 = 28$ (cách)

Chọn 1 nữ và 5 nam: $C_6^1 C_8^5 = 336$ (cách)

Chọn 2 nữ 4 nam có: $C_6^2 C_8^4 = 1050$ (cách)

Theo quy tắc cộng có: $28 + 336 + 1050 = 1414$ cách để chọn một tổ có 6 người trong đó có nhiều nhất 2 nữ.

Câu 14: Tính số cách chọn ra một nhóm 5 người từ 20 người sao cho trong nhóm đó có 1 tổ trưởng, 1 tổ phó và 3 thành viên còn lại có vai trò như nhau.

A. 310080.

B. 930240.

C. 1860480.

D. 15505.

Lời giải

Chọn A

Có 20 cách để chọn 1 tổ trưởng từ 20 người.

Sau khi chọn 1 tổ trưởng thì có 19 cách để chọn 1 tổ phó.

Sau đó có C_{18}^3 cách để chọn 3 thành viên còn lại.

Vậy có $20 \cdot 19 \cdot C_{18}^3 = 310080$ cách chọn một nhóm 5 người thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 15: Cho 10 điểm phân biệt cùng nằm trên một đường tròn, số tam giác tạo thành là

- A. 720. B. 120. C. 82. D. 186.

Lời giải

Chọn B

Vì các điểm đã cho phân biệt và nằm trên một đường tròn nên không có 3 điểm nào thẳng hàng.

Số tam giác được tạo thành là số cách chọn ra 3 trong số 10 điểm đã cho.

Do đó, số tam giác tạo thành bằng $C_{10}^3 = 120$.

Câu 16: Một đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng năm học. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

- A. 98. B. 66. C. 360. D. 32.

Lời giải

Chọn A

Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ của trường có $C_9^5 = 126$ cách.

Ta tính số cách chọn 5 học sinh sao cho không có đủ học sinh của ba lớp.

TH1: Chọn 5 học sinh từ hai lớp A, B có $C_7^5 = 21$ cách.

TH2: Chọn 5 học sinh từ hai lớp A, C có $C_6^5 = 6$ cách.

TH3: Chọn 5 học sinh từ hai lớp B, C có $C_5^5 = 1$ cách.

Do đó có $21 + 6 + 1 = 28$ cách chọn 5 học sinh sao cho không có đủ học sinh của ba lớp.

Vậy có $126 - 28 = 98$ cách chọn 5 học sinh sao cho có đủ học sinh của ba lớp.

Câu 17: Cho tứ diện ABCD. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện ABCD?

- A. 12. B. 4. C. 10. D. 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có mỗi vector khác vector $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là 2 đỉnh trong số 4 đỉnh của tứ diện là một chỉnh hợp chập 2 của 4 phần tử. Vậy số vec tơ khác vecto $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là $A_4^2 = 12$.

Câu 18: Số đường chéo của một lục giác lồi là.

- A. 6. B. 18. C. 9. D. 30.

Lời giải

Chọn C

Số đoạn thẳng tạo bởi hai điểm bất kỳ từ các đỉnh của hình lục giác lồi là $C_6^2 = 15$

Trong số các đoạn thẳng này có 6 đoạn thẳng là cạnh và $15 - 6 = 9$ đoạn thẳng là đường chéo.

Câu 19: Số giao điểm tối đa của 5 đường tròn phân biệt là

- A. 20. B. 22. C. 18. D. 10.

Lời giải

Chọn D

Cứ hai đường tròn phân biệt sẽ có tối đa 2 giao điểm. Do đó số giao điểm tối đa của 5 đường tròn phân biệt là $C_5^2 = 10$.

Câu 20: Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là

- A. 50. B. 100. C. 120. D. 45.

Lời giải

Chọn D

Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là $C_{10}^2 = 45$.

Câu 21: Số tam giác xác định bởi các đỉnh của một đa giác đều 10 cạnh là

- A. 240. B. 120. C. 35. D. 720.

Lời giải

Chọn B

Số tam giác là: $C_{10}^3 = 120$ (tam giác).

Câu 22: Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng.

Số tam giác có 3 điểm đều thuộc P là

- A. 10^3 . B. A_{10}^3 . C. C_{10}^3 . D. A_{10}^7 .

Lời giải

Chọn C

Với 3 điểm phân biệt không thẳng hàng, tạo thành duy nhất 1 tam giác.

Vậy, với 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng, số tam giác tạo thành là C_{10}^3 .

Câu 23: Cho A là tập hợp gồm 20 điểm phân biệt. Số đoạn thẳng có hai đầu mút phân biệt thuộc tập A là

- A. 170. B. 160. C. 190. D. 360.

Lời giải

Chọn C

Số đoạn thẳng là $C_{20}^2 = 190$.

Câu 24: Cho 8 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 8 điểm trên?

- A. 336. B. 56. C. 168. D. 84.

Lời giải

Chọn B

Có $C_8^3 = 56$ tam giá

Câu 25: Cho một hình chóp có đáy là một hình bát giác đều. Hỏi hình chóp có tất cả bao nhiêu mặt?

- A. 10. B. 8. C. 7. D. 9.

Lời giải

Chọn D

Hình chóp có 8 mặt bên và 1 mặt đáy nên có tổng cộng 9 mặt.

Câu 26: Trong mặt phẳng cho tập hợp gồm 25 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp điểm này

- A. 50. B. 300. C. 600. D. 625.

Lời giải

Chọn C

Số vector khác $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối được tạo ra bởi 25 điểm phân biệt là: $A_{25}^2 = 600$ vector

Câu 27: Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 1725 tam giác có các đỉnh là ba trong số các điểm thuộc d_1 và d_2 nói trên. Tìm tổng các chữ số của n .

- A. 3. B. 6. C. 4. D. 5.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy, cứ một điểm bất kì trên đường thẳng d_1 với hai điểm phân biệt trên d_2 hoặc cứ một điểm bất kì trên đường thẳng d_2 với hai điểm phân biệt trên d_1 tạo thành một tam giá

Vậy tổng số tam giác thỏa mãn đề bài là $10.C_n^2 + n.C_{10}^2 = 1725$.

$$\Leftrightarrow 10 \frac{n!}{2.(n-2)!} + 45n = 1725 \Leftrightarrow 5n(n-1) + 45n - 1725 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5n^2 + 40n - 1725 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 15 \\ n = -23 \end{cases}. \text{ Vậy } n = 15.$$

Câu 28: Trong không gian cho lục giác đều $ABCDEF$ và một điểm S không nằm trên mặt phẳng chứa lục giác đã cho. Từ 7 điểm đã cho xác định bao nhiêu mặt phẳng?

- A. 7. B. 16. C. 15. D. 18.

Lời giải

Chọn B

Số mặt phẳng được tạo thành từ 3 trong 7 điểm trên là: C_7^3 .

Do có 6 điểm đồng phẳng nên loại đi các trường hợp mặt phẳng trùng nhau: C_6^3 .

Số mặt phẳng được tạo thành là: $C_7^3 - C_6^3 + 1 = 16$.

Câu 29: Mười hai đường thẳng phân biệt có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm?

- A. 12. B. 66. C. 132. D. 144.

Lời giải

Chọn B

Để số giao điểm của mười hai đường thẳng này là nhiều nhất thì trong mười hai đường thẳng này không có 3 đường thẳng nào đồng qui và cứ 2 đường thẳng bất kì thì cắt nhau. Khi đó số giao điểm của 12 đường thẳng này sẽ bằng số cách chọn 2 đường thẳng trong 12 đường thẳng, tức là số tổ hợp chập 2 của 12 là $C_{12}^2 = 66$.

Câu 30: Cho tập A gồm n điểm phân biệt trên mặt phẳng sao cho không có 3 điểm nào thẳng hàng. Tìm n sao cho số tam giác có 3 đỉnh lấy từ 3 điểm thuộc A gấp đôi số đoạn thẳng được nối từ 2 điểm thuộc A .

- A.** $n = 6$. **B.** $n = 12$. **C.** $n = 8$. **D.** $n = 15$.

Lời giải

Chọn C

Theo đề bài: $C_n^3 = 2C_n^2$ (1) (với $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$)

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} = 2 \frac{n!}{2!(n-2)!} \Leftrightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{n-2} \Leftrightarrow n = 8.$$

Câu 31: Một đa giác đều có đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

- A.** 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Giả sử đa giác lồi có n cạnh ($n \in \mathbb{N}, n \geq 3$). Khi đó đa giác lồi có n đỉnh.

Số đường chéo của đa giác lồi n cạnh: $C_n^2 - n$.

$$\text{Theo giả thiết ta có: } C_n^2 - n = 2n \Leftrightarrow C_n^2 = 3n \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} = 3n \Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \cdot 2!} = 3n$$

$$\Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 3n \Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \\ n - 1 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 0(l) \\ n = 7(n) \end{cases}.$$

Vậy đa giác có 7 cạnh thì số đường chéo gấp đôi số cạnh.

Câu 32: Cho n điểm phân biệt. Xét tất cả các vectơ khác vectơ-không, có điểm đầu và điểm cuối là các điểm đã cho. Số vectơ thoả mãn là

- A.** n . **B.** $n - 1$. **C.** $\frac{n(n-1)}{2}$. **D.** $n(n-1)$.

Lời giải

Chọn D

Mỗi véc tơ khác vector-không là một chỉnh hợp chập 2 của n điểm đã cho.

$$\Rightarrow \text{Số vector thoả mãn là } A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{(n-2)!(n-1)n}{(n-2)!} = n(n-1)$$

Câu 33: $\triangle ABC$ có một góc bằng 120° khi và chỉ khi $HAB = HAC = 60^\circ \Leftrightarrow HB = AH \cdot \tan HAB$

$$\Leftrightarrow \sqrt{-m} = m^2 \sqrt{3} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$$
 Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 lấy 5 điểm

phân biệt, trên d_2 lấy 7 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó được lấy từ các điểm trên hai đường thẳng d_1 và d_2 .

- A. 220. B. 175. C. 1320. D. 7350.

Lời giải

Chọn B

TH1: Hai đỉnh thuộc d_1 và một đỉnh thuộc d_2 : Có $C_5^2 C_7^1$ tam giác.

TH2: Hai đỉnh thuộc d_2 và một đỉnh thuộc d_1 : Có $C_7^2 C_5^1$ tam giác.

Vậy số tam giác được tạo thành là $C_5^2 C_7^1 + C_7^2 C_5^1 = 175$.

Câu 34: Cho 2 đường thẳng a và b song song với nhau. Trên đường thẳng a ta chọn 10 điểm phân biệt và trên đường thẳng b ta chọn 11 điểm phân biệt. Có bao nhiêu hình thang được tạo thành từ các điểm đã chọn ở trên?

- A. 2475. B. 2512. C. 304. D. 406.

Lời giải

Chọn A

Chọn 2 điểm phân biệt trên a và 2 điểm phân biệt trên b .

Ta có $C_{10}^2 C_{11}^2 = 2475$ hình thang được tạo thành từ các điểm đã cho theo giả thiết.

Câu 35: Cho hai đường thẳng chéo nhau trong không gian. Trên mỗi đường thẳng có 7 điểm phân biệt. Hỏi có thể lập được bao nhiêu tứ diện có các đỉnh được lấy từ các điểm đã cho?

- A. 490. B. 840. C. 1001. D. 441.

Lời giải

Chọn D

Để lập được một tứ diện cần bốn điểm không đồng phẳng và trong đó không có bất kì ba điểm nào thẳng hàng.

Vì vậy theo yêu cầu bài toán, ta cứ lấy 2 điểm phân biệt trên đường thẳng thứ nhất và 2 điểm phân biệt trên đường thẳng thứ hai thì sẽ tạo được 1 hình tứ diện.

Vậy có thể lập được số tứ diện có các đỉnh được lấy từ các điểm đã cho là $C_7^2.C_7^2 = 441$.

Câu 36: Tìm số đỉnh một đa giác lồi biết rằng số đường chéo của đa giác đó nằm trong khoảng từ 80 đến 100.

A. 18.

B. 14.

C. 17.

D. 15.

Lời giải

Chọn D

Gọi đa giác lồi có n đỉnh, khi đó đa giác lồi có số đường chéo là $C_n^2 - n, (n \geq 4, n \in \mathbb{N})$

Theo giả thiết ta có $80 < C_n^2 - n < 100 \Leftrightarrow 80 < \frac{n!}{2!(n-2)!} - n < 100 \Leftrightarrow 80 < \frac{n^2 - n}{2} - n < 100$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n^2 - 3n - 160 > 0 \\ n^2 - 3n - 200 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n < \frac{3 - \sqrt{649}}{2}; n > \frac{3 + \sqrt{649}}{2} \\ \frac{3 - \sqrt{809}}{2} < n < \frac{3 + \sqrt{809}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3 + \sqrt{649}}{2} < n < \frac{3 + \sqrt{809}}{2}.$$

Kết hợp với điều kiện ta có $n = 15$.

Câu 37: Tập nghiệm của phương trình $A_x^2 = 0$ là

A. $\{2\}$.

B. $\{0, 1\}$.

C. $\emptyset$.

D. $\{2, 3\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A_x^2 = 0 \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-2)!} = 0$. Phương trình vô nghiệm.

Câu 38: $C_n^3 = 10$ thì n có giá trị là

A. 6.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $C_5^3 = 10$.

Câu 39: Gọi n_1, n_2 là hai nghiệm của phương trình $\frac{1}{C_n^1} - \frac{1}{C_{n+1}^2} = \frac{7}{6.C_{n+4}^1}$. Khi đó $n_1^2 + n_2^2$ bằng

A. 85.

B. 64.

C. 80.

D. 73.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases} n \geq 1 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$ Ta có:

$$\frac{1}{C_n^1} - \frac{1}{C_{n+1}^2} = \frac{7}{6.C_{n+4}^1}.$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{n} - \frac{1}{\frac{(n+1).n}{2}} = \frac{7}{6.(n+4)}.$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{n} - \frac{2}{n(n+1)} = \frac{7}{6(n+4)}.$$

$$\Leftrightarrow 6(n+1)(n+4) - 12(n+4) = 7n(n+1).$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 11n + 24 = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 8 \\ n = 3 \end{cases} (TM).$$

Vậy $n_1^2 + n_2^2 = 8^2 + 3^2 = 73$.

Câu 40: Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $A_n^2.C_n^{n-1} = 100$.

A. $n = 6$.

B. $n = 4$.

C. $n = 3$.

D. $n = 5$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

$$\text{Ta có } A_n^2 \cdot C_n^{n-1} = 100 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} \cdot \frac{n!}{(n-1)! \cdot 1!} = 100 \quad (n \in \mathbb{N}, n \geq 2)$$

$$\Leftrightarrow n(n-1)n = 100 \Leftrightarrow n^3 - n^2 - 100 = 0 \Leftrightarrow n = 5 \text{ (TM)}.$$

Cách 2: Dùng máy tính: Trước hết ta có $C_n^{n-1} = C_n^1$

Nhập vào máy tính: (XP2)(XC1)–100

Bấm CALC thay X bằng các phương án, ta được B là đáp án.

Câu 41: Cho $n \in \mathbb{N}^*$ thỏa mãn $C_n^5 = 2002$. Tính A_n^5 .

- A. 240240. B. 10010. C. 40040. D. 2007.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $A_n^5 = C_n^5 \cdot 5! = 240240$.

Câu 42: Cho n là số nguyên dương và $C_n^5 = 792$. Tính A_n^5 .

- A. 95400. B. 3960. C. 95040. D. 95004.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $n \in \mathbb{N}, n \geq 5$.

$$C_n^5 = 792 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-5)!5!} = 792 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-5)!} = 95040 \Leftrightarrow A_n^5 = 95040.$$

Cách 2: Áp dụng công thức $A_n^k = C_n^k \cdot k!$, ta có: $A_n^5 = C_n^5 \cdot 5! = 792 \cdot 5! = 95040$.

Câu 43: Gọi n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^0 + 4C_n^1 - C_n^2 = 1$. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. $n = 15$. B. $n \in (5; 8)$. C. $n \in (8; 12)$. D. $n \in (12; 15)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$C_n^0 + 4C_n^1 - C_n^2 = 1 (n \geq 2, n \in \mathbb{N})$$

$$\Leftrightarrow 1 + 4n - \frac{n!}{2!(n-2)!} = 1$$

$$\Leftrightarrow 1 + 4n - \frac{n(n-1)}{2} = 1$$

$$\Leftrightarrow -n^2 + 9n = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \text{ (l)} \\ n = 9 \text{ (tm)} \end{cases}.$$

Vậy $n = 9$.

Câu 44: Tính tổng tất cả các nghiệm của bất phương trình $C_{n-1}^4 - C_{n-1}^3 - \frac{5}{4}A_{n-2}^2 < 0$.

A. 56.

B. 45.

C. 40.

D. 51.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $n \in \mathbb{N}, n \geq 5$.

$$C_{n-1}^4 - C_{n-1}^3 - \frac{5}{4}A_{n-2}^2 < 0 \Leftrightarrow \frac{(n-1)!}{4! \cdot (n-5)!} - \frac{(n-1)!}{3! \cdot (n-4)!} - \frac{5}{4} \cdot \frac{(n-2)!}{(n-4)!} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n-2)!}{(n-5)!} \cdot \left[\frac{n-1}{4!} - \frac{n-1}{3! \cdot (n-4)} - \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{(n-4)} \right] < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{n-1}{4!} - \frac{n-1}{3! \cdot (n-4)} - \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{(n-4)} < 0.$$

$$\Leftrightarrow \frac{n-1}{4!} - \frac{n-1}{3! \cdot (n-4)} - \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{(n-4)} < 0.$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 9n - 22 < 0$$

$$\Leftrightarrow -2 < n < 11.$$

Đối chiếu điều kiện $n \in \mathbb{N}, n \geq 5$ suy ra $n \in \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm của bất phương trình là $S = 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 45$.

Câu 45: Nghiệm của phương trình $A_n^3 = 20n$ là

- A.** $n = 5$. **B.** $n = 6$. **C.** $n = 8$. **D.** $n = 9$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 3 \end{cases} (*)$.

Áp dụng công thức $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Biến đổi $A_n^3 = 20n \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} = 20n \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) = 20n$.

$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 6(t/m) \\ n = -3(l) \end{cases}$.

Câu 46: Tính giá trị $M = A_{n-15}^2 + 3A_{n-14}^3$, biết rằng $C_n^4 = 20C_n^2$ (với n là số nguyên dương, A_n^k là số chỉnh hợp chập k của n phần tử và C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

- A.** $M = 84$. **B.** $M = 78$. **C.** $M = 18$. **D.** $M = 96$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $n \geq 4$, $n \in \mathbb{N}$, ta có $C_n^4 = 20C_n^2 \Leftrightarrow \frac{n!}{4!(n-4)!} = 20 \frac{n!}{2!(n-2)!}$

$\Leftrightarrow (n-2)(n-3) = 240 \Rightarrow \begin{cases} n = 18 \\ n = -13 \end{cases} \Rightarrow n = 18$. Vậy $M = A_3^2 + 3A_4^3 = 78$.

Câu 47: Có bao nhiêu số tự nhiên n thỏa mãn đẳng thức $2P_n + 6A_n^2 - P_n A_n^2 = 12$ là

- A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} n \geq 2 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$.

$$2P_n + 6A_n^2 - P_n A_n^2 = 12 \Leftrightarrow (P_n - 6)(2 - A_n^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P_n = 6 \\ A_n^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = -1, \text{ kết hợp điều kiện ta có kết quả} \\ n = 2 \end{cases}$$

$$n = 2; n = 3.$$

Câu 48: Tính tổng S các nghiệm của phương trình $C_n^3 + C_n^4 = \frac{5}{3}C_n^5$ (với $n \in \mathbb{N}^*$).

A. $S = 9$. **B.** $S = 6$. **C.** $S = 4$. **D.** $S = 10$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{ĐK: } n \in \mathbb{N}^*, n \geq 5$$

$$C_n^3 + C_n^4 = \frac{5}{3}C_n^5 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!} = \frac{5}{3} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!}$$

$$\Leftrightarrow 12 + 3n - 3 = n^2 - 7n + 12 \Leftrightarrow n^2 - 10n + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 1 \\ n = 9 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta nhận được nghiệm duy nhất là $n = 9$. Vậy $S = 9$