

MỤC LỤC

>>§1- PHÉP TÍNH LŨY THỪA	2
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức	2
Ⓑ. Trắc nghiệm Đ/S	3
Ⓒ. Trả lời ngắn	14
Ⓓ. Câu hỏi trắc nghiệm.....	23

»§1- PHÉP TÍNH LŨY THỪA

A. Tóm tắt kiến thức

Lý thuyết

1. Lũy thừa với số mũ nguyên

Lũy thừa với số mũ nguyên có các tính chất tương tự như lũy thừa với số mũ nguyên dương.

Với $a \neq 0, b \neq 0$ và m, n là các số nguyên, ta có:

$$\begin{aligned} a^m \cdot a^n &= a^{m+n}; & \frac{a^m}{a^n} &= a^{m-n}; \\ (a^m)^n &= a^{mn}; & (ab)^m &= a^m b^m; \\ \left(\frac{a}{b}\right)^m &= \frac{a^m}{b^m}. \end{aligned}$$

Chú ý:

- ✓ 1) 0^0 và 0^{-n} không có nghĩa.
- ✓ 2) Nếu $a > 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m > n$.
- ✓ 3) Nếu $0 < a < 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m < n$.

2. Căn bậc n

Định nghĩa: Cho số thực a và số nguyên dương $n \geq 2$. Số b được gọi là căn bậc n của số a nếu $b^n = a$.

Chú ý:

- ✓ Với n chẵn, ta xét ba trường hợp sau:
 - +) $a < 0$: Không tồn tại căn bậc n của a ;
 - +) $a = 0$: Có một căn bậc n của a là số 0;
 - +) $a > 0$: Có hai căn bậc n của a là hai số đối nhau, kí hiệu giá trị dương là $\sqrt[n]{a}$, còn giá trị âm là $-\sqrt[n]{a}$.
- ✓ Với n lẻ, $a \in \mathbb{R}$: Có duy nhất một căn bậc n của a , ký hiệu là $\sqrt[n]{a}$.

Chú ý: a) Nếu n chẵn thì căn thức $\sqrt[n]{b}$ có nghĩa chỉ khi $b \geq 0$.

b) Nếu n lẻ thì căn thức $\sqrt[n]{b}$ luôn có nghĩa với mọi số thực b .

Ta có các tính chất sau đây (với điều kiện các căn thức đều có nghĩa):



$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{khi } n \text{ lẻ} \\ |a| & \text{khi } n \text{ chẵn} \end{cases}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

3. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ

- Cho số thực $a > 0$ và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$, trong đó $m, n \in \mathbb{Z}, n > 0$. Lũy thừa của a với số mũ r , kí hiệu là a^r , được xác định bởi $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

4. Lũy thừa với số mũ thực

- Giới hạn của dãy số (a^{r_n}) gọi là lũy thừa của số thực dương a với số mũ α . Kí hiệu là: $a^\alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} a^{r_n}$ với $\alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} r_n$

5. Tính chất của phép tính lũy thừa



Cho a, b là những số thực dương; α, β là những số thực bất kì. Khi đó:

- $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$
- $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$
- $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}$
- $(ab)^\alpha = a^\alpha b^\alpha$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$

B. Trắc nghiệm Đ/S

Câu 1. Cho biểu thức $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = A$ và $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = B$, khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}}$		
b)	$9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = 3^k$ thì $k = 3$		
c)	$144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = 2^k$ thì $k = 3$		
d)	$A - B = 1$		

Câu 2. Cho biểu thức $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5}$, khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	---------	------	-----

a)	$\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} = 5^2$		
b)	$\left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = (0,2)^{-3}$		
c)	$\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = 5^m + 5^n$ với m, n là các số tự nhiên chẵn		
d)	$\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = K$ với K chia hết cho 4		

Câu 3. Cho biểu thức $81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}}$, khi đó

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$81^{-0,75} = (3^4)^{-\frac{3}{4}}$		
b)	$\left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} = (5^{-4})^{\frac{1}{4}}$		
c)	$81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}} = 3^m + 5 - 2^n$, với $m + n = 0$		
d)	$81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}} = -\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$) và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, khi đó $a - b = 52$		

Câu 4. Cho biểu thức $\sqrt{\sqrt{5}} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10}$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\sqrt[4]{\sqrt{5}} = 5^{\frac{1}{8}}$		
b)	$\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}} = 5^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 41$		
c)	$\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10} = 5^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 6$		
d)	$\sqrt{\sqrt{5}} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10} = 5^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 12$		

Câu 5. Cho biểu thức $\sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \frac{2}{5}$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	---------	------	-----

a)	$\sqrt[3]{\frac{2}{5}} - \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{3}} = 0$		
b)	$\sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}$, ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 24$		
c)	$\sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}$, ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 88$		
d)	$\sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}$, ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 151$		

Câu 6. Cho biểu thức $\sqrt[5]{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2}} = 2^{\frac{a}{b}}$ và $\sqrt[6]{3 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{3}} = 3^{\frac{m}{n}}$ trong đó ($\frac{a}{b}, \frac{m}{n}$ là các phân số tối giản), khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$a + b = 13$		
b)	$m - n = 3$		
c)	$\frac{a}{b} + \frac{m}{n} = \frac{11}{20}$		
d)	$\frac{a}{b} - \frac{m}{n} = \frac{1}{20}$		

Câu 7. Cho các biểu thức $A = (a^2)^{3+2\sqrt{2}} \cdot a^{1-\sqrt{2}} \cdot a^{-4-\sqrt{2}}$ với $a > 0$ và $B = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$ với $x > 0$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Với $a = 2$ thì $A < 57$		
b)	Với $x = 2$ thì $B > 2$		
c)	Khi $x = a$ thì $A \cdot B = a^{\frac{39+26\sqrt{2}}{24}}$		
d)	Khi $x = a$ thì $A : B = a^{\frac{72+48\sqrt{2}}{13}}$		

Câu 8. Cho biểu thức $A = \left(\frac{a^{\sqrt{5}}}{b^{\sqrt{5}-2}}\right)^{\sqrt{5}+2} \cdot \frac{a^{-2-\sqrt{5}}}{b^{-1}}$ với $a, b > 0$. Vậy:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Sau khi rút gọn, thì biểu thức A chỉ chứa biến b		
b)	Với $a = 2, b = 1 + 5\sqrt{2}$ thì $A = \frac{113}{3}$		
c)	Khi $A = a^m \cdot b^n$ thì $m + n = 3 + \sqrt{5}$		
d)	Khi $A = a^m \cdot b^n$ thì $m - n = 2 + \sqrt{5}$		

Câu 9. Cho biểu thức $B = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}} \right)}$ với $a > 0$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Sau khi rút gọn, thì biểu thức $B = k + a^m, (k, m > 0)$		
b)	Với $a = 4 + \sqrt{5}$ thì $B = 6 + 3\sqrt{5}$		
c)	Với $a = 3 + \sqrt{5}$ thì $B = 4 + \sqrt{5}$		
d)	Với $a = a + 1$ thì $B = 3 + 2a$		

Câu 10. Cho biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab}$ với $a, b > 0$. Vậy:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$P = a + 2b$		
b)	Với $a = \sqrt{5}, b = \sqrt{3}$ thì $P = \sqrt{5} + 2\sqrt{3}$		
c)	$P = k$ (k là hằng số)		
d)	Với $a = \sqrt{22}, b = 4$ thì $P = 0$		

Câu 11. Cho biểu thức $Q = (\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} + 1)(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)$ với $x \geq 0$. Vậy:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Khi $x = 2$ thì $Q = 7$		
b)	Phương trình $Q = 0 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{2}$		
c)	Phương trình $Q = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt		
d)	Khi $x = 3$ thì Q là một số nguyên tố		

Câu 12. Cho các biểu thức $A = \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2}}, B = \sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}}$. Vậy:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$A = 2^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 41$		
b)	$B = 2^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 31$		
c)	$A - B\sqrt{5} = \sqrt{5}$		
d)	$A.B = 2^{\frac{m}{n}}$ ($\frac{m}{n}$ là phân số tối giản), khi đó: $m + n = 29$		

Câu 13. Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt[4]{b}}; B = -\sqrt[4]{b}$; với $a > 0, b > 0, a \neq b$. Vậy:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Sau khi rút gọn, thì A chỉ chứa biến b		
b)	Biểu thức luôn $A > 0$		
c)	$A = B + \sqrt{a}$		
d)	$A - \sqrt{b} < B$		

Câu 14. Cho biểu thức $A = 3^{2x-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9^{x+1}$. Vậy:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Cho $3^x = 2$. Thì $A = 37$		
b)	Cho $3^x = 1$. Thì $A = 10$		
c)	Cho $3^x = 3$. Thì $A = 80$		
d)	Cho $3^x = 4$. Thì $A = 144$		

Câu 15. Cho biểu thức $A = (\sqrt{2}-1)^{2x} + (3+2\sqrt{2})^x$. Vậy:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Cho $(\sqrt{2}+1)^x = 3$. Thì $A = \frac{82}{9}$		
b)	Cho $(\sqrt{2}+1)^x = 1$. Thì $A = 2$		
c)	Cho $(\sqrt{2}+1)^x = 2$. Thì $A = \frac{17}{9}$		
d)	Cho $(\sqrt{2}+1)^x = 4$. Thì $A = \frac{257}{16}$		

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho biểu thức $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = A$ và $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = B$, khi đó:

a) $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}}$

b) $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = 3^k$ thì $k = 3$

c) $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = 2^k$ thì $k = 3$

d) $A - B = 1$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có: $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}} = (3^2 \cdot 3^3)^{\frac{2}{5}} = (3^5)^{\frac{2}{5}} = 3^2 = 9$.

Ta có: $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = \left(\frac{144}{9}\right)^{\frac{3}{4}} = 16^{\frac{3}{4}} = (2^4)^{\frac{3}{4}} = 2^3 = 8$.

Câu 2. Cho biểu thức $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5}$, khi đó:

a) $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} = 5^2$

b) $\left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = (0,2)^{-3}$

c) $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = 5^m + 5^n$ với m, n là các số tự nhiên chẵn

d) $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = K$ với K chia hết cho 4

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Ta có: $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = 5^2 + (0,2)^{-3} = 5^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 5^2 + 5^3 = 150$.

Câu 3. Cho biểu thức $81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}}$, khi đó

a) $81^{-0,75} = (3^4)^{-\frac{3}{4}}$

b) $\left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} = (5^{-4})^{\frac{1}{4}}$

c) $81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}} = 3^m + 5 - 2^n$, với $m+n=0$

d) $81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}} = -\frac{a}{b} (a, b \in \mathbb{N}^*)$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, khi đó $a-b=52$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

Ta có: $81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}} = (3^4)^{-\frac{3}{4}} + (5^{-4})^{-\frac{1}{4}} - (2^{-5})^{-\frac{3}{5}} = 3^{-3} + 5 - 2^3 = -\frac{80}{27}$.

Câu 4. Cho biểu thức $\sqrt{\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10}}$

a) $\sqrt[4]{\sqrt{5}} = 5^{\frac{1}{8}}$

b) $\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}} = 5^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a+b=41$

c) $\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10} = 5^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a+b=6$

d) $\sqrt{\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10}} = 5^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a+b=12$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Ta có: $\sqrt{\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10}} = \sqrt{5^{\frac{1}{2}} \left(5^{\frac{1}{8}} : 5^{\frac{1}{10}}\right)^{10}}$

$$= \sqrt{5^{\frac{1}{2}} \left(5^{\frac{1}{40}}\right)^{10}} = \sqrt{5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^4} = \sqrt{5^{\frac{9}{2}}} = 5^{\frac{3}{2}} = 5^{\frac{3}{2}}$$

Câu 5. Cho biểu thức $\sqrt[3]{\frac{2}{5} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \frac{2}{5}}$

a) $\sqrt[3]{\frac{2}{5}} - \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{3}} = 0$

b) $\sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}$, ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a+b=24$

c) $\sqrt[3]{\frac{2}{5} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}$, ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a+b=88$

d) $\sqrt[3]{\frac{2}{5} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \frac{2}{5}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}$, ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a+b=151$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \sqrt[3]{\frac{2}{5} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5} \cdot \sqrt[2]{\frac{2}{5}}}} \cdot \frac{2}{5} = \sqrt[3]{\frac{2}{5} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{3}}}} \cdot \frac{2}{5} = \sqrt[3]{\frac{2}{5} \cdot \sqrt[7]{\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{4}{3}}}} \cdot \frac{2}{5} \\ & = \sqrt[3]{\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{4}{21}}} \cdot \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{25}{63}} \cdot \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{88}{63}}. \end{aligned}$$

Câu 6. Cho biểu thức $\sqrt[5]{2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \sqrt{2}}} = 2^{\frac{a}{b}}$ và $\sqrt[6]{3 \cdot \sqrt[3]{3 \cdot \sqrt{3}}} = 3^{\frac{m}{n}}$ trong đó $\left(\frac{a}{b}, \frac{m}{n}\right)$ là các phân số tối giản), khi

đó:

- a) $a + b = 13$
- b) $m - n = 3$
- c) $\frac{a}{b} + \frac{m}{n} = \frac{11}{20}$
- d) $\frac{a}{b} - \frac{m}{n} = \frac{1}{20}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

$$\text{Ta có: } \sqrt[5]{2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \sqrt{2}}} = \sqrt[5]{2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt[5]{2 \cdot \sqrt[3]{2^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt[5]{2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[5]{2^{\frac{5}{2}}} = 2^{\frac{3}{10}}.$$

$$\text{Ta có: } \sqrt[6]{3 \cdot \sqrt[3]{3 \cdot \sqrt{3}}} = \sqrt[6]{3 \cdot \sqrt[3]{3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt[6]{3 \cdot \sqrt[3]{3^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt[6]{3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[6]{3^{\frac{7}{2}}} = 3^{\frac{1}{4}}.$$

Câu 7. Cho các biểu thức $A = (a^2)^{3+2\sqrt{2}} \cdot a^{1-\sqrt{2}} \cdot a^{-4-\sqrt{2}}$ với $a > 0$ và $B = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$ với $x > 0$. Khi đó:

- a) Với $a = 2$ thì $A < 57$
- b) Với $x = 2$ thì $B > 2$
- c) Khi $x = a$ thì $A \cdot B = a^{\frac{39+26\sqrt{2}}{24}}$
- d) Khi $x = a$ thì $A : B = a^{\frac{72+48\sqrt{2}}{13}}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

$$\text{Ta có: } A = a^{6+4\sqrt{2}} \cdot a^{1-\sqrt{2}} \cdot a^{-4-\sqrt{2}} = a^{6+4\sqrt{2}+1-\sqrt{2}-4-\sqrt{2}} = a^{3+2\sqrt{2}}.$$

$$\text{Ta có: } P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot x^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^7}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{7}{3}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{13}{3}}} = x^{\frac{13}{12}}.$$

Câu 8. Cho biểu thức $A = \left(\frac{a^{\sqrt{5}}}{b^{\sqrt{5}-2}}\right)^{\sqrt{5}+2} \cdot \frac{a^{-2-\sqrt{5}}}{b^{-1}}$ với $a, b > 0$. Vậy:

- a) Sau khi rút gọn, thì biểu thức A chỉ chứa biến b

b) Với $a=2, b=1+5\sqrt{2}$ thì $A = \frac{113}{3}$

c) Khi $A = a^m \cdot b^n$ thì $m+n = 3+\sqrt{5}$

d) Khi $A = a^m \cdot b^n$ thì $m-n = 2+\sqrt{5}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

Ta có: $A = \frac{(a^{\sqrt{5}})^{\sqrt{5}+2}}{(b^{\sqrt{5}-2})^{\sqrt{5}+2}} \cdot \frac{b}{a^{2+\sqrt{5}}} = \frac{a^{5+2\sqrt{5}} \cdot b}{b \cdot a^{2+\sqrt{5}}} = a^{3+\sqrt{5}}$.

Câu 9. Cho biểu thức $B = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}} \right)}$ với $a > 0$.

a) Sau khi rút gọn, thì biểu thức $B = k + a^m, (k, m > 0)$

b) Với $a = 4 + \sqrt{5}$ thì $B = 6 + 3\sqrt{5}$

c) Với $a = 3 + \sqrt{5}$ thì $B = 4 + \sqrt{5}$

d) Với $a = a+1$ thì $B = 3+2a$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

Ta có: $B = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}} \right)} = \frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} (1 - a^2)}{a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{7}{12}} (1 - a)} = \frac{a^{\frac{5}{6}} (1 + a)}{a^{\frac{5}{6}}} = 1 + a$.

Câu 10. Cho biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab}$ với $a, b > 0$. Vậy:

a) $P = a + 2b$

b) Với $a = \sqrt{5}, b = \sqrt{3}$ thì $P = \sqrt{5} + 2\sqrt{3}$

c) $P = k$ (k là hằng số)

d) Với $a = \sqrt{22}, b = 4$ thì $P = 0$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

Ta có:
$$P = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} - (ab)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}\left(b^{\frac{1}{6}} + a^{\frac{1}{6}}\right)}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = 0.$$

Câu 11. Cho biểu thức $Q = (\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} + 1)(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)$ với $x \geq 0$. Vậy:

- a) Khi $x = 2$ thì $Q = 7$
- b) Phương trình $Q = 0 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{2}$
- c) Phương trình $Q = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt
- d) Khi $x = 3$ thì Q là một số nguyên tố

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Ta có: $Q = (\sqrt{x} + 1 - \sqrt[4]{x})(\sqrt{x} + 1 + \sqrt[4]{x})(x - \sqrt{x} + 1)$

$$= [(\sqrt{x} + 1)^2 - (\sqrt[4]{x})^2](x + 1 - \sqrt{x}) = [(x + 2\sqrt{x} + 1) - \sqrt{x}](x + 1 - \sqrt{x})$$

$$= (x + 1 + \sqrt{x})(x + 1 - \sqrt{x}) = (x + 1)^2 - (\sqrt{x})^2 = x^2 + x + 1$$

Câu 12. Cho các biểu thức $A = \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \sqrt[4]{2}}}$, $B = \sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}}$. Vậy:

- a) $A = 2^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 41$
- b) $B = 2^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 31$
- c) $A - B\sqrt{5} = \sqrt{5}$
- d) $A \cdot B = 2^{\frac{m}{n}}$ ($\frac{m}{n}$ là phân số tối giản), khi đó: $m + n = 29$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Ta có: $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \sqrt[4]{2}}} = \sqrt{2 \sqrt[3]{2 \cdot 2^{\frac{1}{4}}}} = \sqrt{2 \cdot 2^{\frac{5}{12}}} = 2^{\frac{17}{24}}$ và $\sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}} = 2^{\frac{5}{24}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{17}{24}}$.

Vì vậy $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \sqrt[4]{2}}} = \sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}}$

Câu 13. Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$; $B = -\sqrt[4]{b}$; với $a > 0, b > 0, a \neq b$. Vậy:

- a) Sau khi rút gọn, thì A chỉ chứa biến b
 b) Biểu thức luôn $A > 0$
 c) $A = B + \sqrt{a}$
 d) $A - \sqrt{b} < B$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Ta có:
$$\frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \frac{(\sqrt[4]{a})^2 + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{(\sqrt[4]{a})^2 - (\sqrt[4]{b})^2}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$$

$$= \frac{\sqrt[4]{a}(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \sqrt[4]{a} - (\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}) = -\sqrt[4]{b}$$

Câu 14. Cho biểu thức $A = 3^{2x-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9^{x+1}$. Vậy:

- a) Cho $3^x = 2$. Thì $A = 37$
 b) Cho $3^x = 1$. Thì $A = 10$
 c) Cho $3^x = 3$. Thì $A = 80$
 d) Cho $3^x = 4$. Thì $A = 144$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Ta có:
$$A = \left(3 \cdot \frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9 \cdot 9^x = 1 + 9(3^x)^2.$$

Câu 15. Cho biểu thức $A = (\sqrt{2}-1)^{2x} + (3+2\sqrt{2})^x$. Vậy:

- a) Cho $(\sqrt{2}+1)^x = 3$. Thì $A = \frac{82}{9}$
 b) Cho $(\sqrt{2}+1)^x = 1$. Thì $A = 2$
 c) Cho $(\sqrt{2}+1)^x = 2$. Thì $A = \frac{17}{9}$
 d) Cho $(\sqrt{2}+1)^x = 4$. Thì $A = \frac{257}{16}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Ta có:
$$\sqrt{2}-1 = \frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}+1} = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = (\sqrt{2}+1)^{-1};$$

$$3+2\sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2}+1)^2.$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó: } A &= [(\sqrt{2} + 1)^{-1}]^{2x} + [(\sqrt{2} + 1)^2]^x = (\sqrt{2} + 1)^{-2x} + (\sqrt{2} + 1)^{2x} \\ &= [(\sqrt{2} + 1)^x]^{-2} + [(\sqrt{2} + 1)^x]^2 \end{aligned}$$

©. Trả lời ngắn

Câu 1. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8% / năm. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Số tiền người đó nhận sau n năm sẽ được tính theo công thức $T_n = 100(1+r)^n$ (triệu đồng), trong đó $r(\%)$ là lãi suất và n là số năm gửi tiền.

Hỏi số tiền lãi thu được của người đó sau 10 năm là bao nhiêu?

(Các kết quả trong bài được tính chính xác đến hàng phần trăm)

Trả lời:

Câu 2. Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $4 \cdot 10^5 m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây lấy gỗ trong khu rừng này là 4% mỗi năm. Hỏi sau 5 năm không khai thác, khu rừng sẽ có số mét khối gỗ là bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 3. Rút gọn biểu thức sau: $B = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}} \right)}$ với $a > 0$.

Trả lời:

Câu 4. Rút gọn biểu thức sau:

$$P = \left[\frac{\sqrt[3]{a^2b} - \sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{a^2} - 2\sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}} - \frac{a+b}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}} \right] (\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b})^{-1} + \sqrt[6]{a}, \text{ với } a > 0, b > 0, a \neq b$$

Trả lời:

Câu 5. Rút gọn biểu thức $T = \left(1 - 2\sqrt{\frac{b}{a} + \frac{b}{a}} \right) : \left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}} \right)^2$ với $a > 0, b > 0$.

Trả lời:

Câu 6. Cho $P = \sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x^4y^2}} + \sqrt{y^2 + \sqrt[3]{x^2y^4}}$ và $Q = 2\sqrt{\left(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} \right)^3}$ với x, y là các số thực khác 0.

So sánh P và Q

Trả lời:

Câu 7. Tính $P = \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}y} + \frac{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}y} \right) \frac{x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x+y} - \frac{2y}{x-y}$ khi $x = 2024, y = 2023$

Trả lời:

Câu 8. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau 10 phút thì số lượng vi khuẩn A là bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 9. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - 0,1^0}$.

Trả lời:

Câu 10. Tính giá trị của biểu thức $P = (5 + 2\sqrt{6})^{2024} \cdot (5 - 2\sqrt{6})^{2025}$.

Trả lời:

Câu 11. Rút gọn biểu thức sau: $P = \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$ ($a > 0, b > 0$)

Trả lời:

Câu 12. Rút gọn biểu thức sau: $Q = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ ($a > 0$).

Trả lời:

Câu 13. Rút gọn biểu thức sau: $K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x} \right)^{-1}$ ($x > 0, y > 0$).

Trả lời:

Câu 14. Biết $4^x + 4^{-x} = 23$, tính giá trị biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$.

Trả lời:

Câu 15. Giả sử số tiền gốc là A , lãi suất là $r\%$ / kì hạn gửi (có thể là tháng, quý hay năm) thì tổng số tiền nhận được cả gốc và lãi sau n kì hạn gửi là $A(1+r)^n$. Bà Hạnh gửi 100 triệu vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất là 8% / năm. Tính số tiền lãi thu được sau 10 năm.

Trả lời:

Câu 16. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

Trả lời:

Câu 17. Cho $f(x) = e^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2025) = e^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m - n^2$.

Trả lời:

Câu 18. Biết $10^\alpha = 3; 10^\beta = 7$. Tính $A = \frac{100^\alpha \cdot 0,001^\beta}{10^{-\alpha} \cdot 10^{2\beta}}$.

Trả lời:

Câu 19. Biết $9^\alpha = \frac{1}{2}$. Tính $B = (3^\alpha + 3^{-\alpha})^2 - (81^\alpha + 81^{-\alpha})$.

Trả lời:

Câu 20. Công ty FTK về mua bán xe ô tô đã qua sử dụng, sau khi khảo sát thị trường 6 tháng đã đưa ra công thức chung về giá trị còn lại của ô tô 4 chỗ kể từ khi đưa vào sử dụng (các loại xe 4 chỗ không sử dụng mục đích kinh doanh) được tính $P(t) = A \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{t}{4}}$. Trong đó A là giá tiền ban đầu mua xe, t là số năm kể từ khi đưa vào sử dụng.

Tính giá trị còn lại của xe ô tô sau 30 tháng đưa vào sử dụng. Biết giá trị mua xe ban đầu là 920 triệu.

Trả lời:

Câu 21. Số lượng vi khuẩn V trong phòng thí nghiệm tính theo công thức $s(t) = s_0 \cdot 2^t$ trong đó s_0 là số lượng vi khuẩn V lúc đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn có trong t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau 9 phút thì số lượng vi khuẩn V bao nhiêu?

Trả lời:

LỜI GIẢI

Câu 1. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8% / năm. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Số tiền người đó nhận sau n năm sẽ được tính theo công thức $T_n = 100(1+r)^n$ (triệu đồng), trong đó $r(\%)$ là lãi suất và n là số năm gửi tiền.

Hỏi số tiền lãi thu được của người đó sau 10 năm là bao nhiêu?

(Các kết quả trong bài được tính chính xác đến hàng phần trăm)

Trả lời: 115,89 (triệu đồng).

Lời giải

Số tiền người đó nhận sau 10 năm là: $T_{10} = 100 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^{10} \approx 215,89$ (triệu đồng).

Số tiền lãi sau 10 năm gửi tiền xấp xỉ là: $215,89 - 100 = 115,89$ (triệu đồng).

Câu 2. Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $4 \cdot 10^5 m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây lấy gỗ trong khu rừng này là 4% mỗi năm. Hỏi sau 5 năm không khai thác, khu rừng sẽ có số mét khối gỗ là bao nhiêu?

Trả lời: $486661,161(m^3)$

Lời giải

Nếu trữ lượng gỗ của khu rừng ban đầu là A thì sau năm thứ nhất, lượng gỗ có được là $A + Ar = A(1+r)$ với r là tốc độ tăng trưởng mỗi năm.

Sau năm thứ hai, lượng gỗ có được là $A(1+r) + A(1+r) \cdot r = A(1+r)^2$.

Theo phương pháp quy nạp, ta chứng minh được công thức tính lượng gỗ trong khu rừng là $T_n = A(1+r)^n$ với A là lượng gỗ ban đầu, r là tốc độ tăng trưởng mỗi năm và n là số năm tăng trưởng của rừng.

Vậy sau 5 năm, lượng gỗ trong khu rừng là:

$$T_5 = 4 \cdot 10^5 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^5 = 486661,161(m^3)$$

Câu 3. Rút gọn biểu thức sau: $B = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}}\right)}$ với $a > 0$.

Trả lời: a

Lời giải

$$\text{Ta có: } B = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}}\right)} = \frac{a + a^2}{a + 1} = \frac{a(a+1)}{a+1} = a.$$

Câu 4. Rút gọn biểu thức sau:

$$P = \left[\frac{\sqrt[3]{a^2b} - \sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{a^2} - 2\sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}} - \frac{a+b}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}} \right] (\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b})^{-1} + \sqrt[6]{a}, \text{ với } a > 0, b > 0, a \neq b$$

Trả lời: $\sqrt[6]{b}$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned}
P &= \left[\frac{\sqrt[3]{a^2b} - \sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{a^2} - 2\sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}} - \frac{a+b}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}} \right] (\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b})^{-1} + \sqrt[6]{a} \\
&= \left[\frac{\sqrt[3]{ab}(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})}{(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2} - \frac{(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})}{(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})} \right] (\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b})^{-1} + \sqrt[6]{a} \\
&= \left[\frac{\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} - \frac{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} \right] \frac{1}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} + \sqrt[6]{a} \\
&= -\frac{(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} \frac{1}{(\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b})} + \sqrt[6]{a} \\
&= \frac{\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} + \sqrt[6]{a} = \sqrt[6]{b} - \sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{a} = \sqrt[6]{b}
\end{aligned}$$

Câu 5. Rút gọn biểu thức $T = \left(1 - 2\sqrt{\frac{b}{a}} + \frac{b}{a}\right) : \left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)^2$ với $a > 0, b > 0$.

Trả lời: $\frac{1}{a}$

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned}
T &= \left(1 - 2\sqrt{\frac{b}{a}} + \frac{b}{a}\right) : \left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(1 - \sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2 : (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \\
&= \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{(\sqrt{a})^2} \frac{1}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = \frac{1}{a}
\end{aligned}$$

Câu 6. Cho $P = \sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x^4y^2}} + \sqrt{y^2 + \sqrt[3]{x^2y^4}}$ và $Q = 2\sqrt{\left(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2}\right)^3}$ với x, y là các số thực khác 0.

So sánh P và Q

Trả lời: $P < Q$

Lời giải

Ta có $x^2, y^2, \sqrt[3]{x^4y^2}, \sqrt[3]{x^2y^4}$ là những số thực dương với mọi $x, y \neq 0$.

$$\begin{aligned}
Q &= 2\sqrt{\left(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2}\right)^3} = 2\sqrt{x^2 + 3\sqrt[3]{x^4y^2} + 3\sqrt[3]{x^2y^4} + y^2} \\
&= \sqrt{x^2 + 3\sqrt[3]{x^4y^2} + 3\sqrt[3]{x^2y^4} + y^2} + \sqrt{x^2 + 3\sqrt[3]{x^4y^2} + 3\sqrt[3]{x^2y^4} + y^2} \\
&> \sqrt{x^2 + 3\sqrt[3]{x^4y^2}} + \sqrt{3\sqrt[3]{x^2y^4} + y^2} > \sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x^4y^2}} + \sqrt{\sqrt[3]{x^2y^4} + y^2} = P.
\end{aligned}$$

Vậy với điều kiện trên của x, y thì $P < Q$.

Câu 7. Tính $P = \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}y} + \frac{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}y} \right) \frac{x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x+y} - \frac{2y}{x-y}$ khi $x = 2024, y = 2023$

Trả lời: 2

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}y} + \frac{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}y} \right) \frac{x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x+y} - \frac{2y}{x-y} \\ &= \left[\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right)} + \frac{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} \right)} \right] \frac{xx^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x+y} - \frac{2y}{x-y} \\ &= \left[\frac{\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right)^2 + \left(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} \right)^2}{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}(x-y)} \right] \frac{xx^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x+y} - \frac{2y}{x-y} \\ &= \frac{2(x+y)}{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}(x-y)} \frac{xx^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x+y} - \frac{2y}{x-y} = \frac{2x}{x-y} - \frac{2y}{x-y} \\ &= \frac{2(x-y)}{x-y} = 2 \text{ (không phụ thuộc vào } x, y) \end{aligned}$$

Câu 8. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau 10 phút thì số lượng vi khuẩn A là bao nhiêu?

Trả lời: $80 \cdot 10^6$ (con)

Lời giải

Sau 3 phút, số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con nên $s(3) = s(0) \cdot 2^3 \Rightarrow s(0) = \frac{s(3)}{2^3} = \frac{625000}{8} = 78125$

(tức là ban đầu có 78125 con vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm).

Sau 10 phút, số lượng vi khuẩn là: $s(10) = 78125 \cdot 2^{10} = 80 \cdot 10^6$ (con).

Câu 9. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - 0,1^0}$.

Trả lời: -10

Lời giải

$$\text{Ta có } P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - 0,1^0} = \frac{2^2 + 5}{10^{-1} - 1} = -10.$$

Câu 10. Tính giá trị của biểu thức $P = (5 + 2\sqrt{6})^{2024} \cdot (5 - 2\sqrt{6})^{2025}$.

Trả lời: $5 - 2\sqrt{6}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } (5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6}) = 25 - 24 = 1.$$

Do đó:

$$P = (5 + 2\sqrt{6})^{2024} \cdot (5 - 2\sqrt{6})^{2025} = [(5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6})]^{2024} \cdot (5 - 2\sqrt{6}) = 5 - 2\sqrt{6}$$

Câu 11. Rút gọn biểu thức sau: $P = \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$ ($a > 0, b > 0$)

Trả lời: $-\sqrt[4]{b}$

Lời giải

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{a}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \frac{(\sqrt[4]{a})^2 + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{(\sqrt[4]{a})^2 - (\sqrt[4]{b})^2}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} \\ &= \frac{\sqrt[4]{a}(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \sqrt[4]{a} - (\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}) = -\sqrt[4]{b} \end{aligned}$$

Câu 12. Rút gọn biểu thức sau: $Q = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ ($a > 0$).

Trả lời: a^5

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}} = a^{\sqrt{3}+1+2-\sqrt{3}} = a^3 \\ (a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2} = a^{(\sqrt{2}+2)(\sqrt{2}-2)} = a^{-2} \end{cases} \Rightarrow Q = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^5.$$

Câu 13. Rút gọn biểu thức sau: $K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1}$ ($x > 0, y > 0$).

Trả lời: x .

Lời giải

Rút gọn $\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$

$$\left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x} + \frac{y}{x}}\right)^{-1} = \left[\left(\sqrt{\frac{y}{x}} - 1\right)^2\right]^{-1} = \left(\frac{\sqrt{y} - \sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^{-2} = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y} - \sqrt{x}}\right)^2$$

Vậy $K = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y} - \sqrt{x}}\right)^2 = x$.

Câu 14. Biết $4^x + 4^{-x} = 23$, tính giá trị biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$.

Trả lời: $P = 5$

Lời giải

Đặt $P = 2^x + 2^{-x} \Rightarrow P > 0$.

Ta có $P^2 = (2^x + 2^{-x})^2 = 4^x + 4^{-x} + 2 \cdot 2^x \cdot 2^{-x} = 23 + 2 = 25$.

Do đó $P = 5$.

Câu 15. Giả sử số tiền gốc là A , lãi suất là $r\%$ / kì hạn gửi (có thể là tháng, quý hay năm) thì tổng số tiền nhận được cả gốc và lãi sau n kì hạn gửi là $A(1+r)^n$. Bà Hạnh gửi 100 triệu vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất là 8% / năm. Tính số tiền lãi thu được sau 10 năm.

Trả lời: 115,892 triệu đồng.

Lời giải

Áp dụng công thức tính lãi kép, sau 10 năm số tiền cả gốc và lãi bà Hạnh thu về là :

$$A(1+r)^n = 100(1+0,08)^{10} \approx 215,892 \text{ triệu đồng.}$$

Suy ra số tiền lãi bà Hạnh thu về sau 10 năm là $215,892 - 100 = 115,892$ triệu đồng.

Câu 16. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

Trả lời: 7 phút.

Lời giải

Ta có: $s(3) = s(0) \cdot 2^3 \Rightarrow s(0) = \frac{s(3)}{8} = 78,125$ nghìn con.

Do đó $s(t) = 10$ triệu con = 10000 nghìn con khi:

$$10000 = s(0) \cdot 2^t \Rightarrow 2^t = \frac{10000}{78,125} = 128 = 2^7 \Rightarrow t = 7 \text{ phút.}$$

Câu 17. Cho $f(x) = e^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2025) = e^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m - n^2$.

Trả lời: -1

Lời giải

$$\text{Đặt } g(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1+x)^2}}$$

Với $x > 0$ ta có:

$$\begin{aligned} g(x) &= \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1+x)^2}} = \frac{\sqrt{x^2 + (x+1)^2 + x^2 \cdot (x+1)^2}}{x(x+1)} = \frac{\sqrt{(x^2 + x + 1)^2}}{x(x+1)} \\ &= \frac{x^2 + x + 1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \end{aligned}$$

Suy ra $g(1) + g(2) + g(3) + \dots + g(2025)$

$$= \left(1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(1 + \frac{1}{2025} - \frac{1}{2026}\right) = 2026 - \frac{1}{2026}$$

$$\text{Khi đó } f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2025) = e^{g(1) + g(2) + g(3) + \dots + g(2025)} = e^{2026 - \frac{1}{2026}} = e^{\frac{2026^2 - 1}{2026}} = e^{\frac{m}{n}}.$$

$$\text{Do đó } m = 2026^2 - 1, n = 2026.$$

$$\text{Vậy } m - n^2 = 2026^2 - 1 - 2026^2 = -1.$$

Câu 18. Biết $10^\alpha = 3; 10^\beta = 7$. Tính $A = \frac{100^\alpha \cdot 0,001^\beta}{10^{-\alpha} \cdot 10^{2\beta}}$.

Trả lời: $\frac{27}{16807}$

Lời giải

$$A = \frac{(10^2)^\alpha \cdot (10^{-3})^\beta}{10^{-\alpha} \cdot 10^{2\beta}} = \frac{10^{2\alpha} \cdot 10^{-3\beta}}{10^{-\alpha} \cdot 10^{2\beta}} = 10^{2\alpha - (-\alpha)} \cdot 10^{-3\beta - 2\beta}$$

$$= 10^{3\alpha} \cdot 10^{-5\beta} = (10^\alpha)^3 \cdot (10^\beta)^{-5} = 3^3 \cdot 7^{-5} = \frac{3^3}{7^5} = \frac{27}{16807}.$$

Câu 19. Biết $9^\alpha = \frac{1}{2}$. Tính $B = (3^\alpha + 3^{-\alpha})^2 - (81^\alpha + 81^{-\alpha})$.

Trả lời: $\frac{33}{4}$

Lời giải

$$\begin{aligned} B &= (3^\alpha)^2 + 2 \cdot 3^\alpha \cdot 3^{-\alpha} + (3^{-\alpha})^2 - (9^2)^\alpha + (9^2)^{-\alpha} \\ &= 3^{2\alpha} + 2 \cdot 3^{\alpha+(-\alpha)} + (3^2)^{-\alpha} - (9^\alpha)^2 + (9^{-\alpha})^2 \\ &= 9^\alpha + 2 \cdot 3^0 + 9^{-\alpha} - (9^\alpha)^2 + (9^\alpha)^{-2} = \frac{1}{2} + 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \frac{33}{4} \end{aligned}$$

Câu 20. Công ty FTK về mua bán xe ô tô đã qua sử dụng, sau khi khảo sát thị trường 6 tháng đã đưa ra công thức chung về giá trị còn lại của ô tô 4 chỗ kể từ khi đưa vào sử dụng (các loại xe 4 chỗ không sử dụng mục đích kinh doanh) được tính $P(t) = A \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^t$. Trong đó A là giá tiền ban đầu mua xe, t là số năm kể từ khi đưa vào sử dụng.

Tính giá trị còn lại của xe ô tô sau 30 tháng đưa vào sử dụng. Biết giá trị mua xe ban đầu là 920 triệu.

Trả lời: 768.601.304

Lời giải

Ta có: $A = 920$ triệu; $t = 2,5$ năm

Vậy giá trị còn lại của xe ô tô sau 30 tháng đưa vào sử dụng là:

$$P(2,5) = 920 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{2,5} = 768.601.304$$

Câu 21. Số lượng vi khuẩn V trong phòng thí nghiệm tính theo công thức $s(t) = s_0 \cdot 2^t$ trong đó s_0 là số lượng vi khuẩn V lúc đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn có trong t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau 9 phút thì số lượng vi khuẩn V bao nhiêu?

Trả lời: $4 \cdot 10^7$ (con)

Lời giải

Vì sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con nên: $625000 = s_0 \cdot 2^3$

Số lượng vi khuẩn V sau 9 phút là:

$$s(t) = \frac{625000}{2^3} \cdot 2^9 = 625000 \cdot 2^6 = 4 \cdot 10^7 \text{ (con)}$$

Câu 1: Nếu $(a-2)^{\frac{1}{4}} < (a-2)^{\frac{1}{3}}$ thì khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $2 < a < 3$.

B. $a > 2$.

C. $a < 3$.

D. $a > 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$ và $(a-2)^{\frac{1}{4}} < (a-2)^{\frac{1}{3}}$ nên $a-2 > 1 \Leftrightarrow a > 3$.

Câu 2: Cho $(\sqrt{2}-1)^m < (\sqrt{2}-1)^n$. Khi đó:

A. $m = n$.

B. $m > n$.

C. $m < n$.

D. $m \leq n$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $0 < \sqrt{2}-1 < 1$ nên $(\sqrt{2}-1)^m < (\sqrt{2}-1)^n \Leftrightarrow m > n$. **Chọn đáp án B.**

Câu 3: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[14]{a}$ bằng

A. $a^{\frac{1}{14}}$.

B. $a^{\sqrt{14}}$.

C. a^{14} .

D. $\sqrt{a^{14}}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 4: Cho $a = 2^{\sqrt{5}}$, $b = 2^3$ và $c = 2^{\sqrt{6}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < b < c$.

B. $a < c < b$.

C. $c < a < b$.

D. $b < a < c$.

Lời giải

Chọn B

Câu 5: Với a là số thực dương tùy ý, tích $a^2 \cdot a^{\frac{1}{3}}$ bằng

A. $a^{\frac{7}{3}}$.

B. $a^{\frac{2}{3}}$.

C. $a^{\frac{5}{3}}$.

D. $a^{\frac{4}{3}}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6: Cho các số dương $a \neq 1$ và các số thực α, β . Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$.

B. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha\beta}$.

C. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$.

D. $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 7: Cho số thực $a > 1$ và các số thực α, β . Kết luận nào sau đây đúng?

A. $a^\alpha > 1, \forall \alpha \in \mathbb{R}$.

B. $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$.

C. $\frac{1}{a^\alpha} < 0, \forall \alpha \in \mathbb{R}$.

D. $a^\alpha < 1, \forall \alpha \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 8: Cho a là số thực dương, khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{1}{3}}}$ bằng

A. $\sqrt[3]{a^4}$.

B. $\sqrt[12]{a}$.

C. $\sqrt[6]{a}$.

D. $\sqrt[4]{a^3}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 9: Cho phép tính $\left(\frac{1}{49}\right)^{-0.5} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{-4}{3}}$. Kết quả nào sau đây đúng?

A. 32.

B. $\frac{113}{7}$.

C. $\frac{23}{112}$.

D. 23.

Lời giải

Chọn D

Câu 10: Cho $(a-1)^{\frac{-3}{4}} > (a-1)^{\frac{-4}{5}}$ và $\sqrt{b^3} > \sqrt[3]{b^2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. $a; b > 1$.

B. $0 < a < 2; b > 1$.

C. $0 < a < 2; b < 1$.

D. $a > 2; b > 1$.

Lời giải

Chọn D

Câu 11: Tính giá trị biểu thức $P = (3 - 2\sqrt{2})^{1414} \cdot (2\sqrt{2} + 3)^{1415}$

A. $P = -1$.

B. $P = 2\sqrt{2} + 3$.

C. $P = 3 - 2\sqrt{2}$.

D. $P = 1$.

Lời giải

Chọn B

Câu 12: Viết biểu thức $P = \frac{a^2 a^{\frac{5}{2}} \sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[6]{a^7}}$, ($a > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P = a^5$

B. $P = a^{\frac{14}{3}}$

C. $P = a^4$

D. $P = a^{\frac{13}{3}}$

Lời giải

Chọn B

Câu 13: So sánh ba số: $(0,2)^{0,3}$, $(0,7)^{3,2}$ và $\sqrt{3}^{0,2}$ ta được

A. $(0,7)^{3,2} < (0,2)^{0,3} < \sqrt{3}^{0,2}$

B. $(0,2)^{0,3} < (0,7)^{3,2} < \sqrt{3}^{0,2}$

C. $\sqrt{3}^{0,2} < (0,2)^{0,3} < (0,7)^{3,2}$

D. $(0,2)^{0,3} < \sqrt{3}^{0,2} < (0,7)^{3,2}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(0,2)^{0,3} = (0,2)^{\frac{3}{10}} = \left[(0,2)^3 \right]^{\frac{1}{10}} = (0,008)^{\frac{1}{10}}$.

$$(0,7)^{3,2} = (0,7)^{\frac{32}{10}} = \left[(0,7)^{32} \right]^{\frac{1}{10}}$$

$$\sqrt{3}^{0,2} = (3)^{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{10}} = 3^{\frac{1}{10}}$$

Do $(0,7)^{32} < 0,008 < 3$ nên $(0,7)^{3,2} < (0,2)^{0,3} < \sqrt{3}^{0,2}$.

Câu 14: Biểu thức $K = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}}}}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{18}}$

B. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$

C. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{8}}$

D. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{6}}$

Lời giải

Chọn B

Coi $X = \frac{2}{3}$. Theo nguyên tắc "Chia cộng" ta có

$$K = \sqrt[3]{X \sqrt[3]{X \sqrt{X}}} = \sqrt[3]{X \sqrt[3]{X \cdot X^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt[3]{X \sqrt[3]{X^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt[3]{X \cdot X^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{X^{\frac{3}{2}}} = X^{\frac{1}{2}}$$

Chọn đáp án B.

Câu 15: Cho $a > 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^{-\sqrt{5}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$.

B. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$.

C. $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$.

D. $\frac{1}{a^{2018}} < \frac{1}{a^{2019}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\frac{1}{a^{\sqrt{5}}} = a^{-\sqrt{5}}$.

Lại có $\begin{cases} -\sqrt{3} > -\sqrt{5} \\ a > 1 \end{cases} \Rightarrow a^{-\sqrt{3}} > a^{-\sqrt{5}} \Rightarrow a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$.

Câu 16: Biểu thức $T = \sqrt[5]{a \sqrt{a}}$ với $a > 0$. Viết biểu thức T dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. $a^{\frac{3}{5}}$.

B. $a^{\frac{2}{15}}$.

C. $a^{\frac{4}{15}}$.

D. $a^{\frac{3}{10}}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 17: Cho biểu thức $P = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^4}$, ($x > 0$). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{2}{3}}$.

B. $P = x^{\frac{5}{2}}$.

C. $P = x^{\frac{3}{2}}$.

D. $P = x^{\frac{2}{5}}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 18: Đơn giản biểu thức $A = \left(1 - 2\sqrt{\frac{b}{a}} + \frac{b}{a}\right) : \left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)^2$ ($a; b > 0$) ta được:

A. $A = a - b$.

B. $A = a$.

C. $A = \frac{1}{a}$.

D. $A = a + b$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } A = \left(1 - \sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2 : (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = \left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a}}\right)^2 : (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = \frac{1}{a}.$$

Câu 19: Rút gọn biểu thức $P = \left(\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}}\right)^{2023} \cdot \left(3 - \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}}\right)^{2024}$.

A. $P = 1$.

B. $P = \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}}$.

C. $P = \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}}$.

D. $P = \left(\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}}\right)^{4047}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 20: Cho các số thực dương x, a, b . Khẳng định nào dưới đây đúng

A. $(x^a)^b = x^{ab}$.

B. $(x^a)^b = x^{a+b}$.

C. $(x^a)^b = x^{\frac{b}{a}}$.

D. $(x^a)^b = x^{a^b}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 21: Cho $a > 0; a \neq 1; m, n \in \mathbb{Z}; n \neq 0$. Chọn đẳng thức đúng.

A. $(a^m)^n = a^{m+n}$.

B. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

C. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[m]{a^n}$.

D. $a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 22: Cho x, y là hai số thực dương khác 1 và α, β là hai số thực tùy ý. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\frac{x^\alpha}{y^\beta} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\alpha-\beta}$.

B. $x^\alpha \cdot y^\alpha = (xy)^\alpha$.

C. $x^\alpha \cdot x^\beta = x^{\alpha+\beta}$.

D. $\frac{x^\alpha}{y^\alpha} = \left(\frac{x}{y}\right)^\alpha$.

Lời giải

Chọn A

Câu 23: Cho a là một số thực dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{5}{6}}$.

B. $a^{\frac{7}{6}}$.

C. $a^{\frac{11}{6}}$.

D. $a^{\frac{6}{5}}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 24: Cho $x > 0$. Viết biểu thức $\sqrt[5]{x^7} : \sqrt{x}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $x^{\frac{9}{7}}$.

B. $x^{\frac{9}{5}}$.

C. $x^{\frac{7}{10}}$.

D. $x^{\frac{9}{10}}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 25: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[2023]{a}$ bằng

A. $a^{\frac{1}{2023}}$.

B. $a^{\sqrt{2023}}$.

C. a^{2023} .

D. $\sqrt{a^{2023}}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 26: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[8]{x}$ (với $x > 0$).

A. x^4 .

B. $x^{\frac{1}{16}}$.

C. $x^{\frac{5}{16}}$.

D. $x^{\frac{5}{8}}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 27: Cho $P = \frac{a\sqrt{a}\sqrt[3]{a^2}}{(\sqrt[4]{a})^3}$, ký hiệu $x = \sqrt[12]{a}$. Hãy biểu diễn P theo x .

A. $P = x^{12}$.

B. $P = x^{10}$.

C. $P = x^{17}$.

D. $P = x^{\frac{17}{12}}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý, $(\sqrt[3]{a})^{10} : a^2 = a^{\frac{p}{q}}$ với $p, q \in \mathbb{Z}$ và $\frac{p}{q}$ là phân số tối giản. Giá trị của $p + q$ bằng

A. 23.

B. 7.

C. 8.

D. 19.

Lời giải

Chọn B

Câu 29: Tính giá trị biểu thức $A = 3(3^{3x} + 3^{-3x})$ biết $3^x + 3^{-x} = 4$

A. 12.

B. 192.

C. 3.

D. 156.

Lời giải

Chọn D

Câu 30: Tính giá trị biểu thức $P = (\sqrt{2} - 1)^{2020} \cdot (\sqrt{2} + 1)^{2021} - \sqrt{2}$

A. $P = \sqrt{2} - 1$.

B. $P = 1$.

C. $P = \sqrt{2} + 1$.

D. $P = 0$.

Lời giải

Chọn B

Câu 31: Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x^5}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng.

A. $P = x^{\frac{5}{4}}$.

B. $P = x^{\frac{4}{5}}$.

C. $P = x^9$.

D. $P = x^{20}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 32: Cho a, b là các số thực dương và thỏa mãn $a = 5^x$, $b = 3^x$. Giá trị của biểu thức $P = 25^x + 15^x + 27^x$ bằng

A. $P = a^3 + ab + b^2$.

B. $P = a^2b^2 + ab + b^2$.

C. $P = a^2 + ab + b^3$.

D. $P = ab^3 + ab + b^2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } P = 25^x + 15^x + 27^x = (5^2)^x + (5 \cdot 3)^x + (3^3)^x = (5^x)^2 + 5^x \cdot 3^x + (3^x)^3.$$

$$\text{Do đó, với } a = 5^x, b = 3^x \text{ thì: } P = a^2 + ab + b^3.$$

Câu 33: Rút gọn biểu thức $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}} : x^{\frac{11}{16}}$ ta được:

A. $\sqrt[4]{x}$.

B. $\sqrt[6]{x}$.

C. $\sqrt[8]{x}$.

D. \sqrt{x} .

Lời giải

Chọn A

Cách 1. Theo nguyên tắc "Chia cộng" từ trong ra ngoài ta có

$$\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x \cdot x^{\frac{1}{2}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{3}{2}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x \cdot x^{\frac{3}{4}}}} = \sqrt{x\sqrt{x^{\frac{7}{4}}}} = \sqrt{x \cdot x^{\frac{7}{8}}} = \sqrt{x^{\frac{15}{8}}} = x^{\frac{15}{16}}$$

$$\text{Do đó } \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}} : x^{\frac{11}{16}} = x^{\frac{15}{16}} : x^{\frac{11}{16}} = x^{\frac{4}{16}} = \sqrt[4]{x}. \text{ Chọn đáp án A.}$$

Chú ý: Trong quá trình thực hành vì cùng 1 ẩn x nên ta chỉ cần nhắm theo số mũ cho nhanh.

Cách 2. Thử 4 đáp án. Đáp án đúng là đáp án A.

$$\text{Nhập } \sqrt{X\sqrt{X\sqrt{X\sqrt{X}}}} : X^{\frac{11}{16}} - \sqrt[4]{X} \xrightarrow[\text{X=2}]{\text{Calc}} 0 \Rightarrow \boxed{A}.$$

$$\text{Đặt } x = \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} + \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}} \text{ ta có}$$

$$x^3 = 9 + \sqrt{80} + 3 \cdot \left(\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}}\right)^2 \cdot \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}} + 3 \cdot \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} \cdot \left(\sqrt[3]{9 - \sqrt{80}}\right)^2 + 9 - \sqrt{80}$$

$$= 18 + 3 \cdot \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} \cdot \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}} \left(\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} + \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}}\right)$$

$$= 18 + 3x \cdot \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} \cdot \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}} = 18 + 3x \Rightarrow x = 3 \Rightarrow 3 - \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} = \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}}$$

$$\text{Ta có } P = \left(\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}}\right)^{2023} \cdot \left(3 - \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}}\right)^{2024} = \left(\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}}\right)^{2023} \cdot \left(\sqrt[3]{9 - \sqrt{80}}\right)^{2024}$$

$$= \left(\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} \cdot \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}}\right)^{2023} \cdot \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}} = \left(\sqrt[3]{1}\right)^{2023} \cdot \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}} = \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}}$$

Câu 34: Một anh sinh viên T nhập học đại học vào tháng 8 năm 2023. Bắt đầu từ tháng 9 năm 2023, cứ vào ngày mùng một hàng tháng anh vay ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất cố định 0,8% /tháng. Lãi tháng trước được cộng vào số nợ để tiếp tục tính lãi cho tháng tiếp theo (lãi kép). Vào ngày mùng một hàng tháng kể từ tháng 9 năm 2025 về sau anh không vay ngân hàng nữa và anh còn trả được cho ngân hàng 2 triệu đồng do việc làm thêm. Hỏi ngay sau khi kết thúc ngày anh ra trường (30/6/2027) anh còn nợ ngân hàng bao nhiêu tiền (làm tròn đến hàng nghìn đồng)?

A. 49.024.000 đồng.

B. 46.640.000 đồng.

C. 47.024.000 đồng.

D. 45.401.000 đồng.

Lời giải

Chọn B

Bài toán ta chia làm 2 giai đoạn như sau:

Giai đoạn 1: Anh sinh viên vay hàng tháng $a = 3$ triệu đồng từ tháng 9 / 2023 đến hết tháng 8 / 2025 , tổng cộng 24 tháng. Gọi T_n là tổng số tiền cuối tháng thứ n anh sinh viên vay ngân hàng, khi đó:

$$\text{Cuối tháng thứ 1: } T_1 = a + ar = a(1+r)$$

$$\text{Cuối tháng thứ 2: } T_2 = T_1 + a + (T_1 + a) \cdot r = a \cdot (1+r)^2 + a \cdot (1+r)$$

...

$$\text{Cuối tháng } n : T_n = a \cdot (1+r)^n + a \cdot (1+r)^{n-1} + \dots + a \cdot (1+r) = a \cdot (1+r) \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

$$\text{Vậy tổng số tiền vay đến cuối tháng 8/2025 là } T_{24} = 3 \cdot (1+0,8\%) \cdot \frac{(1+0,8\%)^{24} - 1}{0,8\%} = 79,662 \text{ triệu}$$

Giai đoạn 2: Tính từ cuối tháng 8 / 2025 anh sinh viên T thiếu ngân hàng $A = 79,662$ và bắt đầu trả đầu hàng tháng $m = 2$ triệu từ 9 / 2025 đến 6 / 2027 , tổng cộng được 22 tháng

$$\text{Đầu tháng 9 / 2025: còn nợ } A - m = 79,662 - 2 = 77,662 \text{ triệu}$$

Cuối tháng 9/2025: tiền nợ có lãi đến cuối tháng: $T_1 = 77,662(r+1)$

Đầu tháng 10/2025 sau khi trả nợ m thì còn nợ $77,662(r+1) - m$

Cuối tháng 10/2025: còn nợ $T_2 = [(77,662)(r+1) - m](1+r) = 77,662(1+r)^2 - m(1+r)$

...

Cuối tháng 6/2027 còn nợ

$$T_{22} = 77,662(1+r)^{22} - m(1+r)^{21} - m(1+r)^{20} - \dots - m(1+r)$$

$$= 77,662(1+r)^{22} - m(1+r) \frac{(1+r)^{21} - 1}{r}$$

$$= 77,662 \cdot (1+0,8\%)^{22} - 2 \cdot (1+0,8\%) \cdot \frac{(1+0,8\%)^{21} - 1}{0,8\%} = 46,64 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 35: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-2}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $3m^2 - 2n = 2$.

B. $m^2 + n^2 = 43$.

C. $2m^2 + n = 15$.

D. $m^2 + n^2 = 25$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } A = \frac{\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-2}}} = \frac{a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot a^{-\frac{2}{7}}} = \frac{a^{\frac{5+7}{3}}}{a^{4-\frac{2}{7}}} = \frac{a^4}{a^{\frac{26}{7}}} = a^{4-\frac{26}{7}} = a^{\frac{2}{7}}.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} m = 2 \\ n = 7 \end{cases} \Rightarrow 2m^2 + n = 2 \cdot 2^2 + 7 = 15.$$

Câu 36: Biết $(1 + \sqrt[3]{2})^{10} = a_0 + a_1 \sqrt[3]{2} + a_2 \sqrt[3]{4}$. Tính a_2 .

A. $a_2 = 210$.

B. $a_2 = 342$.

C. $a_2 = 45$.

D. $a_2 = 729$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } (1 + \sqrt[3]{2})^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (\sqrt[3]{2})^k.$$

Nhận thấy: $(\sqrt[3]{2})^k = a \in \mathbb{Z}$ khi $k \div 3$; $(\sqrt[3]{2})^k = b\sqrt[3]{2}, b \in \mathbb{Z}$ khi k chia 3 dư 1; $(\sqrt[3]{2})^k = c\sqrt[3]{4}, c \in \mathbb{Z}$ khi k chia 3 dư 2.

Khi đó a_0 là tổng các số hạng ứng với $k:3$; a_1 là tổng hệ số của các số hạng chứa $\sqrt[3]{2}$ ứng với k chia 3 dư 1; a_2 là tổng hệ số của các số hạng chứa $\sqrt[3]{4}$ ứng với k chia 3 dư 2.

Các số hạng chứa $\sqrt[3]{4}$ là $C_{10}^2 (\sqrt[3]{2})^2, C_{10}^5 (\sqrt[3]{2})^5, C_{10}^8 (\sqrt[3]{2})^8$.

$$\text{Vậy } a_2 = C_{10}^2 + 2C_{10}^5 + 4C_{10}^8 = 729.$$

Câu 37: Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $m = \frac{100.(1,01)^3}{3}$ (triệu đồng).

B. $m = \frac{100.1,03}{3}$ (triệu đồng).

C. $m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng).

D. $m = \frac{120.(1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$ (triệu đồng)

Lời giải

Chọn C

Theo đề ta có: ông A trả hết tiền sau 3 tháng vậy ông A hoàn nợ 3 lần

Với lãi suất 12%/năm suy ra lãi suất một tháng là 1%

* Hoàn nợ lần 1:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là : $100.0,01 + 100 = 100.1,01$ (triệu đồng)

- Số tiền còn nợ ngân hàng: $100.1,01 - m$ (triệu đồng)

* Hoàn nợ lần 2:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là :

$$(100.1,01 - m).0,01 + (100.1,01 - m) = (100.1,01 - m).1,01 = 100.(1,01)^2 - 1,01.m \text{ (triệu đồng)}$$

- Số tiền còn nợ ngân hàng: $100.(1,01)^2 - 1,01.m - m$ (triệu đồng)

* Hoàn nợ lần 3:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là :

$$\left[100.(1,01)^2 - 1,01.m - m \right].1,01 = 100.(1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m \text{ (triệu đồng)}$$

- Số tiền còn nợ ngân hàng: $100.(1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m - m$ (triệu đồng)

$$\Rightarrow 100.(1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m - m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{100.(1,01)^3}{(1,01)^2 + 1,01 + 1}$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{100.(1,01)^3 . (1,01 - 1)}{\left[(1,01)^2 + 1,01 + 1 \right] . (1,01 - 1)} = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1} \text{ (triệu đồng).}$$

Câu 38: Có tất cả bao nhiêu bộ ba số thực $(a; b; c)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện dưới đây

$$2^{\sqrt{a^2}} . 4^{\sqrt{b^2}} . 16^{\sqrt{c^2}} = 128 \text{ và } (ab^2 + c^4)^2 = 4 + (ab^2 - c^4)^2.$$

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2\sqrt[3]{a^2} \cdot 4\sqrt[3]{b^2} \cdot 16\sqrt[3]{c^2} = 128 \Leftrightarrow 2^{\sqrt[3]{a^2+2\sqrt[3]{b^2}+4\sqrt[3]{c^2}}} = 2^7 \Leftrightarrow \sqrt[3]{a^2} + 2\sqrt[3]{b^2} + 4\sqrt[3]{c^2} = 7$ (1),

$(ab^2 + c^4)^2 = 4 + (ab^2 - c^4)^2 \Leftrightarrow ab^2c^4 = 1 \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b^2} \cdot \sqrt[3]{c^4} = 1$ (2).

Đặt $x = \sqrt[3]{a}$, $y = \sqrt[3]{b}$, $z = \sqrt[3]{c}$. Từ (2) suy ra $x > 0$ và $xy^2z^4 = 1$.

Theo bất đẳng thức Cô-si ta có

$$7 = x^2 + 2y^2 + 4z^2 = x^2 + y^2 + y^2 + z^2 + z^2 + z^2 + z^2 \geq 7\sqrt[7]{x^2y^4z^8} = 7.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x^2 = y^2 = z^2$, hay $\sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{b^2} = \sqrt[3]{c^2} = 1$.

Vì $a > 0$ nên có 4 bộ số thỏa mãn là $(a; b; c) = (1; 1; 1)$; $(a; b; c) = (1; -1; 1)$; $(a; b; c) = (1; 1; -1)$; $(a; b; c) = (1; -1; -1)$.

Câu 39: Ông An gửi gói tiết kiệm tích lũy cho con tại một ngân hàng với số tiền tiết kiệm ban đầu là 200.000.000 VND với lãi suất 7% / năm. Từ năm thứ hai trở đi, mỗi một năm ông gửi thêm vào tài khoản với số tiền là 20.000.000 VND. Ông không đi rút lãi định kì hàng năm. Biết rằng lãi suất định kì hàng năm không thay đổi. Hỏi sau 18 năm số tiền ông An nhận được cả gốc và lãi là bao nhiêu?

A. 1.335.967.000 VND.

B. 1.686.898.000 VND.

C. 743.585.000 VND.

D. 739.163.000 VND.

Lời giải

Chọn A

Sau năm thứ nhất số tiền mà ông An nhận được là: $200(1+7\%) = 214$ (triệu đồng).

Đầu năm thứ hai, ông An gửi vào 20 triệu đồng, nên cuối năm thứ hai ông An nhận được số tiền là $(214+20)(1+7\%)$ (triệu đồng).

Đầu năm thứ ba, ông An gửi vào 20 triệu đồng, nên cuối năm thứ ba ông An nhận được số tiền là $[(214+20)(1+7\%)+20](1+7\%) = (214+20)(1+7\%)^2 + 20(1+7\%)$ (triệu đồng).

Đầu năm thứ tư, ông An gửi vào 20 triệu đồng, nên cuối năm thứ tư ông An nhận được số tiền là $\left\{ \left[(214+20)(1+7\%)^2 + 20(1+7\%) \right] + 20 \right\} (1+7\%)$

$$= (214+20)(1+7\%)^3 + 20(1+7\%)^2 + 20(1+7\%) \text{ (triệu đồng)}$$

Sau 18 năm, số tiền ông An nhận được là

$$A = (214+20)(1+7\%)^{17} + 20(1+7\%) \left(1 + (1+7\%) + (1+7\%)^2 + \dots + (1+7\%)^{15} \right)$$

$$= (214+20)(1+7\%)^{17} + 20(1+7\%) \frac{(1+7\%)^{16} - 1}{7\%} \approx 1335.967105 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 40: Một tỉnh A đưa ra nghị quyết về giảm biên chế cán bộ công chức, viên chức hưởng lương từ ngân sách nhà nước trong giai đoạn 2015 – 2021 (6 năm) là 9,9% so với số lượng hiện có năm 2015 theo phương thức “ra 2 vào 1” (tức là khi giảm đối tượng hưởng lương từ ngân sách nhà nước 2 người thì được tuyển mới 1 người). Giả sử tỷ lệ giảm và tuyển dụng mỗi năm so với năm trước đó là như nhau. Tính tỷ lệ tuyển dụng mới hàng năm (làm tròn đến 0,01%).

A. 1,72% .

B. 2,06% .

C. 1,13% .

D. 1,85% .

Lời giải

Chọn A

Gọi x là số cán bộ công chức, viên chức tỉnh A năm 2015 ($x \in \mathbb{N}^*$)

r là tỷ lệ giảm hàng năm.

Ta có số người mất việc năm thứ nhất xr

Số người mất việc còn lại sau năm thứ nhất $x - xr = x(1 - r)$

Tương tự số người mất việc sau năm thứ sáu là $x(1 - r)^5 r$

Suy ra tổng số người mất việc là: $xr + x(1 - r)r + \dots + x(1 - r)^5 r = 9,9\%x$

$$\Leftrightarrow r + (1 - r)r + \dots + (1 - r)^5 r = 0,099$$

$$\Leftrightarrow \frac{r[1 - (1 - r)^6]}{1 - (1 - r)} = 0,099 \Leftrightarrow (1 - r)^6 = 0,901 \Leftrightarrow r \approx 0,0172 = 1,72\%$$

Tỷ lệ tuyển dụng mới hàng năm chính là tỷ lệ giảm hàng năm.

Vậy tỷ lệ tuyển dụng hàng năm là 1,72%.

Câu 41: Cho x, y là các số thực dương và $x \neq y$. Biểu thức $A = \sqrt{\left(x^{2x} + y^{2x}\right)^2 - \left(4^{\frac{1}{2x}} xy\right)^{2x}}$ bằng

A. $y^{2x} - x^{2x}$.

B. $|x^{2x} - y^{2x}|$.

C. $(x - y)^{2x}$.

D. $x^{2x} - y^{2x}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } A = \sqrt{x^{4x} + 2(xy)^{2x} + y^{4x} - 4(xy)^{2x}} = \sqrt{x^{4x} - 2(xy)^{2x} + y^{4x}}$$

$$= \sqrt{(x^{2x} - y^{2x})^{2x}} = |x^{2x} - y^{2x}|$$

Chọn đáp án B.

Nhận xét: Câu này là câu bẫy với những ai dùng máy tính. Thật vậy

Nhập $\sqrt{\left(X^{2X} + Y^{2X}\right)^2 - \left(4^{\frac{1}{2X}} XY\right)^{2X}} - (Y^{2X} - X^{2X}) \xrightarrow[\substack{\text{Calc} \\ X=2; Y=3}]{}$ 0 khoanh đáp án A là sai vì đáp án B mới là đáp án

đúng. Để không bị sai khi gặp các đáp án giống nhau mà trong 1 đáp án có dấu trị tuyệt đối thì ta nên thử với các giá trị đối nhau.

Nhập $\sqrt{\left(X^{2X} + Y^{2X}\right)^2 - \left(4^{\frac{1}{2X}} XY\right)^{2X}} - |X^{2X} - Y^{2X}| \xrightarrow[\substack{\text{Calc} \\ \{X=2; Y=3 \\ X=-2; Y=-3\}}]{}$ 0. **Chọn đáp án B.**

Câu 42: Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý. Biết rằng nếu

C. 65393000 .

D. 70656000 .

Lời giải

Chọn B

Giai đoạn 1: Sau đúng một năm, số tiền thu được của mỗi hình thức.

Gửi theo hình thức tháng thu được số tiền là $S_1 = 200.10^6 (1 + 0,73\%)^{12} = 218.240.829,2$ đồng.

Gửi theo hình thức quý thu được số tiền là $P_1 = 200.10^6 (1 + 2,1\%)^4 = 217.336.647,7$ đồng.

Giai đoạn 2: Sau đúng hai năm, số tiền thu được của mỗi hình thức.

Gửi theo hình thức tháng thu được số tiền là $S_2 = \left(S_1 + \frac{P_1}{2} \right) (1 + 0,73\%)^{12}$

$= 356.724.623,2$ đồng.

Gửi theo hình thức quý thu được số tiền là $P_2 = \frac{P_1}{2} (1 + 2,1\%)^4 = 118.088.046,1$ đồng.

Vậy số tiền lãi sau hai năm thu được là $S_2 + P_2 - 400.10^6 = 74.812.669,4$ đồng.