

MỤC LỤC

◆CHƯƠNG 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC-PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC.....	2
▶BÀI ①. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC LƯỢNG GIÁC	2
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức.....	2
Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản.....	4
♦Dạng ①: Góc lượng giác.....	4
♦Dạng ②: Giá trị lượng giác của góc lượng giác.....	7
♦Dạng ③: Áp dụng tính chất của giá trị lượng giác.....	10
♦Dạng ④: Ứng dụng.....	12
Ⓒ. Dạng toán rèn luyện.....	13
♦Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	13
♦Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	26
♦Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	54

A. Tóm tắt kiến thức

1. Quan hệ giữa hai đơn vị đo góc: độ và radian

- ✓ $180^\circ = \pi rad$
- ✓ $1rad = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \approx 57^\circ 17' 45''$ và $1^\circ = \left(\frac{\pi}{180}\right) rad \approx 0,0175 rad$.

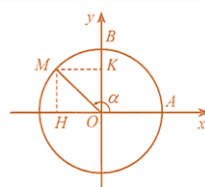
2. Góc lượng giác và số đo của chúng

- ✓ Cho hai tia Ou, Ov . Nếu tia Om quay chỉ theo chiều dương (hay chỉ theo chiều âm) xuất phát từ tia Ou đến trùng với tia Ov thì ta nói: Tia Om quét một góc lượng giác với tia đầu Ou và tia cuối Ov , kí hiệu là (Ou, Ov) . Mỗi góc lượng giác gốc O được xác định bởi tia đầu Ou , tia cuối Ov và số đo của góc đó.
- ✓ Nếu một góc lượng giác có số đo α^0 (hay α radian) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối với góc lượng giác đó có số đo dạng: $\alpha^0 + k360^\circ$ (hay $\alpha + k2\pi$), với k là số nguyên, mỗi góc ứng với một giá trị của k .
- ✓ Hệ thức Chasles

Với ba tia tùy ý Ou, Ov, Ow , ta có: $(Ou, Ov) + (Ov, Ow) = (Ou, Ow) + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

3. Giá trị lượng giác của góc lượng giác

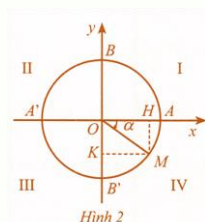
- ✓ Trong mặt phẳng tọa độ đã được định hướng Oxy , lấy điểm $A(1;0)$. Đường tròn tâm O , bán kính $OA=1$ được gọi là đường tròn lượng giác gốc A .
- ✓ Định nghĩa: Với mỗi góc lượng giác α , lấy điểm M trên đường tròn lượng giác sao cho $(OA, OM) = \alpha$ (Hình 1).



Hình 1

- ✓ Giả sử M có tọa độ $(x; y)$. Ta có: $\cos \alpha = x; \sin \alpha = y$
- ✓ $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{y}{x} (\cos \alpha = x \neq 0); \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{x}{y} (\sin \alpha = y \neq 0)$.

Chú ý: Dấu của các giá trị lượng giác của góc $\alpha = (OA, OM)$ phụ thuộc vào vị trí điểm M trên đường tròn lượng giác (Hình 2).



Hình 2

 Bảng xác định dấu của các giá trị lượng giác như sau:

Góc phần tư Giá trị lượng giác	I	II	III	IV
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\tan \alpha$	+	-	+	-
$\cot \alpha$	+	-	+	-

Tính chất

- ✓ $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ với mọi α ;
- ✓ $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ với $\cos \alpha \neq 0, \sin \alpha \neq 0$;
- ✓ $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ với $\cos \alpha \neq 0$
- ✓ $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ với $\sin \alpha \neq 0$.

4. Giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt

 Hai góc đối nhau (α và $-\alpha$) :

- $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$
- $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$
- $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$
- $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$.

 Hai góc hơn kém nhau π (α và $\alpha + \pi$):

- $\sin(\alpha + \pi) = -\sin \alpha$
- $\cos(\alpha + \pi) = -\cos \alpha$
- $\tan(\alpha + \pi) = \tan \alpha$
- $\cot(\alpha + \pi) = \cot \alpha$.

 Hai góc bù nhau (α và $\pi - \alpha$) :

- $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$
- $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$
- $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$
- $\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$

 Hai góc phụ nhau (α và $\frac{\pi}{2} - \alpha$) :

- $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$
- $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$
- $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$

♦ **Dạng 1: Góc lượng giác**

 Các ví dụ minh họa

Câu 1:

a) Gọi M_1, M_2, M_3, M_4 là các điểm trên đường tròn lượng giác sao cho số đo của các góc lượng giác $(OA, OM_1), (OA, OM_2), (OA, OM_3), (OA, OM_4)$ lần lượt bằng $\frac{\pi}{3}; -\frac{11\pi}{3}; \frac{10\pi}{3}; \frac{31\pi}{3}$. Có nhận xét gì về vị trí các điểm M_1, M_2, M_3, M_4 ?

b) Gọi M, N, P là các điểm trên đường tròn lượng giác sao cho số đo của các góc lượng giác $(OA, OM), (OA, ON), (OA, OP)$ lần lượt bằng $\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}$. Chứng minh rằng tam giác MNP là tam giác đều.

Lời giải

a) Ta có: $-\frac{11\pi}{3} = \frac{\pi}{3} - 4\pi = \frac{\pi}{3} - 2.2\pi; \frac{31\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 10\pi = \frac{\pi}{3} + 5.2\pi$. Vậy ba điểm M_1, M_2, M_4 trùng nhau.

Ta có: $\frac{10\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = 3\pi = \pi + 2\pi$. Vậy điểm M_3 đối xứng với điểm M_1 qua gốc O .

b) Trên đường tròn lượng giác, đi theo chiều dương từ vị trí A , thứ tự các điểm lần lượt là M, N, P và $MON = NOP = POM = \frac{2\pi}{3}$. Ngoài ra ta có $OM = ON = OP$.

Suy ra $MN = NP = PM$. Vậy tam giác MNP là tam giác đều.

Câu 2:

a) Đổi từ độ sang radian các số đo sau: $30^\circ; 80^\circ 30'$.

b) Đổi từ radian sang độ các số đo sau: $\frac{5\pi}{8}; 3,75$.

Lời giải

a) Ta có: $30^\circ = 30 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{6}; 80^\circ 30' = \left(80 + \frac{30}{60}\right) \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{161\pi}{360}$.

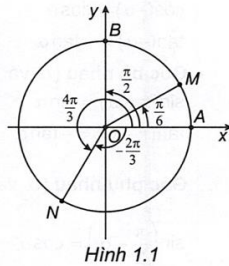
b) Ta có: $\frac{5\pi}{8} = \frac{5\pi}{8} \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ = 112,5^\circ;$

$3,75 = 3,75 \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ = \left(\frac{675}{\pi}\right)^\circ \approx 214,9^\circ.$

- Câu 3:**
- Xác định điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng $\frac{\pi}{6}$.
 - Xác định điểm B trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng $\frac{\pi}{2}$.
 - Xác định điểm N trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng $-\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải

Để xác định điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác α , ta thực hiện như sau: Chọn điểm $A(1;0)$ làm điểm đầu của cung tròn. Xác định điểm cuối M của cung tròn theo chiều ngược chiều kim đồng hồ nếu α dương, hay theo chiều kim đồng hồ nếu α âm, sao cho góc $AOM = \alpha$.



Hình 1.1

Điểm M, N và B được xác định trong Hình 1.1.

Câu 4: Biểu diễn các góc lượng giác sau trên đường tròn lượng giác:

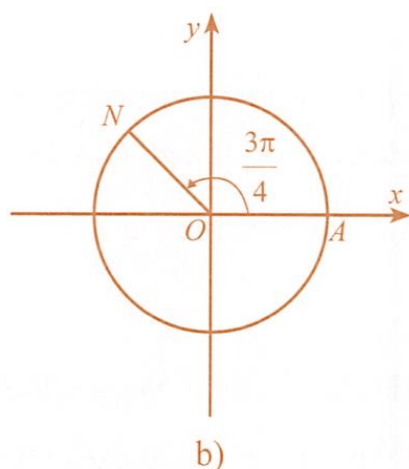
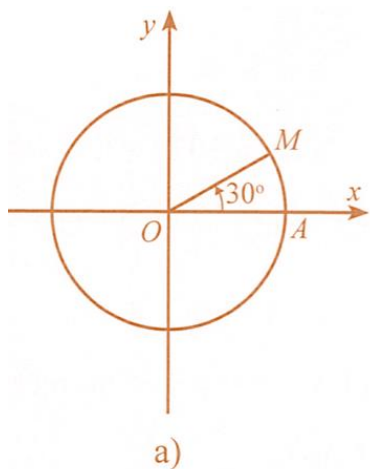
- 750° ;
- $-\frac{29\pi}{4}$.

Lời giải

a) Ta có $750^\circ = 30^\circ + 2 \cdot 360^\circ$. Vậy điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo 750° là điểm M trên phần đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ I sao cho $AOM = 30^\circ$ (Hình a).

b) Ta có $-\frac{29\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + (-4) \cdot 2\pi$. Vậy điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo $-\frac{29\pi}{4}$ là điểm

N trên phần đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ II sao cho $AON = \frac{3\pi}{4}$ (Hình b).



Câu 5: Cho góc lượng giác có số đo bằng $\frac{4\pi}{3}$.

- Xác định điểm N trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác đã cho.
- Tính các giá trị lượng giác của góc lượng giác đã cho.

Lời giải

a) Điểm N trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo $\frac{4\pi}{3}$ được xác định như trong Hình 1.1.

b) Từ đường tròn lượng giác và định nghĩa của các giá trị lượng giác, ta có

$$\cos \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2}; \sin \frac{4\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \tan \frac{4\pi}{3} = \sqrt{3}; \cot \frac{4\pi}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Câu 6:

- Đổi số đo của góc 80° và góc 150° sang đơn vị radian.
- Đổi số đo của góc $\frac{3\pi}{5} \text{ rad}$ và góc $-\frac{7\pi}{20} \text{ rad}$ sang đơn vị độ.

Lời giải

$$a) 80^\circ = \frac{80\pi}{180} = \frac{4\pi}{9} \quad 150^\circ = \frac{150\pi}{180} = \frac{5\pi}{6}.$$

$$b) \frac{3\pi}{5} \text{ rad} = \left(\frac{3\pi}{5} \cdot \frac{180}{\pi} \right)^\circ = 108^\circ; -\frac{7\pi}{20} \text{ rad} = \left(-\frac{7\pi}{20} \cdot \frac{180}{\pi} \right)^\circ = -63^\circ.$$

Câu 7: Xác định số đo của các góc lượng giác được biểu diễn trong mỗi hình dưới đây.

a) $\angle xAy = 102^\circ$;	b) $\angle zBt = \frac{\pi}{5}$.

Lời giải

Số đo của góc lượng giác (Ax, Ay) trong Hình bằng $102^\circ + 360^\circ = 462^\circ$.

Số đo của góc lượng giác (Bt, Bz) trong Hình bằng $-\frac{\pi}{5} - 2.2\pi = -\frac{21\pi}{5}$.

Câu 8:

a) Hãy tìm số đo α của góc lượng giác (Oa, Ob) , với $0 \leq \alpha < 2\pi$, biết một góc lượng giác cùng tia đầu Oa và tia cuối Ob có số đo là $\frac{25\pi}{6}$.

b) Hãy tìm số đo a° của góc lượng giác (Om, On) , với $0 \leq a < 360$, biết một góc lượng giác cùng tia đầu Om và tia cuối On có số đo là -875° .

Lời giải

a) Số đo α của các góc lượng giác bất kì có cùng tia đầu Oa và tia cuối Ob sai khác nhau một bội nguyên của 2π nên có dạng là $\alpha = \frac{25\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Ta có $0 \leq \alpha < 2\pi$, suy ra $-\frac{25\pi}{6} \leq k2\pi < 2\pi - \frac{25\pi}{6}$, suy ra $-\frac{25}{12} \leq k < -\frac{13}{12}$.

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = -2$. Vậy $\alpha = \frac{25\pi}{6} + (-2) \cdot 2\pi = \frac{\pi}{6}$.

b) Số đo a° của các góc lượng giác có cùng tia đầu Om và tia cuối On sai khác nhau một bội nguyên của 360° nên có dạng là $a^\circ = -875^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Ta có $0 \leq a < 360$, suy ra $875 \leq k360 < 360 + 875$, suy ra $\frac{175}{72} \leq k < \frac{247}{72}$. Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 3$.

Vậy $a^\circ = -875^\circ + 3 \cdot 360^\circ = 205^\circ$.

♦ Dạng ②: Giá trị lượng giác của góc lượng giác

Các ví dụ minh họa

Câu 9: Tính các giá trị lượng giác của góc α , nếu:

a) $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$;

b) $\cos \alpha = -0,7$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

c) $\tan \alpha = 2$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

d) $\cot \alpha = \frac{7}{3}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Lời giải

a) Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$.

Vì $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên $\cos \alpha > 0$. Do đó $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Suy ra $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ và $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = 2\sqrt{2}$.

b) Ta có $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - (-0,7)^2 = \frac{51}{100}$.

Vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên $\sin \alpha < 0$. Do đó $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{51}}{10}$.

Suy ra $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{\sqrt{51}}{10}}{-0,7} = \frac{\sqrt{51}}{7}$ và $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{7\sqrt{51}}{51}$.

c) Ta có $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{2}$; $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + 2^2 = 5$.

Suy ra $\cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$. Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\cos \alpha > 0$. Do đó $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Suy ra $\sin \alpha = \tan \alpha \cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

d) Ta có $\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} = \frac{3}{7}$; $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + \left(\frac{7}{3}\right)^2 = \frac{58}{9}$.

Suy ra $\sin^2 \alpha = \frac{9}{58}$. Vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên $\sin \alpha < 0$. Do đó $\sin \alpha = -\frac{3\sqrt{58}}{58}$.

Suy ra $\cos \alpha = \cot \alpha \sin \alpha = \frac{7}{3} \cdot \left(-\frac{3\sqrt{58}}{58}\right) = -\frac{7\sqrt{58}}{58}$.

Câu 10:

a) Biểu diễn $\sin\left(-\frac{29\pi}{3}\right)$ qua giá trị lượng giác của góc có số đo từ 0 đến $\frac{\pi}{4}$;

b) Biểu diễn $\tan 973^\circ$ qua giá trị lượng giác của góc có số đo từ 0° đến 45° .

Lời giải

a) $\sin\left(-\frac{29\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{29\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{5\pi}{3} + 8\pi\right) = -\sin\left(\frac{2\pi}{3} + \pi\right) = \sin \frac{2\pi}{3}$
 $= \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{6}$.

b) $\tan 973^\circ = \tan(73^\circ + 5.180^\circ) = \tan 73^\circ = \tan(90^\circ - 17^\circ) = \cot 17^\circ$.

Câu 11: Tính các giá trị lượng giác của mỗi góc sau:

a) $\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

b) $\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

a) $\sin\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \cos\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2};$

$\tan\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}; \cot\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \cot\frac{\pi}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$

b) $\tan\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right)$ không xác định; $\cot\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = \cot\frac{\pi}{2} = 0.$

- Với $k = 2l (l \in \mathbb{Z})$:

$\sin\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + l2\pi\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1; \cos\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + l2\pi\right) = \cos\frac{\pi}{2} = 0;$

- Với $k = 2l + 1 (l \in \mathbb{Z})$:

$\sin\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi + l2\pi\right) = \sin\frac{3\pi}{2} = -1$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \pi + l2\pi\right) = \cos\frac{3\pi}{2} = 0$

Câu 12: Tính các giá trị lượng giác của góc α , biết $\sin\alpha = \frac{2}{7}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Lời giải. Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos\alpha < 0$. Mặt khác, từ $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, suy ra

$$\cos\alpha = -\sqrt{1 - \sin^2\alpha} = -\sqrt{1 - \frac{4}{49}} = -\frac{\sqrt{45}}{7} = -\frac{3\sqrt{5}}{7}.$$

Do đó, $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{2}{7}}{-\frac{3\sqrt{5}}{7}} = -\frac{2}{3\sqrt{5}}$ và $\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} = -\frac{1}{\frac{2}{3\sqrt{5}}} = -\frac{3\sqrt{5}}{2}.$

Chú ý. Khi tính giá trị của một góc lượng giác thuộc một miền cho trước, cần xét dấu của giá trị lượng giác trong miền đã cho. Sau đó, sử dụng các công thức lượng giác cơ bản để tính các giá trị lượng giác còn lại.

Câu 13: Bằng cách sử dụng giá trị lượng giác của các góc liên quan đặc biệt, hãy tính:

a) $\cos\frac{-15\pi}{4}$

b) $\cot(-675^\circ);$

c) $\sin \frac{11\pi}{3}$

Lời giải

Ta có:

a) $\cos \frac{-15\pi}{4} = \cos \frac{15\pi}{4} = \cos \left(3\pi + \frac{3\pi}{4} \right) = -\cos \frac{3\pi}{4} = \cos \left(\pi - \frac{3\pi}{4} \right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

b) $\cot(-675^\circ) = \cot(45^\circ - 720^\circ) = \cot 45^\circ = 1.$

c) $\sin \frac{11\pi}{3} = \sin \left(3\pi + \frac{2\pi}{3} \right) = -\sin \frac{2\pi}{3} = -\sin \left(\pi - \frac{2\pi}{3} \right) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$

♦Dạng ●: Áp dụng tính chất của giá trị lượng giác

Các ví dụ minh họa

Câu 14: Chứng minh các đẳng thức lượng giác sau:

a) $\frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = 1 - \sin \alpha \cos \alpha;$

b) $\frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} + \frac{1 + \cot \alpha}{1 - \cot \alpha} = 0.$

Lời giải

a) $\frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)(\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha + \cos \alpha}$
 $= \sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 1 - \sin \alpha \cos \alpha.$

b)

$$\begin{aligned} \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} + \frac{1 + \cot \alpha}{1 - \cot \alpha} &= \frac{\tan \alpha \cot \alpha + \tan \alpha}{\tan \alpha \cot \alpha - \tan \alpha} + \frac{1 + \cot \alpha}{1 - \cot \alpha} \\ &= \frac{\tan \alpha (\cot \alpha + 1)}{\tan \alpha (\cot \alpha - 1)} + \frac{1 + \cot \alpha}{1 - \cot \alpha} = \frac{\cot \alpha + 1}{\cot \alpha - 1} - \frac{1 + \cot \alpha}{\cot \alpha - 1} = 0. \end{aligned}$$

Câu 15: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sin^2(3\pi - \alpha) + \sin^2 \left(\alpha + \frac{5\pi}{2} \right)$

b) $\left[1 + \tan^2(-\alpha + 11\pi) \right] \cdot \sin^2 \left(\alpha - \frac{3\pi}{2} \right).$

Lời giải

a) Ta có: $\sin(3\pi - \alpha) = \sin(\pi - \alpha + 2\pi) = \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha;$

$$\sin \left(\alpha + \frac{5\pi}{2} \right) = \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{2} + 2\pi \right) = \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) = \cos(-\alpha) = \cos \alpha.$$

Suy ra $\sin^2(3\pi - \alpha) + \sin^2 \left(\alpha + \frac{5\pi}{2} \right) = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$

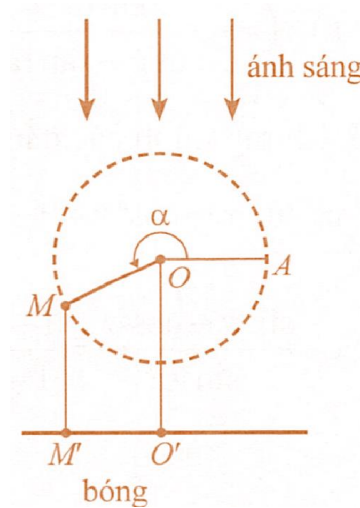
b) Ta có: $\tan(-\alpha + 11\pi) = \tan(-\alpha) = -\tan \alpha$;

$$\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2} - 2\pi\right) = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(-\alpha) = \cos \alpha.$$

$$\text{Suy ra } \left[1 + \tan^2(-\alpha + 11\pi)\right] \cdot \sin^2\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = (1 + \tan^2 \alpha) \cdot \cos^2 \alpha$$

$$= \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot \cos^2 \alpha = 1.$$

Câu 16: Thanh OM quay ngược chiều kim đồng hồ quanh gốc O của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng và in bóng vuông góc xuống mặt đất như hình bên. Vị trí ban đầu của thanh là OA . Hỏi độ dài bóng $O'M'$ của OM khi thanh quay được $\frac{60}{13}$ vòng là bao nhiêu, biết độ dài thanh OM là 10cm ?



Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

Lời giải

$$\text{Ta có } \alpha = \frac{60}{13} \cdot 2\pi = \frac{120\pi}{13}.$$

$$\text{Suy ra } O'M' = |OM \cos \alpha| = \left|10 \cos \frac{120\pi}{13}\right| \approx 7,5\text{cm}.$$

Câu 17: Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc α , biết $\tan \alpha = 3$ với $-\pi < \alpha < 0$.

Lời giải

$$\text{Do } \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} \text{ nên } \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + \frac{1}{3^2} = \frac{10}{9} \text{ nên } \sin^2 \alpha = \frac{9}{10}. \text{ Mà } -\pi < \alpha < 0 \text{ nên } \sin \alpha < 0.$$

$$\text{Do đó, } \sin \alpha = -\frac{3}{\sqrt{10}} = -\frac{3\sqrt{10}}{10}.$$

$$\text{Mặt khác, } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \text{ nên } \cos \alpha = \frac{\sin \alpha}{\tan \alpha} = -\frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Dạng toán 4. Giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt

Câu 18: Tính:

a) $A = \sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 15^\circ + \dots + \sin^2 85^\circ$ (17 số hạng).

b) $B = \cos 5^\circ + \cos 10^\circ + \cos 15^\circ + \dots + \cos 175^\circ$ (35 số hạng).

Lời giải

a) Vận dụng $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$, ta có: $\sin 85^\circ = \cos 5^\circ$, $\sin 80^\circ = \cos 10^\circ$,
 $\sin 75^\circ = \cos 15^\circ, \dots, \sin 50^\circ = \cos 40^\circ$.

Vậy

$$\begin{aligned} A &= (\sin^2 5^\circ + \cos^2 5^\circ) + (\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + \dots + (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ) + \sin^2 45^\circ \\ &= \underbrace{1+1+\dots+1}_{8 \text{ số } 1} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{17}{2}. \end{aligned}$$

b) Vận dụng $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ ta có: $\cos 175^\circ = -\cos 5^\circ$, $\cos 170^\circ = -\cos 10^\circ$,

$$\cos 165^\circ = -\cos 15^\circ, \dots, \cos 95^\circ = -\cos 85^\circ.$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } B &= (\cos 5^\circ + \cos 175^\circ) + (\cos 10^\circ + \cos 170^\circ) + \dots + (\cos 85^\circ + \cos 95^\circ) + \cos 90^\circ \\ &= \underbrace{0+0+\dots+0}_{17 \text{ số } 1} + \cos 90^\circ = 0. \end{aligned}$$

♦ Dạng ④: Ứng dụng

Các ví dụ minh họa

Câu 19: Độ dài của ngày từ lúc Mặt Trời mọc đến lúc Mặt Trời lặn ở một thành phố X trong ngày thứ t của năm được tính xấp xỉ bởi công thức

$$d(t) = 4 \sin \left[\frac{2\pi}{365} (t - 80) \right] + 12, \quad t \in \mathbb{Z} \text{ và } 1 \leq t \leq 365.$$

Thành phố X vào ngày 31 tháng 1 có bao nhiêu giờ có Mặt Trời chiếu sáng? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

Lời giải

$$d(31) = 9,01 \text{ giờ.}$$

Câu 20: Một vòng quay Mặt Trời quay mỗi vòng khoảng 15 phút. Tại vị trí quan sát, bạn Linh thấy vòng quay chuyển động theo chiều kim đồng hồ. Khi vòng quay chuyển động được 10 phút, bán kính của vòng quay quét một góc lượng giác có số đo bằng bao nhiêu? (Tính theo đơn vị radian).

Lời giải

Do vòng quay Mặt Trời quay mỗi vòng khoảng 15 phút và chuyển động theo chiều kim đồng hồ nên sau 15 phút, bán kính của vòng quay quét một góc lượng giác có số đo bằng $-2\pi(\text{rad})$.

Do đó, sau 10 phút, bán kính của vòng quay quét một góc lượng giác có số đo bằng $\frac{-2\pi}{15} \cdot 10 = \frac{-4\pi}{3} (rad)$.

Câu 21: Bánh xe của người đi xe đạp quay được 12 vòng trong 6 giây.

a) Tính góc (theo độ và radian) mà bánh xe quay được trong 1 giây.

b) Tính quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 1 phút, biết rằng đường kính bánh xe đạp là 860mm.

Lời giải

a) Trong 1 giây, bánh xe quay được $\frac{12}{6} = 2$ vòng, tức là quay được một góc $4\pi (rad)$ hay 720° .

b) Trong 1 phút, quãng đường mà người đi xe đã đi được là:

$$I = 430 \cdot 4\pi \cdot 60 = 103200\pi (mm).$$

Câu 22: Kim giờ dài 6cm và kim phút dài 11cm của đồng hồ chỉ 4 giờ. Hỏi thời gian ít nhất để 2 kim vuông góc với nhau là bao nhiêu? Lúc đó tổng quãng đường hai đầu mút kim giờ và kim phút đi được là bao nhiêu?

Lời giải

Một giờ, kim phút quét được một góc lượng giác 2π ; kim giờ quét được một góc $\frac{\pi}{6}$. Hiệu

vận tốc giữa kim phút và kim giờ là $2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$.

Vào lúc 4 giờ hai kim tạo với nhau một góc là $\frac{2\pi}{3}$.

Khoảng thời gian ít nhất để hai kim vuông góc với nhau là $\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) : \frac{11\pi}{6} = \frac{1}{11}$ (giờ)

Vậy sau $\frac{1}{11}$ (giờ) hai kim sẽ vuông góc với nhau.

Tổng quãng đường hai đầu mút kim đi được là $I = R \cdot \alpha = 6 \cdot \frac{1}{11} \cdot \frac{\pi}{6} + 11 \cdot \frac{1}{11} \cdot 2\pi = \frac{23\pi}{11} (cm)$.

©. Dạng toán rèn luyện

♦ Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Nếu một cung tròn có số đo bằng radian là $\frac{5\pi}{4}$ thì số đo bằng độ của cung tròn đó là

A. 172° .

B. 15° .

C. 225° .

D. 5° .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \alpha^0 = \frac{180^0}{\pi} \cdot \alpha = \frac{180^0}{\pi} \cdot \frac{5\pi}{4} = 225^0.$$

Câu 2: Góc có số đo 108^0 đổi ra radian là

A. $\frac{3\pi}{5}$. **B.** $\frac{\pi}{10}$. **C.** $\frac{3\pi}{2}$. **D.** $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Áp dụng công thức đổi độ ra rad } \alpha = \frac{n \cdot \pi}{180} = \frac{108 \cdot \pi}{180} = \frac{3\pi}{5}.$$

Câu 3: Góc có số đo $\frac{\pi}{9}$ đổi sang độ là

A. 15^0 . **B.** 18^0 . **C.** 20^0 . **D.** 25^0

Lời giải

Chọn C

$$\text{Áp dụng công thức đổi rad sang độ } n = \frac{\alpha \cdot 180}{\pi}.$$

$$n = \frac{\pi}{9} \cdot \frac{180^0}{\pi} = 20^0.$$

Câu 4: Đổi số đo góc 105^0 sang radian bằng

A. $\frac{5\pi}{12}$. **B.** $\frac{7\pi}{12}$. **C.** $\frac{9\pi}{12}$ **D.** $\frac{5\pi}{8}$.

Lời giải

Chọn B

$$105^0 = \frac{105^0 \cdot \pi}{180^0} = \frac{7\pi}{12}.$$

Câu 5: Cho đường tròn lượng giác gốc A và điểm M nằm trên đường tròn lượng giác sao cho $MOx = MOy = 45^0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $sđ \widehat{AM} = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $sđ \widehat{AM} = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $sđ \widehat{AM} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $sđ \widehat{AM} = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

Do định nghĩa và cách viết số đo của 1 cung lượng giác.

Câu 6: Góc có số đo 120° đổi sang radian là

- A.** $\frac{2\pi}{3}$. **B.** $\frac{3\pi}{2}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{10}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } 120^\circ = \frac{120^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3}.$$

Câu 7: Cung có số đo 250° thì có số đo theo đơn vị radian là:

- A.** $\frac{25\pi}{12}$. **B.** $\frac{25\pi}{18}$. **C.** $\frac{25\pi}{9}$. **D.** $\frac{35\pi}{18}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 250^\circ = \frac{250 \cdot \pi}{180} = \frac{25\pi}{18}.$$

Câu 8: Đổi sang radian góc có số đo 108° ta được

- A.** $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{10}$. **C.** $\frac{3\pi}{2}$. **D.** $\frac{3\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ nên } 108^\circ = \frac{108\pi}{180} = \frac{3\pi}{5}.$$

Câu 9: Tìm mệnh đề đúng.

- A.** $\pi \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)$. **B.** $\pi \text{ rad} = 1^\circ$.
C. $\pi \text{ rad} = 60^\circ$. **D.** $\pi \text{ rad} = 180^\circ$.

Lời giải

Chọn D

Câu 10: Số đo radian của góc 135° là

- A.** $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{3\pi}{4}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}$. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Sử dụng máy tính bỏ túi ta tính được } 135^\circ = \frac{3\pi}{4}.$$

Câu 11: Trên đường tròn bán kính bằng 5, cho một cung tròn có độ dài bằng 10. Số đo radian của cung tròn đó là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có công thức tính độ dài của một cung tròn là: $l = R.\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{l}{R} = \frac{10}{5} = 2 \text{ rad.}$

Câu 12: Cung có số đo $\frac{5\pi}{3}$ rad đổi sang đơn vị độ bằng

A. 300° .

B. 5° .

C. 600° .

D. 270° .

Lời giải

Chọn A

Theo công thức $a \text{ rad} = \left(a \cdot \frac{180}{\pi}\right)^\circ \Rightarrow \frac{5\pi}{3} \text{ rad} = \left(\frac{5\pi}{3} \cdot \frac{180}{\pi}\right)^\circ = 300^\circ$.

Câu 13: Góc có số đo $-\frac{3\pi}{16}$ có số đo theo độ là

A. $33^\circ 45'$.

B. $-29^\circ 30'$.

C. $-32^\circ 55'$.

D. $-33^\circ 45'$.

Lời giải

Chọn D

Vì $1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$ nên $-\frac{3\pi}{16} = \left(-\frac{3\pi}{16} \cdot \frac{180}{\pi}\right)^\circ = \left(-\frac{135}{4}\right)^\circ = -33,75^\circ = -33^\circ 45'$.

Câu 14: Nếu một góc có số đo $\frac{5\pi}{12} \text{ rad}$ thì số đo của góc đó khi đổi sang đơn vị độ, phút, giây là

A. 45° .

B. 75° .

C. 55° .

D. 65° .

Lời giải

Chọn B

Ta có $1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \Rightarrow \frac{5\pi}{12} \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi} \cdot \frac{5\pi}{12}\right)^\circ = 75^\circ$.

Câu 15: Một đường tròn có bán kính $R = 10 \text{ cm}$. Độ dài cung 40° trên đường tròn gần bằng:

A. 7 cm .

B. 9 cm .

C. 11 cm .

D. 13 cm .

Lời giải

Chọn A

Độ dài của cung 40° trên đường tròn được tính bằng công thức:

$$\frac{\pi \cdot a^\circ}{180} \cdot R = \frac{\pi}{180} \cdot 40 \cdot 10 \approx 7 \text{ cm}.$$

Câu 16: Cho đường tròn có bán kính bằng $9(cm)$. Tìm số đo (theo radian) của cung có độ dài $3\pi(cm)$.

- A.** $\frac{\pi}{3}$. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$$l = R\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{l}{R} = \frac{3\pi}{9} = \frac{\pi}{3}.$$

Câu 17: Một đường tròn có bán kính $30cm$. Tính độ dài của cung tròn trên đường tròn đó có số đo $2,5$.

- A.** $7,5cm$. **B.** $0,83cm$. **C.** $75cm$. **D.** $12cm$.

Lời giải

Chọn C

$$R = 30, \alpha = 2,5rad \Rightarrow \text{Độ dài } l \text{ của cung tròn là } l = R\alpha = 30.2,5 = 75cm.$$

Câu 18: Tính bán kính R của đường tròn biết rằng cung có số đo $\frac{5}{3}$ rad dài 24 cm.

- A.** $R = 4,0$ cm. **B.** $R = 4,6$ cm. **C.** $R = 14,4$ cm. **D.** $1,6$ cm.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Áp dụng công thức } l = \alpha.R \text{ ta có } R = \frac{l}{\alpha} = \frac{24}{\left(\frac{5}{3}\right)} = 14,4 \text{ cm.}$$

Câu 19: Cho đường tròn có bán kính 6 cm. Tìm số đo (rad) của cung có độ dài 3 cm.

- A.** 1 . **B.** $0,5$. **C.** 2 . **D.** 3 .

Lời giải

Chọn B

Đường tròn có bán kính $R = 6$ cm và cung có độ dài $l = 3$ cm.

$$\text{Số đo của cung là } \alpha = \frac{l}{R} = \frac{1}{2} \text{ (rad).}$$

Câu 20: Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là

- A.** 30° . **B.** 40° . **C.** 50° . **D.** 60° .

Lời giải

Chọn C

$$1 \text{ bánh răng tương ứng với } \frac{360^\circ}{72} = 5^\circ \Rightarrow 10 \text{ bánh răng là } 50^\circ.$$

Câu 21: Một đường tròn có bán kính $R = 12cm$. Tính độ dài của cung 60° trên đường tròn gần bằng

- A. $2cm$. B. $4cm$. C. $6.28cm$. D. $12.56cm$.

Lời giải

Chọn D

Ta có 60° tương ứng với góc $\frac{\pi}{3}rad$. Do đó độ dài cung tròn là

$$l = R\alpha = 12 \cdot \frac{\pi}{3} = 4\pi = 12,56cm.$$

Câu 22: Một đường tròn có bán kính 15 cm . Tìm độ dài cung tròn có góc ở tâm bằng 30° là

- A. $\frac{5\pi}{2}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi}{5}$. D. $\frac{5\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Cung tròn có góc ở tâm bằng 30° nên số đo của cung tròn bằng $n^\circ = 30^\circ$. Khi đó độ dài của cung tròn là: $l = \frac{\pi \cdot R \cdot n^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 15 \cdot 30^\circ}{180^\circ} = \frac{5\pi}{2}$.

Câu 23: Một đồng hồ treo tường có kim giờ dài $10,57cm$. Trong 30 phút mũi kim giờ vạch lên cung tròn có độ dài bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1057}{1200}\pi(cm)$. B. $\frac{1057}{2400}\pi(cm)$. C. $\frac{1057}{600}\pi(cm)$. D. $\frac{1057}{4800}\pi(cm)$.

Lời giải

Chọn A

Trong 1 giờ mũi kim giờ vạch lên 1 cung có số đo là $\frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$ nên trong 30 phút kim giờ vạch lên 1 cung có số đo là $\frac{1}{12}\pi$.

Vậy độ dài cung tròn mà mũi kim giờ vạch là $l = R\alpha = 10,57 \times \frac{\pi}{12} = \frac{1057}{1200}\pi$

Câu 24: Bánh xe đạp có đường kính 55 cm (kể cả lốp). Nếu chạy với vận tốc 40 km/h thì trong 25 s bánh xe quay được số vòng gần bằng với kết quả nào dưới đây?

- A. 52. B. 161. C. 322. D. 200.

Lời giải

Chọn B

Ta có $r = \frac{55}{2}\text{ cm} = \frac{0,55}{2}\text{ m}$; $40\text{ km/h} = \frac{40000}{3600}\text{ m/s}$.

Gọi l là quãng đường đi được trong 25 giây.

Gọi x là số vòng bánh xe quay được trong 25 giây.

Khi đó $l = 2\pi \cdot r \cdot x$.

Mà $l = \frac{25 \cdot 40000}{3600} = \frac{2500}{9}$ suy ra $x = \frac{l}{2\pi \cdot r} = 160,7 \approx 161$ vòng.

Câu 25: Kim giờ của đồng hồ dài 8 cm, kim phút dài 10 cm. Tổng quãng đường mũi kim phút, kim giờ đi được trong 30 phút bằng

- A. $\frac{25}{3}\pi$. B. $\frac{37}{3}\pi$. C. $\frac{20}{3}\pi$. D. $\frac{32}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn D

Trong 30 phút, kim phút quay được một góc là π rad.

Quãng đường kim phút đi được là $S_1 = \pi \cdot 10 = 10\pi$ (cm)

Trong 30 phút kim giờ quay được một góc là $\frac{\pi}{12}$ rad.

Quãng đường kim giờ đi được là $S_2 = \frac{\pi}{12} \cdot 8 = \frac{2\pi}{3}$ (cm)

Vậy tổng quãng đường cần tìm là $S = S_1 + S_2 = 10\pi + \frac{2\pi}{3} = \frac{32}{3}\pi$ (cm)

Câu 26: Trong các hệ thức sau đây, hệ thức nào đúng?

- A. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$. B. $\sin x^2 + \cos x^2 = 1$.
C. $\sin 2x + \cos 2x = 1$. D. $\sin^2 x + \cos x^2 = 1$.

Lời giải

Chọn A

Câu 27: Tìm khẳng định **sai**? (với điều kiện các hệ thức đã xác định)

- A. $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$. B. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$.
C. $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$. D. $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$.

Lời giải

Chọn B

Câu 28: Cho góc α thỏa mãn $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\tan \alpha < 0$. B. $\cot \alpha > 0$. C. $\sin \alpha > 0$. D. $\cos \alpha > 0$.

Lời giải

Chọn A

Với $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$ ta có $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha > 0$, $\tan \alpha > 0$, $\cot \alpha > 0$.

Câu 29: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Kết quả đúng là

- A. $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha > 0$. B. $\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha < 0$.
C. $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$. D. $\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha > 0$.

Lời giải

Chọn C

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên α nằm trong góc phần tư thứ 2 nên $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$.

Câu 30: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** $\sin(\alpha + \pi) < 0$. **B.** $\cos(\alpha + \pi) > 0$.
C. $\tan(\pi - \alpha) > 0$. **D.** $\cot(\pi - \alpha) < 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha < 0 \forall \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$$

Câu 31: Cho $\frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi$. Xét câu nào sau đây đúng?

- A.** $\cos \alpha > 0$. **B.** $\sin \alpha > 0$. **C.** $\tan \alpha > 0$. **D.** $\cot \alpha > 0$.

Lời giải

Chọn A

$\frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi \Leftrightarrow \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{4} < \alpha < 2\pi$ nên α thuộc cung phần tư thứ IV vì vậy đáp án đúng là A

Câu 32: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.** $\tan \alpha > 0, \cot \alpha > 0$. **B.** $\tan \alpha > 0, \cot \alpha < 0$.
C. $\tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0$. **D.** $\tan \alpha < 0, \cot \alpha > 0$.

Lời giải

Chọn A

Điểm biểu diễn cung lượng giác α nằm góc phần tư thứ nhất nên $\tan \alpha > 0, \cot \alpha > 0$.

Câu 33: Cho biết $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $\cot \alpha$

- A.** $\cot \alpha = 2$. **B.** $\cot \alpha = \frac{1}{4}$.
C. $\cot \alpha = \frac{1}{2}$. **D.** $\cot \alpha = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2.$$

Câu 34: Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau đây?

- A.** $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$. **B.** $\cos 45^\circ \leq \sin 45^\circ$.
C. $\sin 60^\circ < \sin 80^\circ$. **D.** $\cos 35^\circ > \cos 10^\circ$.

Lời giải

Chọn D

Khi $\alpha \in (0^\circ; 90^\circ)$ hàm $\cos \alpha$ là hàm giảm nên $\cos 35^\circ < \cos 10^\circ$ suy ra D sai.

Câu 35: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$.
C. $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$\cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ suy ra A sai.

$\cot 150^\circ = -\sqrt{3}$ suy ra B sai.

$\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ suy ra C đúng.

$\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$ suy ra D sai.

Câu 36: Giá trị của $\tan \frac{\pi}{6}$ là

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $-\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\angle xOM = \frac{\pi}{6}$ khi đó $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ nên

$$\tan \frac{\pi}{6} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 37: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5} \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right)$, giá trị của $\cos \alpha$ bằng

A. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$. **B.** $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.
C. $\cos \alpha = \frac{2}{5}$. **D.** $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$.

Mà $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Câu 38: Hãy chọn kết quả sai trong các kết quả sau đây:

A. $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$.

B. $\sin(\pi + \alpha) = \sin \alpha$.

C. $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$.

D. $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$.

Câu 39: Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$, ta được:

A. $\cos \alpha$.

B. $\sin \alpha$.

C. $-\cos \alpha$.

D. $-\sin \alpha$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$.

Câu 40: Giá trị của biểu thức $S = 3 - \sin^2 90^\circ + 2 \cos^2 60^\circ - 3 \tan^2 45^\circ$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. 3

Lời giải

Chọn B

Ta có $S = 3 - \sin^2 90^\circ + 2 \cos^2 60^\circ - 3 \tan^2 45^\circ = 3 - 1^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot 1^2 = -\frac{1}{2}$.

Câu 41: Cho a là số thực bất kỳ. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $\sin a + \cos a = 1$.

B. $\sin^3 a + \cos^3 a = 1$.

C. $\sin^4 a + \cos^4 a = 1$.

D. $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$; $\forall a \in \mathbb{R}$ nên D đúng.

Câu 42: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\sin(\pi + \alpha) < 0$.

B. $\sin(\pi - \alpha) < 0$.

C. $\cos(\pi - \alpha) < 0$.

D. $\cos(\pi + \alpha) < 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow 2\pi < \alpha + \pi < \frac{5\pi}{2} \Rightarrow \sin(\pi + \alpha) > 0; \cos(\pi + \alpha) > 0$

$\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < \pi - \alpha < 0 \Rightarrow \sin(\pi - \alpha) < 0; \cos(\pi - \alpha) > 0.$

Câu 43: Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$. **B.** $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$. **C.** $\cos \alpha = \frac{5}{3}$. **D.** $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{5}$.

Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.

Câu 44: Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cos \alpha$?

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $-\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải:

Chọn C

Câu 45: Các đẳng thức nào sau đây đồng thời xảy ra?

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}; \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{5}; \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.
C. $\sin \alpha = \frac{4}{5}; \cos \alpha = \frac{-3}{5}$. **D.** $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}; \cos \alpha = \frac{1}{4}$.

Lời giải:

Chọn C

Áp dụng công thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

Câu 46: Cho $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{\sin \alpha}{2\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha}$ là

A. $\frac{5}{26}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $-\frac{5}{26}$. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Lời giải:

Chọn A

$$P = \frac{\sin \alpha}{2\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha} = \frac{\sin \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{2\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha} = \frac{\tan^3 \alpha + \tan \alpha}{2\tan^3 \alpha + 3} = \frac{5}{26}$$

Câu 47: Biết $\tan \alpha = 2$ và $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Giá trị $\sin \alpha + \cos \alpha$ bằng

A. $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$. **B.** $1-\sqrt{5}$. **C.** $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Do $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ nên $\cos \alpha < 0$. Suy ra, $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$.

$$\sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Do đó, } \sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 48: Cho góc α thỏa $\cot \alpha = \frac{3}{4}$ và $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. **B.** $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. **C.** $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$. **D.** $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Áp dụng công thức: } 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Leftrightarrow 1 + \frac{9}{16} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = \frac{16}{25}$$

$$\text{Do } 0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}.$$

Câu 49: Tính $S = \sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 15^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ + \sin^2 85^\circ$

A. $\frac{19}{2}$. **B.** 8. **C.** $\frac{17}{2}$. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

$$S = \sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 15^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ + \sin^2 85^\circ$$

$$= (\sin^2 5^\circ + \sin^2 85^\circ) + (\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ) + \dots + (\sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ) + \sin^2 45^\circ = 8 + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}.$$

Câu 50: Với mọi góc α , biểu thức $\cos \alpha + \cos(\alpha + \frac{\pi}{5}) + \cos(\alpha + \frac{2\pi}{5}) + \dots + \cos(\alpha + \frac{9\pi}{5})$ nhận giá trị bằng

A. 10 **B.** -10 **C.** 1 **D.** 0

Lời giải

Chọn D

Có 10 số hạng, chia thành 5 cặp.

$$\text{Có } \alpha + \frac{9\pi}{5} = \pi + (\alpha + \frac{4\pi}{5}) \Rightarrow \cos(\alpha + \frac{9\pi}{5}) = -\cos(\alpha + \frac{4\pi}{5})$$

Tương tự, $\cos(\alpha + \frac{8\pi}{5}) = -\cos(\alpha + \frac{3\pi}{5})$; $\cos(\alpha + \frac{7\pi}{5}) = -\cos(\alpha + \frac{2\pi}{5})$;

$\cos(\alpha + \frac{6\pi}{5}) = -\cos(\alpha + \frac{\pi}{5})$; $\cos(\alpha + \frac{5\pi}{5}) = -\cos \alpha$

Do đó, $P = 0$

Câu 51: Trên mặt phẳng Oxy , cho điểm M di động trên đường tròn lượng giác (tâm O) sao cho $sđ AM = \alpha$ với $A(1;0)$ và $0 \leq \alpha \leq \pi$. Gọi a, b lần lượt là giá trị nhỏ nhất của $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$. Tính $P = a + b$.

- A.** -2 . **B.** 0 . **C.** $-\sqrt{2}$. **D.** -1 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $0 \leq \alpha \leq \pi \Rightarrow 0 \leq \sin \alpha \leq 1, -1 \leq \cos \alpha \leq 1$. Suy ra $a = 0, b = -1$.

Do đó $P = a + b = -1$.

Câu 52: Rút gọn biểu thức $A = \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$, ta được kết quả

- A.** $A = \sin x + \cos x$. **B.** $A = \cos x - \sin x$.
C. $A = \cos 2x - \sin 2x$. **D.** $A = \cos 2x + \sin 2x$.

Lời giải

Chọn B

$$A = \frac{2\cos^2 x - (\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin x + \cos x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x + \cos x} = \cos x - \sin x.$$

Câu 53: Biết $\tan x = 2$, giá trị của biểu thức $M = \frac{3\sin x - 2\cos x}{5\cos x + 7\sin x}$ bằng:

- A.** $\frac{4}{9}$. **B.** $-\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{4}{19}$. **D.** $-\frac{4}{19}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Chia cả tử và mẫu của M cho $\cos x$ ta có: $M = \frac{3\frac{\sin x}{\cos x} - 2}{5 + 7\frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{3.2 - 2}{5 + 7.2} = \frac{4}{19}$.

Cách 2: Ta có: $\tan x = 2 \Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = 2 \Leftrightarrow \sin x = 2\cos x$, thay $\sin x = 2\cos x$ vào M :

$$M = \frac{3.2\cos x - 2\cos x}{5\cos x + 7.2\cos x} = \frac{4\cos x}{19\cos x} = \frac{4}{19}.$$

Câu 54: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} + \sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}}$

A. $-\frac{2}{\cos \alpha}$.

B. $\frac{2}{\cos \alpha}$.

C. $\frac{2}{\sin \alpha}$.

D. $-\frac{2}{\sin \alpha}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $A = \sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} + \sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}}$

Khi đó $A^2 = \left(\sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} + \sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}} \right)^2 = \frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha} + \frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha} + 2 = \frac{4}{1-\sin^2 \alpha} = \frac{4}{\cos^2 \alpha}$

Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\cos \alpha > 0$ do đó $A = \frac{2}{\cos \alpha}$.

Câu 55: Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi, \sin \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}$. Tính $\sin(\alpha + \beta)$.

A. $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{2+2\sqrt{10}}{9}$.

B. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{2\sqrt{10}-2}{9}$.

C. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{5}-4\sqrt{2}}{9}$.

D. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{5}+4\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Do $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha < 0 \\ \sin \beta > 0 \end{cases}$.

Ta có $\cos \alpha = -\sqrt{1-\sin^2 \alpha} = -\sqrt{1-\frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$. $\sin \beta = \sqrt{1-\cos^2 \beta} = \sqrt{1-\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Suy ra $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = -\frac{2+2\sqrt{10}}{9}$.

Vậy $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{2+2\sqrt{10}}{9}$.

♦ Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

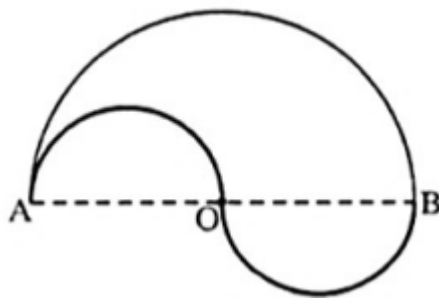
Câu 1: Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) $1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}; 1\text{rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$.

b) Một cung của đường tròn bán kính R và có số đo α rad thì có độ dài $l = \pi R \alpha$.

c) Với ba tia Ou, Ov, Ow bất kì, ta có $sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) + k360^\circ$, k thuộc số nguyên

d) Cho $OA = 5\text{cm}$. Chu vi hình vẽ sau đây 10π



BẢNG ĐÁP ÁN

	Câu 4
a	Đúng
b	Sai
c	Đúng
d	Đúng

Lời giải

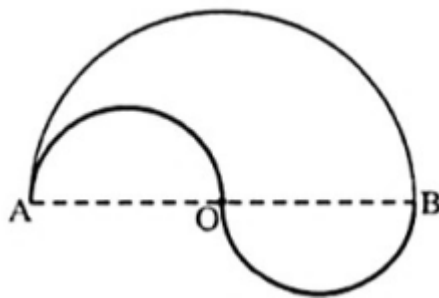
a) đúng $1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}; 1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$.

b) sai : vì một cung của đường tròn bán kính R và có số đo α rad thì có độ dài $l = R\alpha$.

c) đúng : vì theo hệ thức Chasles Với ba tia Ou, Ov, Ow bất kì, ta có

$$sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) + k360^\circ, k \text{ thuộc số nguyên}$$

d) đúng: Cho $OA = 5 \text{ cm}$. Chu vi hình vẽ sau đây 10π



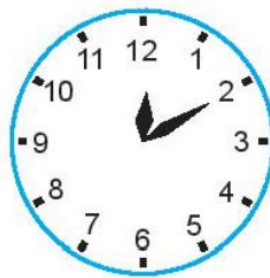
$$l_1 = \frac{1}{2}AO.\alpha = \frac{5}{2}\pi; l_2 = \frac{1}{2}OB.\alpha = \frac{5}{2}\pi; l_3 = OA.\alpha = 5\pi \Rightarrow l = l_1 + l_2 + l_3 = 10\pi.$$

Câu 2: Xét tính đúng – sai của các mệnh đề sau:

a) Cho góc hình học $uOv = 75^\circ$. Công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (Ou, Ov) là $75^\circ + k.360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

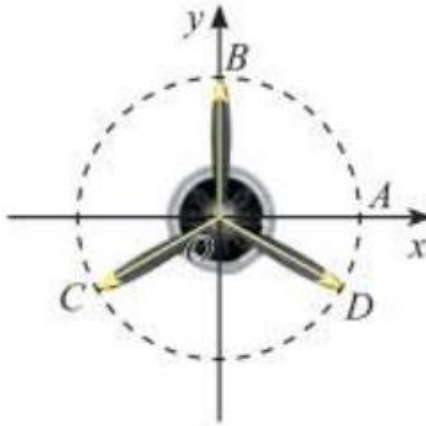
b) Cho một góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo 50° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo -125° . Số đo của góc lượng giác (Ou, Ov) bằng $175^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

c) Trên đồng hồ hình dưới đây, kim phút đang chỉ đúng số 2. Đến lúc 13 giờ 30 phút thì kim phút đã quay được một góc lượng giác có số đo bằng 480° .



12 giờ 10 phút

d) Trong hình dưới, cánh quạt được chia thành 3 phần bằng nhau. $AOD = 28^\circ$. Công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (Ox, OC) bằng $-148^\circ + k.360^\circ$.



BẢNG ĐÁP ÁN

	Câu 4
a	Đúng
b	Sai
c	Sai
d	Đúng

Lời giải

a) Đúng.

b) Sai

$$\text{sđ}(Ou, Ov) = \text{sđ}(Ox, Ov) - \text{sđ}(Ox, Ou) + k360^\circ = -175^\circ + k.360^\circ, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

c) Sai.

Kim phút đã quay được một góc lượng giác có số đo bằng $-(360^\circ + 120^\circ) = -480^\circ$.

d) Đúng.

Cánh quạt được chia thành 3 phần bằng nhau, vậy mỗi phần sẽ có số đo là $360^\circ : 3 = 120^\circ$.

Số đo góc lượng giác $(OD, OC) = -120^\circ$.

Theo hệ thức Chasles ta có:

$$(Ox, OC) = (Ox, OD) + (OD, OC) = -28^\circ + (-120^\circ) + k360^\circ = -148^\circ + k360^\circ.$$

Câu 3: Xét tính đúng - sai các phát biểu sau

a) Góc lượng giác có số đo α (rad) thì mọi góc lượng giác cùng tia đầu và tia cuối với nó có công thức tổng quát của số đo là $\alpha + k2\pi$

b) Cho góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo -240° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo 120° thì số đo của các góc lượng giác có tia đầu Ou , tia cuối Ov là $-120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

c) Trên đường tròn lượng giác gốc A , cho điểm M xác định bởi $s\widehat{AM} = \frac{\pi}{4}$. Gọi M' là điểm đối xứng của M qua trục Ox . số đo của góc lượng giác có tia đầu OA , tia cuối OM' là:
 $-\frac{57\pi}{4}$

d) Trong mặt phẳng định hướng cho tia Ox và hình vuông $OABC$ vẽ theo chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ, biết $s\widehat{(Ox, OA)} = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. Khi đó $s\widehat{(Ox, BC)}$ bằng $210^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}$

BẢNG ĐÁP ÁN

	Câu 5
a	Đúng
b	Sai
c	Đúng
d	Đúng

Lời giải

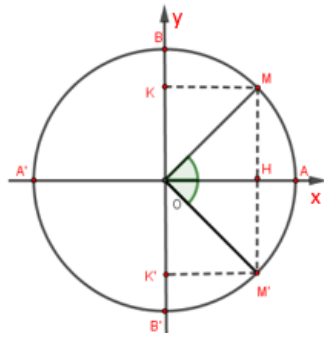
a) Nếu một góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo α radian thì mọi góc lượng giác cùng tia đầu Ou , tia cuối Ov có số đo $\alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$, Đúng.

b) Cho góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo -240° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo 120° thì số đo của các góc lượng giác $-120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$, Sai.

Số đo của góc lượng giác có tia đầu Ou , tia cuối Ov là

$$s\widehat{(Ou, Ov)} = s\widehat{(Ox, Ov)} - s\widehat{(Ox, Ou)} + k'360^\circ = 120^\circ - (-240^\circ) + k'360^\circ = k360^\circ, k, k' \in \mathbb{Z}.$$

c) Trên đường tròn lượng giác gốc A , cho điểm M xác định bởi $s\widehat{AM} = \frac{\pi}{4}$. Gọi M' là điểm đối xứng của M qua trục Ox . số đo của góc lượng giác có tia đầu OA , tia cuối OM' là:
 $-\frac{57\pi}{4}$, Đúng.

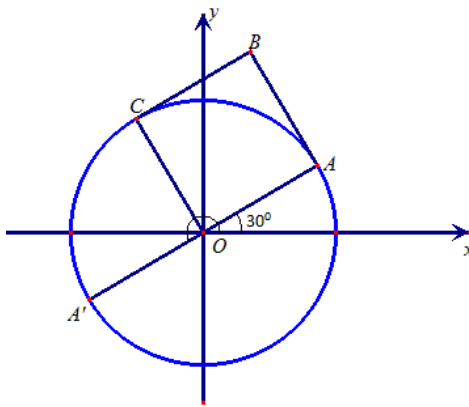


Số đo các góc lượng giác có tia đầu OA , tia cuối OM' là $sđ(OA, OM') = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Ta có $-\frac{57\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + (-7).2\pi$ nên góc lượng giác $-\frac{57\pi}{4}$ có tia đầu OA , tia cuối OM' .

d) Trong mặt phẳng định hướng cho tia Ox và hình vuông $OABC$ vẽ theo chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ, biết $sđ(Ox, OA) = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. Khi đó $sđ(Ox, BC)$ bằng $210^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}$. Đúng.

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua O .



Ta có $sđ(Ox, BC) = sđ(Ox, OA') = 210^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}$.

Câu 4: Cho một góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo 250° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo

-270° . Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) Số đo góc lượng giác (Ou, Ox) bằng $-250^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

b) Số đo góc lượng giác (Ov, Ox) bằng $270^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

c) Số đo một góc lượng giác (Ou, Ov) bằng -20° .

d) Số đo một góc lượng giác (Ou, Ov) theo đơn vị radian bằng $\frac{\pi}{9}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

	Câu 1
a	Đúng
b	Đúng

c	Sai
d	Sai

Lời giải

Cho một góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo 250° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo -270° . Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) $\text{sđ}(Ou, Ox) = -\text{sđ}(Ox, Ou) = -250^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. Nên mệnh đề đúng.

b) $\text{sđ}(Ov, Ox) = -\text{sđ}(Ox, Ov) = 270^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. Nên mệnh đề đúng.

c) $\text{sđ}(Ou, Ov) = \text{sđ}(Ou, Ox) + \text{sđ}(Ox, Ov) + k360^\circ = -250^\circ - 270^\circ + k360^\circ = -520^\circ + k360^\circ = -160^\circ + m360^\circ (k \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{Z}, m = k - 1)$.

Số đo một góc lượng giác (Ou, Ov) bằng -160° . Nên mệnh đề sai.

d) Số đo một góc lượng giác (Ou, Ov) theo đơn vị radian bằng $-160 \frac{\pi}{180} = -\frac{8\pi}{9}$. Nên mệnh đề sai.

Câu 5: Đổi số đo của các góc sang radian. Khi đó:

a) $30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

b) $\left(\frac{15}{\pi}\right)^\circ = \frac{1}{12} \text{ rad}$

c) $132^\circ = \frac{11\pi}{15} \text{ rad}$

d) $-495^\circ = -\frac{13\pi}{4} \text{ rad}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) $30^\circ = \frac{30\pi}{180} \text{ rad} = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$.

b) $\left(\frac{15}{\pi}\right)^\circ = \frac{\frac{15}{\pi} \pi}{180} \text{ rad} = \frac{1}{12} \text{ rad}$.

c) $132^\circ = \frac{132\pi}{180} \text{ rad} = \frac{11\pi}{15} \text{ rad}$

d) $-495^\circ = \frac{-495\pi}{180} \text{ rad} = -\frac{11\pi}{4} \text{ rad}$.

Câu 6: Đổi số đo của các góc sang độ. Khi đó:

a) $\frac{3\pi}{4} \text{ rad} = 135^\circ$;

b) $-\frac{\pi}{360} \text{ rad} = -0,5^\circ$;

c) $\frac{31\pi}{2} \text{ rad} = 27^\circ$;

d) $-4 \text{ rad} \approx -229,18^\circ$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

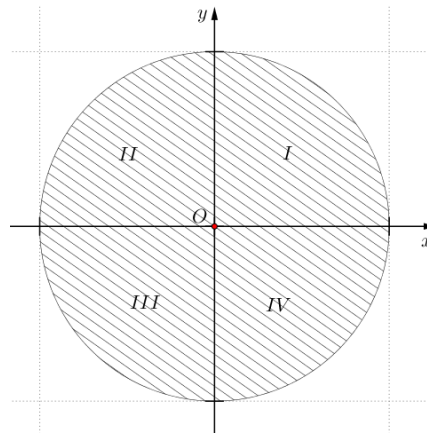
a) $\frac{3\pi}{4} \text{ rad} = \left(\frac{3\pi}{4} \cdot \frac{180}{\pi} \right)^\circ = 135^\circ$

b) $-\frac{\pi}{360} \text{ rad} = \left(-\frac{\pi}{360} \cdot \frac{180}{\pi} \right)^\circ = -0,5^\circ$.

c) $\frac{31\pi}{2} \text{ rad} = \left(\frac{31\pi}{2} \cdot \frac{180}{\pi} \right)^\circ = 2790^\circ$.

d) $-4 \text{ rad} = \left(-4 \cdot \frac{180}{\pi} \right)^\circ = \left(-\frac{720}{\pi} \right)^\circ \approx -229,18^\circ$.

Câu 7: Biểu diễn góc lượng giác trên đường tròn lượng giác. Khi đó:



a) 125° là điểm M thuộc góc phần tư thứ II

b) 405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ III

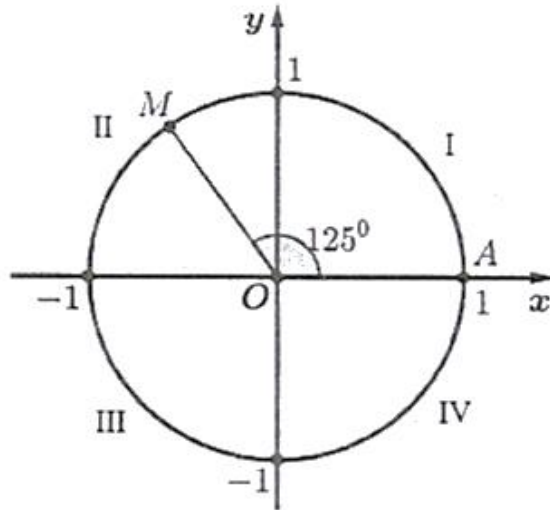
c) $\frac{19\pi}{3}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ II

d) $-\frac{13\pi}{6}$ là điểm Q thuộc góc phần tư thứ IV

Lời giải

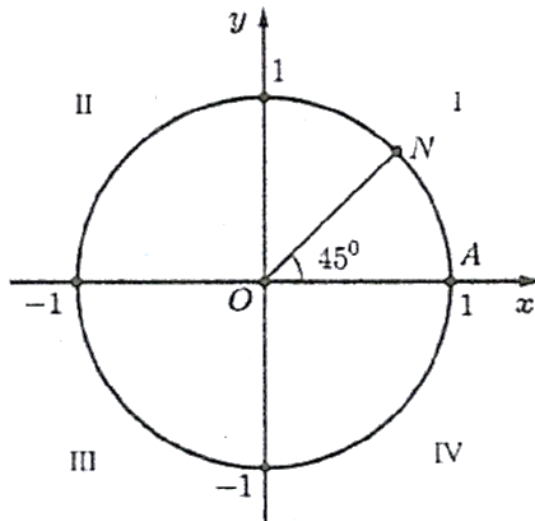
a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo 125° là điểm M thuộc góc phần tư thứ II của đường tròn lượng giác thỏa mãn $\angle AOM = 125^\circ$ (Hình 1).



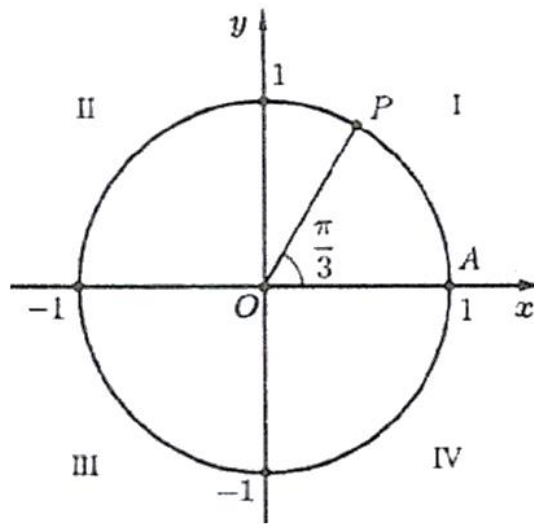
Hình 1

b) Ta có: $405^\circ = 45^\circ + 360^\circ$. Vì vậy điểm biểu diễn của góc lượng giác 405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác và thỏa mãn $\angle AON = 45^\circ$ (Hình 2).



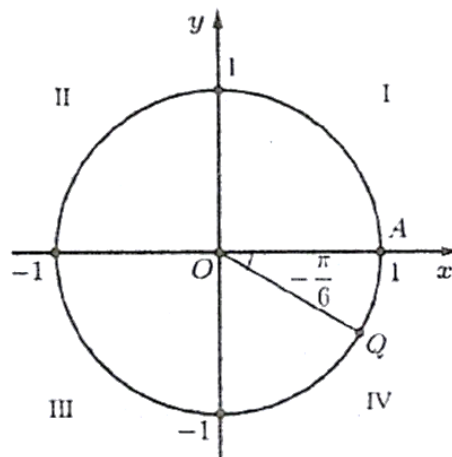
Hình 2

c) Ta có: $\frac{19\pi}{3} = \frac{18\pi + \pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 3.2\pi$. Vì vậy điểm biểu diễn của góc lượng giác $\frac{19\pi}{3}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác và thỏa mãn $\angle AOP = \frac{\pi}{3}$ (Hình 3).



Hình 3

d) Ta có: $-\frac{13\pi}{6} = \frac{-12\pi - \pi}{6} = -\frac{\pi}{6} - 2\pi$. Vì vậy điểm biểu diễn của góc lượng giác $-\frac{13\pi}{6}$ là điểm Q thuộc góc phần tư thứ IV của đường tròn lượng giác và thỏa mãn $AOQ = \frac{\pi}{6}$ (Hình 4).



Hình 4

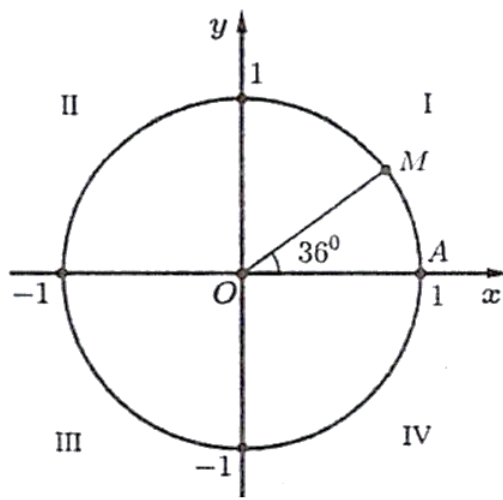
Câu 8: Biểu diễn góc lượng giác trên đường tròn lượng giác. Khi đó:

- a) $36^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ là điểm M thuộc góc phần tư thứ II
- b) $-60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$ là các điểm M_1, M_2 thuộc góc phần tư thứ II và IV
- c) $-\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ là M thuộc góc phần tư thứ III
- d) $-\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ là bốn điểm M, N, P, Q thuộc góc phần tư thứ I, II, III, IV

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

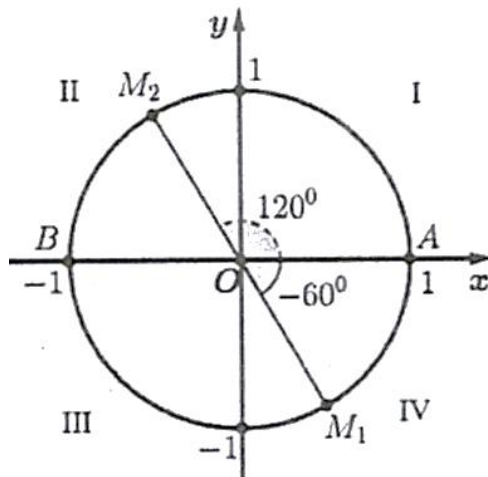
a) Xét góc lượng giác $k360^\circ$, dù k là số chẵn hay số lẻ thì góc này cũng có điểm biểu diễn là điểm A (điểm gốc trên đường tròn lượng giác).



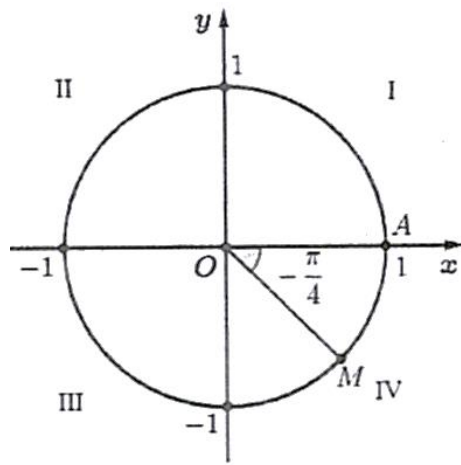
Vì vậy, góc lượng giác $36^\circ + k360^\circ$ có điểm biểu diễn là điểm M thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác và $AOM = 36^\circ$.

b) Xét góc lượng giác $k180^\circ$. Nếu k chẵn thì góc này có điểm biểu diễn là $A(1;0)$, nếu k lẻ thì góc này có điểm biểu diễn là điểm $B(-1;0)$.

Vì vậy, $-60^\circ + k180^\circ$ có các điểm biểu diễn là M_1 và M_2 như hình vẽ bên.

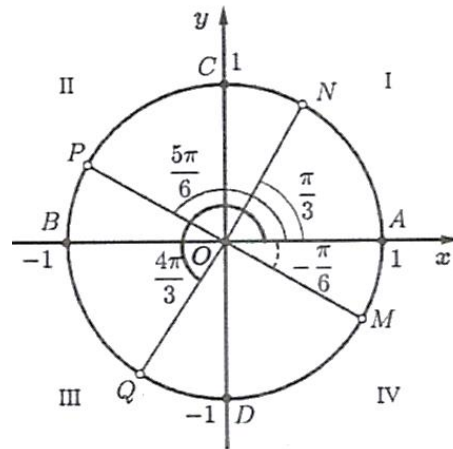


c) Ta biết góc lượng giác $k2\pi$ luôn có điểm biểu diễn là $A(1;0)$, vì vậy góc lượng giác $-\frac{\pi}{4} + k2\pi$ có điểm biểu diễn là M thuộc góc phần tư thứ IV và thoả mãn $AOM = \frac{\pi}{4}$.



d) Xét góc lượng giác $k\frac{\pi}{2}$. Khi $k=0$ thì $k\frac{\pi}{2}=0$, góc này có điểm biểu diễn là điểm $A(1;0)$. Khi $k=1$ thì $k\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}$, góc này có điểm biểu diễn là điểm $C(0;1)$. Khi $k=2$ thì $k\frac{\pi}{2}=\pi$, góc này có điểm biểu diễn là điểm $B(-1;0)$. Khi $k=3$ thì $k\frac{\pi}{2}=\frac{3\pi}{2}$, góc này có điểm biểu diễn là điểm $D(0;-1)$. Nếu $k=4,5,6,\dots$ thì ta thấy rằng các điểm biểu diễn có được vẫn là sự lặp lại của A, B, C, D .

Vì vậy điểm biểu diễn của $-\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}$ là bốn điểm M, N, P, Q trên đường tròn lượng giác (xem hình vẽ trên).



Câu 9: Các góc có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác:

- a) $1127^\circ, -313^\circ$
- b) $1127^\circ, -674^\circ$
- c) $\frac{61\pi}{5}, -\frac{19\pi}{5}$
- b) $\frac{61\pi}{5}, -\frac{23\pi}{4}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Ta có: $1127^\circ = 47^\circ + 3.360^\circ$; $-313^\circ = 47^\circ - 360^\circ$; $-674^\circ = 46^\circ - 2.360^\circ$.

Vì vậy các góc lượng giác $1127^\circ, -313^\circ$ có cùng một điểm biểu diễn và điểm này trùng với điểm biểu diễn của góc 47° trên đường tròn lượng giác.

b) Ta có: $\frac{61\pi}{5} = \frac{\pi}{5} + 6.2\pi$; $-\frac{23\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - 3.2\pi$; $-\frac{19\pi}{5} = \frac{\pi}{5} - 2.2\pi$.

Vì vậy các góc lượng giác $\frac{61\pi}{5}, -\frac{19\pi}{5}$ có cùng một điểm biểu diễn và điểm này trùng với điểm biểu diễn của góc $\frac{\pi}{5}$ trên đường tròn lượng giác.

Câu 10: Các góc có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác:

a) $756^\circ, -324^\circ$

b) $-324^\circ, 36^\circ$

c) $36^\circ, 216^\circ$;

b) $-\frac{41\pi}{7}, \frac{15\pi}{7}$.

Hướng dẫn giải

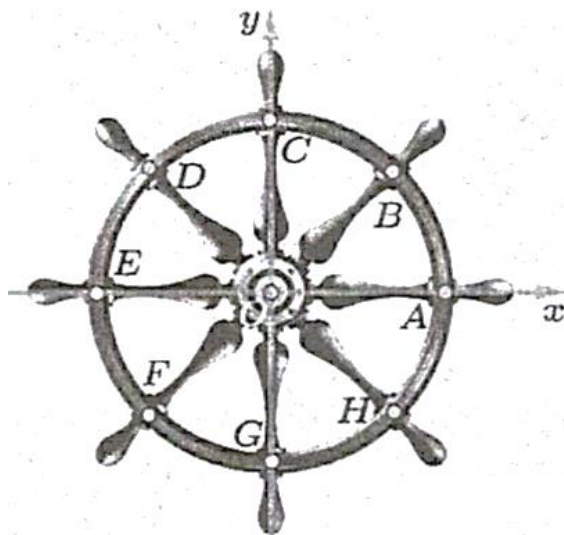
a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Ta có: $756^\circ = 36^\circ + 2.360^\circ$; $-324^\circ = 36^\circ - 360^\circ$. Vậy ba góc lượng giác gồm $756^\circ, -324^\circ, 36^\circ$ có cùng một điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.

b) Ta có: $-\frac{41\pi}{7} = -\frac{42\pi - \pi}{7} = \frac{\pi}{7} - 6\pi$; $\frac{15\pi}{7} = \frac{\pi + 14\pi}{7} = \frac{\pi}{7} + 2\pi$.

Vậy hai góc lượng giác là $-\frac{41\pi}{7}, \frac{15\pi}{7}$ có cùng một điểm biểu diễn, điểm đó trùng với điểm biểu diễn của góc $\frac{\pi}{7}$ trên đường tròn lượng giác.

Câu 11: Trong hình vẽ bên, ta xem hình ảnh đường tròn trên một bánh lái tàu thủy tương ứng với một đường tròn lượng giác.



a) Công thức tổng quát biểu diễn góc lượng giác (OA, OB) theo đơn vị radian:

$$(OA, OB) = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z});$$

b) Công thức tổng quát chỉ ra góc lượng giác tương ứng với bốn điểm biểu diễn là A, C, E, G theo đơn vị radian là $k \frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

c) Công thức tổng quát chỉ ra góc lượng giác tương ứng với hai điểm biểu diễn là A, E theo đơn vị độ là: $k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$

d) Công thức tổng quát biểu diễn góc lượng giác $(OA, OC) + (OC, OH)$ theo đơn vị radian:

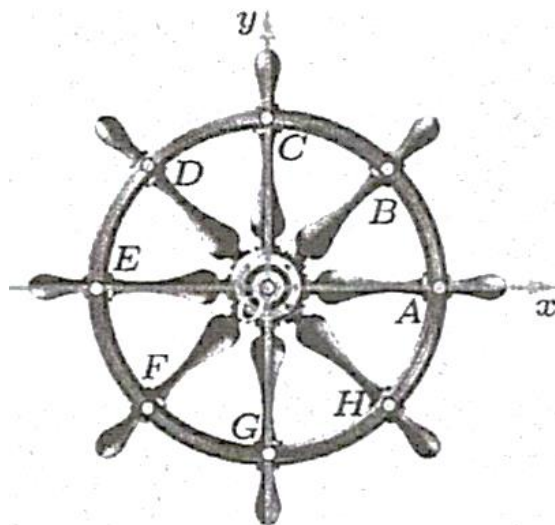
$$\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Ta có: $(OA, OB) = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z});$

b) Ta thấy A, C, E, G lần lượt biểu diễn cho các góc lượng giác $0rad, \frac{\pi}{2}rad, \pi rad, \frac{3\pi}{2}rad, 2\pi rad, \frac{5\pi}{2}rad, \dots$. Tất cả các góc này theo thứ tự chênh lệch nhau $\frac{\pi}{2}$ rad. Vì vậy công thức duy nhất biểu diễn cho các góc lượng giác ấy là $k \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$



c) Ta thấy hai điểm A, E lần lượt biểu diễn cho các góc lượng giác $0^\circ, 180^\circ, 360^\circ, 540^\circ, \dots$. Tất cả các góc này theo thứ tự chênh lệch nhau 180° . Vì vậy công thức duy nhất biểu diễn cho các góc lượng giác ấy là $k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

d) Theo hệ thức Sa-lơ, ta có:

$$(OA, OB) + (OB, OC) = (OA, OC) = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$(OA, OC) + (OC, OH) = (OA, OH) = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 12: Đổi số đo các góc sang đơn vị radian:

a) $90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad};$

b) $75^\circ = \frac{5\pi}{12} \text{ rad}$

b) $750^\circ = \frac{25\pi}{6} \text{ rad}; .$

d) $-\left(\frac{5}{\pi}\right)^\circ = -\frac{1}{36} \text{ rad}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

Ta có: $90^\circ = \frac{90\pi}{180} \text{ rad} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}; 75^\circ = \frac{75\pi}{180} \text{ rad} = \frac{5\pi}{12} \text{ rad} .$

Ta có: $750^\circ = \frac{750\pi}{180} \text{ rad} = \frac{25\pi}{6} \text{ rad}; -\left(\frac{5}{\pi}\right)^\circ = -\left(\frac{5}{\pi} \cdot \frac{\pi}{180}\right) \text{ rad} = -\frac{1}{36} \text{ rad}$

Câu 13: Biểu diễn các góc lượng giác có số đo sau đây trên đường tròn lượng giác. Khi đó:

a) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo 218° là điểm M thuộc góc phần tư thứ III của đường tròn lượng giác thoả mãn $AOM = 218^\circ$

b) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo -405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ IV của đường tròn lượng giác thoả mãn $AON = -45^\circ$

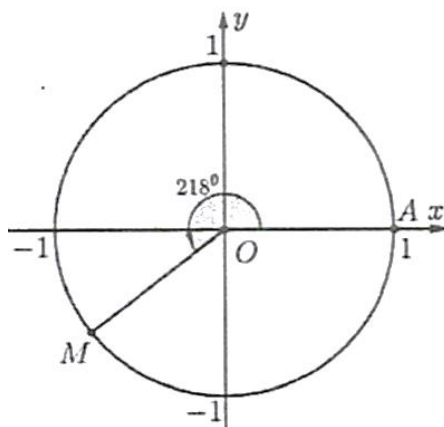
c) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{25\pi}{4}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác thoả mãn $AOP = \frac{\pi}{4}$

d) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{15\pi}{2}$ là điểm $Q(0; -1)$ thuộc đường tròn lượng giác thoả mãn $AOQ = -\frac{\pi}{2}$

Lời giải

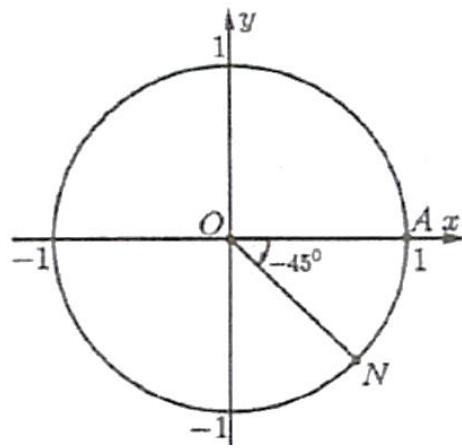
a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo 218° là điểm M thuộc góc phần tư thứ III của đường tròn lượng giác thoả mãn $AOM = 218^\circ$ (Hình 1).



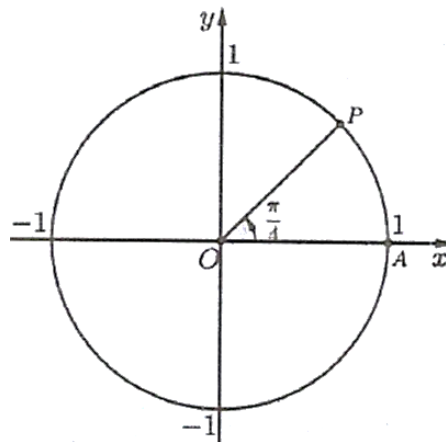
Hình 1

b) Ta có: $-405^\circ = -45^\circ - 360^\circ$. Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo -405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ IV của đường tròn lượng giác thoả mãn $AON = 45^\circ$ (Hình 2).



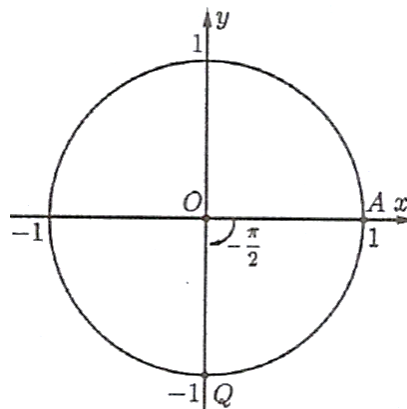
Hình 2

c) Ta có: $\frac{25\pi}{4} = \frac{\pi + 24\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 6\pi$. Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{25\pi}{4}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác thoả mãn $AOP = \frac{\pi}{4}$ (Hình 3).



Hình 3

d) Ta có: $\frac{15\pi}{2} = \frac{16\pi - \pi}{2} = -\frac{\pi}{2} + 8\pi$. Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{15\pi}{2}$ là điểm $Q(0; -1)$ thuộc đường tròn lượng giác thoả mãn $AOQ = \frac{\pi}{2}$ (Hình 4).



Câu 14: Đổi số đo các góc sau đây sang radian. Vậy:

a) $108^\circ = \frac{3\pi}{5} \text{ rad}$

b) $120^\circ = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$

c) $22^\circ 30' = \frac{\pi}{8} \text{ rad}$

d) $\left(\frac{1}{6\pi}\right)^\circ = \frac{1}{10} \text{ rad}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Ta có: $108^\circ = \frac{108^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{3\pi}{5} \text{ rad}$.

b) Ta có: $120^\circ = \frac{120^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$.

c) Ta có: $22^\circ 30' = \frac{22^\circ 30' \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{8} \text{ rad}$.

d) $\left(\frac{1}{6\pi}\right)^\circ = \frac{\frac{1}{6\pi} \pi}{180} = \frac{1}{1080} \text{ rad}$.

Câu 15: Tính được giá trị các biểu thức. Khi đó:

a) $A = \frac{1}{\sqrt{3}} \cos 30^\circ - 3\sqrt{2} \sin 45^\circ + \cot 45^\circ = -\frac{3}{2}$;

b) $B = \sin^2 60^\circ + \tan^2 30^\circ - 2 = -\frac{11}{12}$;

c) $C = 2 \sin \frac{\pi}{6} + \sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} = \frac{5}{2}$

d) $D = \frac{\tan \frac{\pi}{4} + 1}{\frac{1}{\sqrt{2}} \cot \frac{\pi}{2} - 2} = \frac{6}{5}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

$$\text{a) } A = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = \frac{1}{2} - 3 + 1 = -\frac{3}{2}.$$

$$\text{b) } B = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - 2 = \frac{3}{4} + \frac{1}{3} - 2 = -\frac{11}{12}.$$

$$\text{c) } C = 2 \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\text{d) } D = \frac{1+1}{\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} - 2} = -\frac{6}{5}.$$

Câu 16: Tính được các giá trị lượng giác của góc $\alpha = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ (biết $k \in \mathbb{Z}$). Khi đó:

$$\text{a) } \sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{b) } \cos \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\text{c) } \tan \alpha = \sqrt{3}$$

$$\text{d) } \cot \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

$$\text{Ta có: } \sin\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \cos\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2};$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}; \cot\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \cot \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 17: Tính được các giá trị lượng giác của góc $\alpha = -\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi$ (biết $k \in \mathbb{Z}$). Khi đó:

$$\text{a) } \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{b) } \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{c) } \tan \alpha = -1$$

$$\text{d) } \cot \alpha = -1$$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

$$\begin{aligned}
\text{Ta có: } \sin\left[-\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] &= \sin\left(-\frac{\pi}{4} + 2k\pi + \pi\right) \\
&= \sin\left(-\frac{\pi}{4} + \pi\right) = -\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\
\cos\left[-\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] &= \cos\left(-\frac{\pi}{4} + 2k\pi + \pi\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{4} + \pi\right) \\
&= -\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\cos\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\
\tan\left[-\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] &= \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\tan\frac{\pi}{4} = -1 \\
\cot\left[-\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] &= \cot\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\cot\frac{\pi}{4} = -1
\end{aligned}$$

Câu 18: Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Xét được dấu của các biểu thức sau. Khi đó:

- a) $A = \sin(\alpha + 90^\circ) > 0$;
- b) $B = \cos(\alpha - 45^\circ) > 0$;
- c) $C = \tan(270^\circ - \alpha) < 0$;
- d) $D = \cos(2\alpha + 90^\circ) > 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Ta có: $0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow 90^\circ < \alpha + 90^\circ < 180^\circ$
 $\Rightarrow \sin(\alpha + 90^\circ) > 0$.

b) Ta có: $0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow -45^\circ < \alpha - 45^\circ < 45^\circ$
 $\Rightarrow \cos(\alpha - 45^\circ) > 0$.

c) Ta có: $0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow -90^\circ < -\alpha < 0^\circ$
 $\Rightarrow 270^\circ + (-90^\circ) < 270^\circ + (-\alpha) < 270^\circ + 0^\circ$
 $\Rightarrow 180^\circ < 270^\circ - \alpha < 270^\circ$
 $\Rightarrow \tan(270^\circ - \alpha) > 0$

d) Ta có: $0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow 90^\circ < 2\alpha + 90^\circ < 270^\circ$
 $\Rightarrow \cos(2\alpha + 270^\circ) < 0$

Câu 19: Cho biết $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \cos \alpha = -\frac{4}{5}$. Và các biểu thức: $A = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(\pi + \alpha)$;

$$B = \cos(\pi - \alpha) + \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right). \text{ Khi đó}$$

a) $A = \cos \alpha - \sin \alpha$

b) $B = \cos \alpha + \tan \alpha$

c) $A + B = \frac{27}{20}$

d) $A - B = -\frac{29}{20}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Ta có: $A = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(\pi + \alpha) = \cos \alpha - \sin \alpha = -\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = -\frac{7}{5}$.

Ta có: $B = \cos(\pi - \alpha) + \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha + \tan \alpha$

$$= -\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{4}{5} + \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{20}.$$

Câu 20: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\sin x = -\frac{3}{5}$ với $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$. Khi

đó:

a) $\cos x > 0$

b) $\cos x = -\frac{4}{5}$

c) $\tan x = \frac{3}{4}$

d) $\cot x = \frac{4}{3}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Do $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ nên $\cos x < 0$.

Ta có: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$

$$\Rightarrow \cos x = -\frac{4}{5}; \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{3}{4}; \cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{4}{3}.$$

Câu 21: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\cos x = \frac{1}{4}$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Khi

đó:

a) $\sin x < 0$

b) $\sin x = -\frac{\sqrt{15}}{4}$

c) $\tan x = \sqrt{15}$

d) $\cot x = -\frac{1}{\sqrt{15}}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

Do $0 < x < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin x > 0$.

$$\text{Ta có: } \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

$$\Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{15}}{4}; \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \sqrt{15}; \cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{\sqrt{15}}.$$

Câu 22: Cho $\tan x = -2$. Tính được các biểu thức $A_1 = \frac{5\cot x + 4\tan x}{5\cot x - 4\tan x}$, $A_2 = \frac{2\sin x + \cos x}{\cos x - 3\sin x}$, khi đó:

a) $\cot x = -\frac{1}{2}$

b) Vì $\tan x = -2$ nên $\cos x = 0$

c) $A_1 = -\frac{21}{11}$

d) $A_2 = \frac{3}{7}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

$$\text{Ta có: } \tan x = -2 \Rightarrow \cot x = -\frac{1}{2} \Rightarrow A_1 = \frac{-\frac{5}{2} + 4 \cdot (-2)}{-\frac{5}{2} - 4 \cdot (-2)} = -\frac{21}{11}.$$

Vì $\tan x = -2$ nên $\cos x \neq 0$.

Chia tử và mẫu của biểu thức A_2 cho $\cos x$, ta được:

$$A_2 = \frac{\frac{2\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\cos x}}{\frac{\cos x}{\cos x} - \frac{3\sin x}{\cos x}} = \frac{2\tan x + 1}{1 - 3\tan x} = \frac{2(-2) + 1}{1 - 3(-2)} = -\frac{3}{7}$$

Câu 23: Cho $\cot x = 2$. Tính được các biểu thức $B_1 = \frac{2\sin x + 3\cos x}{3\sin x - 2\cos x}$, $B_2 = \frac{2}{\cos^2 x - \sin x \cos x}$, khi đó:

a) Vì $\cot x = 2$ nên $\sin x \neq 0$.

b) $B_1 = -8$

c) $B_2 = -5$

d) $B_1 + B_2 = -13$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Vì $\cot x = 2$ nên $\sin x \neq 0$.

Chia cả tử và mẫu của biểu thức B_1 cho $\sin x$, ta được:

$$B_1 = \frac{2\frac{\sin x}{\sin x} + 3\frac{\cos x}{\sin x}}{3\frac{\sin x}{\sin x} - 2\frac{\cos x}{\sin x}} = \frac{2 + 3\cot x}{3 - 2\cot x} = \frac{2 + 3 \cdot 2}{3 - 2 \cdot 2} = -8$$

Chia cả tử và mẫu của biểu thức B_2 cho $\sin^2 x$, ta được:

$$B_2 = \frac{\frac{2}{\sin^2 x}}{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \frac{\sin x \cos x}{\sin^2 x}} = \frac{2(1 + \cot^2 x)}{\cot^2 x - \cot x} = \frac{2(1 + 2^2)}{2^2 - 2} = 5$$

Câu 24: Từ một vị trí ban đầu trong không gian, vệ tinh X chuyển động theo quỹ đạo là một đường tròn quanh Trái Đất và luôn cách tâm Trái Đất một khoảng bằng 9200km . Sau 2 giờ thì vệ tinh X hoàn thành hết một vòng di chuyển.

a) Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1 giờ là: $\approx 28902,65(\text{km})$.

b) Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1,5 giờ là: $\approx 43353,98(\text{km})$

c) Sau khoảng 5,3 giờ thì X di chuyển được quãng đường 240000km

d) Giả sử vệ tinh di chuyển theo chiều dương của đường tròn, sau 4,5 giờ thì vệ tinh vẽ nên một góc $\frac{9\pi}{2}\text{rad}$?

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Một vòng di chuyển của X chính là chu vi đường tròn:

$$C = 2\pi R = 2\pi \cdot 9200 = 18400\pi (km).$$

Sau 1 giờ, vệ tinh di chuyển nửa đường tròn với quãng đường là:

$$\frac{1}{2}C = 9200\pi \approx 28902,65(km).$$

b) Sau 1,5 giờ, vệ tinh di chuyển được $\frac{1,5 \cdot 1}{2}$ đường tròn (hay $\frac{3}{4}$ đường tròn), quãng đường là:

$$\frac{3}{4}C = \frac{3}{4} \cdot 18400\pi = 13800\pi \approx 43353,98(km).$$

c) Số giờ để vệ tinh X thực hiện quãng đường $240000 km$ là: $\frac{240000}{9200\pi} \approx 8,3$ (giờ).

d) Sau 4,5 giờ thì số vòng tròn mà vệ tinh X di chuyển được là: $\frac{4,5}{2} = \frac{9}{4}$ (vòng).

Số đo góc lượng giác thu được là: $\frac{9}{4} \cdot 2\pi = \frac{9\pi}{2} (rad)$.

Câu 25: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Xét được dấu của các biểu thức sau. Khi đó:

a) $A = \cos(\alpha + \pi) < 0$;

b) $B = \tan(\alpha - \pi) > 0$;

c) $C = \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{5}\right) < 0$;

d) $D = \cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{8}\right) < 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \pi < \alpha + \pi < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos(\alpha + \pi) < 0$.

b) Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\pi < \alpha - \pi < -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan(\alpha - \pi) > 0$.

c) Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{5} < \alpha + \frac{2\pi}{5} < \frac{9\pi}{10} \Rightarrow \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{5}\right) > 0$.

d) Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{3\pi}{8} < \alpha - \frac{3\pi}{8} < \frac{\pi}{8} \Rightarrow \cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{8}\right) > 0$.

Câu 26: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\cos x = -\frac{5}{13}$ với $180^\circ < x < 270^\circ$, khi đó:

- a) $\sin x < 0$
- b) $\tan x = \frac{12}{5}$
- c) $\cot x = \frac{5}{12}$
- d) $\sin x - \cos x = -\frac{12}{13}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Do $180^\circ < x < 270^\circ \Rightarrow \sin x < 0$.

Ta có: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$

$\Rightarrow \sin x = -\frac{12}{13}; \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{12}{5}; \cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{5}{12}$.

$\sin x - \cos x = -\frac{7}{13}$

Câu 27: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\tan x = \frac{1}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, khi đó:

- a) $\cos x < 0$
- b) $\cos x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$
- c) $\sin x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$
- d) $\sin x + \cos x = -\frac{\sqrt{10}}{5}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Ta có: $\tan x = \frac{1}{3} \Rightarrow \cot x = \frac{1}{\tan x} = 3$. Vì $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ nên $\cos x < 0$.

Ta có: $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x = 1 + \frac{1}{9} = \frac{10}{9} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{9}{10} \Rightarrow \cos x = -\frac{3\sqrt{10}}{10};$

$$\sin x = \cos x \tan x = -\frac{3\sqrt{10}}{10} \cdot \frac{1}{3} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\sin x + \cos x = -\frac{2\sqrt{10}}{5}$$

Câu 28: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}, -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Khi đó:

a) $\cos^2 \alpha = \frac{9}{16}$

b) $\cos \alpha = -\frac{3}{4}$

c) $\cot \alpha = -\frac{3}{\sqrt{7}}$

d) $\tan \alpha + \cot \alpha = -\frac{16\sqrt{7}}{23}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}, -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0.$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{16}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{16}$$

$$\text{Vì } -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha > 0 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{\sqrt{7}}{3}; \cot \alpha = -\frac{3}{\sqrt{7}}$$

$$\tan \alpha + \cot \alpha = -\frac{16\sqrt{7}}{21}$$

Câu 29: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\cos \alpha = -\frac{7}{15}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó

a) $\sin^2 \alpha = \frac{176}{225}$

b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{176}}{15}$

$$c) \tan \alpha = \frac{\sqrt{176}}{7}$$

$$d) \cot \alpha = -\frac{7}{\sqrt{176}}$$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

$$\cos \alpha = -\frac{7}{15}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{176}{225}$$

$$\text{Vì } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin \alpha < 0 \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{176}}{15}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{176}}{7}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{7}{\sqrt{176}}.$$

Câu 30: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\tan \alpha = 2, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khi đó

$$a) \cot \alpha = \frac{1}{2}$$

$$b) \cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$$

$$c) \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$d) \sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

$$\tan \alpha = 2, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Ta có: } \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{2}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5}, \text{ vì } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \text{ nên } \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 31: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\sin \alpha = \frac{2}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó:

- a) $\cos \alpha < 0$
 b) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$
 c) $\tan \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$
 d) $\cot \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos \alpha < 0, \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = -\frac{\sqrt{5}}{3},$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{2}{3}}{-\frac{\sqrt{5}}{3}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}, \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{-\frac{2}{\sqrt{5}}} = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

Câu 32: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\cos \alpha = -\frac{3}{4}, -\frac{3\pi}{2} < \alpha < -\pi$. Khi đó:

- a) $\sin \alpha < 0$
 b) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$
 c) $\tan \alpha = \frac{-\sqrt{7}}{3}$
 d) $\cot \alpha = -\frac{3}{\sqrt{7}}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

$$-\frac{3\pi}{2} < \alpha < -\pi \Rightarrow \sin \alpha > 0; \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4};$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{4}}{-\frac{3}{4}} = -\frac{\sqrt{7}}{3}; \cot \alpha = -\frac{3}{\sqrt{7}}.$$

Câu 33: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{10}}{9}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó:

- a) $\cot \alpha = \frac{9}{2\sqrt{10}}$

$$b) \cos \alpha = -\frac{9}{11}$$

$$c) \begin{cases} \cos \alpha < 0 \\ \sin \alpha < 0 \end{cases}$$

$$d) \sin \alpha = -\frac{2\sqrt{10}}{11}$$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

$$\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha < 0 \\ \sin \alpha < 0 \end{cases}; \cot \alpha = \frac{9}{2\sqrt{10}}; \cos \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\tan^2 \alpha + 1}} = -\sqrt{\frac{1}{\frac{40}{81} + 1}} = -\frac{9}{11}$$

$$\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{81}{121}} = -\frac{2\sqrt{10}}{11}$$

Câu 34: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\cot \alpha = \sqrt{2} + 1, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khi đó:

$$a) \begin{cases} \cos \alpha > 0 \\ \sin \alpha > 0 \end{cases}$$

$$b) \tan \alpha = \sqrt{2} + 1$$

$$c) \sin \alpha = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

$$d) \cos \alpha = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha > 0 \\ \sin \alpha > 0 \end{cases}; \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} - 1;$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{1}{\cot^2 \alpha + 1}} = \sqrt{\frac{1}{(\sqrt{2} + 1)^2 + 1}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

♦Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác lấy điểm M sao cho $(OA, OM) = 40^\circ$. Gọi M' đối xứng với M qua gốc toạ độ. Khi đó số đo của góc lượng giác (OA, OM') bằng:

- A. $40^\circ + k360^\circ$. B. $140^\circ + k360^\circ$. C. $220^\circ + k360^\circ$. D. $50^\circ + k360^\circ$.

Lời giải

Chọn C

Câu 2: Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó, $\tan \alpha$ bằng:

- A. $\frac{\sqrt{21}}{5}$. B. $-\frac{\sqrt{21}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{2}$. D. $-\frac{\sqrt{21}}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 3: Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$. Khi đó, $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$ bằng:

- A. 8. B. 4. C. 16. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Câu 4: Kết quả thu gọn của biểu thức

$$A = \sin(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \text{ là:}$$

- A. $-2 \cot x$. B. $2 \tan x$. C. $2 \sin x$. D. $-2 \sin x$.

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Cho $\tan \alpha = 2$. Khi đó giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + 3 \sin^2 \alpha}$ bằng:

- A. 4. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Câu 6: Cho lục giác đều $ABCDEF$ nội tiếp trong đường tròn lượng giác (thứ tự đi từ A đến các đỉnh theo chiều ngược chiều kim đồng hồ). Tính số đo của các góc lượng giác $(OA, OB), (OA, OC), (OA, OD), (OA, OE), (OA, OF)$.

Lời giải

$$(OA, OB) = \frac{\pi}{3} + k2\pi; (OA, OC) = \frac{2\pi}{3} + k2\pi; (OA, OD) = \pi + k2\pi;$$

$$(OA, OE) = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi; (OA, OF) = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$$

Câu 7: Hoàn thành bảng sau:

Số đo độ	20°	?	150°	500°	?	?
----------	------------	---	-------------	-------------	---	---

Số đo radian	?	$\frac{11\pi}{2}$	?	?	$-\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{15}$
-----------------	---	-------------------	---	---	-------------------	-------------------

Lời giải

Hoàn thành bảng sau:

Số đo độ	20°	990°	150°	500°	-150°	84°
Số đo radian	$\frac{\pi}{9}$	$\frac{11\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{25\pi}{9}$	$-\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{15}$

Câu 8: Trên đường tròn lượng giác, xác định điểm Q biểu diễn các góc lượng giác có số đo sau:

- a) $\frac{\pi}{6}$
- b) $\frac{-5\pi}{7}$
- c) 270° ;
- d) -415° .

Lời giải

HD: Vẽ đường tròn lượng giác và tìm điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.

Câu 9: Một đường tròn có bán kính $20m$. Tìm độ dài của cung trên đường tròn đó có số đo là:

- a) $\frac{2\pi}{7}$
- b) 36° .

Lời giải

- a) Ta có $l = R\alpha = 20 \cdot \frac{2\pi}{7} = \frac{40\pi}{7} (m)$.
- b) Ta có $l = R \cdot \frac{\pi a}{180} = 20 \cdot \frac{\pi 36}{180} = 4\pi (m)$.

Câu 10: Đổi số đo của các góc sau đây sang radian:

- a) 15° ;
- b) 65° ;
- c) -105° ;
- d) $\left(\frac{-5}{\pi}\right)^0$.

Lời giải

- a) $\frac{\pi}{12}$; b) $\frac{13\pi}{36}$; c) $-\frac{7\pi}{12}$ d) $-\frac{1}{36}$.

Câu 11: Đổi số đo của các góc sau đây sang độ:

- a) 6;

b) $\frac{4\pi}{15}$

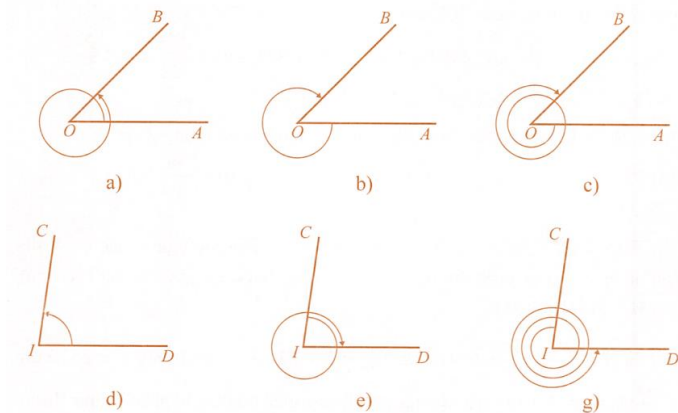
c) $-\frac{19\pi}{8}$

d) $\frac{5}{3}$.

Lời giải

a) $343,77^\circ$; b) 48° ; c) $-427,5^\circ$; d) $95,49^\circ$.

Câu 12: Xác định số đo của các góc lượng giác được biểu diễn trong mỗi hình dưới đây. Biết trong các Hình a, b, c có $AOB = \frac{\pi}{4}$; trong các Hình d, e, g có $CID = 82^\circ$.



Lời giải

a) $\frac{9\pi}{4}$; b) $-\frac{7\pi}{4}$; c) $-\frac{15\pi}{4}$; d) 82° ; e) -442° ; g) 998° .

Câu 13: Hãy tìm số đo α của góc lượng giác (Om, On) , với $-\pi \leq \alpha < \pi$, biết một góc lượng giác cùng tia đầu Om và tia cuối On có số đo là:

a) $\frac{36\pi}{5}$;

b) $-\frac{75\pi}{14}$

c) $\frac{39\pi}{8}$

d) 2023π .

Lời giải

a) $-\frac{4\pi}{5}$; b) $\frac{9\pi}{14}$; c) $\frac{7\pi}{8}$; d) $-\pi$

Câu 14: Cho một góc lượng giác có số đo là 375° .

a) Tìm số lớn nhất trong các số đo của góc lượng giác cùng tia đầu, tia cuối với góc đó mà có số đo âm;

b) Tìm số nhỏ nhất trong các số đo của góc lượng giác cùng tia đầu, tia cuối với góc đó mà có số đo dương.

Lời giải

a) -345° ; b) 15° .

Câu 15: Viết công thức tổng quát của số đo góc lượng giác (Om, On) dưới dạng $a^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$), với $0 \leq a < 360$, biết một góc lượng giác với tia đầu Om , tia cuối On có số đo:

a) 1935° ;

b) -450° ;

c) -1440° ;

d) $754,5^\circ$.

Lời giải

a) Ta có $1935^\circ = 135^\circ + 5 \cdot 360^\circ$ nên công thức tổng quát của số đo góc lượng giác (Om, On) là $(Om, On) = 135^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

b) Ta có $-450^\circ = 270^\circ - 2 \cdot 360^\circ$ nên công thức tổng quát của số đo góc lượng giác (Om, On) là $(Om, On) = 270^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

c) Ta có $-1440^\circ = -4 \cdot 360^\circ$ nên công thức tổng quát của số đo góc lượng giác (Om, On) là $(Om, On) = k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

d) Ta có $754,5^\circ = 34,5^\circ + 2 \cdot 360^\circ$ nên công thức tổng quát của số đo góc lượng giác (Om, On) là $(Om, On) = 34,5^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

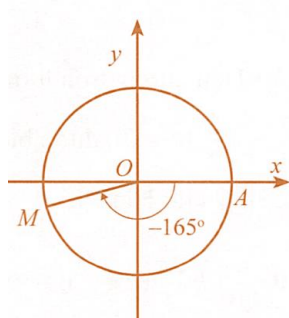
Câu 16: Biểu diễn các góc lượng giác sau trên đường tròn lượng giác:

a) -1965° ;

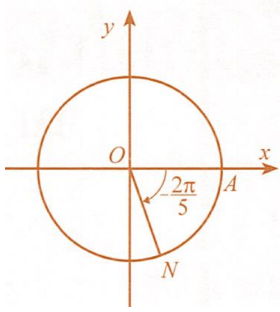
b) $\frac{48\pi}{5}$.

Lời giải

a) Ta có $-1965^\circ = -165^\circ + (-5) \cdot 360^\circ$. Vậy điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo -1965° là điểm M trên đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ III sao cho $AOM = 165^\circ$ như Hình.



b) Ta có $\frac{48\pi}{5} = -\frac{2\pi}{5} + 10\pi$. Vậy điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo $\frac{48\pi}{5}$ là điểm N trên đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ III sao cho $\angle AON = \frac{2\pi}{5}$ như Hình.



Câu 17: a) Góc lượng giác -245° có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác với góc lượng giác nào sau đây?

$-605^\circ; -65^\circ; 115^\circ; 205^\circ; 475^\circ$.

b) Góc lượng giác $\frac{24\pi}{5}$ có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác với góc lượng giác nào sau đây?

$-\frac{16\pi}{5}; -\frac{\pi}{5}; \frac{14\pi}{5}; \frac{29\pi}{5}; \frac{53\pi}{10}$.

Lời giải

Hướng dẫn: Tính hiệu số đo của góc lượng giác cần xét với góc được cho. Nếu hiệu số đo là một bội nguyên của 360° hoặc 2π thì chúng có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.

a) $-605^\circ; 115^\circ; 475^\circ$;

b) $-\frac{16\pi}{5}; \frac{14\pi}{5}$.

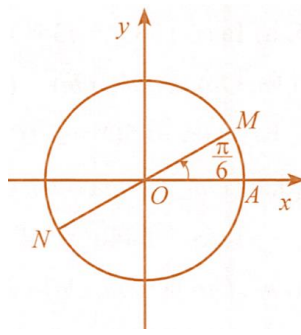
Câu 18: Trên đường tròn lượng giác, hãy biểu diễn các góc lượng giác có số đo có dạng là:

a) $\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

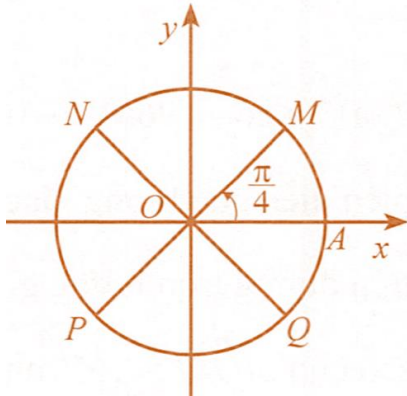
b) $\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

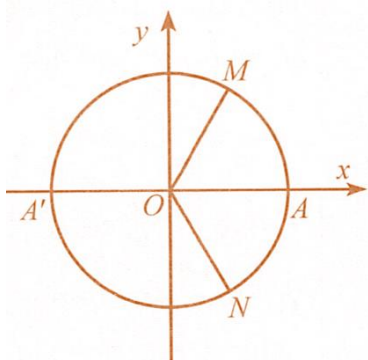
a) Trên đường tròn lượng giác, các góc có số đo $\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ được biểu diễn bởi hai điểm M và N như Hình.



b) Trên đường tròn lượng giác, các góc có số đo $\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ được biểu diễn bởi bốn điểm M, N, P, Q như Hình.



Câu 19: Trong hình bên, các điểm M, A', N tạo thành ba đỉnh của một tam giác đều. Vị trí các điểm M, A', N trên đường tròn lượng giác có thể được biểu diễn cho góc lượng giác nào sau đây?



$$\frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}); -\pi + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}); -\frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải

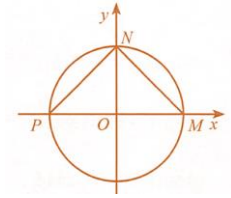
$$\frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}); -\pi + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 20: Cho ba điểm M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác của các góc lượng giác có số đo $k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. Tam giác MNP là tam giác gì?

Lời giải

Để thấy $M(1;0), N(0;1)$ và $P(-1;0)$.

Suy ra $MN = NP = \sqrt{2}, MP = 2$.



Do đó MNP là tam giác vuông cân tại N .

Câu 21: Cho $\cos x = -\frac{5}{13}$ ($90^\circ < x < 180^\circ$). Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc x .

Lời giải

Từ đẳng thức $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, suy ra $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$.

Mặt khác $90^\circ < x < 180^\circ$ nên $\sin x > 0$. Do đó $\sin x = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$

Từ đó tính được $\tan x = \frac{12}{13} : \left(-\frac{5}{13}\right) = -\frac{12}{5}$; $\cot x = -\frac{5}{12}$.

Câu 22: Tính các giá trị lượng giác của góc α , nếu:

a) $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

b) $\cos \alpha = \frac{11}{61}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

c) $\tan \alpha = -\frac{15}{8}$ và $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$;

d) $\cot \alpha = -2,4$ và $-180^\circ < \alpha < 0^\circ$.

Lời giải

a) $\cos \alpha = -\frac{3}{5}, \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{4}{3}, \cot \alpha = \frac{3}{4}$;

b) $\sin \alpha = \frac{60}{61}, \tan \alpha = \frac{60}{11}, \cot \alpha = \frac{11}{60}$;

c) $\cot \alpha = -\frac{8}{15}, \cos \alpha = \frac{8}{17}, \sin \alpha = -\frac{15}{17}$;

d) $\tan \alpha = -\frac{5}{12}, \sin \alpha = -\frac{5}{13}, \cos \alpha = \frac{12}{13}$.

Câu 23: Biểu diễn các giá trị lượng giác sau qua các giá trị lượng giác của góc có số đo từ 0 đến $\frac{\pi}{4}$

(hoặc từ 0° đến 45°):

a) $\sin(-1693^\circ)$;

b) $\cos \frac{1003\pi}{3}$;

c) $\tan 885^\circ$;

d) $\cot \left(-\frac{53\pi}{10} \right)$.

Lời giải

a) $\sin(-1693^\circ) = \cos 17^\circ$;

b) $\cos \frac{1003\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{6}$;

c) $\tan 885^\circ = -\tan 15^\circ$;

d) $\cot \left(-\frac{53\pi}{10} \right) = -\tan \frac{\pi}{5}$.

Câu 24: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Xác định dấu của các giá trị lượng giác sau:

a) $\cos(\alpha + \pi)$;

b) $\sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$;

c) $\tan \left(\alpha + \frac{3\pi}{2} \right)$

d) $\cot \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right)$

e) $\cos \left(2\alpha + \frac{\pi}{2} \right)$;

g) $\sin(\pi - 2\alpha)$.

Lời giải

a) $\cos(\alpha + \pi) = -\cos \alpha > 0$ vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

b) $\sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \cos \alpha < 0$ vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

c) $\tan \left(\alpha + \frac{3\pi}{2} \right) = -\cot \alpha < 0$ vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

d) $\cot \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) = -\tan \alpha < 0$ vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

e) $\cos \left(2\alpha + \frac{\pi}{2} \right) = -\sin 2\alpha < 0$ vì $2\pi < 2\alpha < 3\pi$.

g) $\sin(\pi - 2\alpha) = \sin 2\alpha > 0$ vì $2\pi < 2\alpha < 3\pi$.

Câu 25: Biết $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \frac{3 \sin \alpha}{2 \cos \alpha - \tan \alpha};$

b) $B = \frac{\cot^2 \alpha - \sin \alpha}{\tan \alpha + 2 \cos \alpha}.$

Lời giải

Vì $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$, $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ và $\cot \alpha = -\frac{4}{3}$.

a) $A = \frac{3 \cdot \frac{3}{5}}{2 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right)} = -\frac{36}{17}$

b) $B = \frac{\left(-\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{3}{5}}{-\frac{3}{4} + 2 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)} = -\frac{212}{423}.$

Câu 26: Cho $\sin a + \cos a = m$. Hãy tính theo m .

a) $\sin a \cos a;$

b) $\sin^3 a + \cos^3 a;$

c) $\sin^4 a + \cos^4 a.$

Lời giải

a) Ta có: $\sin a + \cos a = m$ nên $(\sin a + \cos a)^2 = m^2$ hay $1 + 2 \sin a \cos a = m^2$.

Từ đó suy ra $\sin a \cos a = \frac{m^2 - 1}{2}.$

b) $\sin^3 a + \cos^3 a = (\sin a + \cos a)^3 - 3 \sin a \cos a (\sin a + \cos a)$

$= m^3 - 3m \frac{m^2 - 1}{2} = \frac{3m - m^3}{2}.$

c) $\sin^4 a + \cos^4 a = (\sin^2 a + \cos^2 a)^2 - 2 \sin^2 a \cos^2 a$

$= 1 - 2 \sin^2 a \cos^2 a = 1 - \frac{(m^2 - 1)^2}{2}.$

Câu 27: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Tính $\cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$.

Lời giải

$\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}, \tan \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{4}, \cot \alpha = -2\sqrt{2}.$

Câu 28: Rút gọn biểu thức $A = 2\cos^4 x - \sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + 3\sin^2 x$.

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= 2\cos^4 x - \sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + 3\sin^2 x \\ &= \cos^4 x - \sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + 3\sin^2 x \\ &= \cos^2 x - \sin^2 x + \cos^2 x + 3\sin^2 x \\ &= 2\cos^2 x + 2\sin^2 x = 2 \end{aligned}$$

Câu 29: Cho $\cot x = -3, \frac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính $\sin x, \cos x, \tan x$.

Lời giải

Ta có: $\tan x = \frac{1}{\cot x} = -\frac{1}{3}$. Áp dụng công thức: $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$, ta được $\sin^2 x = \frac{1}{10}$. Mà $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ nên $\sin x > 0$. Suy ra $\sin x = \frac{\sqrt{10}}{10}$. Khi đó $\cos x = \cot x \cdot \sin x = -3 \cdot \frac{\sqrt{10}}{10} = -\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

Câu 30: Cho $\tan x = -2$. Tính giá trị của mỗi biểu thức sau:

a) $A = \frac{3\sin x - 5\cos x}{4\sin x + \cos x}$

b) $B = \frac{2\sin^2 x - 3\sin x \cos x - \cos^2 x}{\sin^2 x + \sin x \cos x}$

Lời giải

a) Vì $\tan x$ xác định nên $\cos x$ khác 0. Chia cả tử và mẫu cho $\cos x$, ta được:

$$A = \frac{3\sin x - 5\cos x}{4\sin x + \cos x} = \frac{3\tan x - 5}{4\tan x + 1} = \frac{3 \cdot (-2) - 5}{4 \cdot (-2) + 1} = \frac{11}{7}.$$

b) Vì $\tan x$ xác định nên $\cos^2 x$ khác 0. Chia cả tử và mẫu cho $\cos^2 x$, ta được:

$$B = \frac{2\sin^2 x - 3\sin x \cos x - \cos^2 x}{\sin^2 x + \sin x \cos x} = \frac{2\tan^2 x - 3\tan x - 1}{\tan^2 x + \tan x} = \frac{13}{2}.$$

Câu 31: Tính:

a) $A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$

b) $B = \sin \frac{\pi}{5} + \sin \frac{2\pi}{5} + \dots + \sin \frac{9\pi}{5}$ (gồm 9 số hạng);

c) $C = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$ (gồm 89 thừa số).

Lời giải

a) Do $\cos \frac{7\pi}{8} = \cos \left(\pi - \frac{\pi}{8} \right) = -\cos \frac{\pi}{8}$, $\cos \frac{5\pi}{8} = \cos \left(\pi - \frac{3\pi}{8} \right) = -\cos \frac{3\pi}{8}$ nên

$$\begin{aligned}
 A &= \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8} = 2 \left(\cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} \right) \\
 &= 2 \left[\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{8} \right) \right] = 2 \left(\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{\pi}{8} \right) = 2
 \end{aligned}$$

b) Nhận thấy: $\sin \frac{9\pi}{5} = \sin \left(-\frac{\pi}{5} + 2\pi \right) = -\sin \frac{\pi}{5}$ nên $\sin \frac{\pi}{5} + \sin \frac{9\pi}{5} = 0$.

Tương tự ta có: $\sin \frac{2\pi}{5} + \sin \frac{8\pi}{5} = 0, \sin \frac{3\pi}{5} + \sin \frac{7\pi}{5} = 0, \sin \frac{4\pi}{5} + \sin \frac{6\pi}{5} = 0$.

Suy ra $B = \sin \frac{\pi}{5} + \sin \frac{2\pi}{5} + \dots + \sin \frac{9\pi}{5} = 0 + \sin \frac{5\pi}{5} = 0$.

c) $C = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \cdot \tan 89^\circ$
 $= (\tan 1^\circ \cdot \tan 89^\circ) (\tan 2^\circ \cdot \tan 88^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cdot \tan 46^\circ) \tan 45^\circ$
 $= (\tan 1^\circ \cdot \cot 1^\circ) (\tan 2^\circ \cdot \cot 2^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cdot \cot 44^\circ) \tan 45^\circ = 1.$ ³⁴

Câu 32: Cho $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$ với $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Tính:

a) $A = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$;

b) $B = \sin \alpha - \cos \alpha$;

c) $C = \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$

d) $D = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$.

Lời giải

a) Do $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$ nên $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{9}$ hay $1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{9}$.

Suy ra $A = \sin \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{4}{9}$.

b) Xét $B^2 = (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1 + \frac{8}{9} = \frac{17}{9}$.

Do $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên $\sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0$.

Do đó $B = \sin \alpha - \cos \alpha < 0$. Vậy $B = -\frac{\sqrt{17}}{3}$.

c) $C = \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)^3 - 3 \sin \alpha \cos \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha) = \frac{13}{27}$.

d) Ta có: $D = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{49}{81}$.

Câu 33: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\cos(\alpha + \pi) + \sin \left(\alpha + \frac{5\pi}{2} \right) - \tan \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \tan(\pi - \alpha)$.

$$b) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin(\beta + \pi) - \sin(2\pi - \alpha) \cos\left(\beta - \frac{\pi}{2}\right).$$

Lời giải

$$a) -1; b) 0.$$

Câu 34: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) \sin 17^\circ \sin 197^\circ + \sin 73^\circ \cos 163^\circ;$$

$$b) \frac{1}{1 - \tan 145^\circ} + \frac{1}{1 + \tan 55^\circ}.$$

Lời giải

Hướng dẫn: Sử dụng công thức để biểu diễn giá trị lượng giác của các góc về giá trị lượng giác của cùng một góc và sử dụng các hệ thức lượng giác cơ bản để rút gọn.

$$a) -1; b) 1.$$

Câu 35: a) Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$. Tính giá trị của biểu thức $\tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha$.

$$b) \text{ Cho } \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{4}. \text{ Tính giá trị của biểu thức } \sin \alpha \cos \alpha.$$

$$c) \text{ Cho } \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{2}. \text{ Tính giá trị của biểu thức } \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha.$$

Lời giải

$$\begin{aligned} a) \tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha &= (\tan \alpha + \cot \alpha)^3 - 3 \tan \alpha \cot \alpha (\tan \alpha + \cot \alpha) \\ &= (\tan \alpha + \cot \alpha)^3 - 3(\tan \alpha + \cot \alpha) = 2^3 - 3 \cdot 2 = 2. \end{aligned}$$

$$b) (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha.$$

$$\text{Do đó } \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} [(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1] = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{4} \right)^2 - 1 \right] = -\frac{15}{32}.$$

c)

$$\begin{aligned} \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha &= (\sin \alpha + \cos \alpha) (\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha) \\ &= (\sin \alpha + \cos \alpha) (1 - \sin \alpha \cos \alpha) \end{aligned}$$

$$\text{Mà } \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} [(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1] = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 - 1 \right] = -\frac{3}{8},$$

$$\text{nên } \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = \frac{1}{2} \cdot \left[1 - \left(-\frac{3}{8} \right) \right] = \frac{1}{2} \cdot \frac{11}{8} = \frac{11}{16}.$$

Câu 36: Cho $\tan x = 2$. Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) \frac{3 \sin x - 4 \cos x}{5 \sin x + 2 \cos x}$$

$$b) \frac{\sin^3 x + 2 \cos^3 x}{2 \sin x + 3 \cos x}.$$

Lời giải

Hướng dẫn: Vì $\tan x$ xác định nên $\cos x \neq 0$. Chia tử và mẫu của phân thức cho lũy thừa thích hợp của $\cos x$ để biểu diễn biểu thức theo $\tan x$.

$$a) \frac{3\sin x - 4\cos x}{5\sin x + 2\cos x} = \frac{3 \cdot \frac{\sin x}{\cos x} - 4}{5 \cdot \frac{\sin x}{\cos x} + 2} = \frac{3\tan x - 4}{5\tan x + 2} = \frac{3 \cdot 2 - 4}{5 \cdot 2 + 2} = \frac{1}{6}.$$

$$b) \frac{\sin^3 x + 2\cos^3 x}{2\sin x + 3\cos x} = \frac{\frac{\sin^3 x}{\cos^3 x} + 2}{\left(2 \frac{\sin x}{\cos x} + 3\right) \cdot \frac{1}{\cos^2 x}} = \frac{\tan^3 x + 2}{(2\tan x + 3)(\tan^2 x + 1)} \\ = \frac{2^3 + 2}{(2 \cdot 2 + 3)(2^2 + 1)} = \frac{2}{7}$$

Câu 37: Một vệ tinh được định vị tại vị trí A trong không gian. Từ vị trí A , vệ tinh bắt đầu chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là đường tròn với tâm là tâm O của Trái Đất. Giả sử vệ tinh chuyển động hết một vòng của quỹ đạo trong $2h$ theo chiều kim đồng hồ. Khi vệ tinh chuyển động được $3h$, bán kính của vòng quay quét một góc lượng giác có số đo bằng bao nhiêu? (Tính theo đơn vị radian).

Lời giải

Theo giả thiết, vệ tinh chuyển động theo chiều kim đồng hồ nên sau $2h$, bán kính của vòng quay khi vệ tinh chuyển động quét được một góc lượng giác bằng $-2\pi(\text{rad})$.

Vậy khi vệ tinh chuyển động được $3h$ thì bán kính của vòng quay quét được một góc lượng giác bằng -3π (rad).

Câu 38: Một chiếc quạt trần năm cánh quay với tốc độ 175 vòng trong một phút. Chọn chiều quay của quạt là chiều dương.

a) Sau 5 giây, cánh quạt quay được một góc có số đo bao nhiêu radian?

b) Sau thời gian bao lâu cánh quạt quay được một góc có số đo 42π ?

Lời giải

a) Sau 1 giây, cánh quạt quay được $\frac{175}{60} = \frac{35}{12}$ (vòng) theo chiều dương.

Suy ra sau 1 giây, cánh quạt quay được một góc có số đo là $\frac{35}{12} \cdot 2\pi = \frac{35\pi}{6}$.

Vậy sau 5 giây, cánh quạt quay được một góc có số đo là $\frac{35\pi}{6} \cdot 5 = \frac{175\pi}{6}$.

b) Thời gian để cánh quạt quay được một góc có số đo 42π là

$$42\pi : \frac{35\pi}{6} = 7,2 \text{ giây.}$$

Câu 39: Trong chặng đua nước rút, bánh xe của một vận động viên đua xe đạp quay được 30 vòng trong 8 giây. Chọn chiều quay của bánh xe là chiều dương. Xét van V của bánh xe.



- a) Sau 1 phút, van V đó quay được một góc có số đo bao nhiêu radian?
b) Biết rằng bán kính của bánh xe là 35cm . Độ dài quãng đường mà vận động viên đua xe đạp đã đi được trong 1 phút là bao nhiêu mét?

Lời giải

- a) Sau 1 giây, van V của bánh xe quay được $\frac{30}{8} = 3,75$ (vòng).

Sau 1 phút, van V của bánh xe quay được $3,75 \cdot 60 = 225$ (vòng).

Suy ra sau 1 phút, van V của bánh xe quay được một góc có số đo là $225 \cdot 2\pi = 450\pi$.

- b) Mỗi góc ở tâm với số đo 1 rad chắn một cung có độ dài bằng bán kính bánh xe $r = 0,35\text{m}$.

Do đó độ dài quãng đường mà vận động viên đua xe đạp đã đi được trong 1 phút là $450\pi \cdot 0,35 \approx 494,8(m)$.