

## MỤC LỤC

|                                                                        |    |
|------------------------------------------------------------------------|----|
| ► BÀI ②. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM .....                    | 2  |
| Ⓐ. Tóm tắt kiến thức .....                                             | 2  |
| Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản.....                                          | 3  |
| ♦ Dạng ①: Xác định trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm..... | 3  |
| Ⓒ. Dạng toán rèn luyện.....                                            | 4  |
| ♦ Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....                | 4  |
| ♦ Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai .....                              | 19 |
| ♦ Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....                            | 35 |

**A. Tóm tắt kiến thức**

**1. Trung vị**

- ✓ Công thức xác định trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm:
- ✓ Gọi  $n$  là cỡ mẫu.
- ✓ Giả sử đó là nhóm thứ  $p$ :  $[u_m; u_{m+1})$ .
- ✓  $n_m$  là tần số của nhóm chứa trung vị.
- ✓  $C = n_1 + n_2 + \dots + n_{m-1}$ .
- ✓ Khi đó trung vị là:

$$M_e = u_m + \frac{\frac{n}{2} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m)$$

-  **Ý nghĩa:** Từ dữ liệu ghép nhóm nói chung không thể xác định chính xác trung vị của mẫu số liệu gốc. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ cho mẫu số liệu gốc và có thể lấy làm giá trị đại diện cho mẫu số liệu.

**2. Tứ phân vị**

- ✓ Để tính tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:
- ✓ Giả sử nhóm chứa  $Q_1$  là nhóm  $[u_m; u_{m+1})$ .
- ✓  $n_m$  là tần số của nhóm chứa phân vị thứ nhất.
- ✓  $C = n_1 + n_2 + \dots + n_{m-1}$ .

 **Khi đó**

$$Q_1 = u_m + \frac{\frac{n}{4} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m)$$

- ✓ Để tính tứ phân vị thứ ba  $Q_3$  của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:
- ✓ Giả sử nhóm chứa  $Q_3$  là nhóm  $[u_j; u_{j+1})$ .
- ✓  $n_j$  là tần số của nhóm chứa phân vị thứ nhất.
- ✓  $C = n_1 + n_2 + \dots + n_{j-1}$ .

 **Khi đó**

$$Q_3 = u_j + \frac{\frac{3n}{4} - C}{n_j} \cdot (u_{j+1} - u_j)$$

- ✓ Tứ phân vị thứ hai  $Q_2$  chính là trung vị  $M_e$ .
  - ✓ Nếu tứ phân vị thứ  $k$  là  $\frac{1}{2}(x_m + x_{m+1})$ , trong đó  $x_m$  và  $x_{m+1}$  thuộc hai nhóm liên tiếp thì ta lấy  $Q_k = u_j$ .
-  **Ý nghĩa:**
- ✓ Bộ ba tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ cho tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và được sử dụng làm giá trị đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.

**♦ Dạng 1: Xác định trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm****👉 Các ví dụ minh họa**

**Câu 1:** Xác định trung vị và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở Bảng 5 (làm tròn các kết quả đến hàng phần mười).

**Lời giải**

Số phần tử của mẫu là  $n = 42$ .

Ta có:  $\frac{n}{2} = \frac{42}{2} = 21$  mà  $15 < 21 < 22$ . Suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 21.

Xét nhóm 3 là nhóm  $[50; 55)$  có  $r = 50, d = 5, n_3 = 7$  và nhóm 2 là nhóm  $[45; 50)$  có  $cf_2 = 15$ .

Áp dụng công thức, ta có trung vị của mẫu số liệu là:  $M_e = 50 + \left( \frac{21-15}{7} \right) \cdot 5 \approx 54,3(km/h)$ .

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là:  $Q_2 = M_e \approx 54,3(km/h)$ .

Ta có:  $\frac{n}{4} = \frac{42}{4} = 10,5$  mà  $5 < 10,5 < 15$  nên nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 10,5.

Xét nhóm 2 là nhóm  $[45; 50)$  có  $s = 45, h = 5, n_2 = 10$  và nhóm 1 là nhóm  $[40; 45)$  có  $cf_1 = 5$ .

Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là:

$$Q_1 = 45 + \left( \frac{10,5-5}{10} \right) \cdot 5 \approx 47,8(km/h).$$

Ta có:  $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 42}{4} = 31,5$  mà  $31 < 31,5 < 38$  nên nhóm 5 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 31,5.

Xét nhóm 5 là nhóm  $[60; 65)$  có  $t = 60, l = 5, n_5 = 7$  và nhóm 4 là nhóm  $[55; 60)$  có  $cf_4 = 31$ .

Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là:

$$Q_3 = 60 + \left( \frac{31,5-31}{7} \right) \cdot 5 \approx 60,4(km/h).$$

Vậy tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:  $Q_1 \approx 47,8(km/h); Q_2 \approx 54,3(km/h); Q_3 \approx 60,4(km/h)$ .

**Câu 2:** Quãng đường (km) các cầu thủ (không tính thủ môn) chạy trong một trận bóng đá tại giải ngoại hạng Anh được cho trong bảng thống kê sau:

|             |        |        |        |         |          |
|-------------|--------|--------|--------|---------|----------|
| Quãng đường | [2; 4) | [4; 6) | [6; 8) | [8; 10) | [10; 12) |
| Số cầu thủ  | 2      | 5      | 6      | 9       | 3        |

Tìm trung vị của mẫu số liệu và giải thích ý nghĩa của giá trị thu được.

### Lời giải

Cỡ mẫu  $n = 2 + 5 + 6 + 9 + 3 = 25$ . Nhóm chứa trung vị là  $[6; 8)$ . Trung vị là

$$M_e = 6 + \frac{\frac{25}{2} - (2 + 5)}{6} \cdot (8 - 6) \approx 7,83$$

Có 50% số cầu thủ chạy nhiều hơn  $7,83km$  và có 50% số cầu thủ chạy ít hơn  $7,83km$ .

**Câu 3:** Quãng đường (km) các cầu thủ (không tính thủ môn) chạy trong một trận bóng đá tại giải ngoại hạng Anh được cho trong bảng thống kê sau:

|             |        |        |        |         |          |
|-------------|--------|--------|--------|---------|----------|
| Quãng đường | [2; 4) | [4; 6) | [6; 8) | [8; 10) | [10; 12) |
| Số cầu thủ  | 2      | 5      | 6      | 9       | 3        |

Tìm  $a$  sao cho có 25% số cầu thủ tham gia trận đấu chạy ít nhất  $a(km)$ .

### Lời giải

HD. Số  $a$  chính là tứ phân vị thứ ba.

## ©. Dạng toán rèn luyện

### ♦ Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Số  $a$  thỏa mãn có 25% giá trị trong mẫu số liệu nhỏ hơn  $a$  và 75% giá trị trong mẫu số liệu lớn hơn  $a$  là

- A. số trung bình.      B. trung vị.  
C. tứ phân vị thứ nhất.      D. tứ phân vị thứ ba.

### Lời giải

**Chọn C**

**Câu 2:** Số  $a$  thỏa mãn có 75% giá trị trong mẫu số liệu nhỏ hơn  $a$  và 25% giá trị trong mẫu số liệu lớn hơn  $a$  là

- A. số trung bình.      B. trung vị.  
C. tứ phân vị thứ nhất.      D. tứ phân vị thứ ba.

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 3:** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau.

|             |           |           |           |           |
|-------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Tuổi thọ    | [2; 3; 5) | [3; 5; 5) | [5; 6; 5) | [6; 5; 8) |
| Số bóng đèn | 8         | 22        | 35        | 15        |

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu là

- A.** [2; 3; 5) .                      **B.** [3; 5; 5) .                      **C.** [5; 6; 5) .                      **D.** [6; 5; 8) .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 4:** Công việc nào sau đây không phụ thuộc vào các công việc của môn thống kê?

- A.** Thu thập số liệu.                      **B.** Trình bày số liệu.  
**C.** Phân tích và xử lí số liệu.                      **D.** Ra quyết định dựa trên số liệu.

**Lời giải**

Công việc nào sau đây không phụ thuộc vào các công việc của môn thống kê là ra quyết định dựa trên số liệu.

**Câu 5:** Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 10, ta có kết quả sau:

| Nhóm | Chiều cao (cm) | Số học sinh |
|------|----------------|-------------|
| 1    | [150; 152)     | 5           |
| 2    | [152; 154)     | 18          |
| 3    | [154; 156)     | 40          |
| 4    | [156; 158)     | 26          |
| 5    | [158; 160)     | 8           |
| 6    | [160; 162)     | 3           |
|      |                | $N = 100$   |

Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là

- A.** 156,5.                      **B.** 157.                      **C.** 157,5.                      **D.** 158.

**Lời giải**

Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là:  $\frac{156 + 158}{2} = 157$ .

**Câu 6:** Cho bảng phân bố tần số ghép lớp:

|                       |          |          |          |          |          |      |
|-----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|------|
| Các lớp giá trị của X | [50; 52) | [52; 54) | [54; 56) | [56; 58) | [58; 60) | Cộng |
| Tần số $n_i$          | 15       | 20       | 45       | 15       | 5        | 100  |

Mệnh đề đúng là:

- A.** Giá trị trung tâm của lớp [50; 52) là 53.  
**B.** Tần số của lớp [58; 60) là 95  
**C.** Tần số của lớp [52; 54) là 35  
**D.** Số 50 không phụ thuộc lớp [54; 56)

### Lời giải

#### Chọn D

**Câu 7:** Cho bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp chiều cao của các học sinh trong một lớp học như sau:

| Lớp       | Tần số | Tần suất |
|-----------|--------|----------|
| [150;155) | 8      | 20%      |
| [155;160) | 5      | 12.5%    |
| [160;165) | $a$    | 30%      |
| [165;170) | $b$    | $c\%$    |
| [170;175] | 6      | 15%      |
| Tổng      | $n$    | 100%     |

Tìm giá trị của  $a + 2b + 10c$ .

A. 225.

B. 158.

C. 255.

D. 202.

### Lời giải

Ta có  $c = 22,5$ ;

Vì lớp  $[155;159)$  có tần số là 5 và tần suất là 12,5% tức là chiếm  $\frac{1}{8}$  mẫu số liệu nên

$$n = 5 \cdot 8 = 40.$$

$$\text{Suy ra } \frac{a \times 100}{40} = 30\% \Rightarrow a = 12.$$

$$\text{Và } \frac{b \times 100}{40} = 22,5\% \Rightarrow b = 9.$$

$$\text{Vậy } a + 2b + 10c = 255.$$

**Câu 8:** Tìm cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D cho trong bảng sau, làm tròn đến hàng phần trăm.

| Cân nặng    | [40,5; 45,5) | [45,5; 50,5) | [50,5; 55,5) | [55,5; 60,5) | [60,5; 65,5) | [65,5; 70,5) |
|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Số học sinh | 10           | 7            | 16           | 4            | 2            | 3            |

A. 51,8.

B. 51,81.

C. 52.

D. 51,809.

### Lời giải

Trong mỗi khoảng cân nặng, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

| Cân nặng (kg) | 43 | 48 | 53 | 58 | 63 | 68 |
|---------------|----|----|----|----|----|----|
| Số học sinh   | 10 | 7  | 16 | 4  | 2  | 3  |

Tổng số học sinh là  $n = 42$ . Cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D là

$$\bar{x} = \frac{10 \times 43 + 7 \times 48 + 16 \times 53 + 4 \times 58 + 2 \times 63 + 3 \times 68}{42} \approx 51,81(\text{kg}).$$

**Câu 9:** Tìm hiểu thời gian xem ti vi trong tuần trước của một số học sinh thu được kết quả sau:

|                 |        |        |         |          |          |
|-----------------|--------|--------|---------|----------|----------|
| Thời gian (giờ) | [0; 5) | [5;10) | [10;15) | [15; 20) | [20; 25) |
| Số học sinh     | 8      | 16     | 4       | 2        | 2        |

Tính thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này.

**A.** 8,4375.

**B.** 8,125.

**C.** 8,75.

**D.** 8,28125.

**Lời giải**

|                  |       |        |         |         |         |
|------------------|-------|--------|---------|---------|---------|
| Thời gian (giờ)  | [0;5) | [5;10) | [10;15) | [15;20) | [20;25) |
| Số học sinh      | 8     | 16     | 4       | 2       | 2       |
| Giá trị đại diện | 2.5   | 7.5    | 12.5    | 17.5    | 22.5    |

Trong mỗi khoảng, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này là:

$$\bar{x} = \frac{8 \times 2,5 + 16 \times 7,5 + 4 \times 12,5 + 2 \times 17,5 + 2 \times 22,5}{8 + 16 + 4 + 2 + 2} = 8,4375.$$

**Câu 10:** Các bạn học sinh lớp 11A1 trả lời 40 câu hỏi trong một bài kiểm tra. Kết quả được thống kê ở bảng sau. Hãy ước lượng trung bình số câu trả lời đúng của các học sinh lớp 11 A1.

|                     |         |         |         |         |         |
|---------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Số câu trả lời đúng | [16;21) | [21;26) | [26;31) | [31;36) | [36;41) |
| Số học sinh         | 4       | 6       | 8       | 18      | 4       |

**A.** 30.

**B.** 32.

**C.** 29.

**D.** 31.

**Lời giải**

Trong mỗi khoảng, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau

|                     |         |         |         |         |         |
|---------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Số câu trả lời đúng | [16;21) | [21;26) | [26;31) | [31;36) | [36;41) |
| Số học sinh         | 4       | 6       | 8       | 18      | 4       |
| Giá trị đại diện    | 18,5    | 23,5    | 28,5    | 33,5    | 38,5    |

Trung bình số câu trả lời đúng của các học sinh lớp 11 A1 là:

$$\bar{x} = \frac{4 \times 18,5 + 6 \times 23,5 + 8 \times 28,5 + 18 \times 33,5 + 4 \times 38,5}{4 + 6 + 8 + 18 + 4} = 30.$$

**Câu 11:** Khi độ chênh lệch các số liệu trong mẫu quá lớn thì đại lượng nào thích hợp đại diện cho các số liệu trong mẫu.

**A.** Số trung bình.

**B.** Số trung vị.

**C.** Phương sai.

**D.** Độ lệch chuẩn.

**Lời giải**

Khi độ chênh lệch các số liệu trong mẫu quá lớn thì Số trung vị là đại lượng thích hợp đại diện cho các số liệu trong mẫu.

**Câu 12:** Điều tra 42 học sinh của một lớp 11 về số giờ tự học ở nhà, người ta có bảng sau đây:

| Lớp   | Tần số | Tần số tích lũy |
|-------|--------|-----------------|
| [1;2) | 8      | 8               |
| [2;3) | 10     | 18              |
| [3;4) | 12     | 30              |
| [4;5) | 9      | 39              |
| [5;6) | 3      | 42              |

Số trung vị của mẫu số liệu là.

**A.** 4,25.

**B.** 3,75.

**C.** 4,75.

**D.** 3,25.

**Lời giải**

Ta có số phân tử của mẫu là:  $n = 42 \Rightarrow \frac{n}{2} = 21$ .

Mà  $cf_2 = 18 < 21 < cf_3 = 30$  suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 21.

Xét nhóm 3 là nhóm [3;4) có  $r = 3; d = 1; n_3 = 12$  và nhóm 2 là nhóm [2;3) có  $cf_2 = 18$ .

Áp dụng công thức ta có trung vị của mẫu số liệu là:

$$M_e = 3 + \left( \frac{21 - 18}{12} \right) \cdot 1 = 3,25.$$

**Câu 13:** Thống kê điểm học kì môn toán của các học sinh lớp 11A của một trường THPT, người ta thu được số liệu sau:

|   |     |   |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |
|---|-----|---|-----|-----|-----|-----|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 3 | 5,5 | 5 | 4   | 4,5 | 4,5 | 3   | 5 | 4   | 4,5 | 4,5 | 6,5 | 6,5 | 7,5 | 3,5 |
| 5 | 6   | 7 | 8   | 8   | 7   | 4,5 | 6 | 5   | 7   | 4   | 5,5 | 7,5 | 8,5 | 9,5 |
| 4 | 3,5 | 5 | 8,5 | 6,5 | 4,5 | 7,5 | 7 | 4,5 | 3   | 7   | 5,5 | 5,5 | 6,5 | 9   |

Tìm số trung vị của mẫu số liệu khi ta ghép lớp thành các nhóm có độ dài là 1 như sau:

[3;4), [4;5), ..., [9;10) ,.

**A.** 6,7.

**B.** 9,3.

**C.** 5,8.

**D.** 5,7.

**Lời giải**

Ta có bảng tần số ghép lớp, tần số tích lũy sau:

| Lớp    | Tần số   | Tần số tích lũy |
|--------|----------|-----------------|
| [3;4)  | 5        | 5               |
| [4;5)  | 11       | 16              |
| [5;6)  | 9        | 25              |
| [6;7)  | 6        | 31              |
| [7;8)  | 8        | 39              |
| [8;9)  | 4        | 43              |
| [9;10) | 2        | 45              |
|        | $n = 45$ |                 |

Ta có số phân tử của mẫu là:  $n = 45 \Rightarrow \frac{n}{2} = 22,5$ .

Mà  $cf_2 = 16 < 22,5 < cf_3 = 25$  suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 22,5.

Xét nhóm 3 là nhóm [5;6) có  $r = 5; d = 1; n_3 = 9$  và nhóm 2 là nhóm [4;5) có  $cf_2 = 16$ .

Áp dụng công thức ta có trung vị của mẫu số liệu là:  $M_e = 5 + \left( \frac{22,5 - 16}{9} \right) \cdot 1 \approx 5,7$ .

**Câu 14:** Điều tra 42 học sinh của một lớp 11 về số giờ tự học ở nhà, người ta có bảng sau đây:

| Lớp   | Tần số | Tần số tích lũy |
|-------|--------|-----------------|
| [1;2) | 8      | 8               |
| [2;3) | 10     | 18              |
| [3;4) | 12     | 30              |
| [4;5) | 9      | 39              |
| [5;6) | 3      | 42              |

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là.

**A.** 2, 25.

**B.** 3, 25.

**C.** 2, 5.

**D.** 2, 75.

**Lời giải**

Ta có số phân tử của mẫu là:  $n = 42 \Rightarrow \frac{n}{4} = 10,5$ .

Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 10,5.

Xét nhóm 2 là nhóm [2;3) có  $s = 2; h = 1; n_2 = 10$  và nhóm 1 là nhóm [1;2) có  $cf_1 = 8$ .

Áp dụng công thức ta có trung vị của mẫu số liệu là:

$$Q_1 = 2 + \left( \frac{10,5 - 8}{10} \right) \cdot 1 = 2,25.$$

**Câu 15:** Điều tra 42 học sinh của một lớp 11 về số giờ tự học ở nhà, người ta có bảng sau đây:

| Lớp   | Tần số | Tần số tích lũy |
|-------|--------|-----------------|
| [1;2) | 8      | 8               |
| [2;3) | 10     | 18              |
| [3;4) | 12     | 30              |
| [4;5) | 9      | 39              |
| [5;6) | 3      | 42              |

Nhận xét nào đúng về tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

- A. Tứ phân vị của mẫu số liệu trên luôn giảm.
- B. Tứ phân vị của mẫu số liệu trên luôn tăng.
- C. Tứ phân vị của mẫu số liệu trên luôn cách đều nhau.
- D. Tứ phân vị của mẫu số liệu trên không tăng.

### Lời giải

Ta có số phần tử của mẫu là:  $n = 42 \Rightarrow \frac{n}{4} = 10,5$ .

Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 10,5.

Xét nhóm 2 là nhóm [2;3) có  $s = 2; h = 1; n_2 = 10$  và nhóm 1 là nhóm [1;2) có  $cf_1 = 8$ .

Áp dụng công thức tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu có:

$$Q_1 = 2 + \left( \frac{10,5 - 8}{10} \right) \cdot 1 = 2,25.$$

Ta có số phần tử của mẫu là:  $n = 42 \Rightarrow \frac{n}{2} = 21$ .

Mà  $cf_2 = 18 < 21 < cf_3 = 30$  suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 21.

Xét nhóm 3 là nhóm [3;4) có  $r = 3; d = 1; n_3 = 12$  và nhóm 2 là nhóm [2;3) có  $cf_2 = 18$ .

Áp dụng công thức ta có trung vị của mẫu số liệu là:

$$M_e = 3 + \left( \frac{21 - 18}{12} \right) \cdot 1 = 3,25.$$

Vậy tứ phân vị thứ 2 là  $Q_2 = M_e = 3,25$ .

Ta có số phần tử của mẫu là:  $\frac{3n}{4} = 31,5$ .

Suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 31,5.

Xét nhóm 4 là nhóm [4;5) có  $t = 4; l = 1; n_4 = 9$  và nhóm 3 là nhóm [3;4) có  $cf_3 = 30$ .

Áp dụng công thức tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu có:

$$Q_3 = 4 + \left( \frac{31,5 - 30}{9} \right) \cdot 1 = \frac{25}{6}.$$

Vậy  $Q_1 = 2,25; Q_2 = 3,1; Q_3 = \frac{25}{6} \approx 4,166$  nên tứ phân vị luôn tăng.

**Câu 16:** Thống kê điểm học kì môn toán của các học sinh lớp 11A của một trường THPT, người ta thu được số liệu sau:

|   |     |   |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |
|---|-----|---|-----|-----|-----|-----|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 3 | 5,5 | 5 | 4   | 4,5 | 4,5 | 3   | 5 | 4   | 4,5 | 4,5 | 6,5 | 6,5 | 7,5 | 3,5 |
| 5 | 6   | 7 | 8   | 8   | 7   | 4,5 | 6 | 5   | 7   | 4   | 5,5 | 7,5 | 8,5 | 9,5 |
| 4 | 3,5 | 5 | 8,5 | 6,5 | 4,5 | 7,5 | 7 | 4,5 | 3   | 7   | 5,5 | 5,5 | 6,5 | 9   |

Xác định tứ phân vị của mẫu số liệu khi ta ghép lớp thành các nhóm có độ dài là 1 như sau:

$[3;4), [4;5), \dots, [9;10)$  .

**A.** 4,6;5,7;7,3.

**B.** 4,6;5,7;7,4.

**C.** 5,6;6,7;8,3.

**D.** 4,7;5,7;7,4.

**Lời giải**

Ta có bảng tần số ghép lớp, tần số tích lũy sau:

| Lớp      | Tần số   | Tần số tích lũy |
|----------|----------|-----------------|
| $[3;4)$  | 5        | 5               |
| $[4;5)$  | 11       | 16              |
| $[5;6)$  | 9        | 25              |
| $[6;7)$  | 6        | 31              |
| $[7;8)$  | 8        | 39              |
| $[8;9)$  | 4        | 43              |
| $[9;10)$ | 2        | 45              |
|          | $n = 45$ |                 |

Ta có số phân tử của mẫu là:  $n = 45 \Rightarrow \frac{n}{4} = 11,25$  .

Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 11,25 .

Xét nhóm 2 là nhóm  $[4;5)$  có  $s = 4; h = 1; n_2 = 11$  và nhóm 1 là nhóm  $[3;4)$  có  $cf_1 = 5$  .

Áp dụng công thức tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu có:

$$Q_1 = 4 + \left( \frac{11,25 - 5}{11} \right) \cdot 1 \approx 4,6$$

Ta có số phân tử của mẫu là:  $n = 45 \Rightarrow \frac{n}{2} = 22,5$  .

Mà  $cf_2 = 16 < 22,5 < cf_3 = 25$  suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 22,5.

Xét nhóm 3 là nhóm  $[5;6)$  có  $r=5; d=1; n_3=9$  và nhóm 2 là nhóm  $[4;5)$  có  $cf_2=16$ .

Áp dụng công thức ta có trung vị của mẫu số liệu là:

$$M_e = 5 + \left( \frac{22,5 - 16}{9} \right) \cdot 1 \approx 5,7.$$

Suy ra  $Q_2 = M_e \approx 5,7$

Ta có số phần tử của mẫu là:  $n = 45 \Rightarrow \frac{3n}{4} = 33,75$ .

Suy ra nhóm 5 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 33,75.

Xét nhóm 5 là nhóm  $[7;8)$  có  $t=7; l=1; n_4=8$  và nhóm 4 là nhóm  $[6;7)$  có  $cf_4=31$ .

Áp dụng công thức tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu có:

$$Q_3 = 7 + \left( \frac{33,75 - 31}{8} \right) \cdot 1 \approx 7,3.$$

**Câu 17:** Gọi  $i$  là nhóm có tần số lớn nhất. Gọi  $u, g, n_i$  lần lượt là đầu mút trái, độ dài và tần số của nhóm  $i$ ;  $n_{i-1}, n_{i+1}$  lần lượt là tần số của nhóm  $i-1$ , nhóm  $i+1$ . Gọi  $M_0$  là Một của mẫu số liệu ghép nhóm, mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $M_0 = u + \left( \frac{n_i - n_{i-1}}{2n_i - n_{i-1} - n_{i+1}} \right) \cdot g.$

**B.**  $M_0 = u + \left( \frac{n_i \cdot n_{i-1}}{2n_i - n_{i+1} - n_{i-1}} \right) \cdot g.$

**C.**  $M_0 = u \cdot \left( \frac{n_i - n_{i-1}}{2n_i - n_{i-1} - n_{i+1}} \right) - g.$

**D.**  $M_0 = u + \left( \frac{n_{i+1} - n_{i-1}}{2n_i - n_{i-1} - n_{i+1}} \right) \cdot g.$

**Lời giải**

Theo định nghĩa một, chọn đáp án A

**Câu 18:** Điểm kiểm tra 15 phút của 36 học sinh lớp 11A được cho bởi bảng tần số ghép nhóm sau:

| Nhóm điểm | Tần số   |
|-----------|----------|
| $[1; 3)$  | 3        |
| $[3; 5)$  | 2        |
| $[5; 7)$  | 10       |
| $[7; 9)$  | 14       |
| $[9; 11)$ | 7        |
|           | $n = 36$ |

Mốt của bảng ghép lớp trên là giá trị nào sau?

**A.** 7,73.

**B.** 6,12.

**C.** 5,09.

**D.** 7,03.

**Lời giải**

$$\text{Áp dụng công thức tính một } M_0 = u + \left( \frac{n_i - n_{i-1}}{2n_i - n_{i-1} - n_{i+1}} \right) \cdot g$$

Với  $i = 4, u = 7, g = 2, n_4 = 14, n_3 = 10, n_5 = 7$ . Ta có

$$M_0 = 7 + \left( \frac{14 - 10}{2 \cdot 14 - 10 - 7} \right) \cdot 2 = 7,73.$$

**Câu 19:** Cho bảng mẫu số liệu ghép nhóm là chiều cao của học sinh lớp 5 tuổi như sau  
( $x$  nguyên dương)

| Nhóm chiều cao | Tần số    |
|----------------|-----------|
| $[85; 90)$     | 1         |
| $[90; 95)$     | $x^2 + 5$ |
| $[95; 100)$    | $4x$      |
| $[100; 105)$   | 12        |
| $[105; 110)$   | 3         |
| $[110; 115)$   | 2         |

Tìm giá trị  $x$ , biết một của bảng ghép lớp trên phân bố  $[90; 95)$  là  $\frac{283}{3}$ ?

**A.** 3.

**B.** 4.

**C.** 5.

**D.** 6.

**Lời giải**

Ta có, theo công thức tính một thì

$$\frac{283}{3} = 90 + \left( \frac{x^2 + 5 - 1}{2 \cdot (x^2 + 5) - 1 - 4x} \right) \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow 11x^2 - 52x + 57 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{19}{11} \end{cases}$$

Do  $x$  nguyên dương nên suy ra  $x = 3$ .

**Câu 20:** Cho bảng mẫu số liệu ghép nhóm là chiều cao của học sinh lớp 5 tuổi

| Nhóm chiều cao | Tần số   |
|----------------|----------|
| $[85; 90)$     | 1        |
| $[90; 95)$     | 4        |
| $[95; 100)$    | 8        |
| $[100; 105)$   | 12       |
| $[105; 110)$   | 3        |
| $[110; 115)$   | 2        |
|                | $n = 30$ |

Số liệu và nhóm của bảng trên là

A. 30 và 5.

B. 115 và 30.

C. 115 và 6.

D. 30 và 6.

**Lời giải**

Mẫu số liệu đó gồm 30 số liệu và 6 nhóm.

**Câu 21:** Cho bảng mẫu số liệu ghép nhóm là chiều cao của học sinh lớp 5 tuổi

| Nhóm chiều cao | Tần số          |
|----------------|-----------------|
| $[85; 90)$     | 1               |
| $[90; 95)$     | $x - 4$         |
| $[95; 100)$    | $x^2 - 3x + 11$ |
| $[100; 105)$   | 12              |
| $[105; 110)$   | 3               |
| $[110; 115)$   | 2               |

Tìm  $x$  biết tần số tích lũy của nhóm 3 là 23

A. 5.

B. 3.

C. 8.

D. 10.

**Lời giải**

Tần số tích lũy của nhóm 3 là 23 nên ta có:  $23 = 1 + x - 4 + x^2 - 3x + 11$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -3 \end{cases}$$

Do  $x > 0$  nên  $x = 5$ .

**Câu 22:** Điểm trung bình các môn học kì I của bạn An được cho bởi bảng sau:

| Môn  | Toán | Vật Lý | Hóa học | Ngữ văn | Lịch sử | Địa lý | Tin học | Tiếng Anh |
|------|------|--------|---------|---------|---------|--------|---------|-----------|
| Điểm | 9,4  | 8,8    | 9,2     | 6,8     | 8,0     | 7,8    | 8,4     | 8,6       |

Tính điểm trung bình môn học kì I của bạn An.

A. 8,0.

B. 8,375.

C. 8,2.

D. 8,5.

**Lời giải**

Điểm trung bình môn học kì I của bạn An là:  $\frac{9,4 + 8,8 + 9,2 + 6,8 + 8,0 + 7,8 + 8,4 + 8,6}{8}$   
 $= 8,375$ .

**Câu 23:** Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 10, ta có kết quả sau:

| Nhóm | Chiều cao (cm) | Số học sinh |
|------|----------------|-------------|
| 1    | [150;152)      | 10          |
| 2    | [152;154)      | 12          |
| 3    | [154;156)      | 35          |
| 4    | [156;158)      | 20          |
| 5    | [158;160)      | 10          |
| 6    | [160;162)      | 13          |
|      |                | N=100       |

Số trung bình là

- A.** 154,94.                      **B.** 159,54.                      **C.** 152,45.                      **D.** 155,94.

**Lời giải**

Số trung bình là:

$$\frac{151.10 + 153.12 + 155.35 + 157.20 + 159.10 + 161.13}{100} = 155,94.$$

**Câu 24:** Một cửa hàng bán 3 loại hoa quả nhập khẩu: Nho Mỹ, Lê Hàn Quốc và Táo New Zealand. Sau khi giảm giá mỗi loại lần lượt là  $x$ ,  $y$ ,  $z$  trên  $1kg$  thì số liệu tính toán được ghi lại bởi bảng sau:

| Loại quả               | Nho Mỹ    | Lê Hàn Quốc | Táo New Zealand |
|------------------------|-----------|-------------|-----------------|
| Giá bán (nghìn/ $kg$ ) | $250 - x$ | $200 - y$   | $180 - z$       |
| Số lượng bán ( $kg$ )  | $250 + x$ | $200 + y$   | $180 + z$       |

Biết rằng  $x + y + z = 120$ . Tính giá trị  $x$ ,  $y$ ,  $z$  để lợi nhuận bình quân của  $1kg$  hoa quả đạt được cao nhất.

- A.**  $x = y = z = 40$ .                      **B.**  $x = 50; y = 30; z = 40$ .  
**C.**  $x = 30; y = 50; z = 40$ .                      **D.**  $x = 20; y = 60; z = 40$ .

**Lời giải**

Vì số lượng hoa quả bán được là  $250 + x + 200 + y + 180 + z = 750$  là cố định nên bình quân mỗi  $kg$  hoa quả có giá cao nhất khi số tiền thu được là cao nhất.

Gọi  $P$  là tổng số tiền thu được.

$$\text{Khi đó } P = (250 - x)(250 + x) + (200 - y)(200 + y) + (180 - z)(180 + z)$$

$$= 250^2 - x^2 + 200^2 - y^2 + 180^2 - z^2 = 134900 - x^2 - y^2 - z^2.$$

$$\text{Ta có bất đẳng thức: } x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3}(x + y + z)^2 = 4800.$$

Do đó  $P \leq 130100$ .

$$\text{Vậy } P \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=120 \\ x=y=z \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z=40.$$

**Câu 25:** Cho dãy số liệu thống kê: 50, 48, 34, 36, 56, 35, 43, 38, 55. Số trung vị là

A. 38.

B. 35.

C. 43.

D. 55.

**Lời giải**

Dãy số liệu thống kê xếp thành dãy không giảm là 34, 35, 36, 38, 43, 48, 50, 55, 56.

Số trung vị là  $M_e = 43$ .

**Câu 26:** Thống kê điểm kiểm tra một tiết môn Toán của lớp 11A của trường THPT Nguyễn Huệ được ghi lại như sau:

|                                 |   |   |   |   |    |   |    |
|---------------------------------|---|---|---|---|----|---|----|
| <b>Giá trị (<math>x</math>)</b> | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9 | 10 |
| <b>Tần số (<math>n</math>)</b>  | 2 | 3 | 7 | 6 | 12 | 4 | 2  |

Số trung vị của mẫu số liệu trên là

A. 8,0.

B. 7,5.

C. 7,8.

D. 8,5.

**Lời giải**

Các số liệu đã được xếp theo thứ tự tăng dần.

Cỡ mẫu là  $n = 2 + 3 + 7 + 6 + 12 + 4 + 2 = 36$ .

Khi đó trung vị là  $M_e = \frac{x_{18} + x_{19}}{2} = \frac{7 + 8}{2} = 7,5$ .

**Câu 27:** Thời gian đọc sách mỗi ngày của một số học sinh được cho trong bảng sau

|                         |         |         |         |         |         |
|-------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| <b>Thời gian (phút)</b> | [10;15) | [15;20) | [20;25) | [25;30) | [30;35) |
| <b>Số học sinh</b>      | 3       | 10      | 12      | 15      | 20      |

Xác định trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

A. 25.

B. 26.

C. 25,56.

D. 26,67.

**Lời giải**

Cỡ mẫu là  $n = 3 + 10 + 12 + 15 + 20 = 60$ .

Ta có:  $\frac{n}{2} = 30$ .

Mà  $cf_3 = 25 < 30 < cf_4 = 40$ . Suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 30.

Xét nhóm 4 là nhóm [25;30) có  $r = 25$ ;  $d = 5$ ,  $n_4 = 15$ ; và nhóm 3 có  $cf_3 = 25$ .

Vậy trung vị của mẫu số liệu là:

$$M_e = 25 + \frac{30 - 25}{15} \cdot 5 \approx 26,67.$$

**Câu 28:** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

|                  |         |          |          |          |           |
|------------------|---------|----------|----------|----------|-----------|
| Thời gian (phút) | [0; 20) | [20; 40) | [40; 60) | [60; 80) | [80; 100) |
| Số học sinh      | 5       | 9        | 12       | 10       | 6         |

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là

- A.** [40; 60). **B.** [20; 40). **C.** [60; 80). **D.** [80; 100).

**Lời giải**

Mốt  $M_0$  chứa trong nhóm [40; 60)

**Câu 29:** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

|                  |         |          |          |          |           |
|------------------|---------|----------|----------|----------|-----------|
| Thời gian (phút) | [0; 20) | [20; 40) | [40; 60) | [60; 80) | [80; 100) |
| Số học sinh      | 5       | 9        | 12       | 10       | 6         |

Mốt của mẫu số liệu trên là

- A.** 42. **B.** 52. **C.** 53. **D.** 54.

**Lời giải**

Mốt  $M_0$  chứa trong nhóm [40; 60)

Do đó:  $u_m = 40; u_{m+1} = 60 \Rightarrow u_{m+1} - u_m = 60 - 40 = 20$

$n_{m-1} = 9; n_m = 12; n_{m+1} = 10$

$$M_0 = 40 + \frac{12 - 9}{(12 - 9) + (12 - 10)}(60 - 40) = 52$$

**Câu 30:** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

|                  |         |          |          |          |           |
|------------------|---------|----------|----------|----------|-----------|
| Thời gian (phút) | [0; 20) | [20; 40) | [40; 60) | [60; 80) | [80; 100) |
| Số học sinh      | 5       | 9        | 12       | 10       | 6         |

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A.** [40; 60). **B.** [20; 40). **C.** [60; 80). **D.** [80; 100).

**Lời giải**

Ta có:  $n = 42$

Nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là  $Q_1 = x_{11}$

Mà  $x_{11} \in [20; 40)$

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là nhóm [20; 40)

**Câu 31:** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

|                  |         |          |          |          |           |
|------------------|---------|----------|----------|----------|-----------|
| Thời gian (phút) | [0; 20) | [20; 40) | [40; 60) | [60; 80) | [80; 100) |
| Số học sinh      | 5       | 9        | 12       | 10       | 6         |

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

- A.** [40; 60). **B.** [20; 40). **C.** [60; 80). **D.** [80; 100).

**Lời giải**

Ta có:  $n = 42$

Nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là  $Q_3 = x_{33}$

Mà  $x_{33} \in [60; 80)$

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là nhóm  $[60; 80)$

**Câu 32:** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau:

|           |          |          |           |            |            |
|-----------|----------|----------|-----------|------------|------------|
| Doanh thu | $[5; 7)$ | $[7; 9)$ | $[9; 11)$ | $[11; 13)$ | $[13; 15)$ |
| Số ngày   | 2        | 7        | 7         | 3          | 1          |

Mốt của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

**A.**  $[7; 9)$ .                      **B.**  $[9; 11)$ .                      **C.**  $[11; 13)$ .                      **D.**  $[13; 15)$ .

**Lời giải**

Có 2 nhóm chứa tần số cao nhất trong mẫu số liệu là  $[7; 9)$  và  $[9; 11)$ , do đó:

Xét nhóm  $[7; 9)$  ta có:

$$M_0 = 7 + \frac{7-2}{(7-2) + (7-7)}(9-7) = 9$$

Xét nhóm  $[9; 11)$  ta có:

$$M'_0 = 9 + \frac{7-7}{(7-7) + (7-3)}(11-9) = 9$$

Vậy một của mẫu số liệu là 9.

**Câu 33:** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau:

|           |          |          |           |            |            |
|-----------|----------|----------|-----------|------------|------------|
| Doanh thu | $[5; 7)$ | $[7; 9)$ | $[9; 11)$ | $[11; 13)$ | $[13; 15)$ |
| Số ngày   | 2        | 7        | 7         | 3          | 1          |

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

**A.** 7.                      **B.** 7,6.                      **C.** 8.                      **D.** 8,6.

**Lời giải**

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{20}$  là doanh thu bán hàng trong 20 ngày xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó:  $x_1, x_2 \in [5; 7)$ ,  $x_3, \dots, x_9 \in [7; 9)$ ,  $x_{10}, \dots, x_{16} \in [9; 11)$ ,  $x_{17}, \dots, x_{19} \in [11; 13)$ ,  $x_{20} \in [13; 15)$

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu thuộc nhóm  $[7; 9)$

$$n = 20, n_m = 7, C = 2, u_m = 7, u_{m+1} = 9$$

$$Q_1 = 7 + \frac{\frac{20}{4} - 2}{7} (9 - 7) \approx 7,86 \approx 8$$

♦Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

**Câu 1.** Dựa vào bảng tần số mẫu số liệu ghép nhóm sau, hãy tìm tứ phân vị của nó.

| Nhóm   | [30; 40) | [40; 50) | [50; 60) | [60; 70) | [70; 80) | [80; 90) |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Tần số | 2        | 10       | 16       | 8        | 2        | 2        |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

|    | Mệnh đề                                                      | Đúng | Sai |
|----|--------------------------------------------------------------|------|-----|
| a) | Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 40$ .                         |      |     |
| b) | Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 48$ |      |     |
| c) | Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 45$  |      |     |
| d) | Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 61,5$ |      |     |

**Câu 2.** Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau:

| Số lần gặp sự cố | [1; 2] | [3; 4] | [5; 6] | [7; 8] | [9; 10] |
|------------------|--------|--------|--------|--------|---------|
| Số xe            | 17     | 33     | 25     | 20     | 5       |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

|    | Mệnh đề                                                                | Đúng | Sai |
|----|------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a) | Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$ .                                  |      |     |
| b) | Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 1,98$ . |      |     |
| c) | Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 4,5$ .         |      |     |
| d) | Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 6,5$ .          |      |     |

**Câu 3.** Hãy tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm sau:

| Nhóm   | [0; 2) | [2; 4) | [4; 6) | [6; 8) | [8; 10) |
|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| Tần số | 3      | 8      | 12     | 12     | 4       |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

|    | Mệnh đề                                                                | Đúng | Sai |
|----|------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a) | Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 38$ .                                   |      |     |
| b) | Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 2,69$ . |      |     |
| c) | Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 \approx 5,42$ .  |      |     |

|           |                                                              |  |  |
|-----------|--------------------------------------------------------------|--|--|
| <b>d)</b> | Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 7,04$ |  |  |
|-----------|--------------------------------------------------------------|--|--|

**Câu 4.** Người ta đo đường kính của 61 cây gỗ được trồng sau 12 năm (đơn vị: centimét), họ thu được bảng tần số ghép nhóm sau:

|            |          |          |          |          |          |
|------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Đường kính | [20; 25) | [25; 30) | [30; 35) | [35; 40) | [40; 45) |
| Số cây     | 4        | 12       | 26       | 13       | 6        |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

| Mệnh đề   |                                                                         | Đúng | Sai |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| <b>a)</b> | Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 61$ .                                    |      |     |
| <b>b)</b> | Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 19,69$ . |      |     |
| <b>c)</b> | Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 32,79$ .        |      |     |
| <b>d)</b> | Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 36,44$ .         |      |     |

**Câu 5.** Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

|                        |             |             |             |             |             |
|------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Điện lượng (Nghìn mAh) | [0,9; 0,95) | [0,95; 1,0) | [1,0; 1,05) | [1,05; 1,1) | [1,1; 1,15) |
| Số pin                 | 10          | 20          | 35          | 15          | 5           |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

| Mệnh đề   |                                                             | Đúng | Sai |
|-----------|-------------------------------------------------------------|------|-----|
| <b>a)</b> | Số trung bình của dãy số liệu là: 1,016.                    |      |     |
| <b>b)</b> | Nhóm chứa một của dãy số liệu là [1,05; 1,1)                |      |     |
| <b>c)</b> | Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là: $Q_1 = 0,98$ . |      |     |
| <b>d)</b> | Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là: $Q_3 = 1,248$ .  |      |     |

**Câu 6.** Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

|             |          |          |          |          |          |          |           |
|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| Khoảng điểm | [6,5; 7) | [7; 7,5) | [7,5; 8) | [8; 8,5) | [8,5; 9) | [9; 9,5) | [9,5; 10) |
| Số học sinh | 8        | 10       | 16       | 24       | 13       | 7        | 4         |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

| Mệnh đề   |                                                                  | Đúng | Sai |
|-----------|------------------------------------------------------------------|------|-----|
| <b>a)</b> | Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 80$ .                             |      |     |
| <b>b)</b> | Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 7,58$ . |      |     |
| <b>c)</b> | Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 8,15$ .  |      |     |
| <b>d)</b> | Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 8,63$ .   |      |     |

**Câu 7.** Khi đo mắt cho học sinh khối 10 ở một trường THPT nhân viên y tế ghi nhận lại ở bảng sau:

|           |              |              |              |              |              |
|-----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Thời gian | [0,25; 0,75) | [0,75; 1,25) | [1,25; 1,75) | [1,75; 2,25) | [2,25; 2,75) |
|-----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|

|        |    |    |    |    |   |
|--------|----|----|----|----|---|
| Số lần | 25 | 32 | 14 | 12 | 4 |
|--------|----|----|----|----|---|

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

| Mệnh đề |                                              | Đúng | Sai |
|---------|----------------------------------------------|------|-----|
| a)      | Số trung bình của mẫu số liệu trên là 1,14.  |      |     |
| b)      | Nhóm chứa một của số liệu là $[0,75;1,25)$ . |      |     |
| c)      | Một của mẫu số liệu là $M_0 = 0,89$ .        |      |     |
| d)      | Trung vị của mẫu số liệu là $M_e = 1,039$    |      |     |

**Câu 8.** Tiền lương tháng của một số nhân viên ở 01 công ty được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng):

13,8; 6,7; 8,4; 11,9; 11,1; 8,3; 13,2; 11,2; 8,9; 10,7; 6,5; 13,1;  
12,5; 9,6; 11,7; 12,7; 10,0; 10,0; 12,2; 9,8; 10,9; 6,7; 13,6; 9,2;

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

| Mệnh đề                  |                                                                                                                                                                                                                                                                    | Đúng                     | Sai     |         |         |         |              |   |   |   |   |  |  |
|--------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|---------|---------|---------|---------|--------------|---|---|---|---|--|--|
| a)                       | Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là: $Q_2 = 10,8$ .                                                                                                                                                                                                              |                          |         |         |         |         |              |   |   |   |   |  |  |
| b)                       | Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu : $Q_1 = 6,05$ .                                                                                                                                                                                                               |                          |         |         |         |         |              |   |   |   |   |  |  |
| c)                       | Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau: <table><tr><td>Lương tháng (triệu đồng)</td><td>[6;8)</td><td>[8;10)</td><td>[10;12)</td><td>[12;14)</td></tr><tr><td>Số nhân viên</td><td>3</td><td>6</td><td>8</td><td>7</td></tr></table> | Lương tháng (triệu đồng) | [6;8)   | [8;10)  | [10;12) | [12;14) | Số nhân viên | 3 | 6 | 8 | 7 |  |  |
| Lương tháng (triệu đồng) | [6;8)                                                                                                                                                                                                                                                              | [8;10)                   | [10;12) | [12;14) |         |         |              |   |   |   |   |  |  |
| Số nhân viên             | 3                                                                                                                                                                                                                                                                  | 6                        | 8       | 7       |         |         |              |   |   |   |   |  |  |
| d)                       | Ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên ta được: $Q_2 = 6,75$                                                                                                                                                                                |                          |         |         |         |         |              |   |   |   |   |  |  |

**Câu 9.** Số điểm một cầu thủ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 25 | 23 | 21 | 13 | 8  | 14 | 15 | 18 | 22 | 11 |
| 24 | 12 | 14 | 14 | 18 | 6  | 8  | 25 | 10 | 11 |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

| Mệnh đề |                                                                                                                                                                                                                                                | Đúng    | Sai     |         |         |         |         |   |   |   |   |  |  |
|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---|---|---|---|--|--|
| a)      | Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là: $Q_2 = 14$ .                                                                                                                                                                                            |         |         |         |         |         |         |   |   |   |   |  |  |
| b)      | Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $Q_3 = 11,5$ .                                                                                                                                                                                            |         |         |         |         |         |         |   |   |   |   |  |  |
| c)      | Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau: <table><tr><td>Điểm số</td><td>[6;10)</td><td>[11;15)</td><td>[16;20)</td><td>[21;25)</td></tr><tr><td>Số trận</td><td>4</td><td>8</td><td>2</td><td>6</td></tr></table> | Điểm số | [6;10)  | [11;15) | [16;20) | [21;25) | Số trận | 4 | 8 | 2 | 6 |  |  |
| Điểm số | [6;10)                                                                                                                                                                                                                                         | [11;15) | [16;20) | [21;25) |         |         |         |   |   |   |   |  |  |
| Số trận | 4                                                                                                                                                                                                                                              | 8       | 2       | 6       |         |         |         |   |   |   |   |  |  |
| d)      | Ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên ta được tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: $Q_2 = 8,25$ .                                                                                                                    |         |         |         |         |         |         |   |   |   |   |  |  |

**Câu 10.** Cân nặng của một số lợn con mới sinh thuộc hai giống A và B được cho ở bảng đây (đơn vị: kg)

| Cân nặng (kg)  | [1, 0; 1, 1) | [1, 1; 1, 2) | [1, 2; 1, 3) | [1, 3; 1, 4) |
|----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Số con giống A | 8            | 28           | 32           | 17           |
| Số con giống B | 13           | 14           | 24           | 14           |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

| Mệnh đề |                                                                           | Đúng | Sai |
|---------|---------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a)      | Cân nặng trung bình của giống A là: 1, 22.                                |      |     |
| b)      | Cân nặng trung bình của giống B là: 1, 21.                                |      |     |
| c)      | Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống A là: $Q_{1A} = 1,15$ . |      |     |
| d)      | Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống B là: $Q_{1B} = 1,62$ . |      |     |

## Lời Giải

**Câu 1.** Dựa vào bảng tần số mẫu số liệu ghép nhóm sau, hãy tìm tứ phân vị của nó.

| Nhóm   | [30; 40) | [40; 50) | [50; 60) | [60; 70) | [70; 80) | [80; 90) |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Tần số | 2        | 10       | 16       | 8        | 2        | 2        |

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là  $n = 40$ .

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_1 = 48$

c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_2 = 45$

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_3 = 61,5$

## Lời giải

|                |                |               |               |
|----------------|----------------|---------------|---------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>b) Đúng</b> | <b>c) Sai</b> | <b>d) Sai</b> |
|----------------|----------------|---------------|---------------|

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là  $n = 40$ .

Gọi  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{40}$  là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu:  $\frac{x_{20} + x_{21}}{2} \in [50; 60)$ .

Ta có:  $n_m = 16; C_2 = 2 + 10 = 12; u_m = 50; u_{n+1} = 60$ .

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm cũng là trung vị của mẫu số liệu đó là:

$$Q_2 = M_e = 50 + \frac{\frac{40}{2} - 12}{16} (60 - 50) = 55$$

Xét nửa mẫu số liệu bên trái  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$  có trung vị  $\frac{x_{10} + x_{11}}{2} \in [40; 50)$ .

Ta có:  $n_i = 10; C_1 = 2; u_i = 40; u_{i+1} = 50$ .

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 40 + \frac{\frac{40}{4} - 2}{10} (50 - 40) = 48$$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải  $x_{21}, x_{22}, x_{23}, \dots, x_{40}$  có trung vị  $\frac{x_{30} + x_{31}}{2} \in [60; 70)$ .

Ta có:  $n_j = 8; C_3 = 2 + 10 + 16 = 28; u_j = 60; u_{j+1} = 70$ .

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 60 + \frac{\frac{3 \cdot 40}{4} - 28}{8} (70 - 60) = 62,5$$

Vậy tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$Q_1 = 48, Q_2 = 55, Q_3 = 62,5.$$

**Câu 2.** Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau:

| Số lần gặp sự cố | [1; 2] | [3; 4] | [5; 6] | [7; 8] | [9; 10] |
|------------------|--------|--------|--------|--------|---------|
| Số xe            | 17     | 33     | 25     | 20     | 5       |

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là  $n = 100$ .

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_1 \approx 1,98$ .

c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_2 = 4,5$ .

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_3 = 6,5$ .

**Lời giải**

|                |               |                |                |
|----------------|---------------|----------------|----------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>b) Sai</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Đúng</b> |
|----------------|---------------|----------------|----------------|

Số lần gặp sự cố là số nguyên nên ta có thể sử dụng bảng tần số ghép nhóm sau:

|                  |           |           |           |           |            |
|------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|
| Số lần gặp sự cố | [0,5;2,5) | [2,5;4,5) | [4,5;6,5) | [6,5;8,5) | [8,5;10,5) |
| Số xe            | 17        | 33        | 25        | 20        | 5          |

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là  $n = 100$ .

Gọi  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{100}$  là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của của mẫu số liệu là  $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$  với  $x_{50} \in [2,5;4,5)$ ,  $x_{51} \in [4,5;6,5)$ .

Suy ra tứ phân vị thứ hai cũng là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$Q_2 = 4,5$ . Xét nửa mẫu số liệu bên trái  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{50}$  có trung vị  $\frac{x_{25} + x_{26}}{2} \in [2,5;4,5)$ .

Ta có:  $n_m = 33$ ;  $C = 17$ ;  $u_{m+1} = 4,5$ ;  $u_m = 2,5$ .

Vì vậy, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 2,5 + \frac{\frac{100}{4} - 17}{33} (4,5 - 2,5) = \frac{197}{66} \approx 2,98$$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải  $x_{51}, x_{52}, \dots, x_{100}$  có trung vị

$\frac{x_{75} + x_{76}}{2}$  với  $x_{75} \in [4,5;6,5)$ ,  $x_{76} \in [6,5;8,5)$  nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm  $Q_3 = 6,5$

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 \approx 2,98; Q_2 = 4,5; Q_3 = 6,5.$$

**Câu 3.** Hãy tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm sau:

|        |       |       |       |       |        |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| Nhóm   | [0;2) | [2;4) | [4;6) | [6;8) | [8;10) |
| Tần số | 3     | 8     | 12    | 12    | 4      |

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là  $n = 38$ .

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_1 \approx 2,69$ .

c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_2 \approx 5,42$ .

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_3 = 7,04$

**Lời giải**

|               |               |                |                |
|---------------|---------------|----------------|----------------|
| <b>a) Sai</b> | <b>b) Sai</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Đúng</b> |
|---------------|---------------|----------------|----------------|

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là  $n = 3 + 8 + 12 + 12 + 4 = 39$ .

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{39}$  là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là  $x_{20} \in [4; 6)$ .

Ta có:  $n_m = 12; C_2 = 3 + 8 = 11; u_m = 4; u_{m+1} = 6$ .

Tứ phân vị thứ hai chính là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = M_e = 4 + \frac{\frac{39}{2} - 11}{12} (6 - 4) = \frac{65}{12} \approx 5,42.$$

Xét nửa mẫu số liệu bên trái  $x_1, x_2, \dots, x_{19}$  có trung vị  $x_{10} \in [2; 4)$ .

Ta có:  $n_i = 8; C_1 = 3; x_i = 2; x_{i+1} = 4$ . Suy ra tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là:

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{39}{4} - 3}{8} (4 - 2) = \frac{59}{16} \approx 3,69.$$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải  $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{39}$  có trung vị  $x_{30} \in [6; 8)$ .

Ta có:  $n_j = 12; C_3 = 3 + 8 + 12 = 23; x_j = 6; x_j = 8$ .

$$\text{Suy ra tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là: } Q_3 = 6 + \frac{\frac{3.39}{4} - 23}{12} (8 - 6) = \frac{169}{24} \approx 7,04.$$

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_1 \approx 3,69; Q_2 = 5,42; Q_3 = 7,04$ .

**Câu 4.** Người ta đo đường kính của 61 cây gỗ được trồng sau 12 năm (đơn vị: centimét), họ thu được bảng tần số ghép nhóm sau:

|            |          |          |          |          |          |
|------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Đường kính | [20; 25) | [25; 30) | [30; 35) | [35; 40) | [40; 45) |
| Số cây     | 4        | 12       | 26       | 13       | 6        |

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là  $n = 61$ .

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_1 \approx 19,69$ .

c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_2 = 32,79$ .

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_3 = 36,44$ .

### Lời giải

|         |        |         |         |
|---------|--------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|--------|---------|---------|

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là  $n = 61$ .

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{61}$  là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là  $x_{31} \in [30; 35)$ .

Ta có:  $n_m = 26; C_1 = 4 + 12 = 16; u_m = 30; u_{m+1} = 35$ .

Tứ phân vị thứ hai chính là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_2 = M_e = 30 + \frac{\frac{61}{2} - 16}{26} (35 - 30) = \frac{1705}{52} \approx 32,79(cm).$$

Xét nửa mẫu số liệu bên trái  $x_1, x_2, \dots, x_{30}$  có trung vị  $\frac{x_{15} + x_{16}}{2} \in [25; 30)$ .

Ta có:  $n_i = 12; C_1 = 4; x_i = 25; x_{i+1} = 30$ .

Suy ra tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là:  $Q_1 = 25 + \frac{\frac{61}{4} - 4}{12} (30 - 25) = \frac{475}{16} \approx 29,69(cm)$ .

Xét nửa mẫu số liệu bên trái  $x_{32}, x_{33}, \dots, x_{61}$  có trung vị  $\frac{x_{46} + x_{47}}{2} \in [35; 40)$ .

Ta có:  $n_j = 13; C_3 = 4 + 12 + 26 = 42; x_i = 35; x_{i+1} = 40$ .

Suy ra tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là:  $Q_3 = 35 + \frac{\frac{3.61}{4} - 42}{13} (40 - 35) = \frac{1895}{52} \approx 36,44(cm)$ .

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 \approx 29,69; Q_2 = 32,79; Q_3 = 36,44.$$

**Câu 5.** Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiểu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

|                        |            |            |            |            |            |
|------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Điện lượng (Nghìn mAh) | [0,9;0,95) | [0,95;1,0) | [1,0;1,05) | [1,05;1,1) | [1,1;1,15) |
| Số pin                 | 10         | 20         | 35         | 15         | 5          |

a) Số trung bình của dãy số liệu là: 1,016.

b) Nhóm chứa một của dãy số liệu là [1,05;1,1)

c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là:  $Q_1 = 0,98$ .

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là:  $Q_3 = 1,248$ .

### Lời giải

|                |               |                |               |
|----------------|---------------|----------------|---------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>b) Sai</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Sai</b> |
|----------------|---------------|----------------|---------------|

|                        |            |            |            |            |            |
|------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Điện lượng (Nghìn mAh) | [0,9;0,95) | [0,95;1,0) | [1,0;1,05) | [1,05;1,1) | [1,1;1,15) |
| Giá trị đại diện       | 0,925      | 0,975      | 1,025      | 1,075      | 1,125      |
| Số trận                | 10         | 20         | 35         | 15         | 5          |

Số trung bình của dãy số liệu là:

$$\frac{0,925.10 + 0,975.20 + 1,025.35 + 1,075.15 + 1,125.5}{85} = 1,016.$$

Nhóm chứa một của dãy số liệu là [1;1,05)

$$M_o = 1 + \frac{35 - 20}{(35 - 20) + (35 - 15)}(1,05 - 1) = 1,02.$$

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{85}$  lần lượt là điện lượng mỗi viên pin xếp theo thứ tự không giảm.

Do  $x_1; x_2; \dots; x_{10} \in [0,9;0,95); x_{11}; \dots; x_{30} \in [0,95;1,0); x_{31}; \dots; x_{65} \in [1,0;1,05);$

$x_{66}; \dots; x_{80} \in [1,05;1,1); x_{81}; \dots; x_{85} \in [1,1;1,15)$  nên trung vị của mẫu số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{85}$  là  $x_{43} \in [1;1,05)$ .

Ta xác định được  $n = 85, n_m = 35, C = 30, u_m = 1, u_{m+1} = 1,05$ .

$$\text{Suy ra tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: } Q_2 = 1 + \frac{\frac{85}{2} - 30}{35}(1,05 - 1) = 1,02.$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là  $\frac{1}{2}(x_{21} + x_{22})$ .

Do  $x_{21}, x_{22} \in [0, 95; 1)$  nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_1 = 0,95 + \frac{\frac{85}{4} - 10}{20} (1 - 0,95) = 0,98 \dots$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là  $\frac{1}{2}(x_{64} + x_{65})$ .

Do  $x_{64}, x_{65} \in [1; 1,05)$  nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_3 = 1 + \frac{\frac{3.85}{4} - 30}{35} (1,05 - 1) = 1,048.$$

**Câu 6.** Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

|             |         |         |         |         |         |         |          |
|-------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|
| Khoảng điểm | [6,5;7) | [7;7,5) | [7,5;8) | [8;8,5) | [8,5;9) | [9;9,5) | [9,5;10) |
| Số học sinh | 8       | 10      | 16      | 24      | 13      | 7       | 4        |

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là  $n = 80$ .

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_1 = 7,58$ .

c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_2 = 8,15$ .

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_3 = 8,63$

### Lời giải

|               |                |                |                |
|---------------|----------------|----------------|----------------|
| <b>a) Sai</b> | <b>b) Đúng</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Đúng</b> |
|---------------|----------------|----------------|----------------|

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{82}$  lần lượt là điểm trung bình môn Toán của các học sinh sắp xếp theo thứ tự không giảm. Ta có:  $x_1; \dots; x_8 \in [6,5;7); x_9; \dots; x_{18} \in [7;7,5); x_{19}; \dots; x_{34} \in [8;8,5);$

$x_{35}; \dots; x_{71} \in [8,5;9); x_{72}; \dots; x_{78} \in [7;7,5); x_{79}; \dots; x_{82} \in [9,5;10).$

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là  $\frac{1}{2}(x_{41} + x_{42})$  mà  $x_{41}; x_{42} \in [8;8,5)$  nên tứ phân vị thứ hai của mẫu

số liệu là:  $Q_2 = 8 + \frac{\frac{82}{2} - 34}{24} (8,5 - 8) = 8,15.$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là  $x_{21} \in [7,5;8).$

Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là:  $Q_1 = 7,5 + \frac{\frac{82}{4} - 18}{16} (8 - 7,5) = 7,58.$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là  $x_{62} \in [8,5;9)$ .

Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là:  $Q_3 = 8,5 + \frac{\frac{3.82}{58} - 58}{13} (9 - 8,5) = 8,63$ .

**Câu 7.** Khi đo mắt cho học sinh khối 10 ở một trường THPT nhân viên y tế ghi nhận lại ở bảng sau:

| Thời gian | [0, 25; 0, 75) | [0, 75; 1, 25) | [1, 25; 1, 75) | [1, 75; 2, 25) | [2, 25; 2, 75) |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Số lần    | 25             | 32             | 14             | 12             | 4              |

a) Số trung bình của mẫu số liệu trên là 1,14.

b) Nhóm chứa một của số liệu là [0, 75; 1, 25).

c) Một của mẫu số liệu là  $M_o = 0,89$ .

d) Trung vị của mẫu số liệu là  $M_e = 1,039$

### Lời giải

| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|---------|---------|---------|
|---------|---------|---------|---------|

| Thời gian        | [0, 25; 0, 75) | [0, 75; 1, 25) | [1, 25; 1, 75) | [1, 75; 2, 25) | [2, 25; 2, 75) |
|------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Giá trị đại diện | 0,50           | 1,00           | 1,50           | 2,00           | 2,50           |
| Số lần           | 25             | 32             | 14             | 12             | 4              |

Số trung bình của mẫu số liệu trên là  $\frac{0,50.25 + 1,00.32 + 1,50.14 + 2,00.12 + 2,50.4}{87} = 1,14$ .

Nhóm chứa một của số liệu là [0, 75; 1, 25).

Một của mẫu số liệu là  $M_o = 0,75 + \frac{32 - 25}{(32 - 25) + (32 - 14)} (1,25 - 0,75) = 0,89$ .

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{87}$  lần lượt là chỉ số mắt cận của các học sinh sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có  $x_1, \dots, x_{25} \in [0, 25; 0, 75)$ ;  $x_{26}, \dots, x_{57} \in [0, 75; 1, 25)$ ; nên trung vị của mẫu là  $x_{44} \in [0, 75; 1, 25)$ .

Ta xác định được  $n = 87, n_m = 32, C = 25, u_m = 0,75; u_{m+1} = 1,25$ .

Nên:  $M_e = 0,75 + \frac{\frac{87}{2} - 25}{32} (1,25 - 0,75) = 1,039$ .

**Câu 8.** Tiền lương tháng của một số nhân viên ở 01 công ty được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng):

13,8; 6,7; 8,4; 11,9; 11,1; 8,3; 13,2; 11,2; 8,9; 10,7; 6,5; 13,1;  
12,5; 9,6; 11,7; 12,7; 10,0; 10,0; 12,2; 9,8; 10,9; 6,7; 13,6; 9,2;

a) Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là:  $Q_2 = 10,8$ .

b) Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu :  $Q_1 = 6,05$ .

c) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

|                          |       |        |         |         |
|--------------------------|-------|--------|---------|---------|
| Lương tháng (triệu đồng) | [6;8) | [8;10) | [10;12) | [12;14) |
| Số nhân viên             | 3     | 6      | 8       | 7       |

d) Ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên ta được:  $Q_2 = 6,75$

### Lời giải

|                |               |                |               |
|----------------|---------------|----------------|---------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>b) Sai</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Sai</b> |
|----------------|---------------|----------------|---------------|

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm ta được:

6,7; 6,7; 8,3; 8,4; 8,9; 9,2; 9,6; 9,8; 10; 10; 10,7; 10,9; 11,1; 11,2; 11,7; 11,9; 12,2; 12,5; 12,7; 13,1; 13,2; 13,6; 13,8

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là:

$$Q_2 = 10,7 + 10,92 = 10,8.$$

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu số liệu:

$$\Rightarrow Q_1 = 8,9 + 9,22 = 9,05.$$

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu số liệu:

10,9; 11,1; 11,2; 11,7; 11,9; 12,2; 12,5; 12,7; 13,1; 13,2; 13,6; 13,8

$$\Rightarrow Q_3 = 12,2 + 12,52 = 12,35.$$

|                          |       |        |         |         |
|--------------------------|-------|--------|---------|---------|
| Lương tháng (triệu đồng) | [6;8) | [8;10) | [10;12) | [12;14) |
| Số nhân viên             | 3     | 6      | 8       | 7       |

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{24}$  lần lượt là lương tháng của mỗi nhân viên được xếp theo thứ tự không giảm.

Do  $x_1; \dots; x_3 \in [6; 8); x_4; \dots; x_9 \in [8; 10); x_{10}; \dots; x_{17} \in [10; 12); x_{18}; \dots; x_{24} \in [12; 14)$  nên trung vị của mẫu là

$$\frac{1}{2}(x_{12} + x_{13}) \in [10; 12).$$

Ta xác định được  $n = 24, n_m = 8, C = 3 + 6 = 9, u_m = 10, u_{m+1} = 12$ .

Suy ra tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là:

$$Q_2 = 10 + \frac{\frac{24}{2} - 9}{8}(12 - 10) = 10,75$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là  $\frac{1}{2}(x_6 + x_7)$ .

Do  $x_6, x_7 \in [8; 10)$  nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 8 + \frac{\frac{24}{4} - 3}{6}(10 - 8) = 9$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là  $\frac{1}{2}(x_{18} + x_{19})$ .

Do  $x_{18}, x_{19} \in [12; 14)$  nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 12 + \frac{\frac{3 \cdot 24}{4} - 17}{7}(14 - 12) = 12,3$$

**Câu 9.** Số điểm một cầu thủ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 25 | 23 | 21 | 13 | 8  | 14 | 15 | 18 | 22 | 11 |
| 24 | 12 | 14 | 14 | 18 | 6  | 8  | 25 | 10 | 11 |

a) Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là:  $Q_2 = 14$ .

b) Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là  $Q_3 = 11,5$ .

c) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

|         |        |         |         |         |
|---------|--------|---------|---------|---------|
| Điểm số | [6;10) | [11;15) | [16;20) | [21;25) |
| Số trận | 4      | 8       | 2       | 6       |

d) Ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên ta được tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là:  $Q_2 = 8,25$ .

**Lời giải**

|                |               |                |               |
|----------------|---------------|----------------|---------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>b) Sai</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Sai</b> |
|----------------|---------------|----------------|---------------|

a) b) Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm ta được:

6; 8; 8; 10; 11; 11; 12; 13; 14; 14; 14; 15; 18; 18; 21; 22; 23; 24; 25; 25

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là:

$$Q_2 = \frac{14+14}{2} = 14.$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu 6; 8; 8; 10; 11; 11; 12; 13; 14; 14;

$$Q_1 = \frac{11+11}{2} = 11.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu 14; 15; 18; 18; 21; 22; 23; 24; 25; 25

$$Q_3 = \frac{21+22}{2} = 21,5.$$

c)

| Điểm số | [6;10) | [11;15) | [16; 20) | [21; 25) |
|---------|--------|---------|----------|----------|
| Số trận | 4      | 8       | 2        | 6        |

d) Vì số trận là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại bảng số liệu sau:

| Điểm số | [5, 5; 10, 5) | [10, 5; 15, 5) | [15, 5; 20, 5) | [20, 5; 25, 5) |
|---------|---------------|----------------|----------------|----------------|
| Số trận | 4             | 8              | 2              | 6              |

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{20}$  lần lượt là số điểm ghi được ở mỗi trận đấu xếp theo thứ tự không giảm.

Do  $x_1; \dots; x_4 \in [5, 5; 10, 5); x_5; \dots; x_{12} \in [10, 5; 15, 5); x_{13}, x_{14} \in [15, 5; 20, 5); x_{15}; \dots; x_{20} \in [20, 5; 25, 5)$  nên

trung vị của mẫu số liệu  $x_1; \dots; x_{20}$  là  $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11}) \in [10, 5; 15, 5)$ .

Ta xác định được  $n = 20, n_m = 8, C = 4, u_m = 10, 5; u_{m+1} = 15, 5$ .

Suy ra tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là:  $Q_2 = 10, 5 + \frac{\frac{20}{2} - 4}{8} (15, 5 - 10, 5) = 14, 25$ .

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là  $\frac{1}{2}(x_5 + x_6)$ .

Do  $x_5, x_6 \in [10,5; 15,5)$  nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_1 = 10,5 + \frac{\frac{20}{4} - 4}{8} (15,5 - 10,5) = 11,125.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là  $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16})$ .

Do  $x_{15}, x_{16} \in [20,5; 25,5)$  nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_3 = 20,5 + \frac{\frac{3.20}{4} - 14}{6} (25,5 - 20,5) = 21,3.$$

**Câu 10.** Cân nặng của một số lợn con mới sinh thuộc hai giống A và B được cho ở bảng đây (đơn vị: kg)

| Cân nặng (kg)  | [1, 0; 1, 1) | [1, 1; 1, 2) | [1, 2; 1, 3) | [1, 3; 1, 4) |
|----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Số con giống A | 8            | 28           | 32           | 17           |
| Số con giống B | 13           | 14           | 24           | 14           |

a) Cân nặng trung bình của giống A là: 1,22.

b) Cân nặng trung bình của giống B là: 1,21.

c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống A là:  $Q_{1A} = 1,15$ .

d) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống B là:  $Q_{1B} = 1,62$ .

### Lời giải

|         |         |         |        |
|---------|---------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|---------|---------|---------|--------|

a) Cân nặng trung bình của giống A là:

$$\frac{1,05.8 + 1,15.28 + 1,25.32 + 1,35.17}{85} = 1,22.$$

b) Cân nặng trung bình của giống B là:

$$\frac{1,05.13 + 1,15.14 + 1,25.24 + 1,35.14}{65} = 1,21.$$

Vậy theo số trung bình thì cân nặng của lợn con giống A lớn hơn giống B.

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{85}$  lần lượt là cân nặng của mỗi con lợn giống A theo thứ tự không giảm.

Do  $x_1; \dots; x_8 \in [1, 0; 1, 1); x_9; x_{10}; \dots; x_{36} \in [1, 1; 1, 2); x_{37}; \dots; x_{68} \in [1, 2; 1, 3); x_{69}; \dots; x_{85} \in [1, 3; 1, 4)$  nên trung vị của mẫu số liệu lợn con giống A là  $x_{43} \in [1, 2; 1, 3)$ .

$$Q_{2A} = 1, 2 + \frac{\frac{85}{2} - 36}{32} (1, 3 - 1, 2) = 1, 22.$$

Gọi  $y_1; y_2; \dots; y_{65}$  lần lượt là cân nặng của mỗi con lợn giống B theo thứ tự không giảm. Do

$y_1; \dots; y_{13} \in [1, 0; 1, 1); y_{14}; \dots; y_{27} \in [1, 1; 1, 2); y_{28}; \dots; y_{51} \in [1, 2; 1, 3); y_{52}; \dots; y_{65} \in [1, 3; 1, 4)$  nên trung vị của mẫu số liệu lợn con giống B là  $y_{33} \in [1, 2; 1, 3)$ ..

$$Q_{2A} = 1, 2 + \frac{\frac{65}{2} - 27}{24} (1, 3 - 1, 2) = 1, 223.$$

Vậy theo số trung vị thì cân nặng trung bình của lợn giống A nhỏ hơn lợn giống B.

c) d) Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu lợn con giống A là  $\frac{1}{2}(x_{21} + x_{22}) \in [1, 1; 1, 2)$  nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống A là:

$$Q_{1A} = 1, 1 + \frac{\frac{85}{4} - 8}{28} (1, 2 - 1, 1) = 1, 15.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu lợn con giống A là  $\frac{1}{2}(x_{64} + x_{65}) \in [1, 2; 1, 3)$  nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu lợn con giống A là:

$$Q_{3A} = 1, 2 + \frac{\frac{3.85}{4} - 36}{32} (1, 3 - 1, 2) = 1, 29.$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu lợn con giống B là  $\frac{1}{2}(y_{16} + y_{17}) \in [1, 1; 1, 2)$  nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống B là:

$$Q_{1B} = 1, 1 + \frac{\frac{65}{4} - 13}{14} (1, 2 - 1, 1) = 1, 12.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu lợn con giống  $B$  là  $\frac{1}{2}(y_{49} + y_{50}) \in [1, 2; 1, 3)$  nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu lợn con giống  $B$  là:

$$Q_{3B} = 1, 2 + \frac{\frac{3.65}{27} - 27}{24} (1, 3 - 1, 2) = 1, 29.$$

### ♦Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Thống kê số lần đi học muộn trong học kì của các bạn trong lớp, Nam thu được kết quả sau:

| Số lần đi muộn | 0 – 2 | 3 – 5 | 6 – 8 | 9 – 11 | 12 – 14 |
|----------------|-------|-------|-------|--------|---------|
| Số học sinh    | 23    | 8     | 5     | 3      | 1       |

Tính các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm và cho biết ý nghĩa của các kết quả thu được.

#### Lời giải

HD. Hiệu chỉnh mẫu số liệu ghép nhóm và tính các tứ phân vị theo định nghĩa.

**Câu 2:** Bạn Chi vào website của một cửa hàng bán điện thoại tìm hiểu và đã thống kê số lượng một loại điện thoại theo giá bán cho kết quả như sau:

| Giá tiền<br>(triệu đồng) | < 2 | [2; 4) | [4; 7) | [7; 13) | [13; 20] |
|--------------------------|-----|--------|--------|---------|----------|
| Số lượng                 | 20  | 5      | 11     | 18      | 21       |

- Đọc và giải thích mẫu số liệu ghép nhóm này.
- 50% loại điện thoại trên có giá dưới bao nhiêu?

#### Lời giải

- Có 20 loại điện thoại mức giá dưới 2 triệu đồng,..., 21 loại điện thoại mức giá từ 13 đến 20 triệu đồng.
- HD. Tìm trung vị của mẫu số liệu.

**Câu 3:** Số nguyện vọng đăng kí vào đại học của các bạn trong lớp được thống kê trong bảng sau:

| Số nguyện vọng | 1 – 3 | 4 – 6 | 7 – 9 | 10 – 12 |
|----------------|-------|-------|-------|---------|
| Số học sinh    | 5     | 18    | 13    | 7       |

- Trung bình một bạn trong lớp đăng kí bao nhiêu nguyện vọng.
- Tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu.

#### Lời giải

a) Số trung bình của mẫu số liệu là  $\bar{x} = \frac{5.2+18.5+13.8+7.11}{43} \approx 6,53$ .

b) *HD*. Hiệu chỉnh mẫu số liệu ta được bảng thống kê sau:

| Số nguyên vọng | [0, 5; 3, 5) | [3, 5; 6, 5) | [6, 5; 9, 5) | [9, 5; 12, 5) |
|----------------|--------------|--------------|--------------|---------------|
| Số học sinh    | 5            | 18           | 13           | 7             |

Tính các tứ phân vị theo định nghĩa.

**Câu 4:** Thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của 30 sinh viên được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: phút).

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 85  | 195 | 187 | 198 | 43  | 223 | 280 | 71  | 205 | 277 |
| 298 | 142 | 162 | 89  | 167 | 122 | 175 | 168 | 148 | 253 |
| 234 | 187 | 85  | 193 | 224 | 233 | 117 | 81  | 39  | 85  |

a) Tìm các tứ phân vị của dãy số liệu trên.

b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm với nhóm đầu tiên là [0; 60). Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

#### Lời giải

a) Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm ta được:

39; 43; 71; 81; 85; 85; 85; 89; 117; 122; 142; 148; 162; 167; 168;  
175; 187; 187; 193; 195; 198; 205; 223; 224; 233; 234; 253; 277; 280; 298.

Cỡ mẫu  $n = 30$  là số chẵn nên trung vị của mẫu số liệu là

$$Q_2 = \frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) = \frac{1}{2}(168 + 175) = 171,5. \text{ Tứ phân vị thứ nhất là } Q_1 = x_8 = 89.$$

Tứ phân vị thứ ba là  $Q_3 = x_{23} = 223$ .

b) Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu như sau:

| Thời gian (phút) | [0; 60) | [60; 120) | [120; 180) | [180; 240) | [240; 300) |
|------------------|---------|-----------|------------|------------|------------|
| Số sinh viên     | 2       | 7         | 7          | 10         | 4          |

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{30}$  là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:  $x_1, x_2 \in [0; 60); x_3, \dots, x_9 \in [60; 120); x_{10}, \dots, x_{16} \in [120; 180);$

$x_{17}, \dots, x_{26} \in [180; 240); x_{27}, \dots, x_{30} \in [240; 300).$

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16})$ . Do  $x_{15}$  và  $x_{16}$  thuộc nhóm  $[120; 180)$  nên tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = 120 + \frac{\frac{30}{2} - (2+7)}{7} \cdot (180 - 120) = \frac{1200}{7} \approx 171,43.$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu là  $x_8 \in [60; 120)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là } Q_1 = 60 + \frac{\frac{30}{4} - 2}{7} \cdot (120 - 60) = \frac{750}{7} \approx 107,14.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là  $x_{23} \in [180; 240)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là } Q_3 = 180 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (2+7+7)}{10} \cdot (240 - 180) = 219.$$

**Câu 5:** Một nhóm gồm 45 học sinh làm một bài kiểm tra trắc nghiệm gồm 40 câu hỏi. Số câu trả lời đúng của mỗi bạn được ghi lại ở bảng sau:

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 24 | 35 | 37 | 24 | 30 | 23 | 21 | 39 | 28 | 20 | 32 | 37 | 17 | 40 | 34 |
| 27 | 34 | 30 | 21 | 26 | 26 | 38 | 37 | 16 | 35 | 19 | 20 | 22 | 25 | 38 |
| 34 | 29 | 39 | 40 | 36 | 18 | 31 | 24 | 36 | 33 | 24 | 24 | 36 | 26 | 37 |

a) Tìm các tứ phân vị của dãy số liệu trên.

b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

| Số câu trả lời đúng | [16; 20] | [21; 25] | [26; 30] | [31; 35] | [36; 40] |
|---------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Số học sinh         | ?        | ?        | ?        | ?        | ?        |

c) Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

### Lời giải

a) Mẫu số liệu đã cho được sắp xếp theo thứ tự không giảm như sau:

16;17;18;19; 20; 20; 21; 21; 22; 23; 24; 24; 24; 24; 24;  
 25; 26; 26; 26; 27; 28; 29; 30; 30; 31; 32; 33; 34; 34; 34  
 35; 35; 36; 36; 36; 37; 37; 37; 37; 38; 38; 39; 39; 40; 40

Cỡ mẫu là  $n = 45$  là số lẻ nên trung vị của mẫu số liệu là  $Q_2 = x_{23} = 30$ .

Tứ phân vị thứ nhất là  $Q_1 = \frac{1}{2}(x_{11} + x_{12}) = \frac{1}{2}(24 + 24) = 24$ .

Tứ phân vị thứ ba là  $Q_3 = \frac{1}{2}(x_{34} + x_{35}) = \frac{1}{2}(36 + 36) = 36$ .

b) Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên như sau:

|                     |          |          |          |          |          |
|---------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Số câu trả lời đúng | [16; 20] | [21; 25] | [26; 30] | [31; 35] | [36; 40] |
| Số học sinh         | 6        | 10       | 8        | 8        | 13       |

c) Do số câu trả lời đúng của học sinh là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại bảng số liệu như sau:

|                     |                |                |                |                |                |
|---------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Số câu trả lời đúng | [15, 5; 20, 5) | [20, 5; 25, 5) | [25, 5; 30, 5) | [30, 5; 35, 5) | [35, 5; 40, 5) |
| Số học sinh         | 6              | 10             | 8              | 8              | 13             |

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{45}$  là số câu trả lời đúng của 45 học sinh được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:  $x_1, \dots, x_6 \in [15, 5; 20, 5)$ ;  $x_7, \dots, x_{16} \in [20, 5; 25, 5)$ ;  $x_{17}, \dots, x_{24} \in [25, 5; 30, 5)$ ;  
 $x_{25}, \dots, x_{32} \in [30, 5; 35, 5)$ ;  $x_{33}, \dots, x_{45} \in [35, 5; 40, 5)$ .

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{45}$  là  $x_{23} \in [25, 5; 30, 5)$ .

Do đó, tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = 25,5 + \frac{\frac{45}{2} - (6 + 10)}{8} \cdot (30,5 - 25,5) = 29,5625.$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{45}$  là  $\frac{1}{2}(x_{11} + x_{12})$ .

Do  $x_{11}$  và  $x_{12}$  thuộc nhóm  $[20, 5; 25, 5)$  nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 20,5 + \frac{\frac{45}{2} - 6}{10} \cdot (25,5 - 20,5) = 23,125.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{45}$  là  $\frac{1}{2}(x_{34} + x_{35})$ . Do  $x_{34}$  và  $x_{35}$  thuộc nhóm  $[35,5; 40,5)$  nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 35,5 + \frac{\frac{3.45}{4} - (6+10+8+8)}{13} \cdot (40,5 - 35,5) \approx 36,173.$$

**Câu 6:** Một trang báo điện tử thống kê thời gian người sử dụng đọc thông tin trên trang trong mỗi lần truy cập ở bảng sau:

| Thời gian<br>đọc (phút) | [0; 2) | [2; 4) | [4; 6) | [6; 8) | [8; 10) |
|-------------------------|--------|--------|--------|--------|---------|
| Số lượt truy<br>cập     | 45     | 34     | 23     | 18     | 5       |

Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

**Lời giải**

$$Q_1 = \frac{25}{18}; Q_2 = \frac{103}{34}; Q_3 = \frac{243}{46}$$

**Câu 7:** Người ta thống kê tốc độ của một số xe ô tô di chuyển qua một trạm kiểm soát trên đường cao tốc trong một khoảng thời gian ở bảng sau:

| Tốc độ<br>(km / h) | [75; 80) | [80; 85) | [85; 90) | [90; 95) | [95; 100) |
|--------------------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| Số xe              | 5        | 12       | 18       | 24       | 19        |

Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

**Lời giải**

$$Q_1 = \frac{3085}{36}; Q_2 = \frac{545}{6}; Q_3 = \frac{4555}{48}$$

**Câu 8:** Thâm niên công tác của các công nhân hai nhà máy A và B.

| Thâm niên công tác (năm) | [0; 5) | [5; 10) | [10; 15) | [15; 20) | [20; 25) |
|--------------------------|--------|---------|----------|----------|----------|
| Số công nhân nhà máy A   | 35     | 13      | 12       | 12       | 8        |
| Số công nhân nhà máy B   | 14     | 26      | 24       | 11       | 5        |

- a) Hãy so sánh thâm niên công tác của nhân viên hai nhà máy theo số trung bình và trung vị.
- b) Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của hai mẫu số liệu ghép nhóm trên.

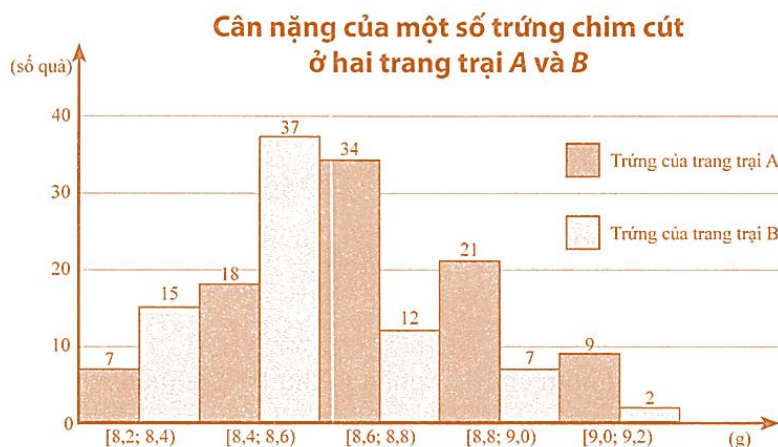
### Lời giải

a) So sánh theo số trung bình:  $\bar{x}_A = 9,0625$ ;  $\bar{x}_B = 10,4375$ , suy ra  $\bar{x}_A < \bar{x}_B$ .

So sánh theo trung vị:  $M_e(A) = \frac{90}{13}$ ;  $M_e(B) = 10$ ,  $M_e(A) < M_e(B)$ .

b)  $Q_1(A) = \frac{20}{7}$ ,  $Q_3(A) = 15$ ;  $Q_1(B) = \frac{80}{13}$ ,  $Q_3(B) = \frac{85}{6}$ .

**Câu 9:** Kết quả kiểm tra cân nặng của một số quả trứng chim cút được lựa chọn ngẫu nhiên ở hai trang trại chăn nuôi A và B được biểu diễn ở biểu đồ sau (đơn vị: g).



- a) Hãy so sánh cân nặng của trứng chim cút của hai trang trại A và B theo số trung bình và trung vị.
- b) Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba của cân nặng trứng chim cút của trang trại A.

### Lời giải

a) Từ biểu đồ đã cho, ta lập được bảng số liệu ghép nhóm sau:

| Cân nặng (gam)          | [8, 2; 8, 4) | [8, 4; 8, 6) | [8, 6; 8, 8) | [8, 8; 9, 0) | [9, 0; 9, 2) |
|-------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Số quả trứng của trại A | 7            | 18           | 34           | 21           | 9            |
| Số quả trứng của trại B | 15           | 37           | 12           | 7            | 2            |

Từ đó, ta có bảng thống kê số quả trứng chim cút của hai trang trại theo giá trị đại diện như sau:

| Cân nặng đại diện (gam)       | 8,3 | 8,5 | 8,7 | 8,9 | 9,1 |
|-------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Số quả trứng của trang trại A | 7   | 18  | 34  | 21  | 9   |
| Số quả trứng của trang trại B | 15  | 37  | 12  | 7   | 2   |

Đối với trang trại A : Cỡ mẫu  $n_A = 89$ .

Cân nặng trung bình của mỗi quả trứng của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_A = \frac{8,3 \cdot 7 + 8,5 \cdot 18 + 8,7 \cdot 34 + 8,9 \cdot 21 + 9,1 \cdot 9}{89} \approx 8,72(g).$$

Trung vị của dãy số liệu là số liệu thứ 45 theo thứ tự không giảm của dãy và thuộc nhóm [8,6;8,8) .

$$\text{Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là } M_e(A) = 8,6 + \frac{\frac{89}{2} - 25}{34} \cdot (8,8 - 8,6) \approx 8,71.$$

Đối với trang trại B :

Cỡ mẫu  $n_B = 73$ .

Cân nặng trung bình của mỗi quả trứng của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_B = \frac{8,3 \cdot 15 + 8,5 \cdot 37 + 8,7 \cdot 12 + 8,9 \cdot 7 + 9,1 \cdot 2}{73} \approx 8,55.$$

Trung vị của dãy số liệu là số liệu thứ 37 theo thứ tự không giảm của dãy và thuộc nhóm [8,4;8,6) .

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là  $M_e(B) = 8,4 + \frac{\frac{73}{2} - 15}{37} \cdot (8,6 - 8,4) \approx 8,52$ .

Ta thấy  $\bar{x}_A > \bar{x}_B$  và  $M_e(A) > M_e(B)$ . Vậy khi so sánh theo số trung bình hay theo trung vị, cân nặng của trứng chim cú của trang trại A đều lớn hơn cân nặng của trứng chim cú của trang trại B.

b) Đối với trang trại A:

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là trung bình cộng của số liệu thứ 22 và 23 theo thứ tự không giảm của dãy và thuộc nhóm  $[8,4;8,6)$ , nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1(A) = 8,4 + \frac{\frac{1.89}{4} - 7}{18} \cdot (8,6 - 8,4) \approx 8,57$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là trung bình cộng của số liệu thứ 67 và 68 theo thứ tự không giảm của dãy và thuộc nhóm  $[8,8;9,0)$ , nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là } Q_3(A) = 8,8 + \frac{\frac{3.89}{4} - 59}{21} \cdot (9,0 - 8,8) \approx 8,87.$$

**Câu 10:** Các bạn học sinh một lớp thống kê số túi nhựa mà gia đình bạn đó sử dụng trong một tuần. Kết quả được tổng hợp lại ở bảng sau:

| Số túi      | [5; 9] | [10; 14] | [15; 19] | [20; 24] | [25; 29] |
|-------------|--------|----------|----------|----------|----------|
| Số gia đình | 8      | 15       | 12       | 7        | 2        |

a) Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu trên.

b) Cô giáo dự định trao danh hiệu "Gia đình xanh" cho 25% gia đình các bạn sử dụng ít túi nhựa nhất. Cô giáo nên trao danh hiệu cho các gia đình dùng không quá bao nhiêu túi nhựa?

### Lời giải

a) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là khoảng 14,73.

Mốt của mẫu số liệu là 13.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là  $Q_1 = \frac{21}{2} = 10,5$ .

Do đó, cô giáo nên trao danh hiệu cho gia đình các bạn dùng không quá 10 túi nhựa.

