

MỤC LỤC

▶ BÀI 2. CẤP SỐ CỘNG	2
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức	2
Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản.....	2
♦ Dạng 1: Góc lượng giác	2
♦ Dạng 2: Giá trị lượng giác của góc lượng giác.....	3
♦ Dạng 3: Áp dụng tính chất của giá trị lượng giác.....	4
♦ Dạng 4: Ứng dụng	5
Ⓒ. Dạng toán rèn luyện.....	8
♦ Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	8
♦ Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai	8
♦ Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	22

A. Tóm tắt kiến thức

1. Cấp số cộng

- ✓ Cấp số cộng là một dãy số (vô hạn hoặc hữu hạn) mà trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó với một số d không đổi, nghĩa là:

$$u_{n+1} = u_n + d \quad (n \in \mathbb{N}^*).$$

- ✓ Số d được gọi là công sai của cấp số cộng.

- **Nhận xét:** Nếu (u_n) là cấp số cộng thì kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng (trừ số hạng cuối đối với cấp số cộng hữu hạn) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề nó trong dãy, tức là:

$$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2} \quad (k \geq 2).$$

2. Số hạng tổng quát của cấp số cộng

○ **Định lí 1**

- ✓ Nếu một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định bởi công thức: $u_n = u_1 + (n-1)d, n \geq 2$.

3. Tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng

○ **Định lí 2**

- ✓ Giả sử (u_n) là một cấp số cộng có công sai d . Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$, khi đó

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} \text{ hay } S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}.$$

B. Phân dạng toán cơ bản

♦ **Dạng 1: Chứng minh một dãy số là cấp số cộng**

☞ **Các ví dụ minh họa**

Câu 1: Trong các dãy số (u_n) với số hạng tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?

Nếu là cấp số cộng, hãy tìm số hạng đầu u_1 và công sai d .

a) $u_n = 3 - 2n$

b) $u_n = 3^n$.

Lời giải

a) Ta có: $u_1 = 3 - 2 \cdot 1 = 1; u_n - u_{n-1} = 3 - 2n - [3 - 2(n-1)] = -2$ với mọi $n \geq 2$.

Vậy dãy số (u_n) đã cho là một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công sai $d = -2$.

b) Ta có: $u_1 = 3; u_2 = 9; u_3 = 27; \dots$ Do đó, $u_2 - u_1 = 6; u_3 - u_2 = 18$.

Vậy dãy số (u_n) đã cho không là một cấp số cộng.

Câu 2: Tìm cấp số cộng trong các dãy số sau:

a) $1; -3; -7; -11; -15$.

b) $1; -3; -6; -9; -12$.

c) $1; -2; -4; -6; -8$.

Lời giải

a) Dãy số $1; -3; -7; -11; -15$ là cấp số cộng với công sai $d = -4$.

b) Ta có $(-3) - 1 \neq (-6) - (-3)$. Vậy dãy số này không phải là cấp số cộng.

c) Ta có $(-2) - 1 \neq (-4) - (-2)$. Vậy dãy số này không phải là cấp số cộng.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Tìm u_2 .

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 + d = 9 + 2 = 11$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$. Tìm u_{10} .

Lời giải

Ta có $u_{10} = u_1 + 9d = -5 + 9 \cdot 3 = 22$.

Câu 5: (Nhận biết cấp số cộng)

Chúng tỏ rằng dãy số (u_n) với $u_n = 4 - n$ là một cấp số cộng. Tìm số hạng đầu và công sai của nó.

Lời giải

Ta có $u_n - u_{n-1} = 4 - n - [4 - (n-1)] = -1$, với mọi $n \geq 2$.

Do đó (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = -1$.

♦ **Dạng ②: Xác định số hạng và công sai của cấp số cộng**

👉 **Các ví dụ minh họa**

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -3$, công sai $d = 5$.

a) Viết công thức của số hạng tổng quát u_n .

b) Số 492 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng trên?

c) Số 300 có là số hạng nào của cấp số cộng trên không?

Lời giải

a) Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = -3 + (n-1) \cdot 5 = 5n - 8$.

b) Ta có: $5n - 8 = 492 \Leftrightarrow n = 100$. Vậy số 492 là số hạng thứ 100 của (u_n) .

c) Nhận thấy $5n - 8 = 300 \Leftrightarrow n = \frac{308}{5} = 61,6 \notin \mathbb{N}^*$. Vậy số 300 không là số hạng nào của (u_n) .

Câu 7: Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) , biết $u_5 = 19, u_9 = 35$.

Lời giải

Gọi d là công sai của cấp số cộng. Từ giả thiết, ta có:
$$\begin{cases} u_1 + 4d = 19 \\ u_1 + 8d = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 4. \end{cases}$$

Vậy số hạng đầu của cấp số cộng đó là $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$.

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = \frac{1}{3}$ và $u_1 + u_2 + u_3 = -1$.

Tìm công sai d và viết công thức của số hạng tổng quát u_n .

Lời giải

Ta có $u_1 + u_2 + u_3 = -1$ hay $3u_1 + 3d = -1$. Mà $u_1 = \frac{1}{3}$ nên $d = -\frac{2}{3}$.

Công thức của số hạng tổng quát u_n là: $u_n = \frac{1}{3} + (n-1)\left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{2}{3}n + 1$

Câu 9: (Vận dụng tính chất của cấp số cộng)

Tìm x sao cho $x+3, 2x+1$ và $5x+2$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.

Lời giải

Từ $x+3, 2x+1$ và $5x+2$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng, ta suy ra $(x+3) + (5x+2) = 2(2x+1) \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$.

Thử lại, ta có ba số tìm được là $\frac{3}{2}, -2, -\frac{11}{2}$ thoả mãn bài toán. Vậy $x = -\frac{3}{2}$.

♦ **Dạng 3:** Tính tổng số hạng đầu của cấp số cộng

☞ **Các ví dụ minh họa**

Câu 10: Tính tổng 100 số hạng đầu của dãy số (u_n) , biết $u_n = 0,3n + 5$ với mọi $n \geq 1$.

Lời giải

Ta có: $u_1 = 0,3 \cdot 1 + 5 = 5,3; u_n - u_{n-1} = 0,3n + 5 - [0,3(n-1) + 5] = 0,3$ với mọi $n \geq 2$. Vậy dãy số (u_n) đã cho là một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 5,3$ và công sai $d = 0,3$.

Vậy tổng 100 số hạng đầu của dãy số đó là:

$$S_{100} = u_1 + u_2 + \dots + u_{100} = \frac{(2 \cdot 5,3 + 99 \cdot 0,3) \cdot 100}{2} = 2015,48$$

Câu 11: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$

- a) Tìm số hạng thứ 100 của cấp số cộng (u_n) .
 b) Tính tổng của 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) .
 c) Tính $S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30}$.

Lời giải

a) Từ giả thiết của bài toán, ta có:

$$\begin{cases} u_1 + 4d + 3(u_1 + 2d) - (u_1 + d) = -21 \\ 3(u_1 + 6d) - 2(u_1 + 3d) = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -7 \\ u_1 + 12d = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -3. \end{cases}$$

Số hạng thứ 100 của cấp số cộng

(u_n) là: $u_{100} = u_1 + 99d = 2 + 99 \cdot (-3) = -295$.

b) Tổng của 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) là:

$$S_{15} = \frac{15(2u_1 + 14d)}{2} = -285$$

c) Ta có: $S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30} = \frac{27(2u_4 + 26d)}{2} = 27(u_1 + 16d)$

$= 27[2 + 16 \cdot (-3)] = -1242$. Chú ý: Với **Câu 4c**, ta có thể thực hiện theo cách sau:

$$S = S_{30} - S_3 = 15(2u_1 + 29d) - \frac{3}{2}(2u_1 + 2d) = -1242.$$

♦Dạng 4: Ứng dụng

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 12: (Vận dụng thực tiễn)

Một hội trường lớn có 35 ghế ở hàng đầu tiên, 37 ghế ở hàng thứ hai, 39 ghế ở hàng thứ ba và cứ tiếp tục theo quy luật như vậy. Có tất cả 27 hàng ghế. Hỏi hội trường đó có bao nhiêu ghế?

Lời giải

Gọi u_n là số ghế ở hàng thứ n . Vì hội trường lớn có 35 ghế ở hàng đầu tiên, 37 ghế ở hàng thứ hai, 39 ghế ở hàng thứ ba, ... nên dãy số (u_n) lập thành cấp số cộng có $u_1 = 35$ và công sai $d = 2$. Suy ra tổng số ghế của hội trường với 27 hàng ghế là

$$S_{27} = \frac{(2u_1 + 26d) \cdot 27}{2} = 1647 \text{ (ghế)}$$

Câu 13: (Vận dụng thực tiễn)

Bác Hưng để 10 triệu đồng trong tài khoản ngân hàng. Vào cuối mỗi năm, ngân hàng trả lãi 3% vào tài khoản của bác ấy, nhưng sau đó sẽ tính phí duy trì tài khoản hằng năm là 120 nghìn đồng.

a) Gọi A_0 là số tiền bác Hưng đã gửi. Viết công thức tính lần lượt A_1, A_2, A_3 . Từ đó dự đoán hệ thức truy hồi cho số dư A_n (tính theo đơn vị đồng) trong tài khoản của bác Hưng vào cuối năm thứ n .

b) Tìm số dư trong tài khoản của bác Hưng sau 4 năm.

Lời giải

a) Vào cuối năm thứ nhất, số tiền trong tài khoản của bác Hưng là

$$A_1 = A_0(1+3\%) - 120000 = 1,03A_0 - 120000 \text{ (đồng)}$$

Vào cuối năm thứ hai, số tiền trong tài khoản của bác Hưng là

$$A_2 = A_1(1+3\%) - 120000 = 1,03A_1 - 120000 \text{ (đồng)}$$

Vào cuối năm thứ ba, số tiền trong tài khoản của bác Hưng là

$$A_3 = A_2(1+3\%) - 120000 = 1,03A_2 - 120000 \text{ (đồng)}$$

Tương tự, vào cuối năm thứ $n(n \geq 1)$, số tiền trong tài khoản của bác Hưng là

$$A_n = A_{n-1}(1+3\%) - 120000 = 1,03A_{n-1} - 120000 \text{ (đồng)}$$

b) Ta tính lần lượt A_1, A_2, A_3, A_4 :

$$A_1 = 10180000; \quad A_2 = 10365400;$$

$$A_3 = 10556362; \quad A_4 = 10753053.$$

Như vậy, số dư trong tài khoản của bác Hưng sau 4 năm là 10753053 đồng.

Câu 14: Một ruộng bậc thang có thửa thấp nhất (bậc thứ nhất) nằm ở độ cao $950m$ so với mực nước biển, độ chênh lệch giữa thửa trên và thửa dưới trung bình là $1,5m$. Hỏi thửa ruộng ở bậc thứ 12 có độ cao là bao nhiêu mét so với mực nước biển?



Lời giải

Kí hiệu u_n là chiều cao so với mực nước biển của thửa ruộng ở bậc thứ n .

Khi đó, dãy số (u_n) là một cấp số cộng với $u_1 = 950$ và $d = 1,5$.

Ta có $u_{12} = u_1 + 11d = 950 + 11 \cdot 1,5 = 966,5$.

Vậy thửa ruộng ở bậc thứ 12 có độ cao $966,5$ m so với mực nước biển.

Câu 15: Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu đồng. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu đồng.

Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu đồng. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu đồng.

Nếu là người được tuyển dụng vào doanh nghiệp trên, em nên chọn phương án nào khi:

- a) Kí hợp đồng lao động 3 năm?
- b) Kí hợp đồng lao động 10 năm?

Lời giải

Ở phương án trả lương thứ nhất, số tiền lương mỗi năm người lao động nhận được lập thành cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 120$, công sai $d = 18$.

Ở phương án trả lương thứ hai, số tiền lương mỗi quý người lao động nhận được lập thành cấp số cộng (v_n) có số hạng đầu $v_1 = 24$, công sai $d' = 1,8$.

a) Nếu kí hợp đồng lao động 3 năm thì:

Tổng số tiền lương người lao động nhận được trong 3 năm ở phương án 1 là tổng 3 số hạng đầu của cấp số cộng và bằng:

$$S_3 = \frac{(2u_1 + 2d) \cdot 3}{2} = 3u_1 + 3d = 3 \cdot 120 + 3 \cdot 18 = 414 \text{ (triệu đồng)}.$$

Do 1 năm có 4 quý nên tổng số tiền lương người lao động nhận được trong 3 năm ở phương án 2 là tổng 12 số hạng đầu của cấp số cộng và bằng:

$$S'_{12} = \frac{(2v_1 + 11d') \cdot 12}{2} = 12v_1 + 66d' = 12 \cdot 24 + 66 \cdot 1,8 = 406,8 \text{ (triệu đồng)}.$$

Vậy nếu kí hợp đồng lao động 3 năm thì em nên chọn phương án 1.

b) Nếu kí hợp đồng lao động 10 năm thì:

Tổng số tiền lương người lao động nhận được trong 10 năm ở phương án 1 bằng:

$$S_{10} = \frac{(2u_1 + 9d) \cdot 10}{2} = 10u_1 + 45d = 10 \cdot 120 + 45 \cdot 18 = 2010 \text{ (triệu đồng)}.$$

Tổng số tiền lương người lao động nhận được trong 10 năm ở phương án 2 bằng:

$$S'_{40} = \frac{(2v_1 + 39d') \cdot 40}{2} = 40v_1 + 780d' = 40 \cdot 24 + 780 \cdot 1,8 = 2364 \text{ (triệu đồng)}.$$

Vậy nếu kí hợp đồng lao động 10 năm thì em nên chọn phương án 2.

©. Dạng toán rèn luyện

♦ Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trong các dãy số (u_n) với số hạng tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?

- A. $u_n = 3^n$. B. $u_n = 1 - 3n$. C. $u_n = 3^n + 1$. D. $u_n = 3 + n^2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = \frac{1}{3}; u_8 = 26$. Công sai d của cấp số cộng đó là:

- A. $\frac{11}{3}$. B. $\frac{10}{3}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{3}{11}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3: Viết ba số hạng xen giữa các số 2 và 22 để được một cấp số cộng có năm số hạng. Ba số hạng đó lần lượt là:

- A. 7;12;17. B. 6;10;14. C. 8;13;18. D. 6;12;18.

Lời giải

Chọn A

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 + u_7 = 19$. Giá trị của $u_2 + u_{10}$ là:

- A. 38. B. 29. C. 12. D. 19.

Lời giải

Chọn D

Câu 5: Cho (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai $d = -5$. Tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng đó là:

- A. -410. B. -205. C. 245. D. -230.

Lời giải

Chọn B

Câu 6: Cho (u_n) là cấp số cộng có $S_n = n^2 + 4n$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng đó là:

- A. $u_1 = 3, d = 2$. B. $u_1 = 5, d = 2$. C. $u_1 = 8, d = -2$. D. $u_1 = -5, d = 2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 7: Cho cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = -\frac{1}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Năm số hạng liên tiếp đầu tiên của cấp số này là:

A. $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1.$ B. $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}.$ C. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}.$ D. $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}.$

Lời giải

Chọn D

Ta dùng công thức tổng quát $u_n = u_1 + n-1 d = -\frac{1}{2} + n-1 \frac{1}{2} = -1 + \frac{n}{2}$, hoặc $u_{n+1} = u_n + d = u_n + \frac{1}{2}$ để tính các số hạng của một cấp số cộng.

$$\text{Ta có } u_1 = -\frac{1}{2}; d = \frac{1}{2} \longrightarrow \begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ u_2 = u_1 + d = 0 \\ u_3 - u_2 + d = \frac{1}{2} \\ u_4 = u_3 + d = 1 \\ u_5 = u_4 + d = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Nhận xét: Dùng chức năng “lập” của MTCT để tính:

Nhập: $X = X + \frac{1}{2}$ (nhập $X = X + d$).

Bấm CALC: nhập $-\frac{1}{2}$ (nhập u_1).

Để tính 5 số hạng đầu ta bấm dấu “=” liên tiếp để ra kết quả 4 lần nữa!

Câu 8: Viết ba số hạng xen giữa các số 2 và 22 để được một cấp số cộng có năm số hạng.

A. 7; 12; 17, B. 6; 10; 14. C. 8; 13; 18. D. 6; 12; 18.

Lời giải

Chọn A

Giữa 2 và 22 có thêm ba số hạng nữa lập thành cấp số cộng, xem như ta có một cấp số cộng có 5 số hạng với $u_1 = 2; u_5 = 22$; ta cần tìm u_2, u_3, u_4 .

$$\text{Ta có } u_5 = u_1 + 4d \Leftrightarrow d = \frac{u_5 - u_1}{4} = \frac{22 - 2}{4} = 5 \longrightarrow \begin{cases} u_2 = u_1 + d = 7 \\ u_3 = u_1 + 2d = 12 \\ u_4 = u_1 + 3d = 17 \end{cases}$$

Câu 9: Cho hai số -3 và 23. Xen kẽ giữa hai số đã cho n số hạng để tất cả các số đó tạo thành cấp số cộng có công sai $d = 2$. Tìm n .

A. $n = 12.$ B. $n = 13.$ C. $n = 14.$ D. $n = 15.$

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết thì ta được một cấp số cộng có $n + 2$ số hạng với $u_1 = -3, u_{n+2} = 23$.

$$\text{Khi đó } u_{n+2} = u_1 + n+1 d \Leftrightarrow n+1 = \frac{u_{n+2} - u_1}{d} = \frac{23 - (-3)}{2} = 13 \Leftrightarrow n = 12 \longrightarrow A$$

Câu 10: Biết các số $C_n^1; C_n^2; C_n^3$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với $n > 3$. Tìm n .

A. $n = 5.$ B. $n = 7.$ C. $n = 9.$ D. $n = 11.$

Lời giải

Chọn B

Ba số $C_n^1; C_n^2; C_n^3$ theo thứ tự u_1, u_2, u_3 lập thành cấp số cộng nên

$$u_1 + u_3 = 2u_2 \Leftrightarrow C_n^1 + C_n^3 = 2C_n^2 \quad n \geq 3 \Leftrightarrow n + \frac{n-2}{6} \frac{n-1}{6} n = 2 \cdot \frac{n-1}{2} n$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{n^2 - 3n + 2}{6} = n - 1 \Leftrightarrow n^2 - 9n + 14 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 2 \\ n = 7 \end{cases} \Leftrightarrow n = 7 \quad n \geq 3.$$

Nhận xét: Nếu u_{k-1}, u_k, u_{k+1} là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng thì ta có $u_{k-1} + u_{k+1} = 2u_k$.

Câu 11: Tìm công sai d của cấp số cộng hữu hạn biết số hạng đầu $u_1 = 10$ và số hạng cuối $u_{21} = 50$.

- A.** $d = 3$. **B.** $d = 2$. **C.** $d = 4$. **D.** $d = -2$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } u_{21} = u_1 + 20d \Rightarrow d = \frac{u_{21} - u_1}{20} = \frac{50 - 10}{20} = 2.$$

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4; u_2 = 1$. Giá trị của u_{10} bằng

- A.** $u_{10} = -31$. **B.** $u_{10} = -23$. **C.** $u_{10} = -20$. **D.** $u_{10} = 15$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } u_2 = u_1 + d \Rightarrow d = -3$$

$$\text{Khi đó } u_{10} = u_1 + 9d \Leftrightarrow u_{10} = 4 + 9 \cdot (-3) \Leftrightarrow u_{10} = -23.$$

Câu 13: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -0,1; d = 0,1$. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là

- A.** 1,6.. **B.** 6.. **C.** 0,5.. **D.** 0,6.

Lời giải

Chọn C

$$u_7 = -0,1 + 6 \cdot 0,1 = 0,5.$$

Câu 14: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 3 - 2n$ thì S_{60} bằng

- A.** -6960 . **B.** -117 . **C.** đáp án khác. **D.** -116 .

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_{n+1} = 1 - 2n$, Ta có $u_{n+1} - u_n = -2, \forall n \in \mathbb{N}^*$, suy ra (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = -2$. Vậy $S_{60} = \frac{60}{2}(2u_1 + 59d) = -3840$.

Câu 15: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_1 = 4, u_3 = 10$. Công sai của cấp số cộng bằng

- A.** 6.. **B.** -6 .. **C.** 3.. **D.** -3 .

Lời giải

Chọn C

Gọi d là công sai của cấp số cộng (u_n) .

$$\text{Ta có } u_1 = 4, u_3 = 10 \text{ suy ra } \begin{cases} u_1 = 4 \\ u_1 + 2d = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Vậy công sai của cấp số cộng (u_n) là $d = 3$.

Câu 16: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_1 = 4, u_3 = 10$. Công sai của cấp số cộng bằng

- A.** 6. **B.** -6. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Gọi d là công sai của cấp số cộng (u_n) .

$$\text{Ta có } u_1 = 4, u_3 = 10 \text{ suy ra } \begin{cases} u_1 = 4 \\ u_1 + 2d = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Vậy công sai của cấp số cộng (u_n) là $d = 3$.

Câu 17: Cho cấp số cộng có $u_1 = -3, d = 4$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A.** $u_5 = 15$. **B.** $u_4 = 8$. **C.** $u_3 = 5$. **D.** $u_2 = 2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_3 = u_1 + 2d = -3 + 2 \cdot 4 = 5.$$

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1, d = 4$. Tìm số hạng u_{12} .

- A.** $u_{12} = 31$. **B.** $u_{12} = 13$. **C.** $u_{12} = 45$. **D.** $u_{12} = 17$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } u_{12} = u_1 + 11d = 45.$$

Câu 19: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2, d = 3$. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là

- A.** 20. **B.** 21. **C.** 19. **D.** 23.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: số hạng tổng quát của cấp số cộng là: } u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_7 = 2 + 6 \cdot 3 = 20.$$

Câu 20: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$. Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

- A.** 15. **B.** 20. **C.** 35. **D.** 36.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 100 = -5 + (n-1) \cdot 3 \Leftrightarrow 100 = 3n - 8 \Leftrightarrow n = 36.$$

Câu 21: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_5 = 11$ và $u_6 = 14$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A.** -6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_6 = u_5 + d \Leftrightarrow 14 = 11 + d \Rightarrow d = 3$.

Câu 22: Cho a, b, c theo thứ tự này là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Biết $a + b + c = 15$. Giá trị của b bằng

- A.** 10. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

a, b, c theo thứ tự là cấp số cộng và $a + b + c = 15 \Rightarrow 3b = 15 \Rightarrow b = 5$.

Câu 23: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên k sao cho $C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- A.** 8. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } C_{14}^k + C_{14}^{k+2} &= 2C_{14}^{k+1} \Leftrightarrow \frac{14!}{k!(14-k)!} + \frac{14!}{(k+2)!(12-k)!} = 2 \frac{14!}{(k+1)!(13-k)!} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{(14-k)(13-k)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{2}{(k+1)(13-k)} \\ &\Leftrightarrow (k+1)(k+2) + (14-k)(13-k) = 2(k+2)(14-k) \\ &\Leftrightarrow k^2 - 12k + 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 8 \\ k = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy chọn.

Câu 24: Phương trình $x^3 + ax + b = 0$ có ba nghiệm lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi

- A.** $b = 0, a < 0$. **B.** $b = 0, a = 1$. **C.** $b = 1, a = -2$. **D.** $b = -2, a = 1$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử phương trình có ba nghiệm lập thành cấp số cộng khi đó ta có:

$$x_1 + x_3 = 2x_2, x_1 + x_2 + x_3 = 0 \Leftrightarrow x_2 = 0.$$

Thay $x_2 = 0$ vào phương trình $b = 0$. Ta có: $b = 0 \Rightarrow x^3 + ax = 0 \Rightarrow a < 0$.

$\Rightarrow b = 0, a < 0$ thỏa mãn.

Câu 25: Bốn số $x, -2, y, 6$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $x = -6; y = 3$. **B.** $x = -5; y = 3$. **C.** $x = -6; y = 2$. **D.** $x = -5; y = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có bốn số $x, -2, y, 6$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} x + y = -4 \\ 2y = -2 + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Câu 26: Tìm tất cả các số thực x để ba số $x^2, x^2 + 1, 3x$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng?

- A.** $x = 2$. **B.** $x \in \{1, 2\}$. **C.** $x = 0$. **D.** $x \in \{2, 3\}$.

Lời giải

Chọn B

Do ba số $x^2, x^2 + 1, 3x$ lập thành cấp số cộng nên $2(x^2 + 1) = x^2 + 3x \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy $x \in \{1, 2\}$.

Câu 27: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc đoạn $[0; 2018]$ sao cho ba số $5^{x+1} + 5^{1-x};$

$\frac{a}{2}; 25^x + 25^{-x}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng?

A. 2008. **B.** 2006. **C.** 2018. **D.** 2007.

Lời giải

Chọn D

Ba số $5^{x+1} + 5^{1-x}; \frac{a}{2}; 25^x + 25^{-x}$, theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi

$$a = (5^{x+1} + 5^{1-x}) + (25^x + 25^{-x}) \geq 2\sqrt{5^{x+1} \cdot 5^{1-x}} + 2\sqrt{25^x \cdot 25^{-x}} = 12.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} 5^{x+1} = 5^{1-x} \\ 25^x = 25^{-x} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$

Như vậy nếu xét $a \in [0; 2018]$ thì ta nhận $a \in [12; 2018]$. Có 2007 số a thoả đề.

Câu 28: Cho phương trình $x^3 - 3x^2 - 9x + m = 0$. Tìm m để phương trình có 3 nghiệm lập thành cấp số cộng.

A. 16. **B.** 13. **C.** 12. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D

Giả sử phương trình có 3 nghiệm lập thành cấp số cộng.

Khi đó:

$$x_1 + x_3 = 2x_2; x_1 + x_2 + x_3 = 3 \Rightarrow x_2 = 1 \Rightarrow m = 11$$

Khi đó ta có phương trình: $x^3 - 3x^2 - 9x + 11 = 0 \Rightarrow x_1 = 1 - \sqrt{12}; x_2 = 1; x_3 = 1 + \sqrt{12}.$

Ba nghiệm này lập thành cấp số cộng.

Vậy $m = 11$.

Câu 29: Có tất cả bao nhiêu bộ số nguyên dương (n, k) biết $n < 20$ và các số $C_n^{k-1}, C_n^k, C_n^{k+1}$ theo thứ tự đó là số hạng thứ nhất, thứ ba, thứ năm của một cấp số cộng.

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $z_1 = a + 5i$.

Lời giải

Chọn A

Các số $C_n^{k-1}, z_2 = b, C_n^{k+1}$ theo thứ tự đó là số hạng thứ nhất, thứ ba, thứ năm của một cấp số cộng nên ta có: $C_n^k - C_n^{k-1} = C_n^{k+1} - C_n^k$

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{(k+1)!(n-k-1)!} + \frac{n!}{(k-1)!(n-k+1)!} = 2 \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(n-k+1)(n-k)} = \frac{2}{k(n-k)} \Leftrightarrow (n-2k)^2 = n+2.$$

Do $n < 20 \Rightarrow n+2 < 22$ mà $n+2$ là số chính phương, n, k nguyên dương nên có các trường hợp sau:

$$+ n+2=4 \Rightarrow n=2; k=2.$$

$$+ n+2=9 \Rightarrow n=7; k=2 \text{ hoặc } n=7; k=5.$$

$$+ n+2=16 \Rightarrow n=14; k=5 \text{ hoặc } n=14; k=9.$$

Mà $k+1 \leq n$ nên chỉ có 4 bộ thỏa mãn.

Câu 30: Cho cấp số cộng (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ có số hạng tổng quát $u_n = 1 - 3n$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng

- A. -59048. B. -59049. C. -155. D. -310.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } u_n = 1 - 3n \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 1 - 3 \cdot 1 = -2 \\ u_{10} = 1 - 3 \cdot 10 = -29 \end{cases}$$

$$\text{Áp dụng công thức: } S = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{10(u_1 + u_{10})}{2} = -155.$$

Câu 31: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.

- A. $S_{16} = -24$. B. $S_{16} = 26$. C. $S_{16} = -25$. D. $S_{16} = 24$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Gọi } d \text{ là công sai của cấp số cộng. Theo giả thiết, ta có } \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó, } S_{16} = \frac{(2u_1 + 15d) \cdot 16}{2} = 8(-42 + 45) = 24.$$

Câu 32: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 3 - 2n$ thì S_{60} bằng

- A. -6960. B. -117. C. -3840. D. -116.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_{n+1} = 1 - 2n$, Ta có $u_{n+1} - u_n = -2, \forall n \in \mathbb{N}^*$, suy ra (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 1$ và

$$\text{công sai } d = -2. \text{ Vậy } S_{60} = \frac{60}{2}(2u_1 + 59d) = -3840.$$

Câu 33: Cho cấp số cộng (u_n) có $\begin{cases} u_2 + u_5 = 42 \\ u_4 + u_9 = 66 \end{cases}$. Tổng 346 số hạng đầu tiên của cấp số cộng trên là:

- A. $S_{346} = 422554$. B. $S_{346} = 242546$.

C. $S_{346} = 156224$. D. $S_{346} = -203558$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_2 + u_5 = 42 \\ u_4 + u_9 = 66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 5d = 42 \\ 2u_1 + 11d = 66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 11 \\ d = 4 \end{cases}$$

$$\text{Và } S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2} \Rightarrow S_{346} = 346 \cdot 11 + \frac{346 \cdot 345 \cdot 4}{2} = 242546.$$

Câu 34: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tổng S_{20} của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

A. $S_{20} = 600$. B. $S_{20} = 60$. C. $S_{20} = 250$. D. $S_{20} = 500$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow S_{20} = 20u_1 + \frac{20 \cdot 19}{2} \cdot d = 20 \cdot (-35) + \frac{20 \cdot 19}{2} \cdot 5 = 250.$$

Câu 35: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{2013} + u_6 = 1000$. Tổng 2018 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là

A. 1009000. B. 100800. C. 1008000. D. 100900.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là công sai của cấp số cộng.

$$\text{Khi đó: } u_{2013} + u_6 = 1000 \Leftrightarrow u_1 + 2012d + u_1 + 5d = 1000 \Leftrightarrow 2u_1 + 2017d = 1000.$$

$$\text{Ta có: } S_{2018} = 2018u_1 + \frac{2017 \cdot 2018}{2} d = 1009 \cdot (2u_1 + 2017d) = 1009000.$$

Câu 36: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$ và $u_{20} = 60$. Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là

A. $S_{20} = 500$. B. $S_{20} = 250$. C. $S_{20} = 60$. D. $S_{20} = 600$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Gọi } d \text{ là công sai của cấp số cộng } (u_n), \text{ ta có } \begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases}.$$

Khi đó, tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là

$$S_{20} = \frac{20}{2}(u_1 + u_{20}) = 250.$$

♦Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1. Cho dãy số hữu hạn gồm các số hạng: $-1; 2; 5; 8; 11; 14; 17$. Khi đó:

- a) Dãy số đã cho là không phải cấp số cộng.
- b) Số hạng $u_1 = -1$
- c) Nếu dãy số đã cho là một cấp số cộng thì công sai của cấp số cộng là $d = 2$
- b) Tổng tất cả số hạng của dãy số bằng 56

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

a) Đặt: $u_1 = -1; u_2 = 2; u_3 = 5; u_4 = 8; u_5 = 11; u_6 = 14; u_7 = 17$.

Ta có: $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = u_5 - u_4 = u_6 - u_5 = u_7 - u_6 = 3$.

Vậy dãy số hữu hạn đã cho là một cấp số cộng.

b) Công sai cấp số cộng là $d = 3$.

Với $u_1 = -1, n = 7, d = 3$ thì $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{7[2(-1) + 6.3]}{2} = 56$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Khi đó:

- a) Công thức cho số hạng tổng quát $u_n = 1 + \frac{n}{3}$
- b) 5 là số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho
- c) $\frac{15}{4}$ một số hạng của cấp số cộng đã cho
- d) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2620

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

a) Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = \frac{3}{2} + (n-1) \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}$.

b) Xét $5 = 1 + \frac{n}{2} \Rightarrow n = 8 \in \mathbb{N}^*$; suy ra 5 là số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho.

c) Xét $\frac{15}{4} = 1 + \frac{n}{2} \Rightarrow n = \frac{11}{2} \notin \mathbb{N}^*$; suy ra $\frac{15}{4}$ không là một số hạng của cấp số cộng đã cho.

d) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng là:

$$S_{100} = \frac{100 \left[2 \cdot \frac{3}{2} + (100-1) \cdot \frac{1}{2} \right]}{2} = 2625.$$

Câu 3. Cho các dãy số có số hạng tổng quát $a_n = 4n - 3$; $b_n = \frac{2-3n}{4}$; $c_n = n^2$. Khi đó

- a) (a_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $a_1 = 1$
 b) (a_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 4$.
 c) (b_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $b_1 = -\frac{1}{4}$ và công sai $d = \frac{3}{4}$
 d) (c_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 2$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) b) Ta có: $a_{n+1} - a_n = 4(n+1) - 3 - (4n - 3) = 4, \forall n \geq 1$.

Do đó (a_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $a_1 = 4 \cdot 1 - 3 = 1$ và công sai $d = 4$.

c) Ta có: $b_{n+1} - b_n = \frac{2-3(n+1)}{4} - \frac{2-3n}{4} = \frac{2-3n-3-2+3n}{4} = -\frac{3}{4}, \forall n \geq 1$.

Suy ra: (b_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $b_1 = \frac{2-3 \cdot 1}{4} = -\frac{1}{4}$ và công sai $d = -\frac{3}{4}$

d) Ta có: $c_{n+1} - c_n = (n+1)^2 - n^2 = 2n+1$ (phụ thuộc vào giá trị của n).

Suy ra (c_n) không phải là một cấp số cộng.

Câu 4. Cho cấp số cộng $-2; x; 6; y$. Khi đó

- a) $x = 2$
 b) $y = 8$
 c) $P = y - x = 6$
 c) $P = x^2 + y^2 = 104$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Theo tính chất của cấp số cộng, ta có: $x = \frac{-2+6}{2} = 2$ và $6 = \frac{x+y}{2}$.

Vì $x = 2$ nên $6 = \frac{2+y}{2} \Rightarrow y = 10$.

Vậy $P = y - x = 8$

Vậy $P = x^2 + y^2 = 2^2 + 10^2 = 104$.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) , biết rằng: $u_1 = -3, u_6 = 27$, khi đó:

- a) Công sai của cấp số cộng bằng 7
- b) Số hạng $u_{85} = 501$
- c) Số hạng $u_{10} = 52$
- d) Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 21165$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

Ta có: $u_6 = u_1 + 5d \Leftrightarrow 27 = -3 + 5d \Leftrightarrow d = 6$.

Vậy $u_n = u_1 + (n-1)d = -3 + (n-1) \cdot 6 = -9 + 6n$

$$S_{85} = \frac{85}{2}(2u_1 + 84d) = \frac{85}{2}[2 \cdot (-3) + 84 \cdot 6] = 21165$$

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) , biết rằng: $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150, khi đó:

- a) Công sai của cấp số cộng bằng 6
- b) Số hạng $u_{85} = 341$
- c) Số hạng $u_{10} = 42$
- d) Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 14705$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

Ta có: $S_{50} = \frac{50}{2}(2u_1 + 49d) = \frac{50}{2}(2 \cdot 5 + 49d) = 5150 \Rightarrow d = 4$.

Suy ra $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + (n-1)4 = 1 + 4n$.

$$S_{85} = \frac{85}{2}(2u_1 + 84d) = \frac{85}{2}(2 \cdot 5 + 84 \cdot 4) = 14705$$

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$ (trong đó S_n, S_{2n} theo thứ tự là tổng của n và $2n$ số hạng đầu của cấp số cộng).

- a) Số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2
- b) Công sai của cấp số cộng (u_n) bằng 3
- c) Số hạng $u_{15} = 58$

b) Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng bằng 350

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) b) Gọi d là công sai của cấp số cộng, ta có: $u_5 = 18 \Leftrightarrow u_1 + 4d = 18$;

$$4S_n = S_{2n} \Leftrightarrow \frac{4n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = \frac{2n}{2}[2u_1 + (2n-1)d]$$

$$\Leftrightarrow 4u_1 + (2n-2)d = 2u_1 + (2n-1)d \Leftrightarrow 2u_1 - d = 0.$$

Từ (1) và (2) suy ra $u_1 = 2, d = 4$.

c) Số hạng tổng quát $u_n = 2 + (n-1)4 = 4n - 2$ suy ra $u_{15} = 58$

d) Tổng 15 số hạng đầu cấp số cộng là:

$$S_{15} = \frac{15}{2}(2u_1 + 14d) = \frac{15}{2}(2 \cdot 2 + 14 \cdot 4) = 450.$$

Câu 8. Cho cấp số cộng (u_n) , gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$. Khi đó:

- a) Số hạng $u_1 = 5$
- b) Tổng $u_1 + u_3 = 14$
- c) Công sai của cấp số cộng bằng 3
- d) Số hạng $u_{11} = 25$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Gọi d là công sai của cấp số cộng.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S_7 = 77 \\ S_{12} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7}{2}(2u_1 + 6d) = 77 \\ \frac{12}{2}(2u_1 + 11d) = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + 21d = 77 \\ 12u_1 + 66d = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 2 \end{cases}.$$

Khi đó: $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + 2(n-1) = 3 + 2n$.

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d < 0$ thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases}$. Khi đó:

- a) Số hạng $u_1 = 25$
- b) Công sai $d = -3$
- c) Số hạng $u_{10} = -11$
- d) Số hạng $u_{2024} = -8067$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

Ta có:
$$\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 6d = 26 \\ (u_1 + d)^2 + (u_1 + 5d)^2 = 466 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 13 - 3d & (1) \\ (u_1 + d)^2 + (u_1 + 5d)^2 = 466 & (2) \end{cases}$$

Thay (1) vào (2), ta được: $(13 - 2d)^2 + (13 + 2d)^2 = 466 \Leftrightarrow 8d^2 + 338 = 466$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d = 4 \\ d = -4 \end{cases}$$

Vì $d < 0$ nên ta nhận $d = -4$, khi đó $u_1 = 25$

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = 25 + (n-1)(-4) = 29 - 4n$.

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và $d = -7$. Khi đó

- a) $u_{11} = -65$
- b) $u_5 + u_7 = -50$
- c) Số -849 là số hạng thứ 123 của cấp số cộng
- d) Số -114 là số hạng thứ 18 của cấp số cộng

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng là: $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + (n-1) \cdot (-7) = -7n + 12$

- a) Ta có: $u_{11} = -7 \cdot 11 + 12 = -65$.
- b) $u_5 + u_7 = -60$
- c) Ta có: $-849 = -7n + 12 \Rightarrow n = 123$.
- d) Ta có $-114 = -7n + 12 \Rightarrow n = 18$

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) thoả mãn $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases}$. Khi đó

- a) Số hạng $u_1 = 21$
- b) Công sai của cấp số cộng bằng -2
- c) Số hạng $u_{11} = -9$
- d) Số -6048 là số hạng thứ 2024

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - (u_1 + 2d) + (u_1 + 4d) = 15 \\ u_1 + (u_1 + 4d) = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 15 \\ 2u_1 + 5d = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 21 \\ d = -3 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } u_n = u_1 + (n-1)d = 21 + (n-1)(-3) = -3n + 24$$

$$\text{Vậy } u_{11} = -9$$

$$\text{Ta có } -6048 = -3n + 24 \Rightarrow n = 2024$$

Câu 12. Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Dãy số (u_n) với $\frac{-2}{3}; \frac{-1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}$ là cấp số cộng với $u_1 = \frac{-2}{3}; d = \frac{1}{3}$.

b) Dãy số (u_n) với $u_n = 7 - 3n$ là cấp số cộng với $u_1 = 4; d = -3$.

c) Dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + n + 1$ là cấp số cộng với $u_1 = 3; d = 1$.

d) Dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n + 3n$ không là cấp số cộng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Dãy số (u_n) với $\frac{-2}{3}; \frac{-1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}$

$$\text{Ta thấy: } u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = \dots = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } (u_n) \text{ là cấp số cộng với } u_1 = \frac{-2}{3}; d = \frac{1}{3}.$$

b) Dãy số (u_n) với $u_n = 7 - 3n$.

$$\text{Ta có: } u_{n+1} - u_n = [7 - 3(n+1)] - (7 - 3n) = -3$$

$$\text{Vậy } (u_n) \text{ là cấp số cộng với } u_1 = 7 - 3 \cdot 1 = 4; d = -3.$$

c) Dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + n + 1$.

$$\text{Ta có: } u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 + (n+1) + 1 - (n^2 + n + 1) = 2n + 2 \text{ phụ thuộc vào } n.$$

$$\text{Vậy } (u_n) \text{ không là cấp số cộng.}$$

d) Dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n + 3n$.

Ta có: $u_{n+1} - u_n = (-1)^{n+1} + 3(n+1) - [(-1)^n + 3n] = -(-1)^n + 3 - (-1)^n = 3 - 2(-1)^n$ phụ thuộc vào n .

Vậy (u_n) không là cấp số cộng.

♦ **Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

Câu 1: Cho ba số $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Chứng minh rằng ba số a^2, b^2, c^2 theo thứ tự cũng lập thành một cấp số cộng.

Lời giải

Do ba số $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng nên

$$\frac{1}{c+a} - \frac{1}{b+c} = \frac{1}{a+b} - \frac{1}{c+a} \Leftrightarrow \frac{2}{c+a} = \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c}.$$

$\Rightarrow 2b^2 = a^2 + c^2 \Leftrightarrow b^2 - a^2 = c^2 - b^2$. Suy ra ba số a^2, b^2, c^2 theo thứ tự cũng lập thành một cấp số cộng.

Câu 2: Tìm x để ba số $10 - 3x, 2x^2 + 3, 7 - 4x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

Lời giải

Ba số $10 - 3x, 2x^2 + 3, 7 - 4x$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng khi

$$(2x^2 + 3) - (10 - 3x) = (7 - 4x) - (2x^2 + 3) \Leftrightarrow 4x^2 + 7x - 11 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{11}{4} \end{cases}$$

Câu 3: Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) , biết:

a) $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_7 = 19 \end{cases}$

b) $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$

c) $\begin{cases} S_{10} = 165 \\ S_{20} = 630 \end{cases}$

Lời giải

a) $u_1 = 1, d = 3$.

b) $u_1 = 16, d = -3$.

c) $u_1 = 3, d = 3$.

Câu 4: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là cấp số cộng? Tìm số hạng đầu và công sai của nó.

a) $u_n = 2n + 3$;

b) $u_n = -3n + 1$;

c) $u_n = n^2 + 1$

d) $u_n = \frac{2}{n}$.

Lời giải

a) (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = 5$ và $d = 2$.

b) (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = -2$ và $d = -3$.

c) (u_n) không phải là cấp số cộng.

d) (u_n) không phải là cấp số cộng.

Câu 5: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là cấp số cộng? Tìm số hạng đầu và công sai của nó.

a) $u_n = 3n + 1$;

b) $u_n = 4 - 5n$;

c) $u_n = \frac{2n + 3}{5}$

d) $u_n = \frac{n + 1}{n}$;

e) $u_n = \frac{n}{2^n}$

g) $u_n = n^2 + 1$.

Lời giải

a) (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = 4$ và $d = 3$.

b) (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = -1$ và $d = -5$.

c) (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = 1$ và $d = \frac{2}{5}$.

Các ý d), e), g): (u_n) không phải là cấp số cộng.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát: $u_n = 7n - 3$.

a) Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) .

b) Tìm u_{2012} .

c) Tính tổng của 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) .

d) Số 1208 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng (u_n) ?

Lời giải

a) $u_1 = 4; d = 7$.

b) $u_{2012} = 14081$.

c) $S_{100} = 35050$.

d) Số 1208 là số hạng thứ 173.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = 5$ và $d = 3$.

a) Tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) .

b) Tìm u_{99} .

c) Số 1502 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng (u_n) ?

d) Cho biết $S_n = 34275$. Tìm n .

Lời giải

a) $u_n = 2 + 3n$.

b) $u_{99} = 299$.

c) Số 1502 là số hạng thứ 500.

d) $n = 150$.

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{18} - u_3 = 75$. Tìm công sai d .

Lời giải

$d = 5$.

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 + u_{12} = 90$. Tìm S_{15} .

Lời giải

$S_{15} = 675$.

Câu 10: Xác định số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) , biết:

a)
$$\begin{cases} u_1 + u_6 = 18 \\ u_3 + u_7 = 22 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} u_9 - u_4 = 15 \\ u_3 \cdot u_8 = 184 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} u_6 = 8 \\ u_2^2 + u_4^2 = 16 \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{a) } \begin{cases} u_1 = \frac{17}{3} \\ d = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} d = 3 \\ u_1 = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} d = 3 \\ u_1 = -29 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} u_1 = -2 \\ d = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} u_1 = -6 \\ d = \frac{14}{5} \end{cases}$$

Câu 11: Mỗi dãy số (u_n) sau có phải là một cấp số cộng hay không? Nếu có, hãy tìm số hạng đầu và công sai của nó:

a) $u_n = 4 - 3n$;

b) $u_n = n^2 + 1$;

c) $u_n = 2n + 5$;

d) $u_1 = 3, u_{n+1} = u_n + n$.

Lời giải

a) Từ $u_n = 4 - 3n$ suy ra $u_{n+1} = 4 - 3(n+1) = 1 - 3n$.

Như vậy $u_{n+1} - u_n = (1 - 3n) - (4 - 3n) = -3 \forall n$. Vậy dãy số là cấp số cộng.

b) Từ $u_n = n^2 + 1$ suy ra $u_{n+1} = (n+1)^2 + 1 = n^2 + 2n + 2$.

Như vậy $u_{n+1} - u_n = 2n + 1$, phụ thuộc vào n . Vậy dãy số không là cấp số cộng.

c) Từ $u_n = 2n + 5$ suy ra $u_{n+1} = 2(n+1) + 5 = 2n + 7$.

Như vậy $u_{n+1} - u_n = 2 \forall n$. Vậy dãy số là cấp số cộng.

d) Từ hệ thức truy hồi ta có $u_{n+1} - u_n = n$, phụ thuộc vào n . Vậy dãy số không là cấp số cộng.

Câu 12: Số hạng thứ tám của một cấp số cộng là 75 và số hạng thứ hai mươi là 39.

a) Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.

b) Tìm hệ thức truy hồi cho cấp số cộng.

c) Tìm công thức số hạng thứ n của cấp số cộng.

Lời giải

a) Do số hạng thứ tám của một cấp số cộng là 75 và số hạng thứ hai mươi là 39 nên ta có

$$\begin{cases} u_8 = 75 \\ u_{20} = 39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 7d = 75 \\ u_1 + 19d = 39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 96 \\ d = -3. \end{cases}$$

b) Hệ thức truy hồi của cấp số cộng này là $\begin{cases} u_1 = 96 \\ u_{n+1} = u_n - 3. \end{cases}$

c) Công thức tổng quát của cấp số cộng này là $u_n = 96 - (n-1)3 = 99 - 3n$.

Câu 13: Tổng 20 số hạng đầu của một cấp số cộng với công sai bằng 3 là 650. Tìm số hạng đầu của cấp số cộng này.

Lời giải

Áp dụng công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng với $n = 20$ và $d = 3$ ta có

$$650 = S_{20} = \frac{20}{2}[2u_1 + (20-1)3].$$

Suy ra $u_1 = 4$.

Câu 14: Tìm x để $2x, 3x+2$ và $5x+3$ là các số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.

Lời giải

Từ $2x, 3x+2, 5x+3$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng ta suy ra

$$2x + (5x+3) = 2(3x+2) \Leftrightarrow x = 1.$$

Thử lại, ta có ba số tìm được là $2, 5, 8$ thỏa mãn bài toán. Vậy $x = 1$.

Câu 15: Phải lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của một cấp số cộng có số hạng đầu là 78 và công sai là -4 để được tổng là 702?

Lời giải

Áp dụng công thức tính tổng của n số hạng đầu của cấp số cộng ta có

$$702 = S_n = \frac{n}{2}[2 \cdot 78 + (n-1)(-4)]$$

Suy ra $n = 13$, tức là ta cần lấy 13 số hạng đầu.

Câu 16: Cho (u_n) là cấp số cộng có $u_2 + u_4 = 22, u_1 \cdot u_5 = 21$ và công sai d dương.

a) Tính u_{100}, S_{100} .

b) Tính tổng: $u_1 + u_5 + u_9 + \dots + u_{101}$.

Lời giải

a) Ta có: $u_1 = 1, d = 5$. Suy ra $u_{100} = 496, S_{100} = 24850$.

b) Các số $u_1, u_5, u_9, \dots, u_{101}$ lập thành cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 1$, công sai $d' = 4d = 20$. Tổng $u_1 + u_5 + u_9 + \dots + u_{101}$ gồm 26 số hạng và bằng 6526.

Câu 17: Tìm năm số hạng liên tiếp của một cấp số cộng, biết tổng của chúng bằng 40 và tổng bình phương của chúng bằng 480.

Lời giải

Năm số hạng liên tiếp của cấp số cộng cần tìm là: 0;4;8;12;16.

Câu 18: Cho (u_n) là cấp số cộng có $u_1 + u_5 + u_9 + u_{13} + u_{17} + u_{21} = 234$.

- a) Tính $u_2 + u_8 + u_{14} + u_{20}$.
b) Tìm u_1, d , biết $u_{10} = 37$.

Lời giải

- a) 156.
b) $u_1 = 19, d = 2$.

Câu 19: Cho dãy số (u_n) biết $u_1 = -2, u_{n+1} = \frac{u_n}{1-u_n}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Đặt $v_n = \frac{u_n + 1}{u_n}$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

- a) Chứng minh rằng dãy số (v_n) là một cấp số cộng. Tìm số hạng đầu, công sai của cấp số cộng đó.
b) Tìm công thức của v_n, u_n tính theo n .
c) Tính tổng $S = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{20}}$.

Lời giải

a) Ta có: $v_n = 1 + \frac{1}{u_n}, v_{n+1} = 1 + \frac{1}{u_{n+1}} = 1 + \frac{1-u_n}{u_n} = \frac{1}{u_n}$.

Khi đó, $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{u_n} - \left(1 + \frac{1}{u_n}\right) = -1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Vậy dãy số (v_n) là một cấp số cộng có số hạng đầu $v_1 = \frac{1}{2}$, công sai $d = -1$.

b) $v_n = \frac{3}{2} - n, u_n = \frac{2}{1-2n}$.

c)

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{20}} = (v_1 - 1) + (v_2 - 1) + (v_3 - 1) + \dots + (v_{20} - 1) \\ &= v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{20} - 20 = -200. \end{aligned}$$

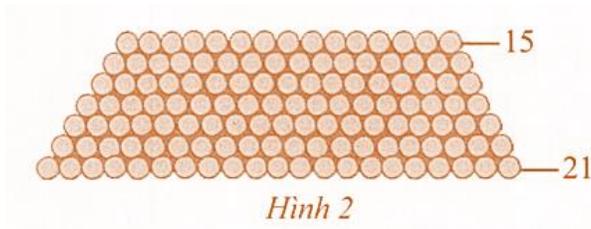
Câu 20: Chuông đồng hồ ở một toà tháp đánh số tiếng đúng bằng số giờ và cứ mỗi 30 phút không phải là giờ đúng thì đánh 1 tiếng chuông. Hỏi bắt đầu từ lúc 1 giờ đêm đến 12 giờ trưa, chuông đồng hồ đó đã đánh tất cả bao nhiêu tiếng?

Lời giải

Lúc 1 giờ đêm, toà tháp đánh 1 tiếng chuông; lúc 2 giờ đêm, toà tháp đánh 2 tiếng chuông; ...; lúc 12h trưa, toà tháp đánh 12 tiếng chuông. Ngoài ra, mỗi 30 phút không phải là giờ đúng thì đánh 1 tiếng chuông (có 11 lần như thế từ 1 giờ đến 12 giờ).

Vậy tổng số tiếng chuông là: $S = (1+2+3+\dots+12) + 1 \cdot 11 = 89$

Câu 21: Các khúc gỗ được xếp như Hình 2. Lượt thứ nhất có 21 khúc, lượt thứ hai có 20 khúc, ..., lượt trên cùng có 15 khúc. Tính tổng số khúc gỗ đã được xếp.



Lời giải

Tổng số khúc gỗ được xếp là: $15+16+\dots+21 = \frac{(21+15) \cdot 7}{2} = 126$.

Câu 22: Bác Tư vào làm cho một công ty với hợp đồng về tiền lương mỗi năm như sau: Năm thứ nhất: 240 triệu;

Từ năm thứ hai trở đi: Mỗi năm tăng thêm 12 triệu.

Tính số tiền lương một năm của bác Tư vào năm thứ 11 .

Lời giải

Gọi u_n là số tiền lương của bác Tư nhận được vào năm thứ n .

Khi đó, dãy số (u_n) tạo thành cấp số cộng có $u_1 = 240$ và $d = 12$.

Ta có $u_{11} = u_1 + 10d = 240 + 10 \cdot 12 = 360$.

Vậy vào năm thứ 11 , số tiền lương một năm của bác Tư là 360 triệu đồng.

Câu 23: Một rạp hát có 20 hàng ghế. Hàng thứ nhất có 20 ghế, số ghế ở các hàng sau đều hơn số ghế hàng ngay trước đó một ghế. Cho biết rạp hát đã bán hết vé với giá mỗi vé là 60 nghìn đồng. Tính tổng số tiền vé thu được của rạp hát.

Lời giải

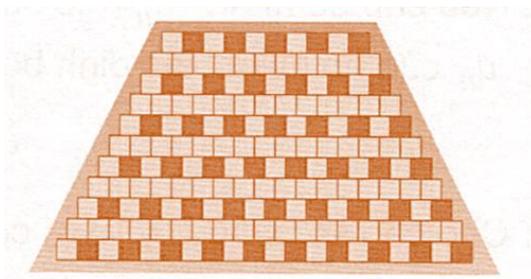
Gọi u_n là số ghế ở hàng thứ n .

Khi đó, dãy số (u_n) tạo thành cấp số cộng với $u_1 = 20$ và $d = 1$.

Tổng số ghế có trong rạp hát là: $S_{20} = \frac{20 \cdot [2 \cdot 20 + (20-1) \cdot 1]}{2} = 590$ (ghế).

Tổng số tiền vé thu được là: $590 \cdot 60000 = 35400000$ (đồng).

Câu 24: Một bức tường trang trí có dạng hình thang, rộng $2,4m$ ở đáy và rộng $1,2m$ ở đỉnh (hình vẽ bên).



Các viên gạch hình vuông có kích thước $10\text{cm} \times 10\text{cm}$ phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi sẽ cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?

Lời giải

Đổi $2,4\text{m} = 240\text{cm}; 1,2\text{m} = 120\text{cm}$.

Số viên gạch ở hàng đầu tiên (ứng với đáy lớn) là $u_1 = 240 : 10 = 24$.

Số viên gạch ở hàng trên cùng (ứng với đáy nhỏ) là

$$u_n = 120 : 10 = 12.$$

Vì mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó nên ta thu được cấp số cộng có công sai $d = -1$.

Như vậy $u_n = 12 = u_1 + (n-1)(-1) \Rightarrow n = 13$.

Vậy số viên gạch hình vuông cần thiết để ốp hết bức tường đó là

$$S_{13} = \frac{(u_1 + u_{13})13}{2} = 234 \text{ (viên gạch)}.$$

Câu 25: Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 30 bậc. Bậc dưới cùng cần 100 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo cần ít hơn hai viên gạch so với bậc ngay trước nó.

a) Cần bao nhiêu viên gạch cho bậc trên cùng?

b) Cần bao nhiêu viên gạch để xây cầu thang?

Lời giải

Công thức của cấp số cộng biểu thị số viên gạch cho mỗi bậc cầu thang như sau:

$$u_1 = 100, u_{n+1} = u_n + (-2), \forall n \geq 2.$$

a) Ta tính $u_{30} = u_1 + (30-1)(-2) = 42$.

b) Ta tính $S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30} = \frac{30}{2}[2 \cdot 100 + (30-1)(-2)] = 2130$.

Như vậy, ta cần 2130 viên gạch để xây cầu thang.

Câu 26: Có bao nhiêu hàng ghế trong một góc khán đài của một sân vận động, biết rằng góc khán đài đó có 2040 chỗ ngồi, hàng ghế đầu tiên có 10 chỗ ngồi và mỗi hàng ghế sau có thêm 4 chỗ ngồi so với hàng ghế ngay trước nó?

Lời giải

Áp dụng công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng với $S_n = 2040$, $u_1 = 10$, $d = 4$ để tìm

$$n, \text{ ta được } 2040 = S_n = \frac{n}{2}[2 \cdot 10 + (n-1)4].$$

Suy ra $n = 30$, tức là góc khán đài đó có 30 hàng ghế.

Câu 27: Nếu anh Nam nhận được lời mời làm việc cho một công ty nước ngoài với mức lương khởi điểm là 35000 đô la mỗi năm và được tăng thêm 1400 đô la lương mỗi năm, thì sẽ mất bao nhiêu năm làm việc để tổng lương mà anh Nam nhận được là 319200 đô la?

Lời giải

Áp dụng công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng với

$$S_n = 319200, u_1 = 35000, d = 1400,$$

$$319200 = S_n = \frac{n}{2}[2 \cdot 35000 + (n-1) \cdot 1400].$$

Suy ra $n = 8$.

Vậy sau 8 năm làm việc thì tổng lương mà anh Nam nhận được là 319200 đô la.

Câu 28: Nếu p, m và q lập thành một cấp số cộng thì dễ thấy $m = \frac{p+q}{2}$. Số m gọi là trung bình cộng của p và q . Cho hai số p và q , nếu ta tìm được k số khác m_1, m_2, \dots, m_k sao cho $p, m_1, m_2, \dots, m_k, q$ lập thành một cấp số cộng, chúng ta nói rằng chúng ta đã "chèn k trung bình cộng vào giữa p và q ".

a) Hãy chèn ba trung bình cộng vào giữa 4 và 12.

b) Tìm bốn trung bình cộng nằm giữa 16 và 91.

Lời giải

a) Theo định nghĩa, chèn ba trung bình cộng vào giữa 4 và 12 ta được cấp số cộng có $u_1 = 4$ và $u_{2+3} = u_5 = 12$. Do tính chất của cấp số cộng nên $u_5 = u_1 + 4d \Rightarrow d = 2$.

Vậy chèn ba trung bình cộng vào giữa 4 và 12 ta được cấp số cộng là: 4, 6, 8, 10, 12.

b) Theo định nghĩa, chèn bốn trung bình cộng vào giữa 16 và 91 ta được cấp số cộng có $u_1 = 16$ và $u_{2+4} = u_6 = 91$. Do tính chất của cấp số cộng nên $u_6 = u_1 + 5d \Rightarrow d = 15$.

Vậy chèn bốn trung bình cộng vào giữa 16 và 91 ta được cấp số cộng là: 16, 31, 46, 61, 76, 91.