

MỤC LỤC

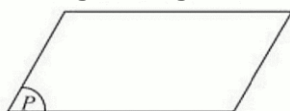
◆CHƯƠNG 4. QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN	2
▶BÀI ①. ĐIỂM ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG.....	2
①. Tóm tắt kiến thức	2
②. Dạng toán rèn luyện.....	5
♦Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	5
♦Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai	40
♦Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	57

▶ BÀI 1. ĐIỂM ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

A. Tóm tắt kiến thức

1. Mặt phẳng trong không gian

- ✓ Mặt bảng, mặt bàn, mặt sàn nhà, mặt hồ nước yên lặng cho ta hình ảnh một phần của một mặt phẳng. Mặt phẳng không có bề dày và không có giới hạn.
- ✓ Ta thường dùng hình bình hành hay một miền góc để biểu diễn mặt phẳng và dùng chữ cái in hoa hoặc chữ cái Hy Lạp trong dấu ngoặc để kí hiệu mặt phẳng.



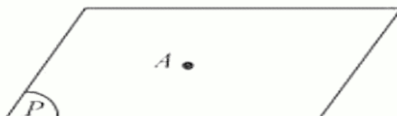
a) Mặt phẳng (P)



b) Mặt phẳng (α)

2. Điểm thuộc mặt phẳng

- ✓ Cho hai điểm A, B và mặt phẳng (P) như Hình 3.
- ✓ Nếu điểm A thuộc mặt phẳng (P) thì ta nói A nằm trên (P) hay (P) chứa A , hay (P) đi qua A và kí hiệu là $A \in (P)$.
- ✓ Nếu điểm B không thuộc mặt phẳng (P) thì ta nói B nằm ngoài (P) hay (P) không chứa B và kí hiệu là $B \notin (P)$.



✍ **Chú ý:** Mặt phẳng (P) còn được viết tắt là $mp(P)$ hoặc (P).

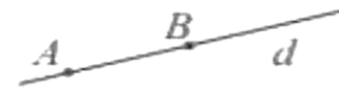
3. Biểu diễn các hình trong không gian lên một mặt phẳng

- ✓ Để biểu diễn một hình trong không gian lên một mặt phẳng (tờ giấy, mặt bảng, ...), ta thường dựa vào các quy tắc sau:
- ✓ Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.
- ✓ Giữ nguyên tính liên thuộc (thuộc hay không thuộc) giữa điểm với đường thẳng hoặc với đoạn thẳng.
- ✓ Giữ nguyên tính song song, tính cắt nhau giữa các đường thẳng.
- ✓ Biểu diễn đường nhìn thấy bằng nét vẽ liền và biểu diễn đường bị che khuất bằng nét vẽ đứt đoạn.

4. Tính chất

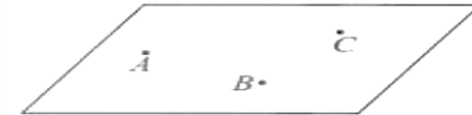
Tính chất ①:

- ☑ Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.



Tính chất ②:

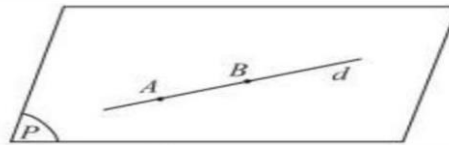
- ☑ Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng cho trước.



☑ **Chú ý:** Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng được kí hiệu là mặt phẳng (ABC) .

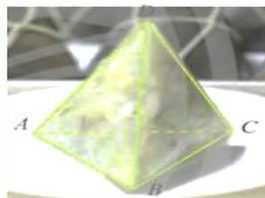
Tính chất ③:

- ☑ Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.



☑ **Chú ý:** Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) thường được kí hiệu là $d \subset (P)$ hoặc $(P) \supset d$.

Tính chất ④:

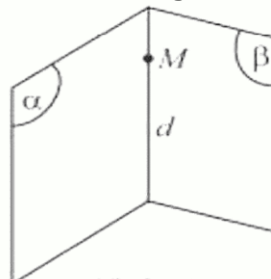


- ☑ Tồn tại bốn điểm không cùng nằm trên một mặt phẳng.

☑ **Chú ý:** Nếu có nhiều điểm cùng thuộc một mặt phẳng thì ta nói những điểm đó đồng phẳng, còn nếu không có mặt phẳng nào chứa các điểm đó thì ta nói chúng không đồng phẳng.

Tính chất ⑤:

- ☑ Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó.



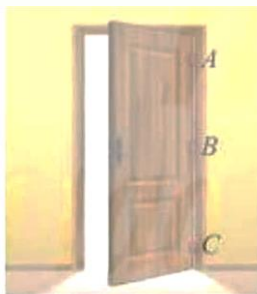
Hình 15

 **Chú ý:** Đường thẳng d chung của hai mặt phẳng (P) và (Q) được gọi là giao tuyến của (P) và (Q) , kí hiệu $d = (P) \cap (Q)$.

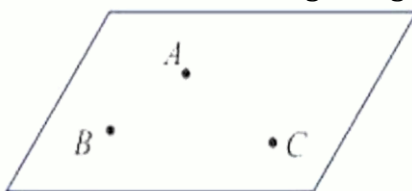
 **Tính chất ⑥:**

- Trong mỗi mặt phẳng, các kết quả đã biết của hình học phẳng đều đúng.

5. Cách xác định mặt phẳng



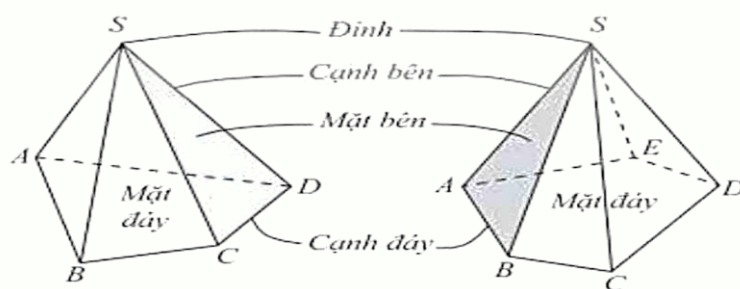
- Theo tính chất 2 đã biết:
- Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa ba điểm không thẳng hàng.
- Mặt phẳng xác định bởi ba điểm A, B, C không thẳng hàng



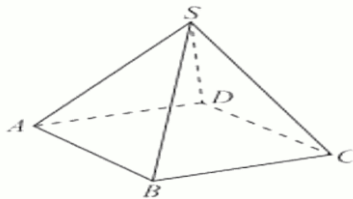
6. Hình chóp và hình tứ diện

①. Hình chóp

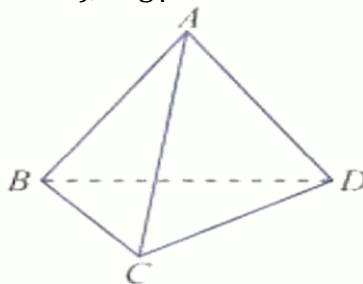
- Cho đa giác lồi $A_1A_2 \dots A_n$ nằm trong mặt phẳng (α) và điểm S không thuộc (α) . Nối S với các đỉnh $A_1, A_2, \dots, A_n$ ta được n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$. Hình tạo bởi n tam giác đó và đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ được gọi là hình chóp, kí hiệu $S. A_1A_2 \dots A_n$
- Trong hình chóp $S. A_1A_2 \dots A_n$, ta gọi:
- Điểm S là đỉnh
- Các tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$ là các mặt bên;
- Đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ là mặt đáy;
- Các đoạn thẳng $SA_1, SA_2, \dots, SA_n$ là các cạnh bên;
- Các cạnh của đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ là các cạnh đáy.
- Ta gọi hình chóp có đáy tam giác, tứ giác, ngũ giác, ... lần lượt là hình chóp tam giác



②. Hình tứ diện



- ✓ Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình tạo bởi bốn tam giác ABC, ACD, ADB và BCD được gọi là hình tứ diện (hay tứ diện), kí hiệu $ABCD$.
- ✓ Trong tứ diện $ABCD$ (Hình 35), ta gọi:



- ✓ Các điểm A, B, C, D là các đỉnh.
- ✓ Các đoạn thẳng AB, AC, AD, BC, CD, BD là các cạnh của tứ diện.
- ✓ Hai cạnh không đi qua một đỉnh là hai cạnh đối diện.
- ✓ Các tam giác ABC, ACD, ADB, BCD là các mặt của tứ diện.
- ✓ Đỉnh không thuộc một mặt của tứ diện là đỉnh đối diện với mặt đó.

Ⓑ. Dạng toán rèn luyện

♦ Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trong mặt phẳng (α) , cho tứ giác $ABCD$ có AB cắt CD tại E , AC cắt BD tại F , S là điểm không thuộc (α) . Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

- A. SF . B. SD . C. AC . D. SE .

Lời giải

Chọn D

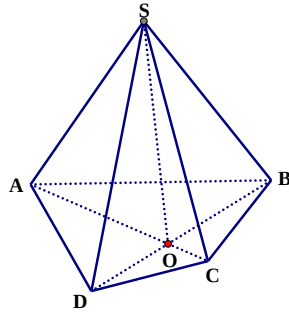
Hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) có hai điểm chung là S và E nên có giao tuyến là đường thẳng SE .

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , M là giao điểm của AB và CD , N là giao điểm của AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng

- A. SM . B. SO . C. SN . D. MN .

Lời giải

Chọn B



Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) có

+ S là điểm chung thứ nhất

+ $\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O$ là điểm chung thứ hai

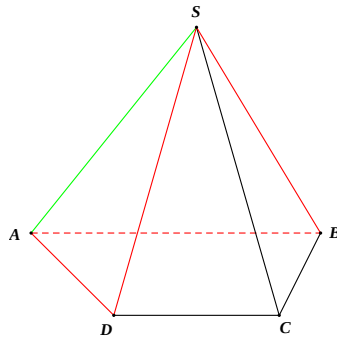
Vậy $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.
 B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).
 C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).
 D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

Lời giải

Chọn D



Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là SA và SA không là đường trung bình của $ABCD$. Đây là mệnh đề sai.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành $ABCD$ tâm O . Giao tuyến của hai mặt phẳng SAC và SAD là

- A.** SO . **B.** SD . **C.** SA . **D.** SB .

Lời giải

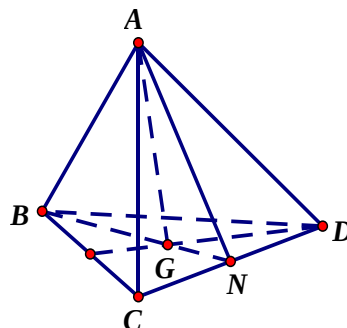
Chọn C

Ta có $SAC \cap SAD = SA$.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của (ACD) và (GAB) là

- A.** AM (với M là trung điểm AB).
B. AN (với N là trung điểm CD).
C. AK (với K là hình chiếu của C trên BD).
D. AH (với H là hình chiếu của B trên CD).

Lời giải



Chọn B

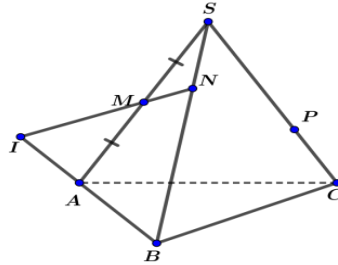
Ta thấy (GAB) chính là mặt phẳng (ANB) . Suy ra giao tuyến của (GAB) với (ACD) chính là AN .

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M là trung điểm SA ; N và P lần lượt là điểm bất kì trên cạnh SB , SC (không trùng với trung điểm và hai đầu mút). Giao điểm của MN với (ABC) là

- A.** giao điểm của MN với BC . **B.** giao điểm của MP với BC .
C. giao điểm của MN với AB . **D.** giao điểm của MP với AC .

Lời giải

Chọn C



$$\text{Trong } (SAB), MN \cap AB = \{I\} \Rightarrow \begin{cases} I \in MN \\ I \in AB \Rightarrow I \in (ABC) \end{cases} \Rightarrow MN \cap (ABC) = \{I\}.$$

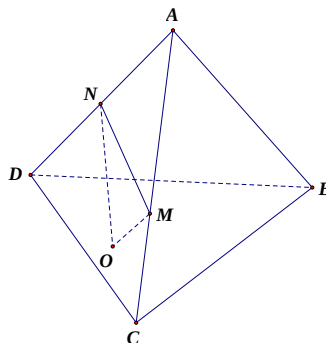
Vậy giao điểm của MN với (ABC) là giao điểm của MN với AB .

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M sao cho $AM = 2CM$ và N là trung điểm AD . Gọi O là một điểm thuộc miền trong của $\triangle BCD$. Giao điểm của BC với (OMN) là giao điểm của BC với

- A.** OM . **B.** MN . **C.** A, B đều đúng. **D.** A, B đều sai.

Lời giải

Chọn D



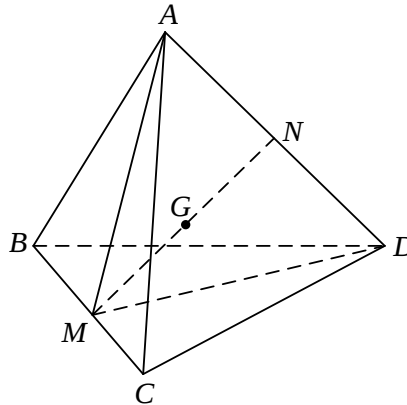
Dễ thấy OM không đồng phẳng với BC và MN cũng không đồng phẳng với BC . Vậy cả A và B đều sai.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD ; G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $BG \cap (ACD) = B'$; B' là trọng tâm tam giác ACD .
- B. G là trọng tâm tứ diện $ABCD$.
- C. $AG \cap (BCD) = A'$; A' là trọng tâm tam giác BCD .
- D. G là trọng tâm tam giác ADM .

Lời giải

Chọn D



Xét tam giác ADM có: MN là đường trung tuyến

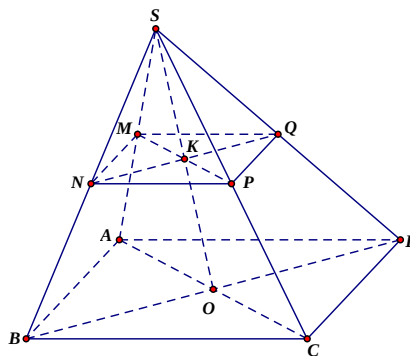
Do G là trung điểm của $MN \Rightarrow G$ không là trọng tâm của tam giác ADM .

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (MNP) là

- A. Tứ giác.
- B. Tam giác.
- C. Ngũ giác.
- D. Lục giác.

Lời giải

Chọn A



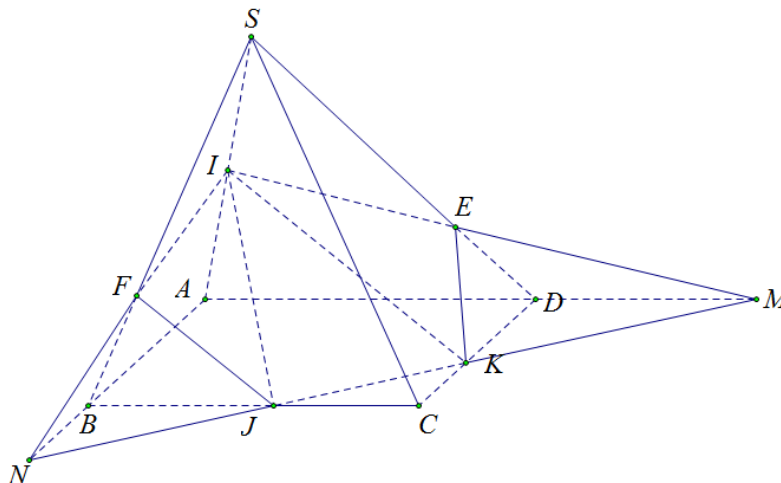
Gọi $O = AC \cap BD$ và $K = SO \cap MP$. Khi đó NK cắt SD . Gọi $Q = NK \cap SD$.

Ta có $(MNPQ) \equiv (MNP) \Rightarrow$ Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (MNP) là tứ giác $MNPQ$.

- Câu 10:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh SA, BC, CD . Thiết diện của $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IJK) là
- A. Hình tam giác. B. Hình ngũ giác.
C. Hình lục giác. D. Hình tứ giác.

Lời giải

Chọn B



Gọi $M = JK \cap AD$, $N = JK \cap AB$, $F = IN \cap SB$ và $E = JKIM \cap SD$.

Khi đó, mặt phẳng (IJK) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là ngũ giác $IFJKE$.

- Câu 11:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC . Trên đường thẳng CD lấy điểm M nằm ngoài đoạn CD . Thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (HKM) là
- A. Tứ giác $HKMN$ với $N \in AD$.
B. Hình thang $HKMN$ với $N \in AD$ và $HK \parallel MN$.
C. Tam giác HKL với $L = KM \cap AD$.
D. Tam giác HKL với $L = HM \cap AD$.

Lời giải

Chọn C

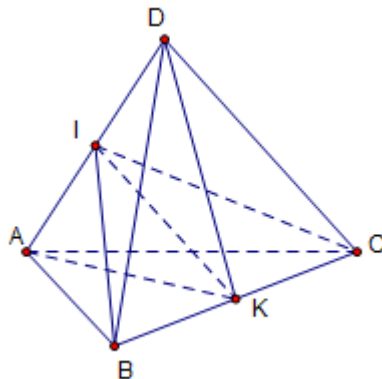
Suy ra MG, NH, BC đồng quy tại I nên B, C, I thẳng hàng.

Câu 13: Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi I, K lần lượt là trung điểm hai đoạn thẳng AD và BC . IK là giao tuyến của cặp mặt phẳng nào sau đây?

- A. (IBC) và (KBD) . B. (IBC) và (KCD) .
C. (IBC) và (KAD) . D. (ABI) và (KAD) .

Lời giải

Chọn C



$$\begin{cases} I \in AD \subset (KAD) \\ I \in (IBC) \end{cases} \Rightarrow I \text{ là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng } (IBC) \text{ và } (KAD).$$

$$\begin{cases} K \in BC \subset (IBC) \\ K \in (KAD) \end{cases} \Rightarrow K \text{ là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng } (IBC) \text{ và } (KAD).$$

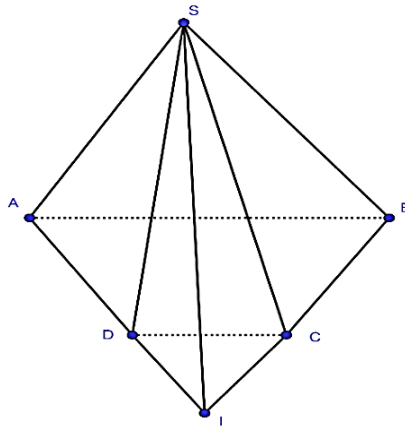
$$\text{Vậy } (IBC) \cap (KAD) = IK.$$

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAD) và (SBC) là

- A. SI với I là giao điểm của AB và CD .
B. SI với I là giao điểm của AC và BD .
C. Sx với $Sx \parallel AB$.
D. SI với I là giao điểm của AD và BC .

Lời giải

Chọn D



Ta có: $S \in (SAD) \cap (SBC)$

Trong $mp(ABCD)$, gọi $I = AD \cap BC \Rightarrow I \in (SAD) \cap (SBC)$

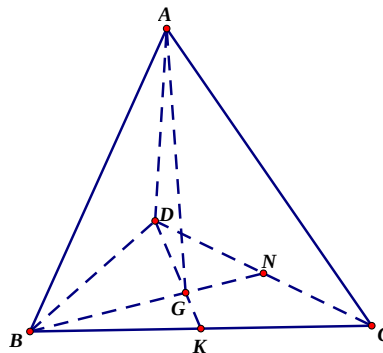
Vậy $SI = (SAD) \cap (SBC)$.

Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là

- A.** AM (M là trung điểm của AB).
- B.** AN (N là trung điểm của CD).
- C.** AH (H là hình chiếu của B trên CD).
- D.** AK (K là hình chiếu của C trên BD).

Lời giải .

Chọn B



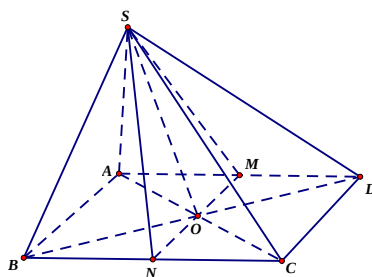
Gọi giao điểm của BG với CD là N , ta thấy hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) có hai điểm chung là A và N nên giao tuyến của chúng là AN .

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

- A. SD .
- B. SO (O là tâm hình bình hành $ABCD$).
- C. SG (G là trung điểm AB).
- D. SF (F là trung điểm CD).

Lời giải

Chọn B



Do tứ giác $ABCD$ là hình bình hành

Nên tâm O của hình bình hành là trung điểm của AC .

M, N là trung điểm của AD và BC nên $MN \parallel AB$.

Mà $NO \parallel AB$ (NO là đường trung bình tam giác ABC).

Do đó MN đi qua O .

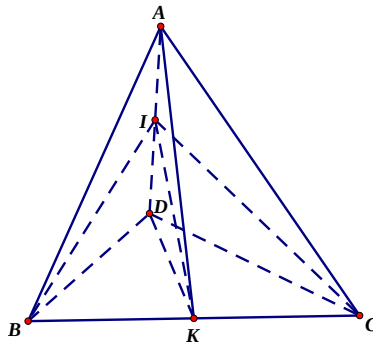
Vậy hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) có hai điểm chung là O và S nên có giao tuyến là SO .

Câu 17: Cho 4 điểm không đồng phẳng A, B, C, D . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (KAD) là

- A. IK .
- B. BC .
- C. AK .
- D. DK .

Lời giải

Chọn A



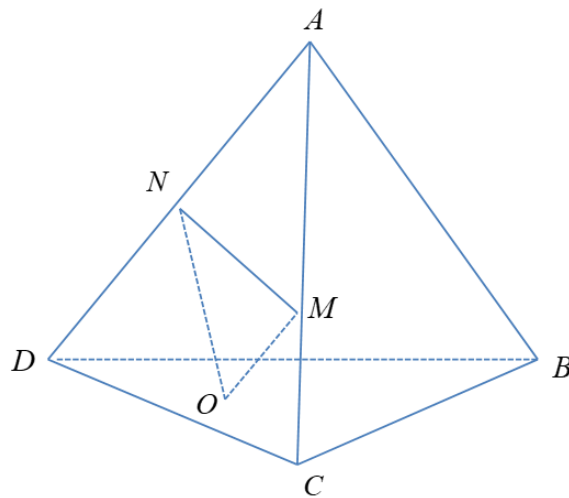
Để thấy hai mặt phẳng (IBC) và (KAD) có chung hai điểm I và K nên giao tuyến của chúng là đường thẳng IK.

Câu 18: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M sao cho $AM = 2CM$ và N là trung điểm AD . Gọi O là một điểm thuộc miền trong của ΔBCD . Giao điểm của BC với (OMN) là giao điểm của BC với

- A.** OM . **B.** MN .
C. A, B đều đúng. **D.** A, B đều sai.

Lời giải

Chọn D



Để thấy OM không đồng phẳng với BC và MN cũng không đồng phẳng với BC . Vậy cả A và B đều sai.

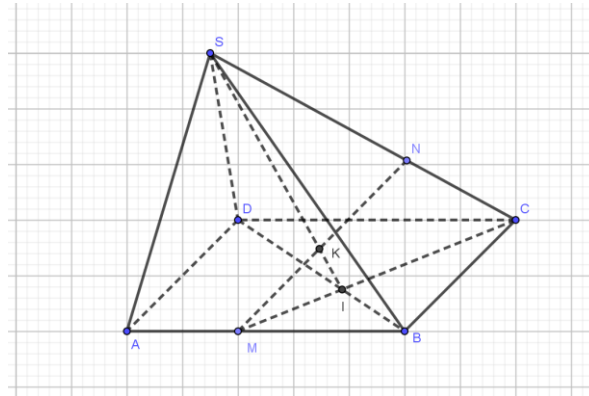
Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Các điểm M, N thuộc các cạnh AB, SC . Phát biểu nào sau đây đúng?

- A.** Giao điểm của MN với (SBD) là giao điểm của MN với BD .
B. Đường thẳng MN không cắt mặt phẳng (SBD) .

C. Giao điểm của MN với (SBD) là giao điểm của MN với SI , trong đó I là giao điểm của CM với BD .

D. Giao điểm của MN với (SBD) là M .

Lời giải



Chọn C

Gọi I là giao điểm của CM với BD , khi đó SI và MN cùng thuộc (SCM) nên cắt nhau tại K .

Vì $K \in SI$ nên $K \in (SBD)$. Vậy K là giao điểm của MN với (SBD) .

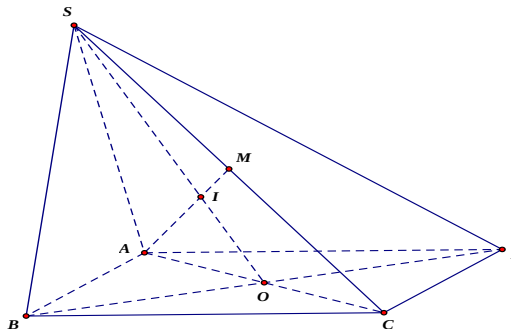
Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC .

Gọi I là giao điểm của AM với mặt phẳng (SBD) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{IA} = -2\vec{IM}$. **B.** $\vec{IA} = -3\vec{IM}$. **C.** $\vec{IA} = 2\vec{IM}$. **D.** $IA = 2,5IM$.

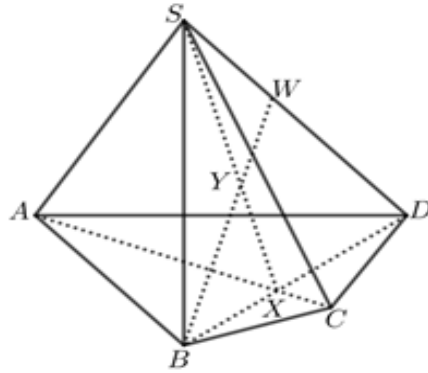
Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Trong mặt phẳng (SAC) , gọi I là giao điểm của AM và SO . Khi đó I là trọng tâm tam giác SAC . Vậy $\vec{IA} = -2\vec{IM}$.

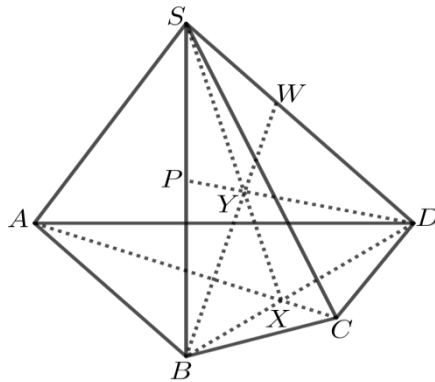
Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ như hình vẽ bên. Có $ABCD$ là tứ giác lồi. Với W là điểm thuộc vào cạnh SD , X là giao điểm của hai đường thẳng AC và BD và Y là giao điểm của hai đường thẳng SX và BW . Gọi P là giao điểm của DY và (SAB) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



- A. P là giao điểm của hai đường thẳng DY với SB .
- B. P là giao điểm của hai đường thẳng DY với SA .
- C. P là giao điểm của hai đường thẳng DY với AB .
- D. P là giao điểm của hai đường thẳng BW với SC .

Lời giải

Chọn A



Trong mặt phẳng (SBD) gọi P là giao điểm của DY và SB .

Ta có: $\begin{cases} P \in DY \\ P \in SB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow P \in (SAB)$. Vậy P là giao điểm của DY với (SAB) .

Câu 22: Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C . Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là

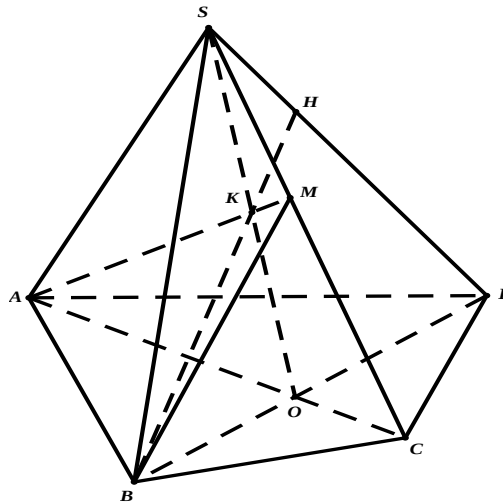
- A. Giao điểm của SD và BK (với $K = SO \cap AM$).
- B. Giao điểm của EG và AF .

C. Giao điểm của SD và MK (với $K = SO \cap AM$).

D. Giao điểm của SD và AM .

Lời giải

Chọn A



Trong mặt phẳng (SAC) có $AM \cap SO = \{K\}$.

Trong mặt phẳng (SBD) có $BK \cap SD = \{H\}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BK \subset (ABM) \\ SD \not\subset (ABM) \\ BK \cap SD = \{H\} \end{cases} \Rightarrow SD \cap (ABM) = \{H\}.$$

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SB . Giao điểm của DM và (SAC) là

A. Giao điểm của DM và SA .

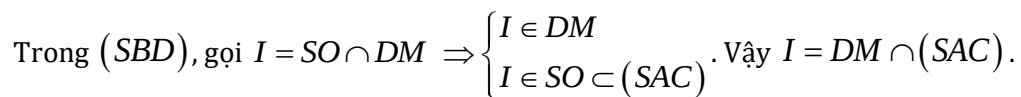
B. Giao điểm của DM và SC .

C. Giao điểm của DM và SO .

D. Giao điểm của DM và BD .

Lời giải

Chọn C



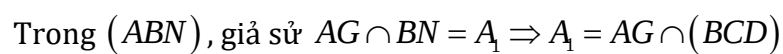
A. A_1 là tâm đường tròn tam giác BCD .

B. A_1 là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCD .

C. A_1 là trực tâm tam giác BCD .

D. A_1 là trọng tâm tam giác BCD .

Chọn D



19

$$\frac{A_1N}{A_1B} \cdot \frac{GM}{GN} \cdot \frac{AB}{AM} = 1 \Rightarrow \frac{A_1N}{A_1B} = \frac{1}{2}.$$

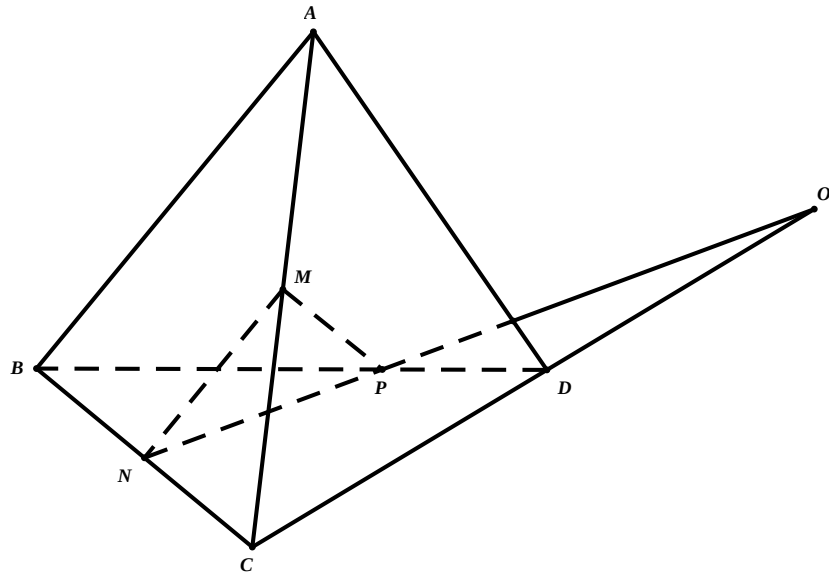
Xét tam giác BCD có đường trung tuyến BN và $\frac{A_1N}{A_1B} = \frac{1}{2} \Rightarrow A_1$ là trọng tâm tam giác BCD

Câu 25: Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của

- A.** CD và NP . **B.** CD và MN . **C.** CD và MP . **D.** CD và AP .

Lời giải

Chọn A



Trong mặt phẳng (BCD) có $CD \cap NP = \{O\}$.

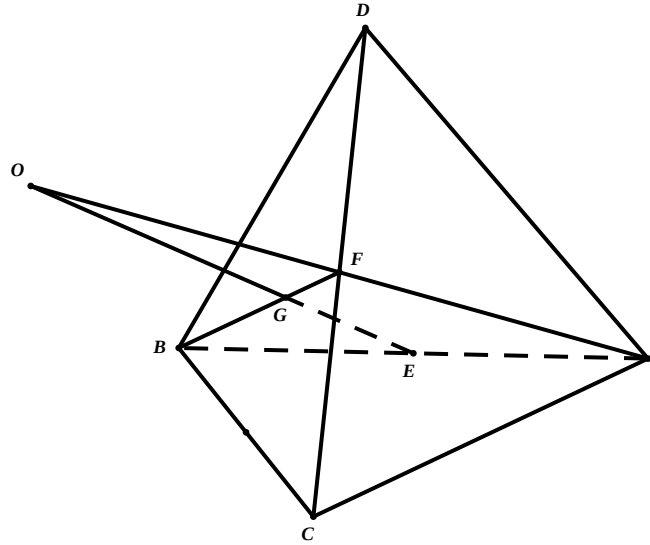
Ta có $\left. \begin{array}{l} NP \subset (MNP) \\ CD \cap NP = \{O\} \end{array} \right\} \Rightarrow CD \cap (MNP) = \{O\}.$

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD ; G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

- A.** Điểm F .
B. Giao điểm của đường thẳng EG và AF .
C. Giao điểm của đường thẳng EG và AC .
D. Giao điểm của đường thẳng EG và CD .

Lời giải

Chọn B



Trong mặt phẳng (ABF) có $AF \cap EG = \{O\}$.

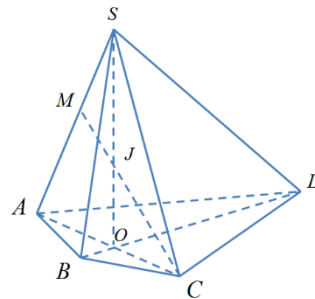
$$\text{Ta có } \begin{cases} AF \subset (ACD) \\ AF \cap EG = \{O\} \end{cases} \Rightarrow EG \cap (ACD) = \{O\}.$$

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là một điểm trên đoạn SA . Giao điểm của đường thẳng CM với mặt phẳng (SBD) là điểm.

- A. I là giao điểm của CM với BD .
- B. J là giao điểm của CM với SO ($O = AC \cap BD$).
- C. H là giao điểm của CM với SB .
- D. N là giao điểm của CM với SD .

Lời giải

Chọn B



Trong $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow (SAC) \cap (SBD) = SO$.

Trong (SAC) , gọi $J = CM \cap SO$. Ta có:

$$J \in CM.$$

$$\begin{cases} J \in SO \\ SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J \in (SBD).$$

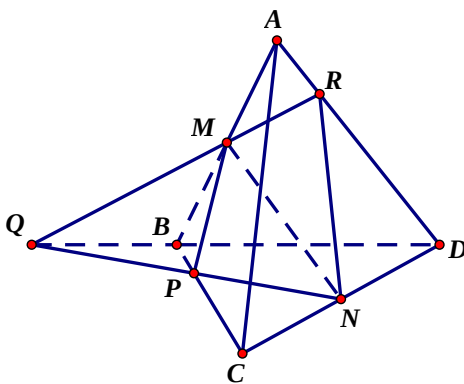
$$\text{Vậy } J = CM \cap (SBD).$$

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không là trung điểm của BC). Thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là

- A.** Tứ giá. **B.** Ngũ giá. **C.** Lục giá. **D.** Tam giá

Lời giải

Chọn A



Gọi $Q = NP \cap BD$. Gọi $R = QM \cap AD$. Suy ra **A.** $Q \in (MNP)$ và $R \in (MNP)$.

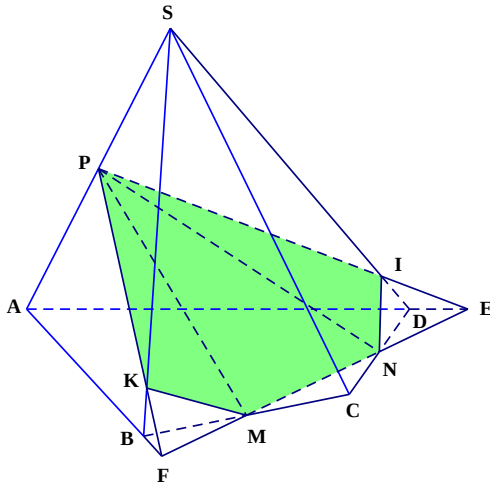
Vậy thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là tứ giác $MRNP$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của các cạnh BC, CD và SA . Mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình gì?

- A.** Ngũ giác. **B.** Tứ giác. **C.** Tam giác. **D.** Lục giác.

Lời giải

Chọn A



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi E là giao điểm của MN với AD , F là giao điểm của MN với AB .

Khi đó:

$$(MNP) \cap (ABCD) = MN$$

$$(MNP) \cap (SAB) = PF$$

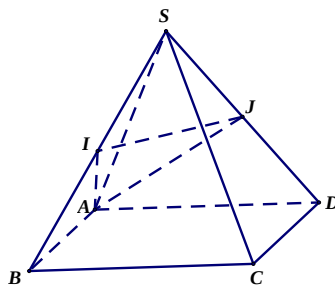
$$(MNP) \cap (SAD) = PE$$

Gọi K là giao điểm của PF với SB và I là giao điểm của PE với SD .

$$\text{Suy ra } (MNP) \cap (SCD) = NI; \quad (MNP) \cap (SBC) = MK$$

Vậy Mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình ngũ giác $MNIPK$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SB và SD . Thiết diện của mặt phẳng (AIJ) với hình chóp $S.ABCD$ là



A. tứ giác.

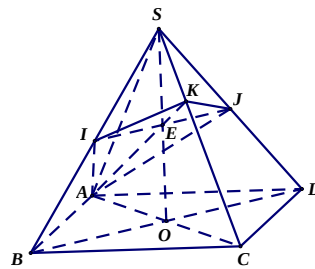
B. tam giác.

C. lục giác.

D. ngũ giác.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$, $E = IJ \cap SO$, $K = AE \cap SC$.

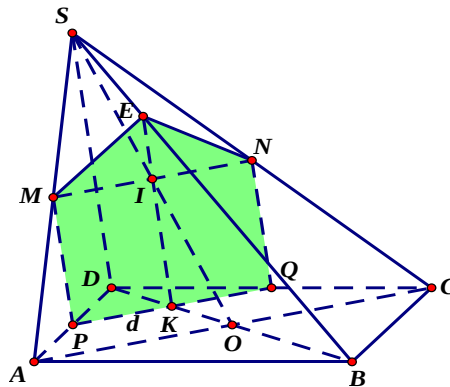
Khi đó, thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi (AIJ) là tứ giác $AIKJ$.

Câu 31: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ và một mặt phẳng (P) thay đổi. Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) là một đa giác có số cạnh nhiều nhất có thể là:

- A.** 5 cạnh. **B.** 4 cạnh. **C.** 3 cạnh. **D.** 6 cạnh.

Lời giải

Chọn A



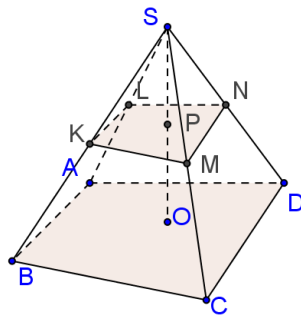
Hình trên là một minh họa cho trường hợp mặt phẳng (P) cắt hình chóp tứ giác theo thiết diện là một ngũ giác.

Câu 32: Cắt hình chóp tứ giác bởi mặt phẳng vuông góc với đường cao của hình chóp thiết diện là hình gì?

- A.** Một hình bình hành. **B.** Một ngũ giác.
C. Một hình tứ giác. **D.** Một hình tam giác.

Lời giải

Chọn C



Mặt phẳng vuông góc với đường cao sẽ song song với đáy nên cắt hình chóp theo tứ giác đồng dạng với đáy.

Câu 33: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp AB$, $SA \perp AD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm SA, BC, CD . Thiết diện tạo bởi (MNP) và hình chóp là hình gì?

A. Là ngũ giác.

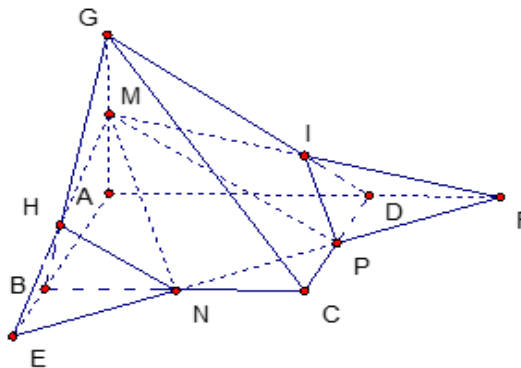
B. Là tam giác thường.

C. Là tứ giác.

D. Là tam giác cân.

Lời giải

Chọn A



$$E = NP \cap AB$$

$$F = NP \cap AD$$

$$H = SB \cap ME$$

$$I = SD \cap MF$$

Ta được thiết diện là ngũ giác $MHNPI$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB) . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khi đó ba đường thẳng nào đồng quy?

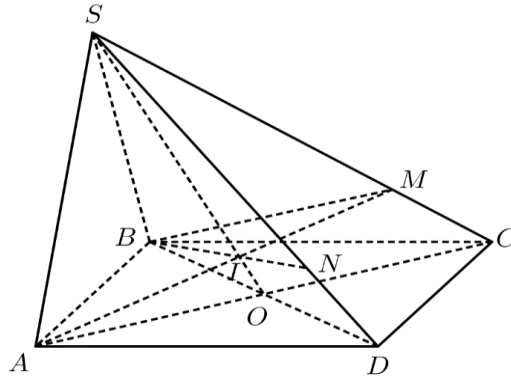
A. AB, MN, CD . B. SO, BD, AM .

C. SO, AM, BN .

D. SO, AC, BN .

Lời giải

Chọn C



Gọi $I = BN \cap AM$ nên $\begin{cases} I \in BN \subset (SBD) \\ I \in AM \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow I \in (SBD) \cap (SAC)$.

Mà $\begin{cases} O \in BD \subset (SBD) \\ O \in AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow O \in (SBD) \cap (SAC)$

Do đó $(SBD) \cap (SAC) = SO$.

Vậy ba đường thẳng SO, AM, BN đồng quy.

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I , EG cắt AD tại H . Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?

A. CD, EF, EG .

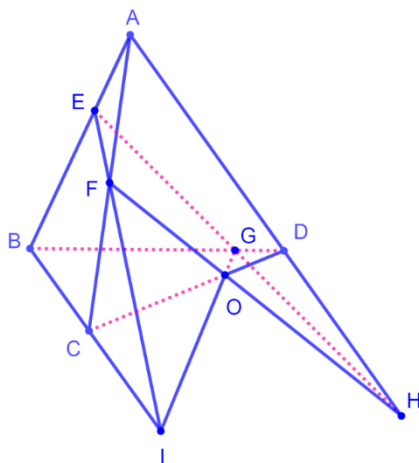
B. CD, IG, HF .

C. AB, IG, HF .

D. AC, IG, BD .

Lời giải

Chọn B



$$EF \cap BC = I \Rightarrow \begin{cases} I \in EF \\ I \in BC \end{cases}$$

$$EG \cap AD = H \Rightarrow \begin{cases} H \in EG \\ H \in AD \end{cases}$$

$$\text{Trong } (BCD), \text{ giả sử } CD \cap IG = O \Rightarrow \begin{cases} O \in CD \\ O \in IG \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} O \in (ACD) \\ O \in (EFG) \end{cases}$$

$$\Rightarrow O \in (ACD) \cap (EFG) = HF.$$

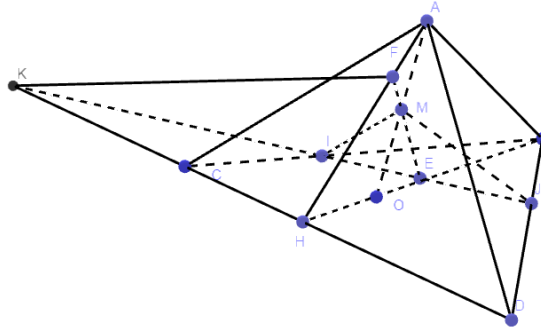
Suy ra 3 đường thẳng CD, IG, HF đồng quy tại O .

Câu 36: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi O là một điểm bên trong tam giác BCD và M là một điểm trên đoạn AO . Gọi I, J là hai điểm trên cạnh BC, BD . Giả sử IJ cắt CD tại K , BO cắt IJ tại E và BO cắt CD tại H , ME cắt AH tại F . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MIJ) và (ACD) là đường thẳng

- A.** KF . **B.** AK . **C.** MF . **D.** KM .

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có: } \begin{cases} K \in CD, CD \subset (ACD) \\ K \in IJ, IJ \subset (MIJ) \end{cases}$$

$$\Rightarrow K \in (ACD) \cap (MIJ) \quad (1)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} F \in AH, AH \subset (ACD) \\ F \in EM, EM \subset (MIJ) \end{cases}$$

$$\Rightarrow F \in (ACD) \cap (MIJ) \quad (2)$$

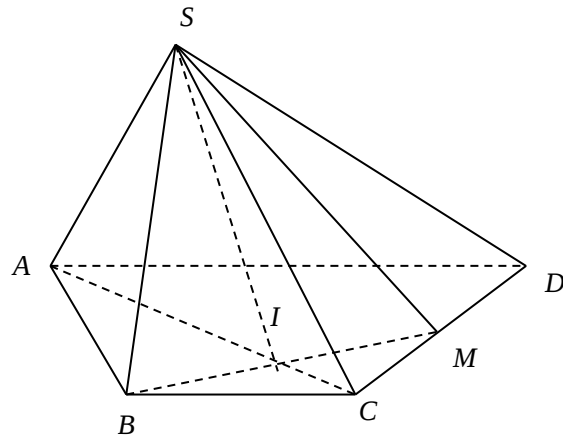
$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow KF = (ACD) \cap (MIJ).$$

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD . Gọi M là trung điểm của CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là đường thẳng

- A.** SI với I là giao điểm của AC và BM .
- B.** SP với P là giao điểm của AB và CD .
- C.** SI với J là giao điểm của AM và BD .
- D.** SO với O là giao điểm của AC và BD .

Lời giải

Chọn A



Xét hai mặt phẳng (SBM) và (SAC) , có:

$$S \in (SAC) \cap (SBM).$$

Trong $ABCD$, gọi $I = AC \cap BM$.

Suy ra, $I \in (SAC) \cap (SBM)$.

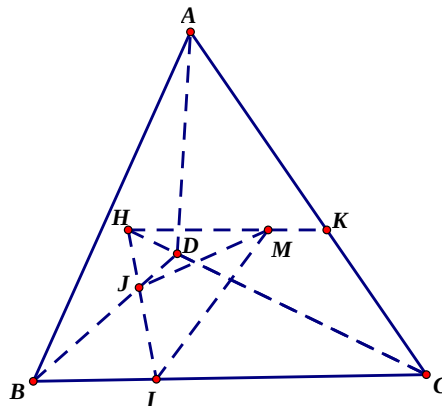
Vậy $(SAC) \cap (SBM) = SI$.

Câu 38: Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thuộc miền trong của tam giác ACD . Gọi I và J lần lượt là hai điểm trên cạnh BC và BD sao cho IJ không song song với CD . Gọi H, K lần lượt là giao điểm của IJ với CD của MH và AC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (IJM) là

- A.** KI . **B.** KJ . **C.** MI . **D.** MH .

Lời giải.

Chọn D



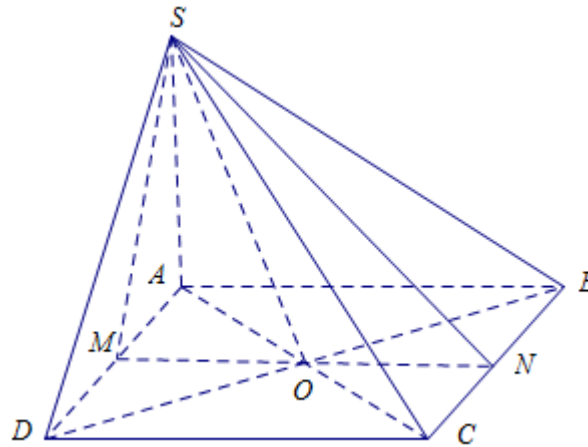
Ta có điểm M thuộc miền trong của tam giác ACD và H là giao điểm của IJ với CD nên hai mặt phẳng (ACD) và (IJM) có hai điểm chung M và H nên có giao tuyến là MH .

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

- A. SD .
- B. SO , với O là tâm hình bình hành $ABCD$.
- C. SG , với G là trung điểm của AB .
- D. SF , với F là trung điểm CD .

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\begin{cases} S \in (SMN) \\ S \in (SAC) \end{cases} \Rightarrow S$ là điểm chung của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) .

Mặt khác: O là tâm hình bình hành $ABCD$ nên $AC \cap MN = O$.

Ta có $\begin{cases} O \in AC \\ AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC)$.

và $\begin{cases} O \in MN \\ MN \subset (SMN) \end{cases} \Rightarrow O \in (SMN)$.

$\Rightarrow O$ là điểm chung của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) .

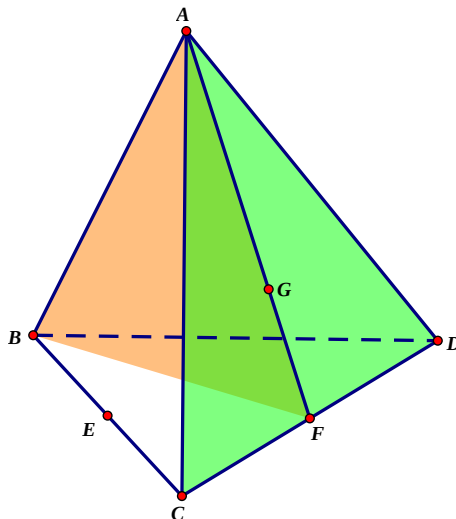
Vậy $(SMN) \cap (SAC) = SO$.

Câu 40: Cho tứ diện $ABCD$ có E, F lần lượt là trung điểm cạnh BC, CD và G là trọng tâm tam giác ACD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABG) và (ACD) là đường thẳng nào dưới đây?

- A. AE . B. AF . C. CD . D. BG .

Lời giải

Chọn B



Ta có:

$$+ \begin{cases} A \in (ABG) \\ A \in (ACD) \end{cases} \Rightarrow A \in (ABG) \cap (ACD).$$

$$+ \begin{cases} F \in (AG) \\ F \in (CD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F \in (ABG) \\ F \in (ACD) \end{cases} \Rightarrow F \in (ABG) \cap (ACD).$$

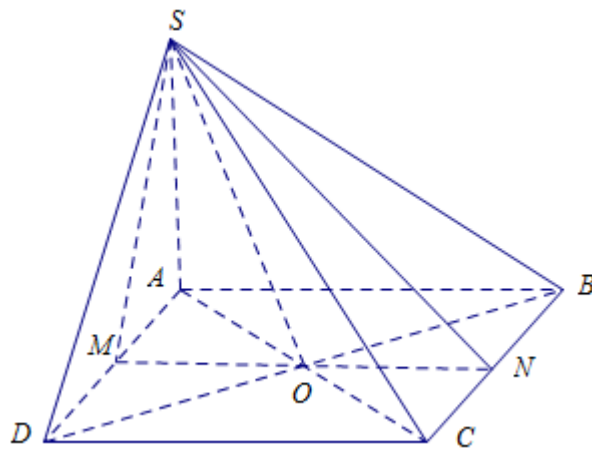
Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (ABG) và (ACD) là đường thẳng AF ..

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

- A. SD .
 B. SO , với O là tâm hình bình hành $ABCD$.
 C. SG , với G là trung điểm của AB .
 D. SF , với F là trung điểm CD .

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\begin{cases} S \in (SMN) \\ S \in (SAC) \end{cases} \Rightarrow S \text{ là điểm chung của hai mặt phẳng } (SMN) \text{ và } (SAC).$

Mặt khác, O là tâm hình bình hành $ABCD$ nên $AC \cap MN = O$.

Ta có $\begin{cases} O \in AC \\ AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC).$

và $\begin{cases} O \in MN \\ MN \subset (SMN) \end{cases} \Rightarrow O \in (SMN).$

$\Rightarrow O$ là điểm chung của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) .

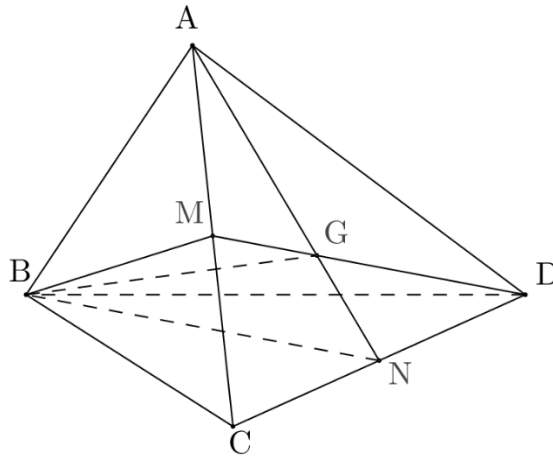
Vậy $(SMN) \cap (SAC) = SO$.

Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và C Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là:

- A.** Đường thẳng MN .
- B.** Đường thẳng AM .
- C.** Đường thẳng BG (G là trọng tâm $\triangle ACD$).
- D.** Đường thẳng AH (H là trực tâm $\triangle ACD$).

Lời giải

Chọn C



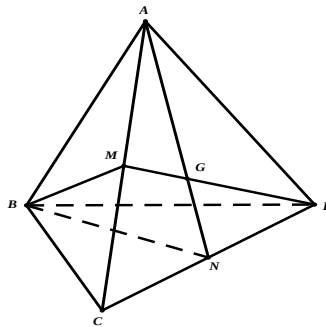
Vì G là trọng tâm $\triangle ACD$ nên G là giao điểm của hai trung tuyến DM và AN . Suy ra G thuộc cả hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) . Mặt khác B cũng là điểm chung của hai mặt phẳng này nên BG là giao tuyến hai mặt phẳng đã cho.

Câu 43: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là

- A. đường thẳng MN .
- B. đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD).
- C. đường thẳng AM .
- D. đường thẳng AN (N là trọng tâm tam giác ACD).

Lời giải

Chọn B



Gọi G là trọng tâm của tam giác ACD .

$$\text{Ta có } \left. \begin{array}{l} B \in (BDM) \\ B \in (ABN) \end{array} \right\} \Rightarrow B \in (BDM) \cap (ABN).$$

$$\left. \begin{array}{l} AN \subset (ABN) \\ \text{Và } DM \subset (BDM) \\ DM \cap AN = \{G\} \end{array} \right\} G \in (BDM) \cap (ABN).$$

Suy ra $(BDM) \cap (ABN) = BG$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC , P là điểm trên cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SC với mặt phẳng (MNP) .

Tính $\frac{SQ}{SC}$.

A. $\frac{1}{2}$.

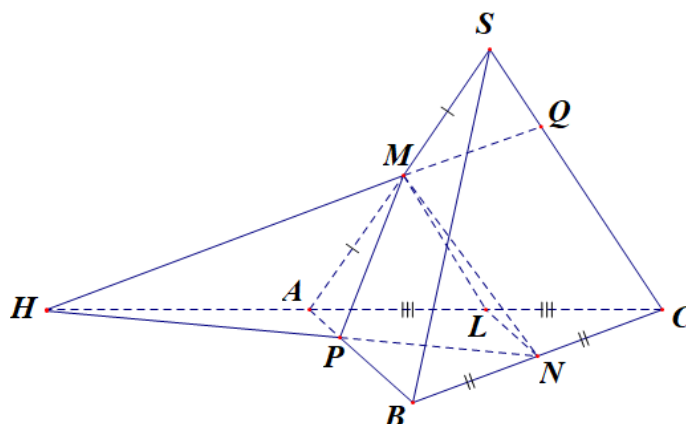
B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Tìm giao điểm Q của SC với mặt phẳng (MNP)

Chọn mặt phẳng phụ (SAC) chứa SC

Trong (ABC) gọi $H = AC \cap NP$

Suy ra $(MNP) \cap (SAC) = HM$. Khi đó Q là giao điểm của HM và SC .

Gọi L là trung điểm AC

$$\text{Ta có } \frac{HA}{HL} = \frac{AP}{LN} = \frac{\frac{1}{3}AB}{\frac{1}{2}AB} = \frac{2}{3} \text{ (vì } M, N \text{ là trung điểm của } AC \text{ và } BC \text{ nên } LN = \frac{1}{2}AB)$$

$$\Rightarrow HA = \frac{2}{3}HL$$

$$\text{Mà } LC = AL = HL - HA = HL - \frac{2}{3}HL = \frac{1}{3}HL \text{ nên } HL = \frac{3}{4}HC$$

$$\text{Mặt khác ta có } \frac{HC}{HL} = \frac{QC}{ML} = \frac{4}{3} \text{ (vì } ML \parallel SC \text{)}$$

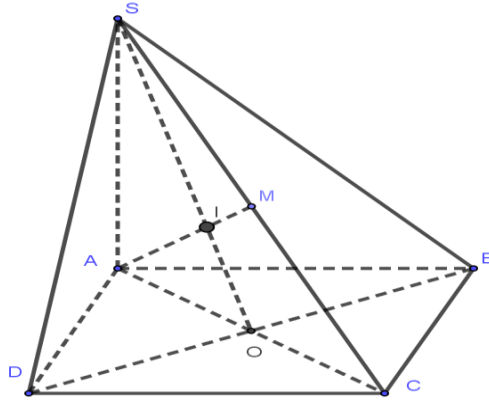
$$\text{Mà } 2ML = SC \text{ nên } \frac{QC}{SC} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}.$$

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM với mặt phẳng (SBD) . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây.

A. $IA = 3IM$. **B.** $IM = 3IA$. **C.** $IM = 2IA$. **D.** $IA = 2IM$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $AC \cap BD = O$ thì $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

Trong mặt phẳng (SAC) , lấy $AM \cap SO = I \Rightarrow I = AM \cap (SBD)$.

Do trong $\triangle SAC$, AM và SO là hai đường trung tuyến, nên I là trọng tâm $\triangle SAC$.

Vậy $IA = 2IM$.

Cho $AD \subset (ACD)$

Trong mặt phẳng (BCD) hai đường thẳng IK , CD không song song nên gọi E là giao điểm của hai đường thẳng IK và CD . Khi đó $E \in (ACD)$.

Ta thấy $(ACD) \cap (IJK) = EJ$

Trong (ACD) : $EJ \cap AD = F$. Khi đó $(IJK) \cap AD = F$.

Xét tam giác BCD , áp dụng định lí Menelaus có :

$$\frac{IB}{IC} \cdot \frac{EC}{ED} \cdot \frac{KD}{KB} = 1 \Rightarrow 1 \cdot \frac{EC}{ED} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{EC}{ED} = 2$$

Xét tam giác ACD , áp dụng định lí Menelaus có :

$$\frac{EC}{ED} \cdot \frac{FD}{FA} \cdot \frac{JA}{JC} = 1 \Rightarrow 2 \cdot \frac{FD}{FA} \cdot 1 = 1 \Rightarrow \frac{FD}{FA} = \frac{1}{2}$$

Vậy $\frac{FA}{FD} = 2$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Xét các mệnh đề:

(I). Đường thẳng IO song song SA .

(II). Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

(III). Giao điểm của đường thẳng AI và mặt phẳng (SBD) là trọng tâm tam giác SBD

(IV). Giao tuyến hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là OI .

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là:

A. 4.

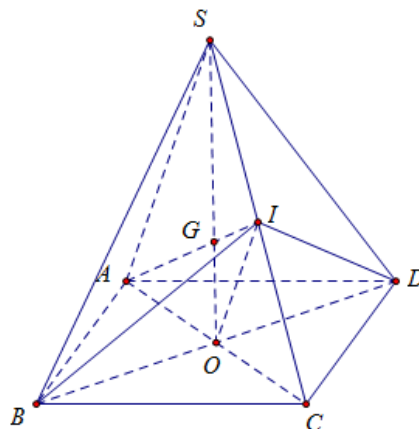
B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn C



IO là đường trung bình trong tam giác SAC nên $IO \parallel SA$, do đó mệnh đề (I) đúng.

Mặt phẳng IBD cắt hình chóp theo thiết diện là tam giác IBD , do đó mệnh đề (II) sai.

$AI \cap SO = G$ vậy G là trọng tâm tam giác SAC nên $SG = \frac{2}{3}SO$.

Ta thấy $SO \subset (SBD)$ nên $IA \cap (SBD) = G$, SO là đường trung tuyến $\triangle SBD$ nên G là trọng tâm tam giác SBD . Vậy mệnh đề (III) đúng.

I là điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (IBD) .

$AC \cap BD = O$ nên O là điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (IBD) .

$(IBD) \cap (SAC) = OI$. Vậy mệnh đề (IV) đúng.

Vậy có 3 mệnh đề đúng.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Khẳng định nào sau đây **SAI**?

A. $mp(IBD)$ cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giá.

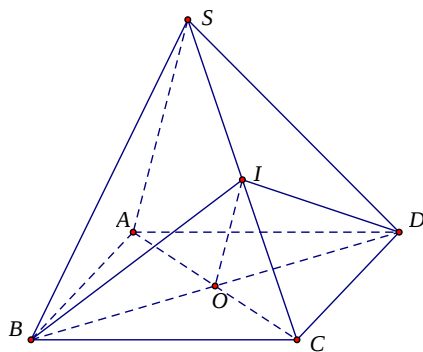
B. $IO // mp(SAB)$.

C. $(IBD) \cap (SAC) = IO$.

D. $IO // mp(SAD)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\left. \begin{array}{l} OI // SA \\ OI \not\subset (SAB) \end{array} \right\} \Rightarrow OI // (SAB)$ nên B đúng.

Ta có: $\left. \begin{array}{l} OI // SA \\ OI \not\subset (SAD) \end{array} \right\} \Rightarrow OI // (SAD)$ nên D đúng.

Ta có: (IBD) cắt hình chóp theo thiết diện là tam giác IBD nên A sai.

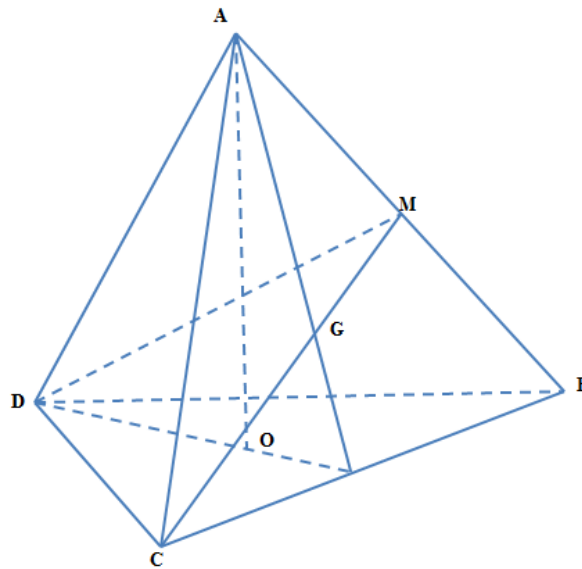
Ta có: $(IBD) \cap (SAC) = IO$ nên C đúng.

Câu 48: Cho tứ diện đều ABCD cạnh a, gọi G là trọng tâm tam giác ABCắt tứ diện bởi mặt phẳng (GCD) được thiết diện có diện tích là:

- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của AB. Khi đó thiết diện cắt bởi (GCD) là tam giác CDM. Ta có

$\triangle CDM$ cân tại M và $MD = MC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $CD = a$

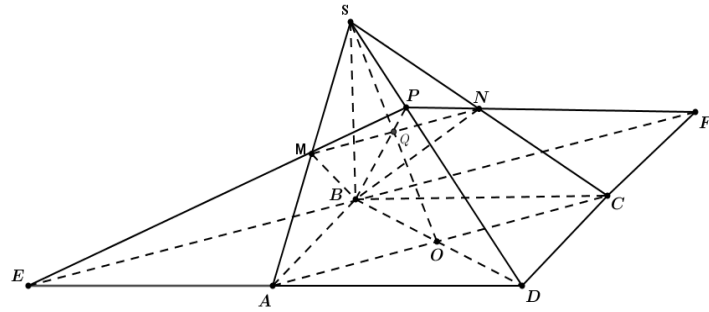
Gọi N là trung điểm CD, tính được $MN = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ vậy $S_{\triangle CDM} = \frac{\sqrt{2}.a^2}{4}$

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Mặt phẳng (BMN) cắt AD, CD lần lượt tại E, F. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. A, E, F thẳng hàng. B. B, E, F thẳng hàng.
C. C, E, F thẳng hàng. D. D, E, F thẳng hàng.

Lời giải

Chọn B



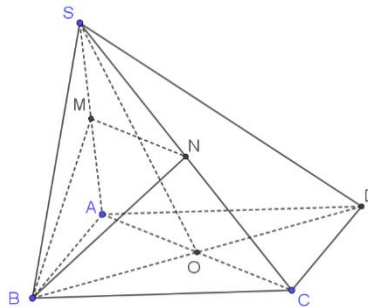
Gọi O là giao điểm của AC và BD . Suy ra $SO \cap MN = Q \Rightarrow BQ \cap SD = P$

Ta có: $PN \cap CD = F \Rightarrow (BMN) \cap (ABCD) = BF \quad (1)$

$PM \cap AD = E \Rightarrow (BMN) \cap (ABCD) = BE \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra B, E, F thẳng hàng.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC . $M_p (P) = (MNB)$. Gọi $I = SO \cap (P)$, $K = SD \cap (P)$, $E = DA \cap (P)$, $F = DC \cap (P)$. Khi đó:

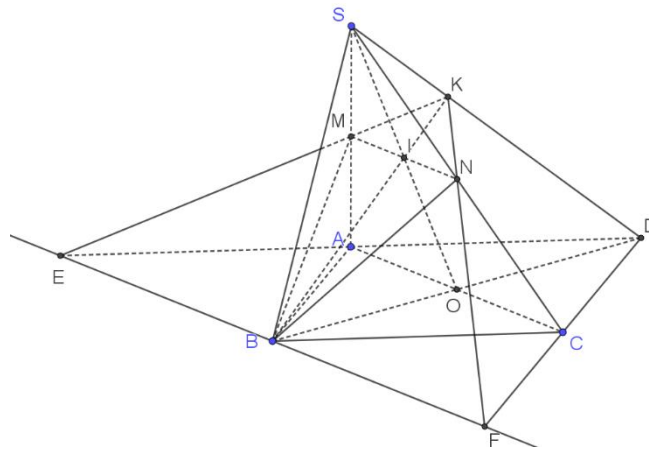


A. Ba điểm E, B, K thẳng hàng. **B.** Ba điểm F, K, I thẳng hàng.

C. Ba điểm E, B, I thẳng hàng. **D.** Ba điểm E, B, F thẳng hàng.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\begin{cases} E \in MK \\ MK \subset (P) \end{cases} \Rightarrow E \in (P).$

Chứng minh tương tự ta có: $F \in (P), B \in (P).$

Ta có: $\begin{cases} E \in AD \\ AD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow E \in (ABCD).$

Chứng minh tương tự ta có: $F \in (ABCD), B \in (ABCD).$

Nhận thấy các điểm E, B, F là các điểm chung của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (P) nên chúng thẳng hàng.

♦Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AB cắt CD tại E, AC cắt BD tại F trong mặt phẳng đáy. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Đường thẳng EF nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$.		
b)	AB là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$.		
c)	SF là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) , SE là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .		
d)	Gọi $G = EF \cap AD$ khi đó, SG giao tuyến của mặt phẳng (SEF) và mặt phẳng (SAD) .		

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD, BC , M là một điểm trên cạnh AB, N là một điểm trên cạnh AC . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	IJ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (JAD)$.		
b)	ND là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MND), (ADC)$.		
c)	BI là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCI), (ABD)$.		
d)	Giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (DMN)$ song song với đường thẳng IJ .		

Câu 3. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$, $E = CD \cap NP$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	NM là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ABC)$		
b)	DC là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCD), (ADC)$		
c)	Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là điểm E		
d)	Giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của đường thẳng AD với đường thẳng MP		

Câu 4. Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và $C, K = AM \cap SO$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	SO là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAC), (ABC)$		

b)	SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (SBD)		
c)	Giao điểm của đường thẳng SO với mặt phẳng (ABM) là điểm K		
d)	Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là điểm N thuộc đường thẳng AK		

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ với M là một điểm trên cạnh SC , N là một điểm trên cạnh BC . Gọi $O = AC \cap BD$ và $K = AN \cap CD$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .		
b)	Giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên cạnh SO .		
c)	KM là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (SCD) .		
d)	Giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (AMN) là điểm nằm trên cạnh KM		

Câu 6. Cho hình bình hành $ABCD$ và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$, các điểm M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB, SC . Gọi $O = AC \cap BD$;

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	SO giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .		
b)	Giao điểm của I của đường thẳng AN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SO		
c)	Giao điểm của J của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SD		

d)	Ba điểm I, J, B thẳng hàng.		
----	-------------------------------	--	--

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là điểm trên cạnh AB , N là điểm thuộc cạnh AC sao cho MN không song song với BC . Gọi P là điểm nằm trong ΔBCD . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$MN = (MNP) \cap (ABC)$		
b)	Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (BCD)$ là đường thẳng cắt BC		
c)	Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ABD)$ là đường thẳng cắt AB và DC		
d)	Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ACD)$ là đường thẳng cắt AB và DC		

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC . Gọi I giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$AM \cap SO = I$		
b)	$IA = 3IM$		
c)	Giao điểm E của đường thẳng SD và mặt phẳng (ABM) là điểm thuộc đường thẳng BI		
d)	Gọi N là một điểm tùy ý trên cạnh AB . Khi đó giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng $(SBD), (SNC)$		

Câu 9. Cho tứ diện $SABC$. Gọi M và N lần lượt là hai điểm trên hai cạnh AB và BC sao cho MN không song song với AC . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Đường thẳng MN cắt đường thẳng AC		
b)	Giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) là giao điểm của MN và AC .		
c)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là đường thẳng đi qua giao điểm của MN và AC .		
d)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAN) và (SCM) là đường thẳng đi qua giao điểm của MN và AC .		

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD ; M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD ; P thuộc đoạn SC và không là trung điểm của SC . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Giao điểm E của đường thẳng SO và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của MN và SO .		
b)	Giao điểm Q đường thẳng SA và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của PE và SO .		
c)	Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB, QP và AC, QN và AD . Vậy I, J, K thẳng hàng.		
d)	Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB, QP và AC, QN và AD . Vậy I, J, K không thẳng hàng		

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AB cắt CD tại E, AC cắt BD tại F trong mặt phẳng đáy. Khi đó:

- a) Đường thẳng EF nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$.
- b) AB là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$.
- c) SF là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) , SE là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
- d) Gọi $G = EF \cap AD$ khi đó, SG giao tuyến của mặt phẳng (SEF) và mặt phẳng (SAD) .

Lời giải

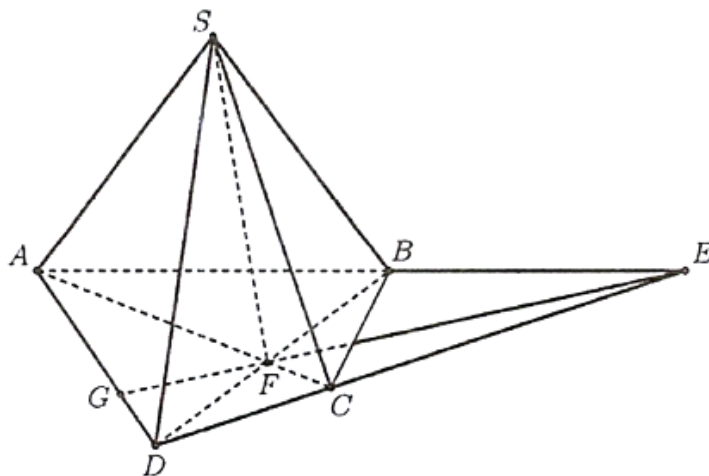
a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Ta có: $E = AB \cap CD \Rightarrow E \in AB, AB \subset (ABCD) \Rightarrow E \in (ABCD)$.

Tương tự: $F = AC \cap BD \Rightarrow F \in AC, AC \subset (ABCD) \Rightarrow F \in (ABCD)$. Vậy $EF \subset (ABCD)$.

b) Dễ thấy A là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$, B cũng là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$.

Suy ra $AB = (SAB) \cap (ABCD)$.



c) Tìm giao tuyến của (SAB) và (SCD) :

Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Ta có: $\begin{cases} E \in AB, AB \subset (SAB) \\ E \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow E \in (SAB) \cap (SCD)$.

Vậy $SE = (SAB) \cap (SCD)$.

Tìm giao tuyến của (SAC) và (SBD) :

Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Ta có: $\begin{cases} F \in AC, AC \subset (SAC) \\ F \in BD, BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow F \in (SAC) \cap (SBD)$.

Vậy $SF = (SAC) \cap (SBD)$.

d) Tìm giao tuyến của (SEF) với (SAD) :

Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SEF) và (SAD) .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $G = EF \cap AD$.

Ta có: $\begin{cases} G \in EF, EF \subset (SEF) \\ G \in AD, AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow G \in (SEF) \cap (SAD)$.

Vậy $SG = (SEF) \cap (SAD)$.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD, BC , M là một điểm trên cạnh AB, N là một điểm trên cạnh AC . Khi đó:

a) IJ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (JAD)$.

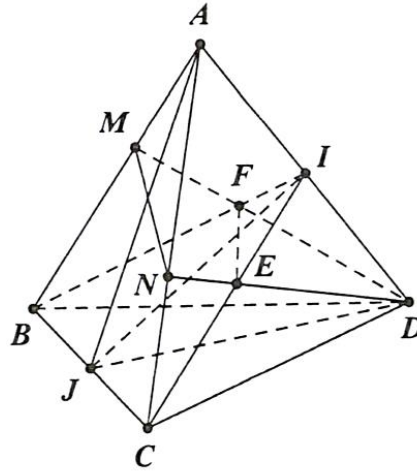
b) ND là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MND), (ADC)$.

c) BI là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCI), (ABD)$.

d) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (DMN)$ song song với đường thẳng IJ .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------



a) Ta có: $I \in AD, AD \subset (JAD) \Rightarrow I \in (JAD) \Rightarrow IJ \subset (JAD)$;

$J \in BC, BC \subset (IBC) \Rightarrow J \in (IBC) \Rightarrow IJ \subset (IBC)$. Vậy $(IBC) \cap (JAD) = IJ$.

b) ND là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MND), (ADC)$.

c) BI là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCI), (ABD)$.

d) Gọi $E = DN \cap CI$ (trong $mp(ACD)$) và $F = DM \cap BI$ (trong $mp(ABD)$).

Ta có: $\begin{cases} E \in DN, DN \subset (DMN) \\ E \in IC, IC \subset (IBC) \end{cases}$

$\Rightarrow E \in (DMN) \cap (IBC).$ (1)

Tương tự: $\begin{cases} F \in DM, DM \subset (DMN) \\ F \in BI, BI \subset (IBC) \end{cases} \Rightarrow F \in (DMN) \cap (IBC).$

Từ (1) và (2) suy ra $(DMN) \cap (IBC) = EF$.

Khi đó EF cắt IJ

Câu 3. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$, $E = CD \cap NP$. Khi đó:

a) NM là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ABC)$

b) DC là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCD), (ADC)$

c) Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là điểm E

d) Giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của đường thẳng AD với đường thẳng MP

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

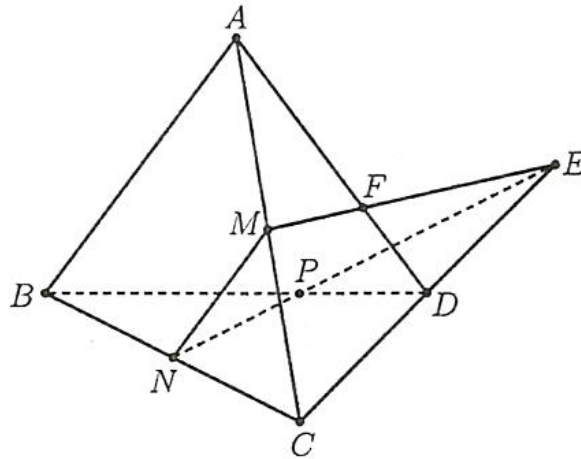
a) NM là giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) , (ABC)

b) DC là giao tuyến của hai mặt phẳng (BCD) , (ADC)

c) Tìm giao điểm của CD và mặt phẳng (MNP) :

Trong mặt phẳng (BCD) , vì NP và CD không song song nhau nên ta có thể gọi $E = CD \cap NP$.

$$\text{Vì } \begin{cases} E \in CD \\ E \in NP, NP \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow E = CD \cap (MNP).$$



d) Tìm giao điểm của AD và (MNP) :

Xét mặt phẳng phụ là (ACD) chứa AD . Ta cần tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (MNP) .

$$\text{Vì } M \in AC, AC \subset (ACD) \Rightarrow M \in (ACD) \Rightarrow M \in (ACD) \cap (MNP). (1)$$

$$\text{Theo câu a), ta có } \begin{cases} E \in CD, CD \subset (ACD) \\ E \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow E \in (ACD) \cap (MNP). (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $ME = (ACD) \cap (MNP)$.

Trong mặt phẳng (ACD) , gọi $F = AD \cap ME$.

$$\text{Vì } \begin{cases} F \in AD \\ F \in ME, ME \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow F = AD \cap (MNP).$$

Câu 4. Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C , $K = AM \cap SO$. Khi đó:

- a) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (ABC)
- b) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (SBD)
- c) Giao điểm của đường thẳng SO với mặt phẳng (ABM) là điểm K
- d) Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là điểm N thuộc đường thẳng AK

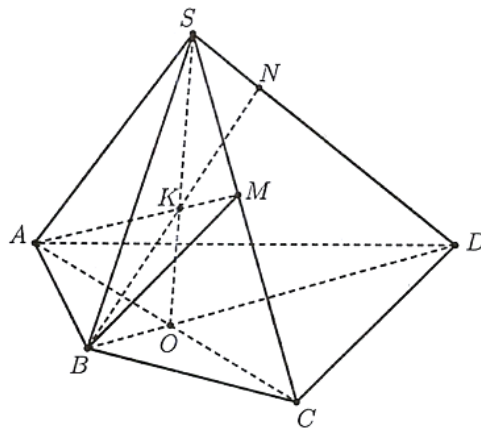
Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

- a) AC là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (ABC)
- b) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (SBD)
- c) Tìm giao điểm của SO và (ABM) :

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $K = AM \cap SO$.

$$\forall \begin{cases} K \in AM, AM \subset (ABM) \\ K \in SO \end{cases} \Rightarrow K = SO \cap (ABM).$$



- d) Tìm giao điểm của SD và (ABM) :

Xét mặt phẳng phụ (SBD) chứa SD .

Dễ thấy B là điểm chung của hai mặt phẳng (SBD) và (ABM) .

Ta có: $\begin{cases} K \in AM, AM \subset (ABM) \\ K \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow K \in (SBD) \cap (ABM).$

Do đó $BK = (SBD) \cap (ABM).$

Trong mặt phẳng (SBD) , gọi $N = BK \cap SD.$

Vì $\begin{cases} N \in SD \\ N \in BK, BK \subset (ABM) \end{cases} \Rightarrow N = SD \cap (ABM).$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ với M là một điểm trên cạnh SC, N là một điểm trên cạnh BC . Gọi $O = AC \cap BD$ và $K = AN \cap CD$. Khi đó:

- SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
- Giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên cạnh SO .
- KM là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (SCD) .
- Giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (AMN) là điểm nằm trên cạnh KM

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) :

Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$.

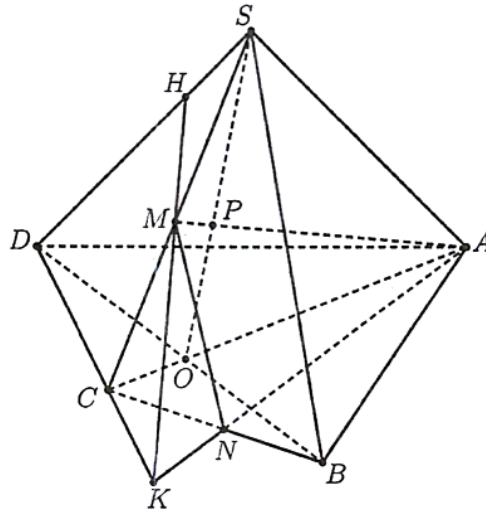
Vì $\begin{cases} O \in AC, AC \subset (SAC) \\ O \in BD, BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD).$

Vậy $SO = (SAC) \cap (SBD).$

b) Tìm giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) :

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $P = AM \cap SO$.

Ta có: $\begin{cases} P \in AM \\ P \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow P = AM \cap (SBD).$



c) Xét mặt phẳng phụ (SCD) chứa SD . Ta tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (SCD) .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $K = AN \cap CD$.

Khi đó: $\begin{cases} K \in AN, AN \subset (AMN) \\ K \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow K \in (AMN) \cap (SCD)$.

Mặt khác: $M \in SC, SC \subset (SCD) \Rightarrow M \in (SCD) \Rightarrow M \in (SCD) \cap (AMN)$.

Vậy $KM = (SCD) \cap (AMN)$.

d) Trong mặt phẳng (SCD) , gọi $H = KM \cap SD$.

Ta có: $\begin{cases} H \in SD \\ H \in KM, KM \subset (AMN) \end{cases} \Rightarrow H = SD \cap (AMN)$.

Câu 6. Cho hình bình hành $ABCD$ và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$, các điểm M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB, SC . Gọi $O = AC \cap BD$;

a) SO giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

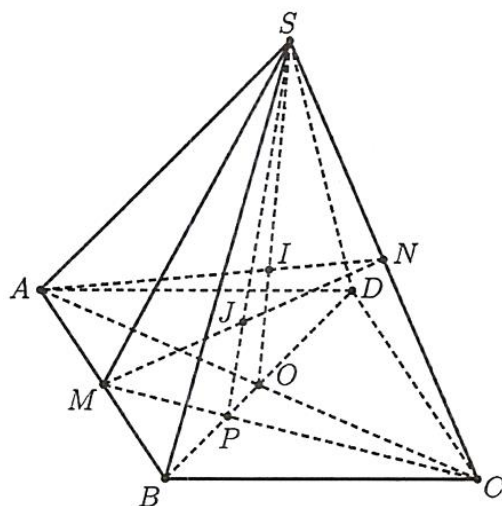
b) Giao điểm của I của đường thẳng AN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SO

c) Giao điểm của J của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SD

d) Ba điểm I, J, B thẳng hàng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) SO giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

b) Tìm giao điểm I của AN và mặt phẳng (SBD) :

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$;

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $I = SO \cap AN$.

Ta có: $\begin{cases} I \in AN \\ I \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I = AN \cap (SBD)$.

c) Tìm giao điểm J của MN và mặt phẳng (SBD) :

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $P = CM \cap BD$;

Trong mặt phẳng (SCM) , gọi $J = MN \cap SP$;

Ta có: $\begin{cases} J \in MN \\ J \in SP, SP \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J = MN \cap (SBD)$.

d) Chứng minh I, J, B thẳng hàng:

Dễ thấy $B \in (ABN) \cap (SBD)$. (1)

Ta có: $\begin{cases} I \in AN, AN \subset (ABN) \\ I \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in (ABN) \cap (SBD)$. (2)

Tương tự: $\begin{cases} J \in MN, MN \subset (ABN) \\ J \in SP, SP \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J \in (ABN) \cap (SBD)$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra B, I, J cùng thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (ABN) và (SBD) nên ba điểm này thẳng hàng.

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là điểm trên cạnh AB , N là điểm thuộc cạnh AC sao cho MN không song song với BC . Gọi P là điểm nằm trong $\triangle BCD$. Khi đó:

- a) $MN = (MNP) \cap (ABC)$
- b) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (BCD)$ là đường thẳng cắt BC
- c) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ABD)$ là đường thẳng cắt AB và DC
- d) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ACD)$ là đường thẳng cắt AB và DC

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

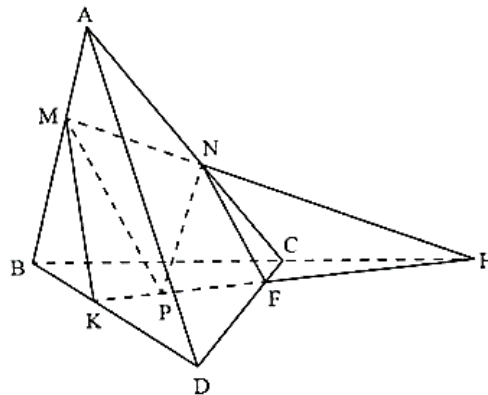
a) $MN = (MNP) \cap (ABC)$

b Trong (ABC) gọi $H = MN \cap BC$.

Ta có: $\begin{cases} H \in MN \subset (MNP) \\ H \in BC \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow H \in (MNP) \cap (BCD) (1)$

Lại có: $\begin{cases} P \in (MNP) \\ P \in (BCD) \end{cases} \Rightarrow P \in (MNP) \cap (BCD) (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $HP = (MNP) \cap (BCD)$



c) Trong (BCD) gọi $K = HP \cap BD$

Ta có: $\begin{cases} K \in BD \subset (ABD) \\ K \in HP \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow K \in (MNP) \cap (ABD) (1)$

Lại có: $\begin{cases} M \in (MNP) \\ M \in AB \subset (ABD) \end{cases} \Rightarrow M \in (MNP) \cap (ABD) (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $MK \in (MNP) \cap (ABD)$.

d) Trong (BCD) gọi $F = HK \cap DC$.

Trình bày tương tự như hai câu trên ta được $NF = (MNP) \cap (ACD)$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC . Gọi I giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) . Khi đó:

a) $AM \cap SO = I$.

b) $IA = 3IM$.

c) Giao điểm E của đường thẳng SD và mặt phẳng (ABM) là điểm thuộc đường thẳng BI

d) Gọi N là một điểm tùy ý trên cạnh AB . Khi đó giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng $(SBD), (SNC)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

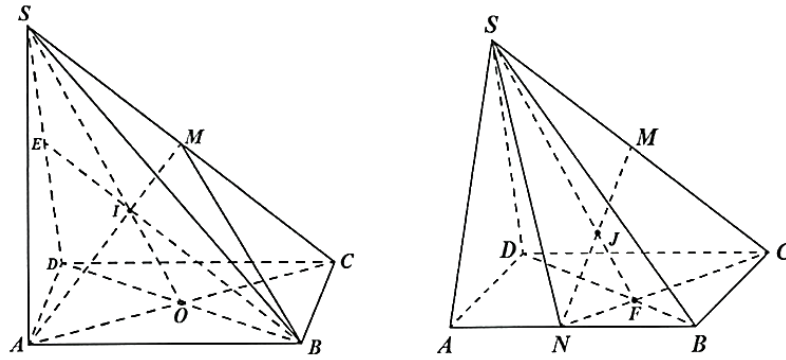
a) b) Trong (SAC) : $AM \cap SO = I$.

Ta có $\begin{cases} I \in AM \\ I \in SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in AM \cap (SBD)$.

Tam giác SAC có hai đường trung tuyến AM và SO cắt nhau tại I , suy ra I là trọng tâm của tam giác SAC . Từ đó ta có $IA = 2IM$.

c) Trong (SBD) : $BI \cap SD = E$.

Ta có $\begin{cases} E \in SD \\ E \in BI \subset (ABM) \end{cases} \Rightarrow E \in SD \cap (ABM)$.



d) Trong $(ABCD)$: $CN \cap BD = F$.

Trong (SNC) : $SF \cap MN = J$.

Ta có $\begin{cases} J \in MN \\ J \in SF \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J \in MN \cap (SBD)$.

Câu 9. Cho tứ diện $SABC$. Gọi M và N lần lượt là hai điểm trên hai cạnh AB và BC sao cho MN không song song với AC . Khi đó:

- a) Đường thẳng MN cắt đường thẳng AC
- b) Giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) là giao điểm của MN và AC .
- c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là đường thẳng đi qua giao điểm của MN và AC
- d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAN) và (SCM) là đường thẳng đi qua giao điểm của MN và AC .

Lời giải

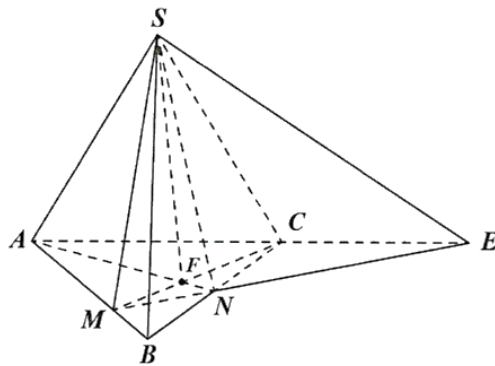
a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

b) Trong mặt phẳng (ABC) , vẽ giao điểm E của MN và AC .

Ta có $E \in AC$, suy ra $E \in (SAC)$.

Vậy E là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) .

c) Ta có S và E là hai điểm chung của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) .



Suy ra $(SMN) \cap (SAC) = SE$.

d) Trong mặt phẳng (ABC) , vẽ giao điểm F của AN và MC .

Ta có S và F là hai điểm chung của hai mặt phẳng (SAN) và (SCM) .

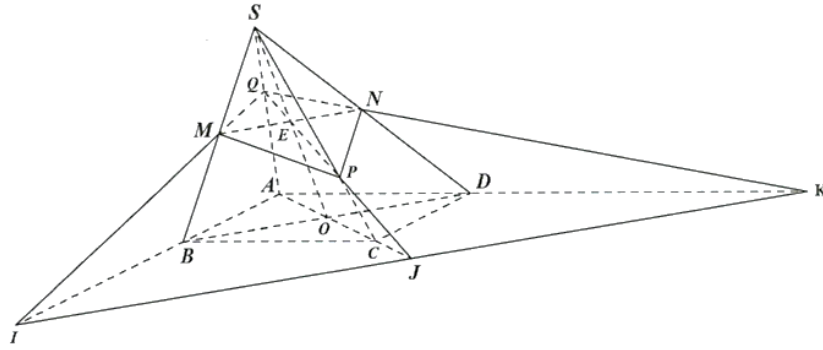
Suy ra $(SAN) \cap (SCM) = SF$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD ; M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD ; P thuộc đoạn SC và không là trung điểm của SC . Khi đó:

- Giao điểm E của đường thẳng SO và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của MN và SO .
- Giao điểm Q đường thẳng SA và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của PE và SO .
- Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB, QP và AC, QN và AD . Vậy I, J, K thẳng hàng.
- Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB, QP và AC, QN và AD . Vậy I, J, K không thẳng hàng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



a) Trong (SBD) : $SO \cap MN = E$.

Ta có $\begin{cases} E \in SO \\ E \in MN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow E \in SO \cap (MNP)$.

b) Trong (SAC) : $PE \cap SA = Q$.

Ta có $\begin{cases} Q \in SA \\ Q \in PE \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow Q \in SA \cap (MNP)$.

c) Từ giả thiết ta có $\begin{cases} I \in QM \subset (MNP) \\ J \in QP \subset (MNP) \\ K \in QN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow I, J, K \in (MNP) (1)$

Mặt khác $\begin{cases} I \in AB \subset (ABCD) \\ J \in AC \subset (ABCD) \\ K \in AD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow I, J, K \in (ABCD) (2)$

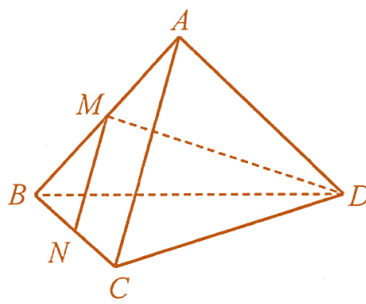
Từ (1) và (2) suy ra $I, J, K \in (MNP) \cap (ABCD)$.

Suy ra I, J, K thẳng hàng.

♦Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Chứng minh rằng bốn điểm M, N, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng.

Lời giải

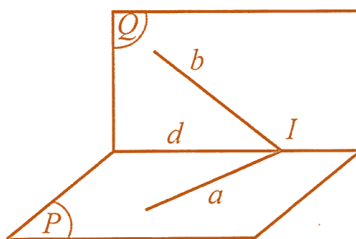


Hình 45

Giả sử bốn điểm M, N, C, D cùng thuộc một mặt phẳng. Khi đó, $M \in (NCD)$ nên $M \in (BCD)$. Như vậy, $BM \subset (BCD)$ nên $A \in (BCD)$. Mâu thuẫn với giả thiết $ABCD$ là tứ diện. Vậy bốn điểm M, N, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng.

Câu 2: Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến d và hai đường thẳng a, b lần lượt nằm trong $(P), (Q)$. Chứng minh rằng nếu hai đường thẳng a, b cắt nhau thì giao điểm của chúng thuộc đường thẳng d .

Lời giải

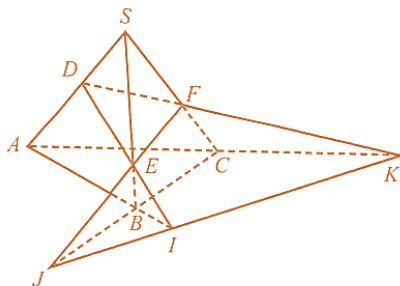


Hình 46

Gọi I là giao điểm của a và b . Khi đó, I vừa thuộc (P) vừa thuộc (Q) . Suy ra I thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) . Vậy I thuộc d .

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi D, E, F lần lượt là ba điểm trên ba cạnh SA, SB, SC sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K . Chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Lời giải



Hình 2

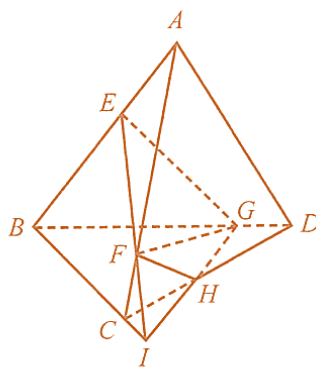
Ta có $I = DE \cap AB$, suy ra: $I \in DE$, suy ra $I \in (DEF)$; $I \in AB$, suy ra $I \in (ABC)$.

Tương tự, ta có J, K cũng thuộc hai mặt phẳng $(DEF), (ABC)$.

Vậy I, J, K thẳng hàng.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AC, BD lần lượt lấy các điểm E, F, G sao cho $EB > AE, AF > FC, BG > GD$. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng (EFG) và (ACD) , (EFG) và (BCD) , (EFG) và (ABD) .

Lời giải



Hình 4

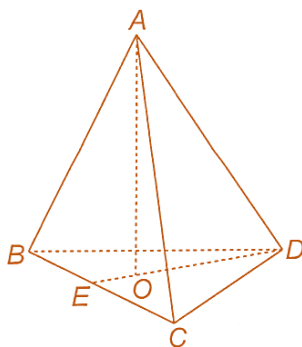
Ta có $(EFG) \cap (ABC) = EF$.

Trong mặt phẳng (ABC) , gọi $I = EF \cap BC$.

Trong mặt phẳng (BCD) , gọi $H = IG \cap CD$.

$\Rightarrow (EFG) \cap (ACD) = FH, (EFG) \cap (BCD) = HG, (EFG) \cap (ABD) = GE$

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$ và O là một điểm nằm trong tam giác BCD (H.4.3). Xác định giao điểm của đường thẳng BC và mặt phẳng (AOD) .

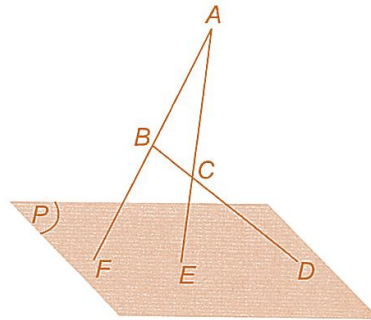


Hình 4.3

Lời giải

Vì điểm O nằm trong tam giác BCD nên đường thẳng OD cắt cạnh BC tại E . Vì E thuộc OD nên E thuộc mặt phẳng (AOD) . Vì E cũng thuộc BC nên E là giao điểm của đường thẳng BC và mặt phẳng (AOD) .

Câu 6: Cho mặt phẳng (P) và ba điểm A, B, C phân biệt nằm ngoài mặt phẳng (P) . Giả sử các đường thẳng BC, CA, AB lần lượt cắt mặt phẳng (P) tại D, E, F (H.4.4). Chứng minh rằng ba điểm D, E, F thẳng hàng.



Hình 4.4

Lời giải

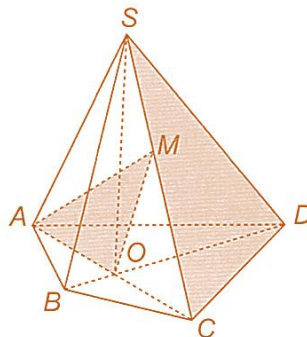
Các điểm D, E, F đều thuộc cả hai mặt phẳng (ABC) và (P) , vì vậy chúng cùng thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng đó. Từ đây suy ra ba điểm D, E, F thẳng hàng.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD và gọi M là một điểm bất kì thuộc cạnh SC .

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (AMO) và (SCD) .

b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (BMO) và (SCD) .

Lời giải



Hình 4.34

a) Giao tuyến là đường thẳng SC .

b) Giao tuyến là đường thẳng DM .

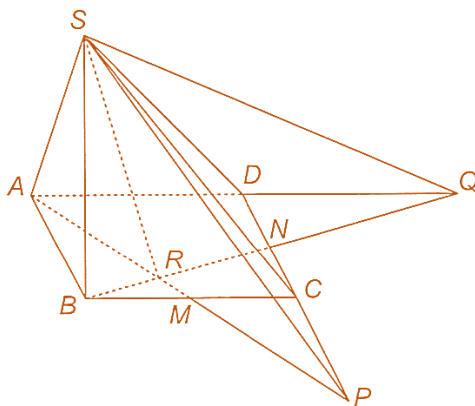
Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CD .

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAM) và (SCD) .

b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SBN) và (SAD) .

c) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAM) và (SBN) .

Lời giải



Hình 4.35

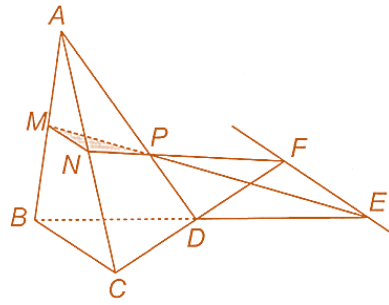
a) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi P là giao điểm của AM và CD thì SP là giao tuyến cần tìm.

b) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi Q là giao điểm của BN và AD thì SQ là giao tuyến cần tìm.

c) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi R là giao điểm của AM và BN thì SR là giao tuyến cần tìm.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC . Gọi P là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AP = 2DP$. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (BCD) .

Lời giải



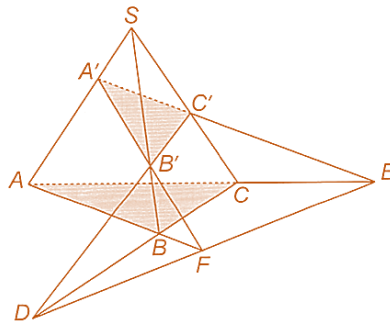
Hình 4.36

Trong mặt phẳng (ABD) gọi E là giao điểm của MP và BD , trong mặt phẳng (ACD) gọi F là giao điểm của NP và CD . Khi đó đường thẳng EF là giao tuyến cần tìm.

Câu 10: Cho hình tứ diện $SABC$ và các điểm A', B', C' lần lượt thuộc các cạnh SA, SB, SC . Giả sử hai đường thẳng $B'C'$ và BC cắt nhau tại D , hai đường thẳng $C'A'$ và CA cắt nhau tại E và hai đường thẳng $A'B'$ và AB cắt nhau tại F . Chứng minh rằng ba điểm D, E, F thẳng hàng.

Lời giải

Ba điểm D, E, F cùng thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$ nên ba điểm đó thẳng hàng (H.4.41).



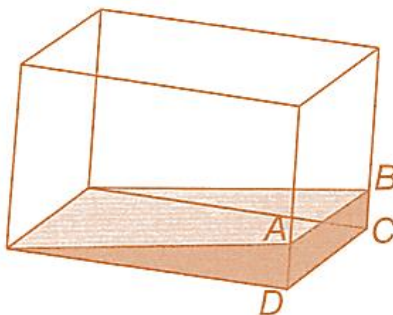
Hình 4.41

Câu 11: Đánh dấu một điểm trên mép của tờ giấy $A4$ và dùng kéo cắt một đường bất kì đi qua điểm đó (trong khi cắt không xoay kéo). Hãy **giải** thích vì sao đường cắt nhận được trên tờ giấy luôn là đường thẳng.

Lời giải

Đường cắt là giao tuyến của hai mặt phẳng: mặt phẳng chứa tờ giấy và mặt phẳng tạo bởi hai lưỡi kéo. Do đó đường cắt luôn là đường thẳng.

Câu 12: Bạn Huy đổ nước màu vào một chiếc bể cá có các mặt đều làm bằng kính phẳng. Sau một vài hôm nước bay hơi một phần và để lại trên thành bể các vệt màu như trong Hình 4.5.



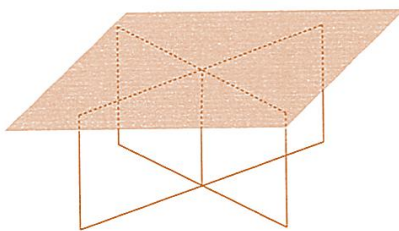
Hình 4.5

Huy quan sát thấy rằng, dù bể cá có hình dạng như thế nào, miễn là các mặt đều phẳng, thì vệt màu trên mỗi thành bể đều là các đường thẳng. Hãy **giải** thích vì sao.

Lời giải

Vệt màu trên mỗi thành bể là giao tuyến của hai mặt phẳng: mặt phẳng tạo bởi thành bể và mặt nước. Do đó vệt màu luôn là đường thẳng.

Câu 13: Một số chiếc bàn có thiết kế khung sắt là hai hình chữ nhật có thể xoay quanh một trục, mặt bàn là một tấm gỗ phẳng được đặt lên phần khung như trong Hình 4.6.



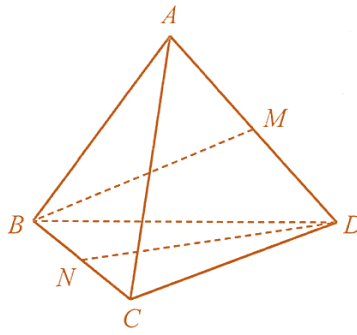
Hình 4.6

Tính chất hình học nào **giải** thích việc mặt bàn có thể được giữ cố định bởi khung sắt? (Giả sử khung sắt chắc chắn và được đặt cân đối).

Lời giải

Mặt bàn có thể được đỡ cố định bằng khung sắt dựa theo tính chất: một mặt phẳng được hoàn toàn xác định khi biết nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.

Câu 14: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC (Hình 3). Hỏi bốn điểm B, M, D, N có cùng thuộc một mặt phẳng hay không?



Hình 3

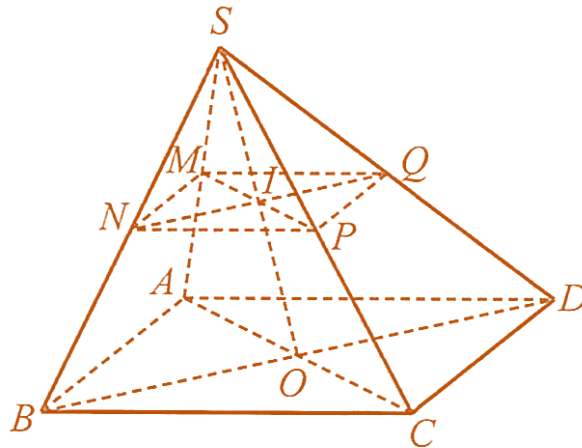
Lời giải

Giả sử bốn điểm B, M, D, N cùng thuộc một mặt phẳng. Khi đó, M thuộc mặt phẳng (BDN) hay M thuộc mặt phẳng (BCD) . Do đó, đường thẳng MD nằm trong mặt phẳng (BCD) . Suy ra, điểm A thuộc mặt phẳng (BCD) , mâu thuẫn với giả thiết $ABCD$ là tứ diện. Vậy bốn điểm B, M, D, N không cùng thuộc một mặt phẳng.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC .

- Xác định giao điểm I của đường thẳng MP với mặt phẳng (SBD) .
- Xác định giao điểm Q của đường thẳng SD với mặt phẳng (MNP) .

Lời giải



Hình 49

- Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Trong mặt phẳng (SAC) , gọi I là giao điểm của MP và SO . Vì $I \in SO$ nên $I \in (SBD)$. Vậy I là giao điểm của MP với mặt phẳng (SBD) .

b) Trong mặt phẳng (SBD), gọi Q là giao điểm của NI và SD . Vì $Q \in NI$ nên $Q \in (MNP)$.

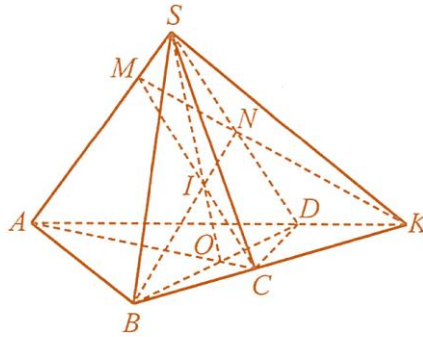
Vậy Q là giao điểm của SD với mặt phẳng (MNP).

Câu 16: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy không là hình thang. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Trên SO lấy điểm I sao cho $SI = 2IO$.

a) Xác định các giao điểm M, N lần lượt của SA, SD với mặt phẳng (IBC).

b) Chứng minh rằng các đường thẳng AD, BC và MN đồng quy.

Lời giải



Hình 50

a) Trong mặt phẳng (SAC), gọi M là giao điểm của CI và SA . Vì $M \in CI$ nên $M \in (IBC)$.

Vậy M là giao điểm của SA với mặt phẳng (IBC). Tương tự, trong mặt phẳng (SBD), gọi N là giao điểm của BI với SD ,

khi đó, N là giao điểm của SD với mặt phẳng (IBC).

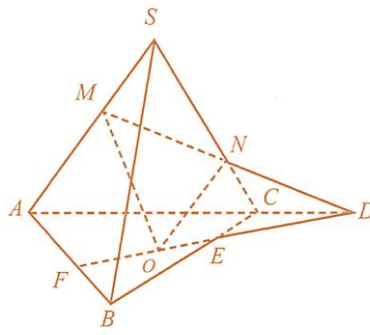
b) Do $ABCD$ không là hình thang nên AD cắt BC tại K . Ta có $K \in BC \subset (IBC)$,

$K \in AD \subset (SAD)$ nên K là một điểm chung của (IBC) và (SAD).

Mà $MN = (IBC) \cap (SAD)$ nên $K \in MN$. Vậy các đường thẳng AD, BC và MN cùng đi qua điểm K .

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên hai cạnh SA, SC sao cho MN không song song với AC . Gọi O là điểm nằm trong tam giác ABC . Tìm giao điểm của các đường thẳng AC, BC và AB với mặt phẳng (OMN).

Lời giải



Hình 9

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi D là giao điểm của MN và AC .

Ta có $D \in MN$ và $MN \subset (OMN)$, suy ra $D \in (OMN)$.

Vậy D là giao điểm của đường thẳng AC và mặt phẳng (OMN) .

Trong mặt phẳng (ABC) , gọi E là giao điểm của OD và BC . Ta có $E \in OD$ và $OD \subset (OMN)$, suy ra $E \in (OMN)$.

Vậy E là giao điểm của đường thẳng BC và mặt phẳng (OMN) .

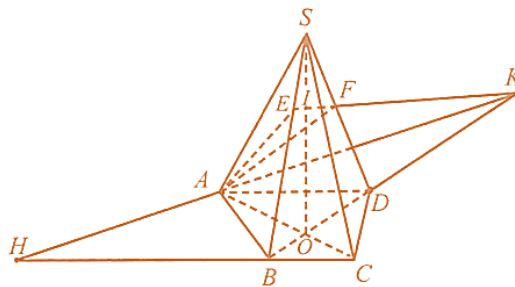
Trong mặt phẳng (ABC) , gọi F là giao điểm của OD và AB . Ta có $F \in OD$ và $OD \subset (OMN)$, suy ra $F \in (OMN)$. Vậy F là giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (OMN) .

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang đáy lớn AD . Gọi E, F lần lượt là hai điểm trên hai cạnh SB, SD .

a) Tìm giao điểm của EF với (SAC) .

b) Tìm giao điểm của BC với (AEF) .

Lời giải



Hình 1

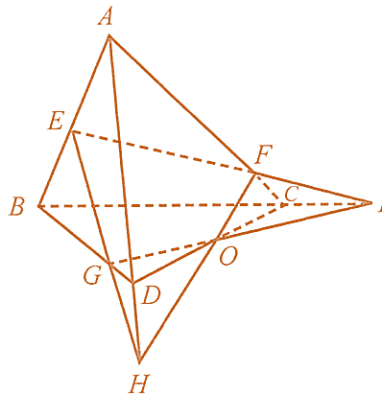
a) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$.

Suy ra $SO = (SAC) \cap (SBD)$. Trong mặt phẳng (SBD) , gọi $I = EF \cap SO$. Vậy $EF \cap (SAC) = I$.

b) Trong mặt phẳng (SBD) , gọi $K = EF \cap BD$. Suy ra $AK = (ABCD) \cap (AEF)$. Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $H = BC \cap AK$. Vậy $BC \cap (AEF) = H$.

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G lần lượt là các điểm thuộc ba cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I, AD cắt EG tại H . Chứng minh ba đường thẳng CD, IG, HF cùng đi qua một điểm.

Lời giải



Hình 3

Gọi $O = HF \cap IG$. Ta có: $O \in HF$ mà $HF \subset (ACD)$ suy ra $O \in (ACD)$;

$O \in IG$ mà $IG \subset (BCD)$ suy ra $O \in (BCD)$.

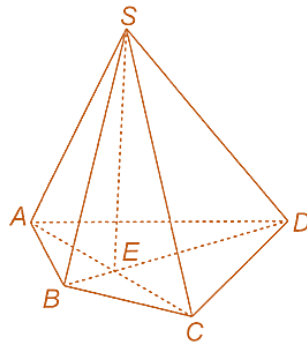
Do đó $O \in (ACD) \cap (BCD)$. (1)

Mặt khác, ta có $(ACD) \cap (BCD) = CD$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $O \in CD$.

Vậy ba đường thẳng CD, IG, HF cùng đi qua một điểm.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ (H.4.2). Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .



Hình 4.2

Lời giải

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi E là giao điểm của hai đường chéo AC, BD của tứ giác $ABCD$. Vì E thuộc AC nên E thuộc mặt phẳng (SAC) . Vì E thuộc BD nên E thuộc mặt phẳng (SBD) . Do đó E là một điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

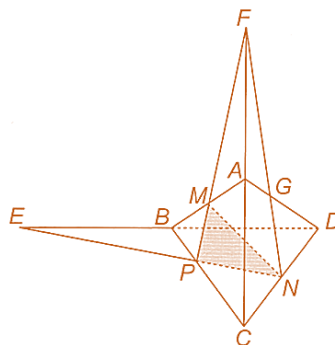
Hiển nhiên S cũng là một điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Từ các khẳng định trên suy ra đường thẳng SE là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD . Gọi P là một điểm thuộc cạnh BC sao cho $PC = 2PB$.

- Xác định giao điểm của đường thẳng BD và mặt phẳng (MNP) .
- Xác định giao điểm của đường thẳng AC và mặt phẳng (MNP) .
- Xác định giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP) .

Lời giải



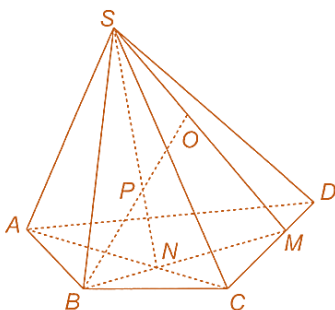
Hình 4.37

- a) Trong mặt phẳng (BCD) , gọi E là giao điểm của NP và BD thì E là giao điểm của đường thẳng BD và mặt phẳng (MNP) .
- b) Trong mặt phẳng (ABC) , gọi F là giao điểm của MP và AC thì F là giao điểm của đường thẳng AC và mặt phẳng (MNP) .
- c) Trong mặt phẳng (ACD) , gọi G là giao điểm của NF và AD thì G là giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP) .

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi O là một điểm nằm trong tam giác SCD .

- a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SBO) và (SAC) .
- b) Xác định giao điểm của đường thẳng BO và mặt phẳng (SAC) .

Lời giải



Hình 4.38

- a) Trong mặt phẳng (SCD) , gọi M là giao điểm của SO và CD . Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi N là giao điểm của BM và AC . Khi đó N là điểm chung của hai mặt phẳng (SBO) và (SAC) , suy ra SN là giao tuyến của hai mặt phẳng đó.
- b) Trong mặt phẳng (SBO) (hay (SBM)), gọi P là giao điểm của SN và BO thì P là giao điểm của BO và (SAC) .

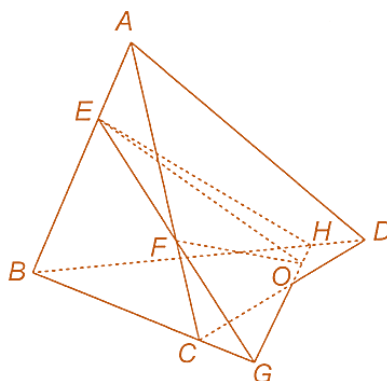
Câu 23: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC sao cho

$$AE = \frac{1}{2}BE \text{ và } AF = 2CF. \text{ Gọi } O \text{ là một điểm nằm trong tam giác } BCD.$$

- a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (OEF) và (ABD) .

b) Xác định giao điểm (nếu có) của đường thẳng AD và mặt phẳng (OEF) .

Lời giải



Hình 4.39

a) Trong mặt phẳng (ABC) , gọi G là giao điểm của EF và BC .

Trong mặt phẳng (BCD) , gọi H là giao điểm của OG và BD . Khi đó H là một điểm chung của hai mặt phẳng (OEF) và (ABD) , suy ra EH là giao tuyến của hai mặt phẳng đó.

b) Trong mặt phẳng (ABD) , gọi I là giao điểm (nếu có) của EH và AD . Khi đó I là giao điểm của AD và (OEF) .

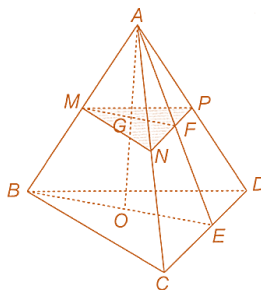
Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, AD . Gọi O là một điểm nằm trong tam giác BCD .

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (ABO) và (ACD) .

b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (ABO) và (MNP) .

c) Xác định giao điểm của đường thẳng AO và mặt phẳng (MNP) .

Lời giải



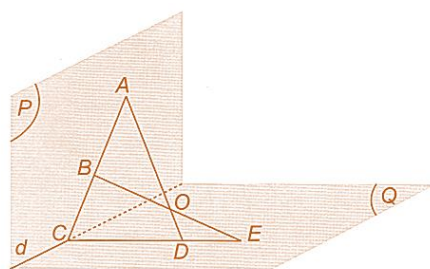
Hình 4.40

- a) Trong mặt phẳng (BCD) , gọi E là giao điểm của BO và CD thì AE là giao tuyến của hai mặt phẳng (ABO) và (ACD) .
- b) Trong mặt phẳng (ACD) , gọi F là giao điểm của AE và NP thì F là một điểm chung của hai mặt phẳng (ABO) và (MNP) , suy ra MF là giao tuyến của hai mặt phẳng đó.
- c) Trong mặt phẳng (ABE) , gọi G là giao điểm của AO và MF thì G là giao điểm của AO và (MNP) .

Câu 25: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến d và một điểm O nằm ngoài cả hai mặt phẳng đó. Gọi A, B là hai điểm phân biệt thuộc mặt phẳng (P) sao cho AB cắt d tại C . Gọi D, E lần lượt là giao điểm của hai đường thẳng OA, OB và mặt phẳng (Q) . Chứng minh rằng ba điểm C, D, E thẳng hàng.

Lời giải

Ba điểm C, D, E đều thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (OAB) và (Q) nên ba điểm đó thẳng hàng (H.4.42).

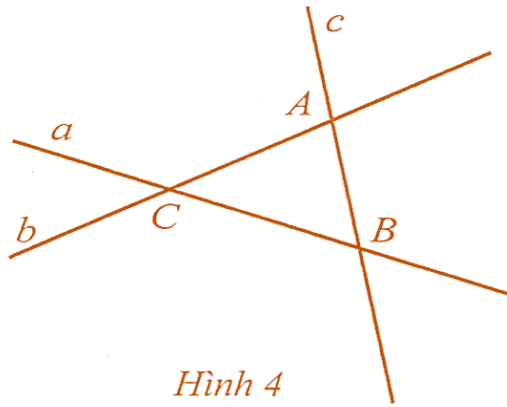


Hình 4.42

Câu 26: Cho ba đường thẳng a, b, c không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau. Chứng minh rằng ba đường thẳng a, b, c cùng đi qua một điểm, hay còn gọi là ba đường thẳng a, b, c đồng quy.

Lời giải

Giả sử ba đường thẳng a, b, c không cùng đi qua một điểm. Gọi A là giao điểm của b và c, B là giao điểm của c và a, C là giao điểm của a và b (Hình 4).



Hình 4

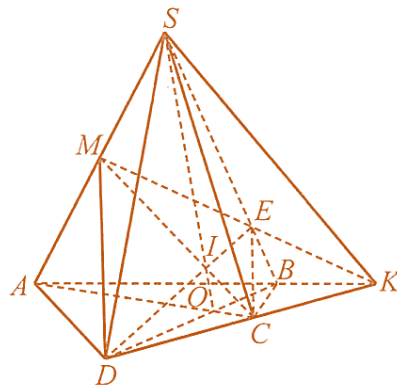
Khi đó, A, B, C đôi một phân biệt. Qua hai đường thẳng cắt nhau a và b có một mặt phẳng (P) . Đường thẳng c đi qua hai điểm phân biệt A, B của (P) nên c nằm trong (P) .

Suy ra ba đường thẳng a, b, c cùng nằm trong một mặt phẳng, mâu thuẫn với giả thiết. Vậy ba đường thẳng a, b, c cùng đi qua một điểm.

Câu 27: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy không là hình thang. Gọi M là trung điểm của SA .

- Xác định giao điểm K của đường thẳng CD với mặt phẳng (SAB) .
- Xác định giao điểm E của đường thẳng SB với mặt phẳng (MCD) .
- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .
- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MCD) và (SBC) .
- Gọi O là giao điểm của AC và BD , I là giao điểm của MC và DE . Chứng minh rằng ba điểm S, I, O thẳng hàng.

Lời giải



Hình 5

a) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi K là giao điểm của AB và CD .

Vì $K \in AB$ nên $K \in (SAB)$.

Vậy K là giao điểm của đường thẳng CD với mặt phẳng (SAB) .

b) Trong mặt phẳng (SAB) , gọi E là giao điểm của MK và SB .

Vì $E \in MK, MK \subset (MCD)$ nên $E \in (MCD)$.

Vậy E là giao điểm của đường thẳng SB với mặt phẳng (MCD) .

c) Hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) có điểm S chung. Do $K \in CD$ nên $K \in (SCD)$. Mà $K \in (SAB)$. Suy ra K là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) . Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng SK .

d) Hai mặt phẳng (MCD) và (SBC) có điểm C chung. Do $E \in SB$ nên $E \in (SBC)$. Mà $E \in (MCD)$. Suy ra E là điểm chung của hai mặt phẳng (MCD) và (SBC) . Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (MCD) và (SBC) là đường thẳng CE .

e) Ta có S và O cùng thuộc hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) . Mặt khác ta có: $I \in MC$ nên $I \in (SAC), I \in DE$ nên $I \in (SBD)$.

Suy ra ba điểm S, I, O cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt (SAC) và (SBD) nên S, I, O nằm trên giao tuyến của hai mặt phẳng đó. Vậy ba điểm S, I, O thẳng hàng.

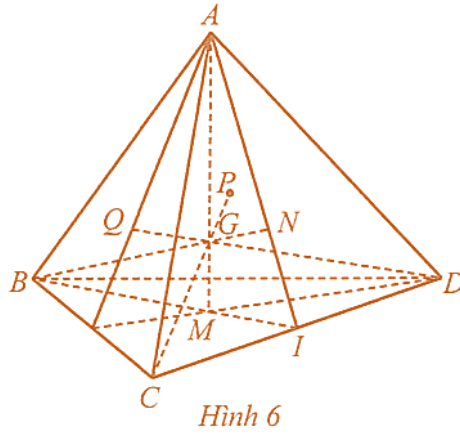
Câu 28: Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm của cạnh CD và M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác BCD, ACD .

a) Chứng minh rằng các điểm M, N thuộc mặt phẳng (ABI) .

b) Gọi G là giao điểm của AM và BN . Chứng minh rằng: $\frac{GM}{GA} = \frac{GN}{GB} = \frac{1}{3}$.

c) Gọi P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác DAB, ABC . Chứng minh rằng các đường thẳng CP, DQ cùng đi qua điểm G và $\frac{GP}{GC} = \frac{GQ}{GD} = \frac{1}{3}$.

Lời giải



Hình 6

a) Do M là trọng tâm của tam giác BCD nên $M \in BI$. Suy ra $M \in (ABI)$. Tương tự, $N \in AI$ nên $N \in (ABI)$. Vậy các điểm M, N thuộc mặt phẳng (ABI) .

b) Do M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác BCD, ACD nên $\frac{IM}{MB} = \frac{IN}{NA} = \frac{1}{2}$. Xét tam giác

ABI , ta có: $\frac{IM}{MB} = \frac{IN}{NA}$ nên theo định lý Thalès đảo, suy ra $MN \parallel AB$.

Theo định lý Thalès trong tam giác, ta có:

$$\frac{GM}{GA} = \frac{GN}{GB} = \frac{MN}{AB} = \frac{IM}{IB} = \frac{1}{3}.$$

c) Chứng minh tương tự câu b, ta có AM và DQ cắt nhau tại điểm G' và $\frac{G'M}{G'A} = \frac{G'Q}{G'D} = \frac{1}{3}$. Suy ra

$G' \equiv G$. Do đó, DQ đi qua G và $\frac{GQ}{GD} = \frac{1}{3}$. Chứng minh tương tự, ta có CP đi qua G và $\frac{GP}{GC} = \frac{1}{3}$.

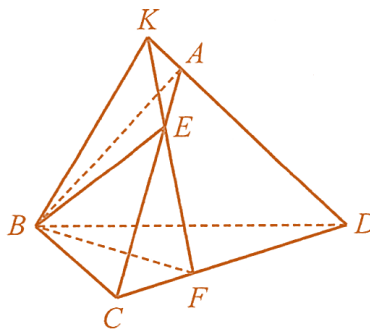
Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AC, CD lần lượt lấy các điểm E, F sao cho $CE = 3EA, DF = 2FC$.

a) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (BEF) với các mặt phẳng $(ABC), (ACD), (BCD)$.

b) Xác định giao điểm K của đường thẳng AD với mặt phẳng (BEF) .

c) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (BEF) và (ABD) .

Lời giải



Hình 47

a) Vì $E \in (BEF), E \in (ABC)$ và $B \in (BEF), B \in (ABC)$ nên $BE = (BEF) \cap (ABC)$.

Tương tự ta có $EF = (BEF) \cap (ACD)$ và $BF = (BEF) \cap (BCD)$.

b) Trong mặt phẳng (ACD) , lấy K là giao điểm của AD và EF . Khi đó, $K \in (BEF)$. Suy ra K là giao điểm của AD và (BEF) .

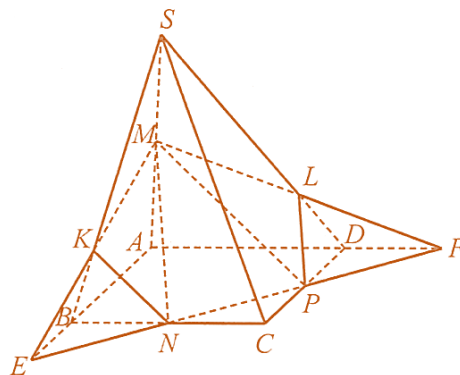
c) Hai mặt phẳng (BEF) và (ABD) có hai điểm chung là B và K . Vậy giao tuyến của mặt phẳng (BEF) và mặt phẳng (ABD) là đường thẳng BK .

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, BC, CD .

a) Xác định giao điểm của đường thẳng NP với mặt phẳng (SAB) .

b) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với các mặt phẳng $(SAB), (SAD), (SBC), (SCD)$.

Lời giải



Hình 48

a) Giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng NP . Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi E là giao điểm của NP và AB . Ta có E thuộc AB nên E nằm trên (SAB) . Vậy E là giao điểm của đường thẳng NP với mặt phẳng (SAB) .

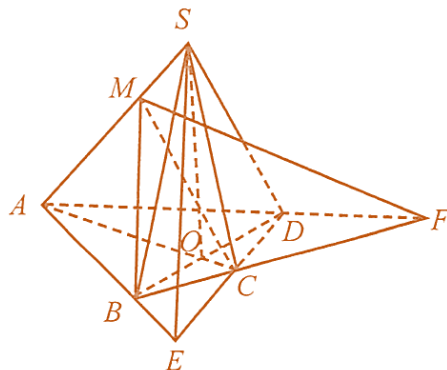
b) Giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với mặt phẳng (SAB) là đường thẳng ME . Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi F là giao điểm của NP và AD . Khi đó, giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với mặt phẳng (SAD) là đường thẳng MF .

Trong mặt phẳng (SAB) , gọi K là giao điểm của ME và SB ; trong mặt phẳng (SAD) , gọi L là giao điểm của MF và SD . Khi đó, giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với các mặt phẳng (SBC) , (SCD) lần lượt là các đường thẳng NK và PL .

Câu 31: Cho hình chóp $S \cdot ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song, điểm M thuộc cạnh SA . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

- (SAC) và (SBD) ;
- (SAC) và (MBD) ;
- (MBC) và (SAD) ;
- (SAB) và (SCD) .

Lời giải



Hình 7

- Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi O là giao điểm của AC và BD .

Ta có: $O \in AC$ và $AC \subset (SAC)$; $O \in BD$ và $BD \subset (SBD)$. Suy ra $O \in (SAC) \cap (SBD)$.

Ta lại có $S \in (SAC) \cap (SBD)$.

Vậy SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

- Ta có: $O \in AC$ và $AC \subset (SAC)$; $O \in BD$ và $BD \subset (MBD)$.

Suy ra $O \in (SAC) \cap (MBD)$. Tương tự, ta có $M \in (SAC) \cap (MBD)$.

Vậy OM là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (MBD) .

c) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi F là giao điểm của BC và AD .

Ta có: $F \in BC$ và $BC \subset (MBC)$; $F \in AD$ và $AD \subset (SAD)$.

Suy ra $F \in (MBC) \cap (SAD)$. Tương tự, ta có $M \in (MBC) \cap (SAD)$.

Vậy FM là giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) .

d) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi E là giao điểm của AB và CD .

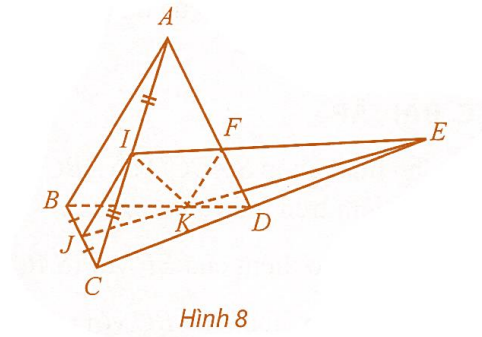
Ta có: $E \in AB$ và $AB \subset (SAB)$; $E \in CD$ và $CD \subset (SCD)$. Suy ra $E \in (SAB) \cap (SCD)$.

Mặt khác, $S \in (SAB) \cap (SCD)$. Vậy SE là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$ có I, J lần lượt là trung điểm của AC, BC . K là điểm thuộc BD sao cho $KD < KB$. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

a) (IJK) và (ACD) ; b) (IJK) và (ABD) .

Lời giải



Hình 8

a) Trong mặt phẳng (BCD) , gọi E là giao điểm của JK và CD .

Ta có: $E \in JK$ và $JK \subset (IJK)$; $E \in CD$ và $CD \subset (ACD)$. Suy ra $E \in (IJK) \cap (ACD)$. (1)

Mặt khác, $I \in AC$ và $AC \subset (ACD)$; $I \in (IJK)$. Suy ra $I \in (IJK) \cap (ACD)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra IE là giao tuyến của hai mặt phẳng (IJK) và (ACD) .

b) Từ câu a ta suy ra: $IE \subset (ACD)$. Gọi F là giao điểm của AD và IE .

Ta có: $F \in IE$ và $IE \subset (IJK)$; $F \in AD$ và $AD \subset (ABD)$. Suy ra $F \in (IJK) \cap (ABD)$. (3)

Mặt khác, ta có: $K \in BD$ và $BD \subset (ABD)$; $K \in (IJK)$. Suy ra $K \in (IJK) \cap (ABD)$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra KF là giao tuyến của hai mặt phẳng (IJK) và (ABD) .