

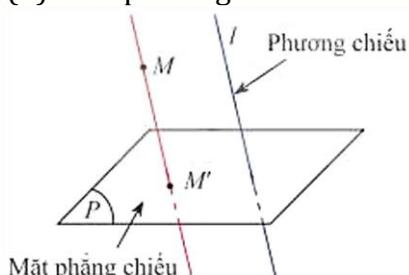
MỤC LỤC

▶ BÀI 5. PHÉP CHIẾU SONG SONG.....	2
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức.....	2
Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản.....	3
♦ Dạng ①: Xác định ảnh của một hình qua phép chiếu song song cho trước.....	3
♦ Dạng ②: Vẽ hình biểu diễn của một hình trong không gian.....	5
Ⓒ. Dạng toán rèn luyện.....	7
♦ Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	7
♦ Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	12
♦ Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	17

A. Tóm tắt kiến thức

1. Khái niệm phép chiếu song song

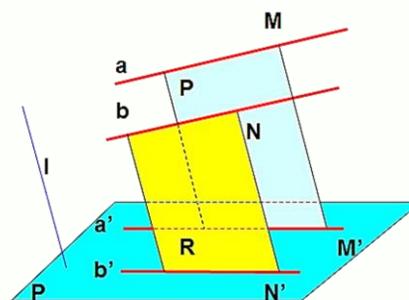
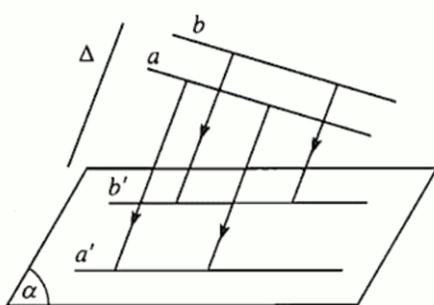
- Trong không gian, cho mặt phẳng (P) và đường thẳng l cắt (P) . Với mỗi điểm M trong không gian, vẽ một đường thẳng đi qua M và song song hoặc trùng với l . Đường thẳng này cắt (P) tại M' .
- Phép cho tương ứng mỗi điểm M trong không gian với điểm M' trong (P) được gọi là phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương l .



- Mặt phẳng (P) được gọi là mặt phẳng chiếu và đường thẳng l được gọi là phương chiếu của phép chiếu song song nói trên.
- Phép chiếu song song theo phương l còn được gọi tắt là phép chiếu theo phương l .
- Điểm M' gọi là ảnh của điểm M qua phép chiếu theo phương l .
- Cho hình \mathcal{H} trong không gian. Ta gọi tập hợp \mathcal{P}' các ảnh M' của tất cả những điểm M thuộc \mathcal{H} qua phép chiếu song song theo phương l là hình chiếu song song của \mathcal{H} lên mặt phẳng (P) .

2. Tính chất của phép chiếu song song

- Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
- Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
- Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
- Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.



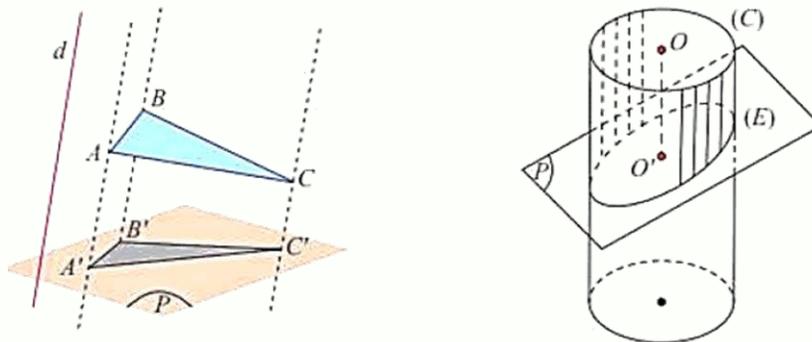
3. Hình biểu diễn của một số hình không gian trên mặt phẳng

- ✓ Hình biểu diễn của một hình \mathcal{H} trong không gian là hình chiếu song song của \mathcal{H} trên một mặt phẳng theo một phương chiếu nào đó hoặc hình đồng dạng với hình chiếu đó.

✍ **Chú ý:**

Dựa theo tính chất của phép chiếu song song, ta phải tuân theo một số quy tắc khi vẽ hình biểu diễn, chẳng hạn như:

- Nếu trên hình \mathcal{P} có hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song (hoặc trùng nhau) thì chúng được biểu diễn bằng hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song (hoặc trùng nhau) và tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng này phải bằng tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng tương ứng trên hình \mathcal{H} .
 - Nếu hình phẳng nằm trong mặt phẳng không song song với phương chiếu thì
- ✓ Hình biểu diễn của một đường tròn thường là một elip.
 - ✓ Hình biểu diễn của một tam giác (vuông, cân, đều) là một tam giác.
 - ✓ Hình biểu diễn của hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi, hình bình hành là hình bình hành.



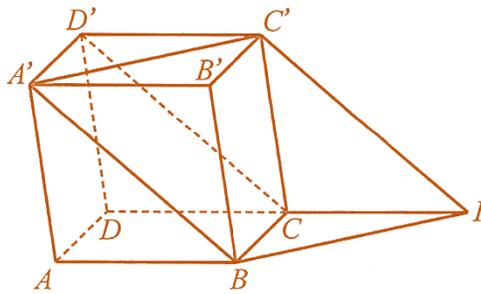
B. Phân dạng toán cơ bản

♦ **Dạng 1:** Xác định ảnh của một hình qua phép chiếu song song cho trước

☞ **Các ví dụ minh họa**

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Xác định ảnh của tam giác $A'C'D'$ qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương $A'B$..

Lời giải



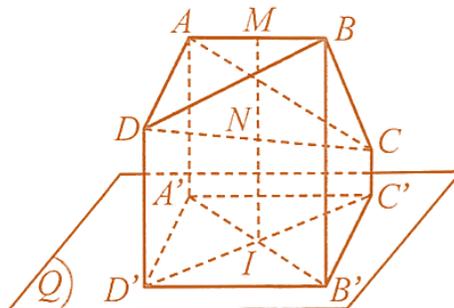
Hình 41

Gọi f là phép chiếu song song lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương $A'B$. Khi đó, f biến điểm A' thành điểm B , biến điểm D' thành điểm C và biến điểm C' thành điểm I với I là điểm sao cho C là trung điểm của DI .

Vì vậy, ảnh của tam giác $A'C'D'$ qua phép chiếu song song f là tam giác BIC .

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD . Xác định ảnh của tứ diện $ABCD$ qua phép chiếu song song có phương chiếu là đường thẳng MN , mặt phẳng chiếu là mặt phẳng (Q) bất kì cắt đường thẳng MN .

Lời giải



Hình 68

Gọi f là phép chiếu song song có phương chiếu là đường thẳng MN , mặt phẳng chiếu là mặt phẳng (Q) bất kì cắt đường thẳng MN .

Gọi A', B', C', D' là ảnh của A, B, C, D ; I là ảnh của M, N qua phép chiếu f .

Vì M là trung điểm của AB nên I là trung điểm của $A'B'$; N là trung điểm của CD nên I là trung điểm của $C'D'$. Do đó tứ giác $A'C'B'D'$ là hình bình hành.

Vậy ảnh của tứ diện $ABCD$ qua phép chiếu song song f là hình bình hành $A'C'B'D'$ cùng với hai đường chéo $A'B', C'D'$ của nó.

♦Dạng 2: Vẽ hình biểu diễn của một hình trong không gian

☞ Các ví dụ minh họa

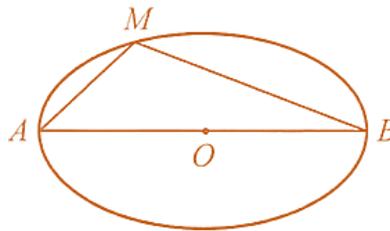
Câu 1: Vẽ hình biểu diễn của:

- Một tam giác vuông nội tiếp trong một đường tròn;
- Một lục giác đều.

Lời giải

a) Với tam giác vuông nội tiếp trong đường tròn ta nhận thấy: tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn (cạnh đi qua tâm O của đường tròn) và đỉnh đối diện với cạnh đó thuộc đường tròn. Từ đó suy ra cách vẽ hình biểu diễn của một tam giác vuông nội tiếp trong đường tròn như sau:

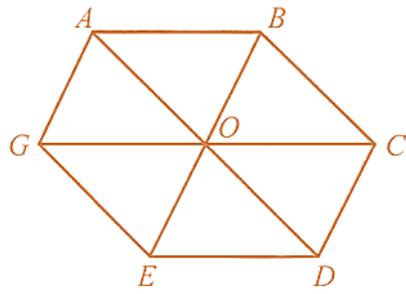
Vẽ hình elip biểu diễn cho đường tròn. Sau đó vẽ đoạn thẳng AB đi qua tâm O của elip với A, B nằm trên đường elip. Lấy điểm M trên đường elip khác A và B rồi nối M với A, M với B . Như vậy, ta được hình biểu diễn của tam giác vuông AMB nội tiếp trong đường tròn tâm O



Hình 42

b) Với lục giác đều $ABCDEF$ ta nhận thấy: tứ giác $OABC$ là hình thoi và các đường chéo AD, BE, CG cắt nhau tại trung điểm O của mỗi đường. Từ đó suy ra cách vẽ hình biểu diễn của lục giác đều $ABCDEF$ như sau:

Vẽ hình bình hành $OABC$. Sau đó vẽ các điểm D, E, G sao cho O là trung điểm của AD, BE, CG rồi nối A với G, G với E, E với D, D với C . Như vậy, ta được hình biểu diễn của lục giác đều $ABCDEF$ (Hình 43).

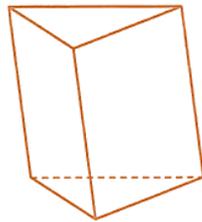


Hình 43

Câu 2: Vẽ hình biểu diễn của hình lăng trụ có đáy là tam giác đều.

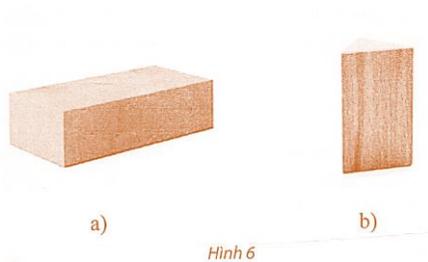
Lời giải

Vì tam giác bất kì có thể xem là hình biểu diễn của tam giác đều, do đó, hình biểu diễn của hình lăng trụ có đáy là tam giác đều có thể biểu diễn như Hình 67.



Hình 67

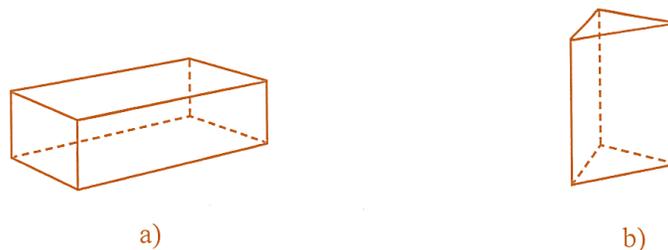
Câu 3: Vẽ hình biểu diễn của các vật sau.



Hình 6

Lời giải

Hình 7a là hình biểu diễn của Hình 6a; Hình 7b là hình biểu diễn của Hình 6b.



Hình 7

©. Dạng toán rèn luyện

♦ Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

- A. Chéo nhau. B. đồng qui. C. Song song. D. thẳng hàng.

Lời giải

Chọn A

Qua phép chiếu song song, tính chất chéo nhau không được bảo toàn.

Câu 2: Phép chiếu song song theo phương l không song song với a hoặc b , mặt phẳng chiếu là (P) , hai đường thẳng a và b biến thành a' và b' . Quan hệ nào giữa a và b không được bảo toàn đối với phép chiếu song song?

- A. Cắt nhau B. Chéo nhau C. Song song D. Trùng nhau

Lời giải

Chọn B

Phép chiếu song song lên mặt phẳng không bảo toàn mối quan hệ giữa hai đường thẳng chéo nhau trong không gian.

Câu 3: Xét phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương l . Trong các sau mệnh đề nào đúng?

- A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau có thể song song với nhau
B. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau
C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau thì song song với nhau
D. Các mệnh đề trên đều sai

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau; cũng có thể cắt nhau. Do đó mệnh đề đúng là Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.

Câu 4: Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau không thể có vị trí nào trong các vị trí tương đối sau?

- A. Cắt nhau. B. Song song. C. Trùng nhau. D. Chéo nhau.

Lời giải

Chọn D

Do hình chiếu của hai đường thẳng ban đầu nằm trên cùng một mặt phẳng nên chúng không thể chéo nhau.

Câu 5: Cho tam giác ABC ở trong $mp(\alpha)$ và phương l . Biết hình chiếu của tam giác ABC lên $mp(P)$ là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $(\alpha) // (P)$ B. $(\alpha) \equiv (P)$

C. $(\alpha) // l$ hoặc $(\alpha) \supset l$

D. A; B; C đều sai.

Lời giải

Chọn C

Khi phương chiếu l thỏa mãn $(\alpha) // l$ hoặc $(\alpha) \supset l$ thì các đoạn thẳng AB, BC, CA có hình chiếu lên (P) nằm trên giao tuyến của (α) và (P) .

Câu 6: Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

A. Hình thang

B. Hình bình hành

C. Hình chữ nhật

D. Hình thoi

Lời giải

Chọn A

Do phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau, nên không thể có đáp án A

Câu 7: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đường tròn.

B. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đoạn thẳng.

C. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đường elip.

D. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành một điểm.

Lời giải

Chọn D

Phương chiếu vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn biến đường tròn thành đường tròn.

Phương chiếu nằm trong mặt phẳng chứa đường tròn biến đường tròn thành đoạn thẳng.

Phương chiếu cắt (không vuông góc) với mặt phẳng chứa đường tròn biến đường tròn thành đường elip.

Câu 8: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

A. Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

B. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

C. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.

D. Trong không gian hình biểu diễn của một góc thì phải là một góc bằng nó.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề đúng là “Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.”

Câu 9: Hãy chọn câu trả lời **đúng**. Trong không gian

A. Hình biểu diễn của một đoạn thẳng là một đoạn thẳng hoặc một điểm.

B. Hình biểu diễn của một hình tròn là một hình tròn.

C. Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật hoặc một đoạn thẳng.

D. Hình biểu diễn của một góc là một góc bằng nó.

Lời giải

Chọn B

Câu 10: Trong không gian, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau
- B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng trùng nhau.
- C. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau hoặc trùng nhau.
- D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng song song nhau.

Lời giải

Chọn C

Hai đường thẳng cắt nhau xác định cho ta một mặt phẳng.

Nếu phép chiếu song song với phương chiếu không song song với mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau thì cho ta hai đường thẳng cắt nhau.

Nếu phép chiếu song song với phương chiếu song song với mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau thì cho ta một đường thẳng hay cho ta hai đường thẳng trùng nhau.

Câu 11: Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

- A. Hình bình hành.
- B. Hình chữ nhật.
- C. Hình thoi.
- D. Hình thang.

Lời giải

Chọn D

Hình chữ nhật có hai cặp cạnh đối song song nên hình chiếu của nó không thể là hình thang.

Câu 12: Phép chiếu song song theo phương không song song với hoặc, mặt phẳng chiếu là, hai đường thẳng và biến thành và. Quan hệ nào giữa và không được bảo toàn đối với phép chiếu song song?

- A. Cắt nhau.
- B. Chéo nhau.
- C. Song song.
- D. Trùng nhau

Lời giải

Chọn B

Phép chiếu song song lên mặt phẳng không bảo toàn mối quan hệ giữa hai đường thẳng chéo nhau trong không gian.

Câu 13: Cho tam giác ABC ở trong $mp(\alpha)$ và phương l . Biết hình chiếu (theo phương l) của tam giác ABC lên $mp(P)$ là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây đúng ?

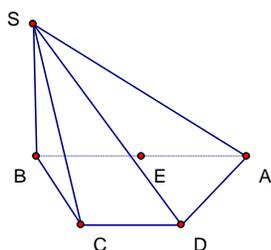
- A. $(\alpha) // (P)$.
- B. $(\alpha) \equiv (P)$.
- C. $(\alpha) // l$ hoặc $(\alpha) \supset l$.
- D. A; B; C đều sai.

Lời giải

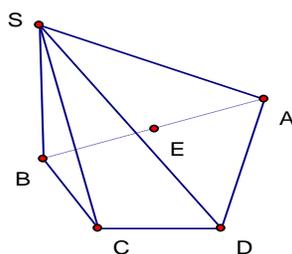
Chọn C

Khi phương chiếu l thỏa mãn $(\alpha) // l$ hoặc $(\alpha) \supset l$ thì các đoạn thẳng AB, BC, CA có hình chiếu lên (P) nằm trên giao tuyến của (α) và (P) .

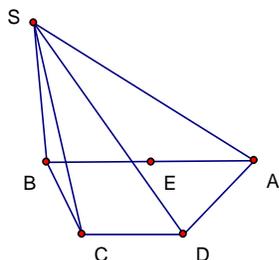
Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB gấp đôi đáy nhỏ CD , E là trung điểm của đoạn AB . Hình vẽ nào sau đây đúng quy tắc?



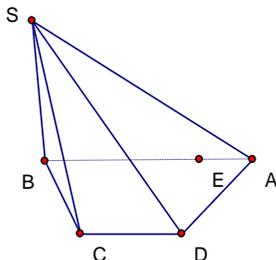
A.



B.



C.



D.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa của phép chiếu song song:

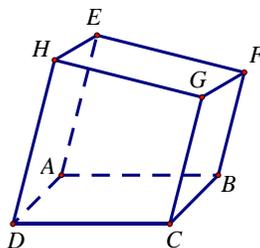
Hình biểu diễn của hình thang là hình thang và bảo toàn tỉ số độ dài của hai cạnh.

Câu 15: Cho hình thoi $ABCD$. Qua các đỉnh A, B, C, D dựng các nửa đường thẳng song song với nhau và nằm về một phía đối với mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) không song song với $(ABCD)$ cắt bốn đường thẳng nói trên tại E, F, G, H . Hỏi tứ giác $EFGH$ là hình gì?

- A. Hình thang cân.
- B. Hình bình hành.
- C. Hình thang vuông.
- D. Hình thoi.

Lời giải

Chọn B



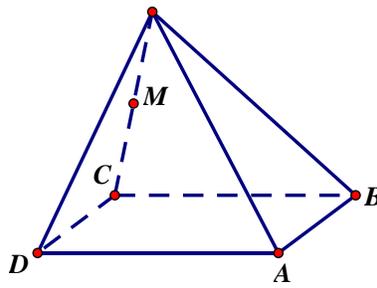
$$\text{Ta có } \begin{cases} BC // AD \\ AD \subset (ADHE) \Rightarrow BC // (ADHE) \quad (1). \\ BC \not\subset (ADHE) \end{cases}$$

Tương tự ta có $GC // (ADHE)$ (2). Mà $BC \cap GC = C$ (3).

Từ (1), (2), (3) ta có $(BCGF) // (ADHE)$ (5). Mặt khác $(BCGF) \cap (EFGH) = GF$ (6) và $(ADHE) \cap (EFGH) = HE$ (7). Từ (5), (6), (7) ta có $HE // GF$.

Chứng minh tương tự ta có $HG // EF$. Vậy tứ giác $EFGH$ là hình bình hành.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, gọi M là trung điểm của SC (như hình vẽ).

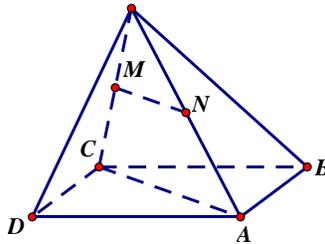


Hình chiếu song song của điểm M theo phương AC lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

- A.** Trung điểm của SB .
- B.** Trung điểm của SD .
- C.** Điểm D .
- D.** Trung điểm của SA .

Lời giải

Chọn D



Gọi N là trung điểm SA .

Khi đó $MN \parallel AC$ nên hình chiếu song song của điểm M lên mặt phẳng (SAD) là trung điểm SA .

Câu 17: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn $AC', B'D'$ sao cho MN song song với BA' và tính tỉ số $\frac{MA}{MC'}$.

- A.** 2.
- B.** 3.
- C.** 4.
- D.** 1.

Lời giải

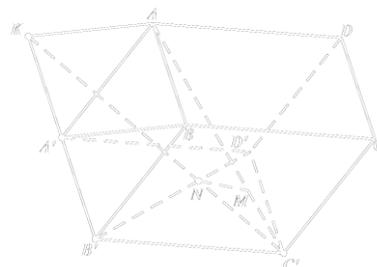
Xét phép chiếu song song lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương chiếu BA' . Ta có N là ảnh của M hay M chính là giao điểm của $B'D'$ và ảnh AC' qua phép chiếu này.

Do đó ta xác định M, N như sau:

Trên $A'B'$ kéo dài lấy điểm K sao cho $A'K = B'A'$ thì $ABA'K$ là hình bình hành nên $AK \parallel BA'$ suy ra K là ảnh của A trên AC' qua phép chiếu song song.

Gọi $N = B'D' \cap KC'$. Đường thẳng qua N và song song với AK cắt AC' tại M . Ta có M, N là các điểm cần xác định.

Theo định lí Thales, ta có $\frac{MA}{MC'} = \frac{NK}{NC'} = \frac{KB'}{C'D'} = 2$.



♦Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Hình biểu diễn của một hình bình hành là một hình bình hành hoặc là một đoạn thẳng.		
b)	Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật hoặc là một đoạn thẳng.		
c)	Hình biểu diễn của một hình vuông là một hình vuông hoặc là một đoạn thẳng.		
d)	Hình biểu diễn của một hình thoi là một hình thoi hoặc là một đoạn thẳng.		

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$AA' // CC'$		
b)	A' hình chiếu của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ qua phép chiếu song song theo phương CC' .		
c)	Gọi M là một điểm trên đoạn thẳng AB . Hình chiếu của M trên mặt phẳng $(A'B'C')$ qua phép chiếu song song theo phương BB' là điểm $M' \in A'B'$		
d)	Gọi O là tâm của hình bình hành $BCC'B'$. Ảnh của O qua phép chiếu song song theo phương AA' trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của $B'C'$.		

Câu 3. Cho các đoạn thẳng và đường thẳng không song song hoặc không trùng với phương chiếu.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Phép chiếu song song bảo toàn thứ tự ba điểm thẳng hàng.		
b)	Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng.		
c)	Hình chiếu của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.		
d)	Hình chiếu song song của một đường thẳng là một đường thẳng.		

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, trên cạnh SA lấy điểm M sao cho $MA = 2MS$. Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Một phép chiếu song song theo phương MO lên mặt phẳng $(ABCD)$ biến điểm S thành điểm N .

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
---------	--	------	-----

a)	N là hình chiếu song song của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương OM .		
b)	$\frac{AO}{AN} = \frac{1}{3}$		
c)	$\frac{AN}{AC} = 4$		
d)	$\frac{CN}{CA} = \frac{1}{4}$		

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$; I và I' lần lượt là trung điểm của đoạn AB và $A'B'$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$AI' // IB'$		
b)	Hình chiếu song song của I trên mặt phẳng $(A'B'C')$ phương AI là điểm C' .		
c)	Trong mặt phẳng $(A'B'C')$, vẽ hình bình hành $A'C'MI'$. Suy ra $ACMI'$ là hình bình hành.		
d)	M là hình chiếu song song của C theo phương AI' trên mặt phẳng $(A'B'C')$.		

LỜI GIẢI

Câu 1. Xét tính đúng sai trong các khẳng định sau. Nếu khẳng định đó sai thì hãy phát biểu lại cho đúng.

- Hình biểu diễn của một hình bình hành là một hình bình hành hoặc là một đoạn thẳng.
- Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật hoặc là một đoạn thẳng.
- Hình biểu diễn của một hình vuông là một hình vuông hoặc là một đoạn thẳng.
- Hình biểu diễn của một hình thoi là một hình thoi hoặc là một đoạn thẳng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Khẳng định A đúng.

Khẳng định B sai. Điều chỉnh lại cho đúng: "Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình bình hành hoặc là một đoạn thẳng".

Khẳng định C sai. Điều chỉnh lại cho đúng: "Hình biểu diễn của một hình vuông là một hình bình hành hoặc là một đoạn thẳng".

Khẳng định D sai. Điều chỉnh lại cho đúng: "Hình biểu diễn của một hình thoi là một hình bình hành hoặc là một đoạn thẳng".

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$.

a) $AA' // CC'$

b) A' hình chiếu của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ qua phép chiếu song song theo phương CC' .

c) Gọi M là một điểm trên đoạn thẳng AB . Hình chiếu của M trên mặt phẳng $(A'B'C')$ qua phép chiếu song song theo phương BB' là điểm $M' \in A'B'$

d) Gọi O là tâm của hình bình hành $BCC'B'$. Ảnh của O qua phép chiếu song song theo phương AA' trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của $B'C'$.

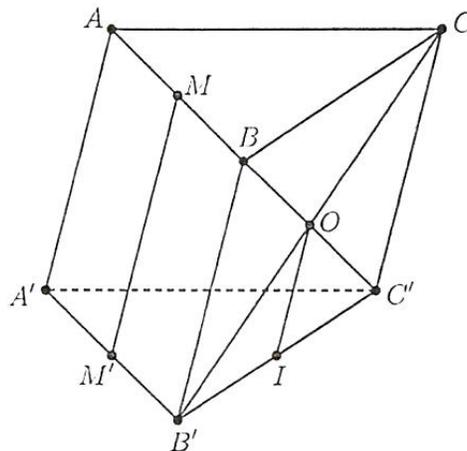
Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) b) Vì $AA' // CC'$ và A' thuộc $(A'B'C')$ nên A' là hình chiếu song song của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương CC' .

c) Trong mặt phẳng $(ABB'A')$, kẻ đường thẳng $MM' // BB'$ với $M' \in A'B'$. Khi đó M' là hình chiếu song song của M trên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương BB' .

d) Gọi I là trung điểm của $B'C'$. Vì OI là đường trung bình của tam giác $BB'C'$ nên $OI // BB' \Rightarrow OI // AA'$ mà $I \in (A'B'C')$ nên I là ảnh của O trên mặt phẳng $(A'B'C')$ qua phép chiếu song song phương AA' .



Câu 3. Cho các đoạn thẳng và đường thẳng không song song hoặc không trùng với phương chiếu. Cho biết tính đúng sai của các mệnh đề sau, nếu mệnh đề sai thì phát biểu lại cho đúng.

a) Phép chiếu song song bảo toàn thứ tự ba điểm thẳng hàng.

b) Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng.

c) Hình chiếu của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

d) Hình chiếu song song của một đường thẳng là một đường thẳng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Phát biểu A đúng (xem tính chất phép chiếu song song).

Phát biểu B sai (xem tính chất phép chiếu song song). Điều chỉnh lại cho đúng là: "Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng hoặc nằm trên hai đường thẳng song song".

Phát biểu C đúng (xem tính chất phép chiếu song song).

Phát biểu D đúng (xem tính chất phép chiếu song song).

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, trên cạnh SA lấy điểm M sao cho $MA = 2MS$. Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Một phép chiếu song song theo phương MO lên mặt phẳng $(ABCD)$ biến điểm S thành điểm N .

a) N là hình chiếu song song của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương OM .

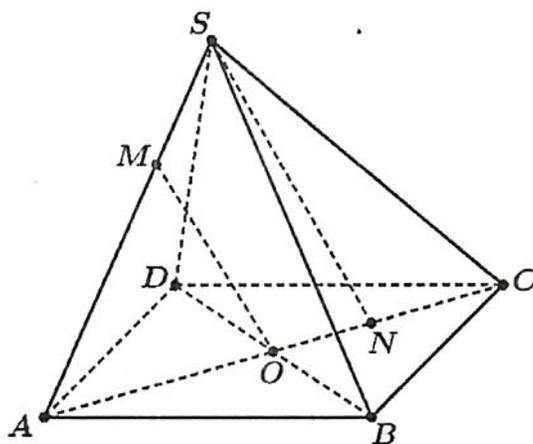
b) $\frac{AO}{AN} = \frac{1}{3}$

c) $\frac{AN}{AC} = 4$

d) $\frac{CN}{CA} = \frac{1}{4}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



a) Trong mặt phẳng (SAC) kẻ SN song song OM với N thuộc AC . Khi đó N thuộc mặt phẳng $(ABCD)$ nên N là hình chiếu song song của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương OM .

b) c) d) Tam giác SAN có $OM // SN \Rightarrow \frac{AM}{AS} = \frac{AO}{AN} = \frac{2}{3}$ (định lí Thalès).

$$\text{Suy ra } \frac{\frac{1}{2}AC}{AN} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AC}{AN} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Vì vậy } \frac{CN}{CA} = \frac{1}{4}.$$

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$; I và I' lần lượt là trung điểm của đoạn AB và $A'B'$.

a) $AI' // IB'$

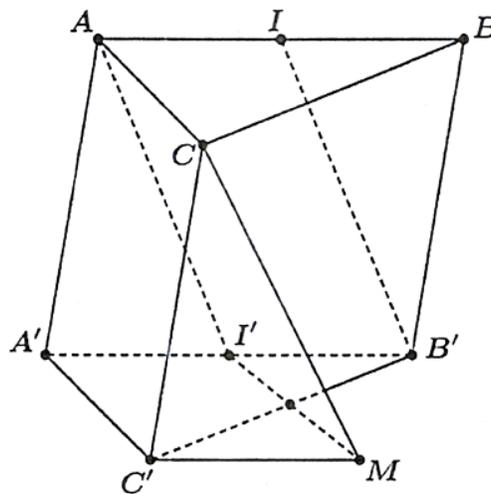
b) Hình chiếu song song của I trên mặt phẳng $(A'B'C')$ phương $A'I$ là điểm C' .

c) Trong mặt phẳng $(A'B'C')$, vẽ hình bình hành $A'C'MI'$. Suy ra $ACMI'$ là hình bình hành.

d) M là hình chiếu song song của C theo phương AI' trên mặt phẳng $(A'B'C')$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



$$\text{Ta có } \begin{cases} AI // B'I' \\ AI = B'I' = \frac{AB}{2} \end{cases} \Rightarrow AIB'I' \text{ là hình bình hành, do đó } AI' // IB'.$$

Vậy hình chiếu song song của I trên mặt phẳng $(A'B'C')$ phương $A'I$ là điểm B' . Trong mặt phẳng $(A'B'C')$, vẽ hình bình hành $A'C'MI'$.

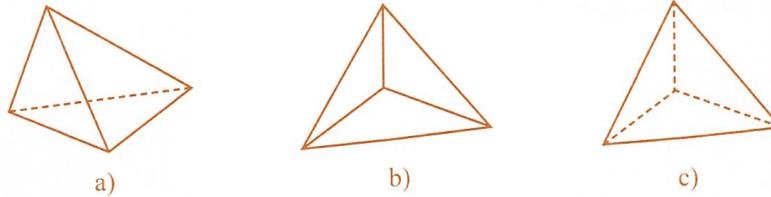
$$\text{Vì } \begin{cases} MI' // A'C', MI' = A'C' \\ A'C' // AC, A'C' = AC \end{cases} \Rightarrow MI' // AC, MI' = AC.$$

Suy ra $ACMI'$ là hình bình hành.

Vì vậy $AI' // CM$, mà $M \in (A'B'C')$ nên M chính là hình chiếu song song của C theo phương AI' trên mặt phẳng $(A'B'C')$.

♦ **Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

Câu 1: Trong Hình 5, hãy cho biết hình nào là hình biểu diễn của tứ diện?

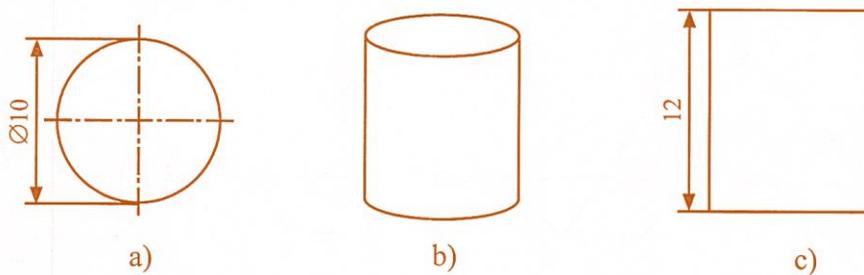


Hình 5

Lời giải

Cả ba hình trên đều là hình biểu diễn của tứ diện với các phương chiếu và mặt phẳng chiếu khác nhau.

Câu 2: Trong Hình 8, hãy cho biết hình nào là hình biểu diễn của hình trụ?

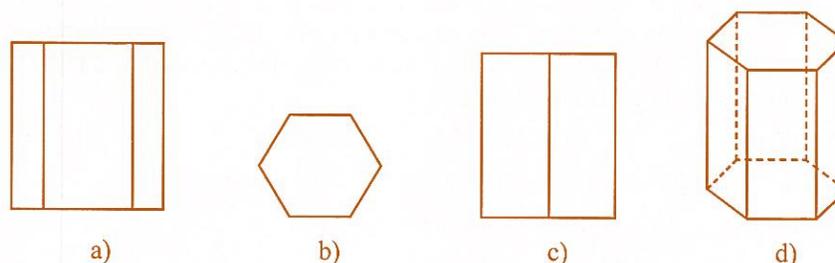


Hình 8

Lời giải

Cả ba hình đã cho đều là hình biểu diễn của hình trụ với các phương chiếu và mặt phẳng chiếu khác nhau.

Câu 3: Trong các hình sau, hình nào là hình biểu diễn của hình lăng trụ đứng có đáy là lục giác đều?

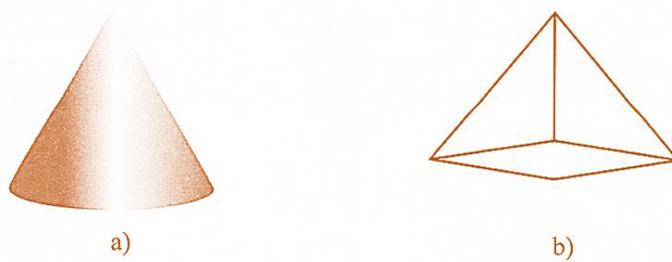


Hình 9

Lời giải

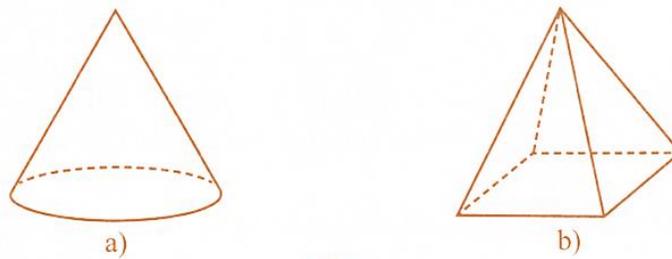
Cả bốn hình đã cho đều là hình biểu diễn của hình lăng trụ đứng có đáy là lục giác đều với các phương chiếu và mặt phẳng chiếu khác nhau.

Câu 4: Vẽ hình biểu diễn của các vật sau.



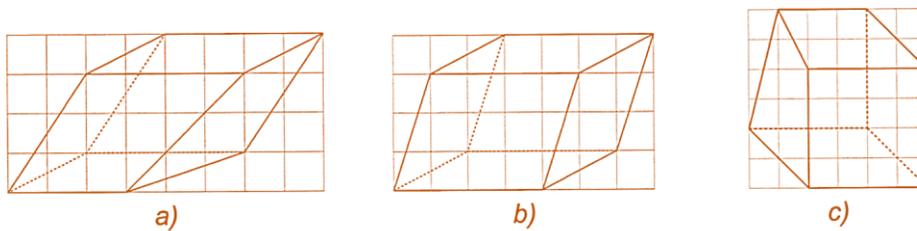
Hình 10

Lời giải



Hình 3

Câu 5: Trong các hình sau, hình nào là hình biểu diễn của một hình hộp? Giải thích vì sao.



Hình 4.30

Lời giải

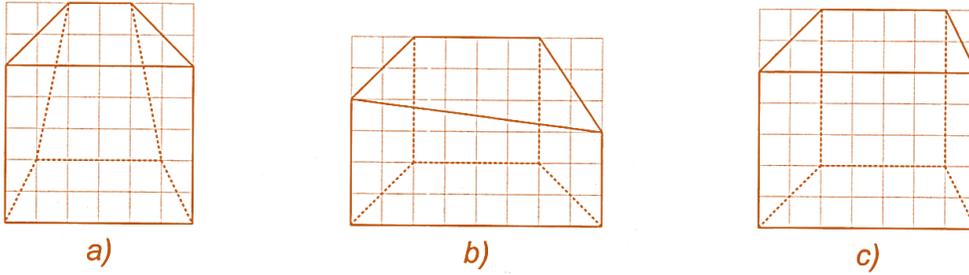
Vì các mặt của hình hộp đều là hình bình hành nên các hình biểu diễn của chúng cũng là hình bình hành. Suy ra chỉ có Hình 4.30b là hình biểu diễn của một hình hộp.

Câu 6: Vẽ hình biểu diễn của hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông.

Lời giải

Học sinh tự thực hiện. Đáy của hình chóp cần có hình biểu diễn là hình bình hành.

Câu 7: Trong các hình sau, hình nào là hình biểu diễn của hình lăng trụ tứ giác có hai đáy là hình thang?



Hình 4.31

Lời giải

Hình 4.31C.

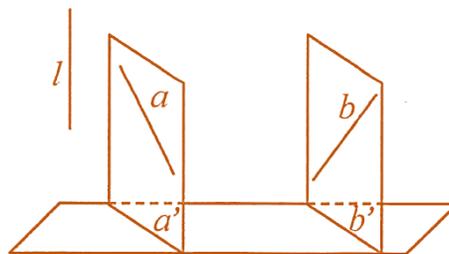
Câu 8: Hình biểu diễn của hai đường thẳng cắt nhau có thể là hai đường thẳng song song được không? Vì sao?

Lời giải

Giả sử hai đường thẳng a, b cắt nhau tại O và hình chiếu song song của a, b, O lần lượt là a', b', O' . Như vậy, O' thuộc a', O' thuộc b' . Do đó a', b' không thể song song vì có ít nhất một điểm chung O' .

Câu 9: Hình biểu diễn của hai đường thẳng chéo nhau có thể là hai đường thẳng song song được không? Vì sao?

Lời giải

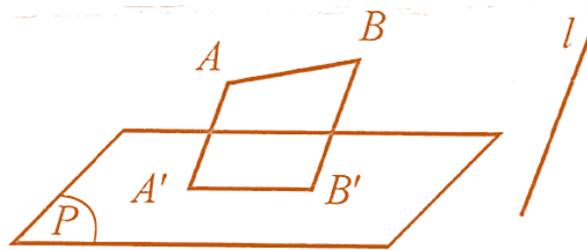


Hình 66

Giả sử a và b là hai đường thẳng chéo nhau có hình chiếu song song lần lượt là a' và b' lên một mặt phẳng. Nếu mặt phẳng (a, a') và mặt phẳng (b, b') song song với nhau thì $a' // b'$. Vậy hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.

Câu 10: Cho mặt phẳng (P) , đoạn thẳng AB và đường thẳng l cắt mặt phẳng (P) . Cho biết AB không song song với l . Nêu cách xác định hình chiếu song song của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (P) theo phương l .

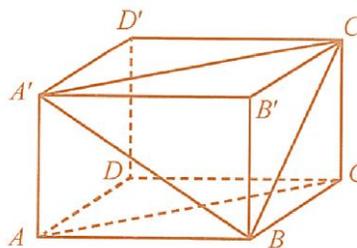
Lời giải



Hình 3

Vẽ hai đường thẳng lần lượt qua A, B và song song với l , cắt (P) tại A' và B' . Ta có đoạn thẳng $A'B'$ là hình chiếu song song của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (P) theo phương l .

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định ảnh của tam giác $A'C'B$ qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương DD'



Hình 4

Lời giải

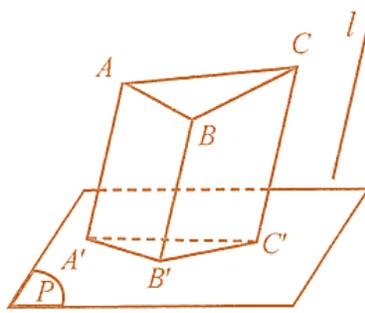
Ta có $AA' // CC' // DD'$ nên tam giác ACB là ảnh của tam giác $A'C'B$ qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương DD' .

Câu 12: Cho mặt phẳng (P) , tam giác ABC và đường thẳng l cắt mặt phẳng (P) sao cho các đường thẳng AB, BC, CA đều không song song hoặc trùng với đường thẳng l . Xác định hình chiếu song song của tam giác ABC trên mặt phẳng (P) theo phương l trong mỗi trường hợp sau:

- a) Mặt phẳng (ABC) không song song với l ;
- b) Mặt phẳng (ABC) song song hoặc chứa l .

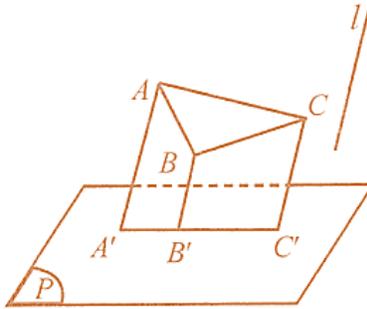
Lời giải

a) Hình chiếu song song của tam giác ABC trên mặt phẳng (P) theo phương l là tam giác $A'B'C'$



Hình 1

b) Hình chiếu song song của tam giác ABC trên mặt phẳng (P) theo phương l là đoạn thẳng $A'C'$ hoặc $A'B'$ hoặc $B'C'$.



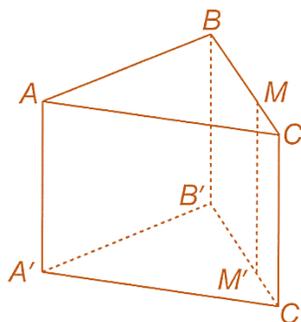
Hình 2

Câu 13: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$. Gọi M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MB = 2MC$.

a) Xác định hình chiếu M' của M qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương AA' .

b) Chứng minh rằng $M'B' = 2M'C'$.

Lời giải



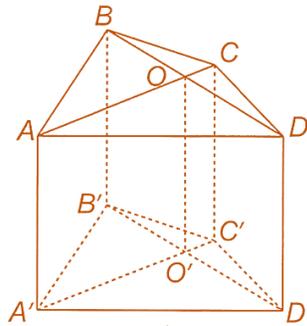
Hình 4.65

a) Trong mặt phẳng $(BCC'B')$ vẽ $MM' // BB'$ ($M' \in B'C'$) thì M' là hình chiếu của M qua phép chiếu đã cho.

b) Vì $AA' // BB' // CC'$ nên B', C' lần lượt là hình chiếu của B, C lên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương chiếu AA' . Theo tính chất của phép chiếu song song suy ra $\frac{M'B'}{M'C'} = \frac{MB}{MC} = 2$.

Câu 14: Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Gọi O' là hình chiếu của O qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương AA' . Chứng minh rằng O' là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$.

Lời giải



Hình 4.66

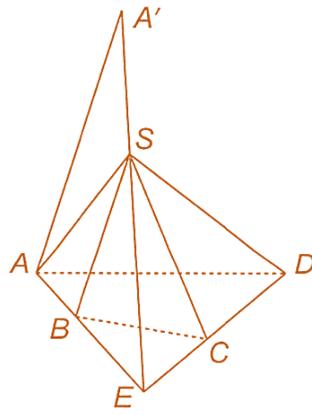
Qua phép chiếu lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương AA' , các điểm A, B, C, D, O lần lượt có hình chiếu là A', B', C', D', O' . Vì phép chiếu song song bảo toàn tính thẳng hàng của các điểm và O nằm giữa A và C nên O' nằm giữa A' và C' . Tương tự suy ra O' nằm giữa B' và D' . Vậy O' là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ không là hình thang.

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

b) Xác định hình chiếu của điểm A qua phép chiếu song song lên mặt phẳng (SCD) theo phương SB .

Lời giải



Hình 4.67

a) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi E là giao điểm của AB và CD . Khi đó SE là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

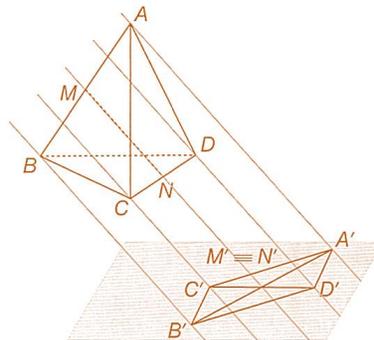
b) Trong mặt phẳng (SAB) , vẽ đường thẳng qua A và song song với SB cắt SE tại A' . Khi đó A' là hình chiếu của điểm A qua phép chiếu đã cho.

Câu 16: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD và (P) là mặt phẳng cố định không song song với MN . Gọi A', B', C', D', M', N' lần lượt là hình chiếu của A, B, C, D, M, N qua phép chiếu lên mặt phẳng (P) theo phương MN .

a) Chứng minh rằng hai điểm M' và N' trùng nhau.

b) Chứng minh rằng bốn điểm A', B', C', D' là bốn đỉnh của một hình bình hành.

Lời giải



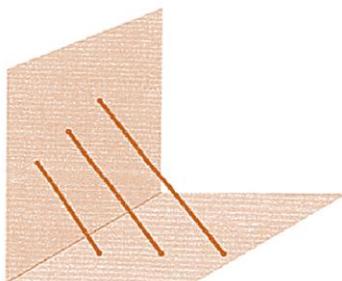
Hình 4.68

a) Vì đường thẳng MN là phương chiếu nên hình chiếu M' của M trùng với hình chiếu N' của N .

b) Vì M là trung điểm của AB nên theo tính chất của phép chiếu song song suy ra M' là trung điểm của $A'B'$. Tương tự có N' là trung điểm của $C'D'$. Vì M' trùng N' nên tứ giác tạo bởi

bốn điểm A', B', C', D' có các đường chéo đi qua trung điểm của mỗi đường, suy ra tứ giác đó là hình bình hành.

Câu 17: Ba chiếc gậy thẳng được đặt dựa vào tường và đôi một song song với nhau (H.4.32). Giải thích vì sao nếu ba đầu gậy trên tường thẳng hàng thì ba đầu gậy trên mặt sàn cũng thẳng hàng.



Hình 4.32

Lời giải

Gọi d là đường thẳng song song với ba chiếc gậy và (P) là mặt sàn. Khi đó ba đầu gậy trên sàn chính là hình chiếu của ba đầu gậy trên tường qua phép chiếu lên mặt phẳng (P) theo phương d . Vì phép chiếu song song bảo toàn tính thẳng hàng của các điểm nên nếu ba đầu gậy trên tường thẳng hàng thì ba đầu gậy trên sàn cũng thẳng hàng.