

## MỤC LỤC

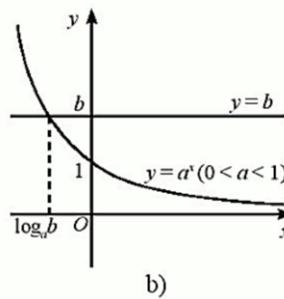
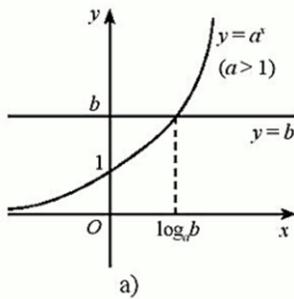
<b>&gt;&gt;§4- PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH, MŨ LOGARIT.....</b>	<b>2</b>
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức .....	2
Ⓑ. Trắc nghiệm Đ/S .....	4
Ⓒ. Trả lời ngắn .....	15
Ⓓ. Câu hỏi trắc nghiệm.....	34

**(A) Tóm tắt kiến thức**

**Lý thuyết**

**1. PHƯƠNG TRÌNH MŨ**

- ✓ **Phương trình mũ cơ bản có dạng:**  $a^x = b$  ( $a > 0, a \neq 1$ ).
- ✓ Phương trình có một nghiệm duy nhất khi và chỉ khi  $b > 0$ .
- ✓  $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$  ( $a > 0, a \neq 1, b > 0$ )
- ✓ Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi  $b \leq 0$ .



Cho phương trình  $a^x = b$  ( $a > 0, a \neq 1$ ).

Nếu  $b > 0$  thì phương trình luôn có nghiệm duy nhất  $x = \log_a b$ .

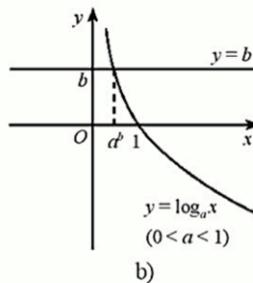
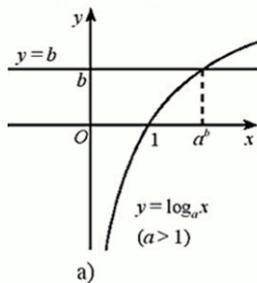
Nếu  $b \leq 0$  thì phương trình vô nghiệm.

**Chú ý:** a) Nếu  $b = a^\alpha$  thì ta có  $a^x = a^\alpha \Leftrightarrow x = \alpha$ .

b) Tổng quát hơn,  $a^{u(x)} = a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) = v(x)$ .

**2. PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT**

- ✓ **Phương trình cơ bản có dạng:**  $\log_a x = b$  ( $x > 0, a > 0, a \neq 1$ ) luôn có nghiệm duy nhất  $x = a^b$  với mọi  $b$



Hình 3

**Chú ý:** Tổng quát, xét phương trình dạng

$$\log_a u(x) = \log_a v(x) \quad (a > 0, a \neq 1). \quad (1)$$

Để giải phương trình (1), trước hết cần đặt điều kiện có nghĩa:  $u(x) > 0$  và  $v(x) > 0$ .

Khi đó, (1) được biến đổi thành phương trình

$$u(x) = v(x). \quad (2)$$

Sau khi giải phương trình (2), ta cần kiểm tra sự thoả mãn điều kiện. Nghiệm của phương trình (1) là những nghiệm của (2) thoả mãn điều kiện.

### 3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ



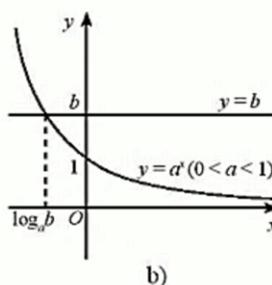
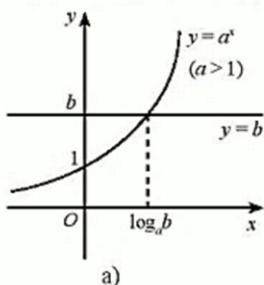
**Bất phương trình mũ cơ bản** là bất phương trình có dạng  $a^x > b$  (hoặc  $a^x \geq b, a^x < b, a^x \leq b$ ), với  $a, b$  là những số cho trước,  $a > 0, a \neq 1$ .

Xét bất phương trình

$$a^x > b. \quad (3)$$

Nghiệm của (3) là hoành độ các điểm trên đồ thị hàm số  $y = a^x$  nằm phía trên đường thẳng  $y = b$ . Từ đồ thị ở Hình 4, ta nhận được:

- Nếu  $b \leq 0$  thì mọi  $x \in \mathbb{R}$  đều là nghiệm của (3).
- Nếu  $b > 0$  thì:
  - Với  $a > 1$ , nghiệm của (3) là  $x > \log_a b$ ;
  - Với  $0 < a < 1$ , nghiệm của (3) là  $x < \log_a b$ .



#### CHÚ Ý:

- Nếu  $a > 1, b > 0$  thì  $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$
- $a^{f(x)} > b \Leftrightarrow f(x) > \log_a b$
- Nếu  $0 < a < 1, b > 0$  thì  $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$
- $a^{f(x)} > b \Leftrightarrow f(x) < \log_a b$

**Lưu ý:**  $b \leq 0$  thì  $a^{f(x)} > b$  đúng với mọi  $x$  thoả mãn điều kiện xác định của  $f(x)$ , còn  $a^{f(x)} \leq b$  vô nghiệm.

### 4. BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT



**Bất phương trình lôgarit cơ bản** là bất phương trình có dạng  $\log_a x > b$  (hoặc  $\log_a x \geq b, \log_a x < b, \log_a x \leq b$ ), với  $a, b$  là những số cho trước,  $a > 0, a \neq 1$ .

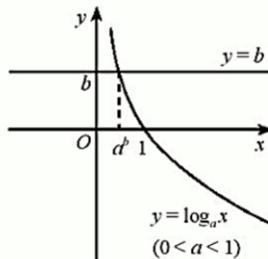
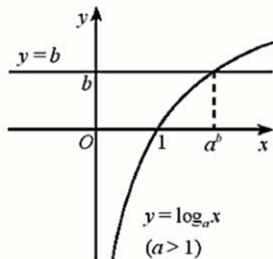
Xét bất phương trình

$$\log_a x > b. \quad (4)$$

Điều kiện xác định của bất phương trình là  $x > 0$ .

Nghiệm của (4) là hoành độ các điểm của đồ thị hàm số  $y = \log_a x$  nằm phía trên đường thẳng  $y = b$ . Từ đồ thị ở Hình 5, ta nhận được:

- Với  $a > 1$ , nghiệm của (4) là  $x > a^b$ .
- Với  $0 < a < 1$ , nghiệm của (4) là  $0 < x < a^b$ .



**CHÚ Ý:**

- Nếu  $b > 0$  thì  $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$
- Nếu  $0 < a < 1$  thì  $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$

**B. Trắc nghiệm Đ/S**

**Câu 1.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Phương trình $3^{x-1} = 9$ có một nghiệm		
b)	Phương trình $5^{x-1} = \left(\frac{1}{25}\right)^x$ có nghiệm lớn hơn 3.		
c)	Phương trình $3^{x-2} = 6$ có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 2x + 4 = 0$		
d)	Phương trình $7^{x+2} - 40 \cdot 7^x = 9$ có một nghiệm $x = a$ , khi đó: $\lim_{x \rightarrow a} (x^2 + 2x + 5) = 6$		

**Câu 2.** Cho phương trình  $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}$ . Biết phương trình có 1 nghiệm là  $x = a$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$a > 0$		

b)	Ba số $a, 2, 3$ tạo thành cấp số cộng với công sai bằng $d = 1$		
c)	$\lim_{x \rightarrow a} (x^2 + 2x + 5) = 7$		
d)	Phương trình $x^2 + x + a = 0$ vô nghiệm		

**Câu 3.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Phương trình $\log_3 x = 4$ có một nghiệm duy nhất		
b)	Phương trình $\log_2(2x - 2) = 3$ có điều kiện nghiệm là: $x > 1$		
c)	Phương trình $\log_4(x^2 + 5x + 10) = 2$ tổng các nghiệm của phương trình bằng $-5$		
d)	Phương trình $3 \cdot e^{2x+4} = 4$ có hai nghiệm phân biệt		

**Câu 4.** Cho phương trình  $\log(x-1)^2 = \log(x+1)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điều kiện $x > 1$		
b)	Phương trình đã cho có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$		
c)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 3		
d)	Biết phương trình có hai nghiệm $x_1, x_2$ ( $x_1 < x_2$ ). Khi đó 3 số $x_1; x_2; 6$ tạo thành một cấp số cộng		

**Câu 5.** Cho phương trình  $\log_5 \sqrt{x^2 - 3x + 21} = 1$  (\*), biết phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ). Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Phương trình (*) có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 3x - 4 = 0$		
b)	Tổng các nghiệm của phương trình (*) bằng 4		
c)	3 số $x_1; x_2; 8$ tạo thành một cấp số cộng.		
d)	$\lim_{x \rightarrow x_1} (x-2) + \lim_{x \rightarrow x_2} (x-2) = -1$		

**Câu 6.** Cho phương trình  $\log_3(x+6) = \log_3(x-1) + 1$  (\*). Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điều kiện: $x > 1$		
b)	Phương trình (*) có chung tập nghiệm với phương trình $\frac{x^2 - 11x + 9}{x-1} = 0$		
c)	Gọi $x = a$ là nghiệm của phương trình (*), khi đó $\lim_{x \rightarrow a} (x-3) = \frac{5}{2}$		
d)	Nghiệm của phương trình (*) là hoành độ giao điểm của đường thẳng: $d_1: 2x - y - 8 = 0$ với $d_2: y = 0$ .		

**Câu 7.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$16^x < \frac{1}{4}$ có tập nghiệm là $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$		
b)	$5^{x-1} \geq \left(\frac{1}{25}\right)^x$ có nghiệm lớn nhất là $x = \frac{1}{3}$		

c)	$(0,3)^{x-2} \leq 3$ có nghiệm lớn nhất là $x = 2 + \log_6 3$		
d)	$2.7^{x+2} > 9$ có tập nghiệm là $\left(-2 + \log_7 \left(\frac{9}{2}\right); +\infty\right)$		

**Câu 8.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\log_2(-x+3) \geq 1$ có nghiệm lớn nhất bằng 1		
b)	$\log_{\frac{1}{3}}(2x-2) \leq 3$ có nghiệm bé nhất bằng $\frac{55}{54}$		
c)	$\log_2(x^2+5x+4) < 2$ có điều kiện nghiệm là $-4 < x < -1$		
d)	$\log_{\frac{1}{9}}(-2x-1) > \log_{\frac{1}{9}}(x+1)$ tập nghiệm của bất phương trình này là: $S = \left(-\frac{2}{3}; -\frac{1}{2}\right)$		

**Câu 9.** Cho bất phương trình  $\log_{0,5}(x+1)^2 \leq \log_{0,5} 2x$ , có tập nghiệm là  $S = (a; b)$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$a = 0$		
b)	$(a; b) \cap (3; 2024) = (3; 2024)$		
c)	$A(a; 0)$ là tọa độ đỉnh của parabol $(P): y = x^2 + 2$		
d)	$\lim_{x \rightarrow b} \left(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}\right) = 3$		

**Câu 10.** Cho bất phương trình  $\log_{\frac{1}{10}}(x^2 - 5x + 7) \geq 0$ , có tập nghiệm là  $S = [a; b]$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$		
b)	Bất phương trình có chung tập nghiệm với $x^2 - 5x + 6 \leq 0$		
c)	$a; b; 5$ là một cấp số cộng		
d)	$[a; b] \cup (2; 9) = [2; 9)$		

**Câu 11.** Cho bất phương trình  $\left(\frac{1}{9}\right)^x \geq 27.3^x$ , có tập nghiệm là  $S = (a; b]$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Bất phương trình có chung tập nghiệm với $3^{-2x} \geq 3^{3+x}$		
b)	Có $A(0; b)$ giao điểm của đồ thị $y = x^3 + 2x - 1$ với trục tung $Oy$		
c)	$\lim_{x \rightarrow a} (3x + 2) = a$		
d)	$\lim_{x \rightarrow b} (3x + 2) = 2$		

**Câu 12.** Cho bất phương trình  $\left(\frac{1}{6}\right)^{x+2} \leq \left(\frac{1}{36}\right)^{-x}$ , có tập nghiệm là  $S = [a; b)$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	---------	------	-----

a)	Bất phương trình có chung tập nghiệm với $6^{-x-2} \leq 6^{-2x}$		
b)	$\lim_{x \rightarrow b} (3x^2 + 2) = b$		
c)	$[a; b] \setminus (3; +\infty) = \left[-\frac{2}{3}; 3\right]$		
d)	$\lim_{x \rightarrow a} (3x^2 + 2) = \frac{10}{3}$		

**Câu 13.** Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là  $r\%$  một năm thì tổng số tiền  $P$  ban đầu, sau

$$n \text{ năm số tiền đó chỉ còn giá trị là: } A = P \left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 86490000 đồng.		
b)	Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 96490000 đồng.		
c)	Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 80 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là 9,17% (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)		
d)	Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 6% một năm thì sau 15 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa		

## LỜI GIẢI

**Câu 1.** Giải được các phương trình sau. Khi đó:

a) Phương trình  $3^{x-1} = 9$  có một nghiệm

b) Phương trình  $5^{x-1} = \left(\frac{1}{25}\right)^x$  có nghiệm lớn hơn 3.

c) Phương trình  $3^{x-2} = 6$  có chung tập nghiệm với phương trình  $x^2 - 2x + 4 = 0$

d) Phương trình  $7^{x+2} - 40 \cdot 7^x = 9$  có một nghiệm  $x = a$ , khi đó:  $\lim_{x \rightarrow a} (x^2 + 2x + 5) = 6$

### Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a)  $3^{x-1} = 9 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^2 \Leftrightarrow x-1 = 2 \Leftrightarrow x = 3.$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = 3.$

b)  $5^{x-1} = \left(\frac{1}{25}\right)^x \Leftrightarrow 5^{x-1} = 5^{-2x} \Leftrightarrow x-1 = -2x \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}.$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = \frac{1}{3}$ .

c)  $3^{x-2} = 6 \Leftrightarrow x - 2 = \log_3 6 \Leftrightarrow x = \log_3 6 + 2$ .

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = \log_3 6 + 2$ .

d)  $7^{x+2} - 40 \cdot 7^x = 9 \Leftrightarrow 7^2 \cdot 7^x - 40 \cdot 7^x = 9 \Leftrightarrow 9 \cdot 7^x = 9 \Leftrightarrow 7^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$ .

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = 0$ .

Suy ra  $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 2x + 5) = 5$

**Câu 2.** Cho phương trình  $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}$ . Biết phương trình có 1 nghiệm là  $x = a$ . Khi đó:

a)  $a > 0$

b) Ba số  $a, 2, 3$  tạo thành cấp số cộng với công sai bằng  $d = 1$

c)  $\lim_{x \rightarrow a} (x^2 + 2x + 5) = 7$

d) Phương trình  $x^2 + x + a = 0$  vô nghiệm

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Đúng</b>
----------------	----------------	---------------	----------------

a)  $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{x-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-x-3} \Leftrightarrow x - 5 = -x - 3 \Leftrightarrow x = 1$ .

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = 1$ .

b) Ba số  $a, 2, 3$  tạo thành cấp số cộng với công sai bằng  $d = 1$

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 2x + 5) = 8$

d)  $x^2 + x + 1 > 0, \forall x$

**Câu 3.** Giải được các phương trình sau. Khi đó:

a) Phương trình  $\log_3 x = 4$  có một nghiệm duy nhất

b) Phương trình  $\log_2(2x - 2) = 3$  có điều kiện nghiệm là:  $x > 1$

c) Phương trình  $\log_4(x^2 + 5x + 10) = 2$  tổng các nghiệm của phương trình bằng  $-5$

d) Phương trình  $3 \cdot e^{2x+4} = 4$  có hai nghiệm phân biệt

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Điều kiện:  $x > 0$ .

$$\log_3 x = 4 \Rightarrow x = 3^4 = 81 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}.$$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = 81$ .

b) Điều kiện:  $2x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .

$$\log_2(2x - 2) = 3 \Rightarrow 2x - 2 = 2^3 \Leftrightarrow x = 5 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}.$$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = 5$ .

c) Điều kiện:  $x^2 + 5x + 10 > 0$  (\*)

$$\log_4(x^2 + 5x + 10) = 2 \Rightarrow x^2 + 5x + 10 = 4^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -6 \end{cases}.$$

Thay lần lượt hai giá trị này vào (\*), ta thấy cả hai giá trị đều thỏa mãn.

Vậy phương trình có tập nghiệm là  $S = \{-6; 1\}$ .

$$d) 3 \cdot e^{2x+4} = 4 \Leftrightarrow e^{2x+4} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 2x + 4 = \ln\left(\frac{4}{3}\right) \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4}{3}\right) - 2.$$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4}{3}\right) - 2$ .

**Câu 4.** Cho phương trình  $\log(x-1)^2 = \log(x+1)$ . Khi đó:

a) Điều kiện  $x > 1$

b) Phương trình đã cho có chung tập nghiệm với phương trình  $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$

c) Tổng các nghiệm của phương trình bằng 3

d) Biết phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ). Khi đó 3 số  $x_1; x_2; 6$  tạo thành một cấp số cộng.

**Lời giải**

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
Điều kiện: $\begin{cases} (x-1)^2 > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases}$ (*)			

$$\log(x-1)^2 = \log(x+1) \Rightarrow (x-1)^2 = x+1 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này vào (\*), ta thấy cả hai giá trị đều thỏa mãn. Vậy phương trình có tập nghiệm là  $S = \{0; 3\}$ .

**Câu 5.** Cho phương trình  $\log_5 \sqrt{x^2 - 3x + 21} = 1$  (\*), biết phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ). Khi đó:

a) Phương trình (\*) có chung tập nghiệm với phương trình  $x^2 - 3x - 4 = 0$

- b) Tổng các nghiệm của phương trình (\*) bằng 4  
 c) 3 số  $x_1; x_2; 8$  tạo thành một cấp số cộng.  
 d)  $\lim_{x \rightarrow x_1} (x-2) + \lim_{x \rightarrow x_2} (x-2) = -1$

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Đúng</b>
----------------	---------------	---------------	----------------

Điều kiện:  $x^2 - 3x + 21 > 0$ . (\*)

$$\log_5 \sqrt{x^2 - 3x + 21} = 1 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 3x + 21} = 5 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này vào (\*), ta thấy cả hai giá trị đều thoả mãn. Vậy phương trình có tập nghiệm là  $S = \{-1; 4\}$ .

**Câu 6.** Cho phương trình  $\log_3(x+6) = \log_3(x-1) + 1$  (\*). Khi đó:

- a) Điều kiện:  $x > 1$   
 b) Phương trình (\*) có chung tập nghiệm với phương trình  $\frac{x^2 - 11x + 9}{x-1} = 0$   
 c) Gọi  $x = a$  là nghiệm của phương trình (\*), khi đó  $\lim_{x \rightarrow a} (x-3) = \frac{5}{2}$   
 d) Nghiệm của phương trình (\*) là hoành độ giao điểm của đường thẳng:  $d_1 : 2x - y - 8 = 0$  với  $d_2 : y = 0$ .

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	----------------	---------------	---------------

Điều kiện:  $\begin{cases} x+6 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$ .

$$\log_3(x+6) = \log_3(x-1) + 1 \Leftrightarrow \log_3(x+6) = \log_3(x-1) + \log_3 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x+6) = \log_3 3(x-1) \Rightarrow x+6 = 3(x-1) \Leftrightarrow x = \frac{9}{2} \text{ (thoả mãn điều kiện).}$$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = \frac{9}{2}$ .

**Câu 7.** Giải được các bất phương trình sau. Khi đó:

- a)  $16^x < \frac{1}{4}$  có tập nghiệm là  $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$   
 b)  $5^{x-1} \geq \left(\frac{1}{25}\right)^x$  có nghiệm lớn nhất là  $x = \frac{1}{3}$   
 c)  $(0,3)^{x-2} \leq 3$  có nghiệm lớn nhất là  $x = 2 + \log_6 3$

d)  $2.7^{x+2} > 9$  có tập nghiệm là  $\left(-2 + \log_7\left(\frac{9}{2}\right); +\infty\right)$

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Đúng</b>
----------------	---------------	---------------	----------------

a)  $16^x < \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2^{4x} < 2^{-2} \Leftrightarrow 4x < -2 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$  (do  $2 > 1$ ).

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x < -\frac{1}{2}$ .

b)  $5^{x-1} \geq \left(\frac{1}{25}\right)^x \Leftrightarrow 5^{x-1} \geq 5^{-2x} \Leftrightarrow x-1 \geq -2x \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{3}$  (do  $5 < 1$ ).

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x \geq \frac{1}{3}$ .

c)  $(0,3)^{x-2} \leq 3 \Leftrightarrow x-2 \geq \log_{0,3} 3 \Leftrightarrow x \geq 2 + \log_{0,3} 3$  (do  $0 < 0,3 < 1$ ).

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x \geq 2 + \log_{0,3} 3$ .

d)  $2.7^{x+2} > 9 \Leftrightarrow 7^{x+2} > \frac{9}{2} \Leftrightarrow x+2 > \log_7\left(\frac{9}{2}\right) \Leftrightarrow x > -2 + \log_7\left(\frac{9}{2}\right)$  (do  $7 > 1$ ).

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x > -2 + \log_7\left(\frac{9}{2}\right)$ .

**Câu 8.** Giải được các bất phương trình sau. Khi đó:

a)  $\log_2(-x+3) \geq 1$  có nghiệm lớn nhất bằng 1

b)  $\log_{\frac{1}{3}}(2x-2) \leq 3$  có nghiệm bé nhất bằng  $\frac{55}{54}$

c)  $\log_2(x^2 + 5x + 4) < 2$  có điều kiện nghiệm là  $-4 < x < -1$

d)  $\log_{\frac{1}{9}}(-2x-1) > \log_{\frac{1}{9}}(x+1)$  tập nghiệm của bất phương này là:  $S = \left(-\frac{2}{3}; -\frac{1}{2}\right)$

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Đúng</b>
----------------	----------------	---------------	----------------

a) Điều kiện:  $-x+3 > 0 \Leftrightarrow x < 3$ . (\*)

Khi đó, do cơ số  $2 > 1$  nên bất phương trình đã cho trở thành:

$-x+3 \geq 2^1 \Leftrightarrow x \leq 1$ .

Kết hợp với điều kiện (\*), ta được nghiệm của bất phương trình là  $x \leq 1$ .

b) Điều kiện:  $2x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ . (\*)

Khi đó, do cơ số  $0 < \frac{1}{3} < 1$  nên bất phương trình đã cho trở thành:

$$2x - 2 \geq \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Leftrightarrow 2x \geq \frac{55}{27} \Leftrightarrow x \geq \frac{55}{54}.$$

Kết hợp với điều kiện (\*), ta được nghiệm của bất phương trình là  $x \geq \frac{55}{54}$ .

c) Điều kiện:  $x^2 + 5x + 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < -4 \end{cases}$ .

Khi đó, do cơ số  $2 > 1$  nên bất phương trình đã cho trở thành

$$x^2 + 5x + 4 < 2^2 \Leftrightarrow x^2 + 5x < 0 \Leftrightarrow -5 < x < 0.$$

Kết hợp với điều kiện (\*), ta được tập nghiệm của bất phương trình là:

$$S = (-5; -4) \cup (-1; 0).$$

d) Điều kiện:  $\begin{cases} -2x - 1 > 0 \\ x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{1}{2} \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < -\frac{1}{2}$ . (\*)

Khi đó, do cơ số  $0 < \frac{1}{9} < 1$  nên bất phương trình đã cho trở thành:

$$-2x - 1 < x + 1 \Leftrightarrow x > -\frac{2}{3}. \text{ Kết hợp điều kiện (*), nghiệm của bất phương trình là } -\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{2}.$$

**Câu 9.** Cho bất phương trình  $\log_{0,5}(x+1)^2 \leq \log_{0,5} 2x$ , có tập nghiệm là  $S = (a; b)$ . Khi đó:

a)  $a = 0$

b)  $(a; b) \cap (3; 2024) = (3; 2024)$

c)  $A(a; 0)$  là tọa độ đỉnh của parabol  $(P): y = x^2 + 2$

$$d) \lim_{x \rightarrow b} \left( \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} \right) = 3$$

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} (x+1)^2 > 0 \\ 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0. (*)$$

Khi đó, do cơ số  $0 < 0,5 < 1$  nên bất phương trình đã cho trở thành:

$$(x+1)^2 \geq 2x \Leftrightarrow x^2 + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}.$$

Kết hợp với điều kiện (\*), ta được nghiệm của bất phương trình là  $x > 0$ .

**Câu 10.** Cho bất phương trình  $\log_{\frac{1}{10}}(x^2 - 5x + 7) \geq 0$ , có tập nghiệm là  $S = [a; b]$ . Khi đó:

- a) Điều kiện:  $x \in \mathbb{R}$
- b) Bất phương trình có chung tập nghiệm với  $x^2 - 5x + 6 \leq 0$
- c)  $a; b; 5$  là một cấp số cộng
- d)  $[a; b] \cup (2; 9) = [2; 9)$

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Đúng</b>
----------------	----------------	---------------	----------------

Điều kiện:  $x^2 - 5x + 7 > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}.(*)$

Khi đó, do cơ số  $0 < \frac{1}{10} < 1$  nên bất phương trình đã cho trở thành:

$$x^2 - 5x + 7 \leq \left(\frac{1}{10}\right)^0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 \leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3.$$

Kết hợp với điều kiện (\*), ta được nghiệm của bất phương trình là  $2 \leq x \leq 3$ .

**Câu 11.** Cho bất phương trình  $\left(\frac{1}{9}\right)^x \geq 27 \cdot 3^x$ , có tập nghiệm là  $S = (a; b]$ . Khi đó:

- a) Bất phương trình có chung tập nghiệm với  $3^{-2x} \geq 3^{3+x}$
- b) Có  $A(0; b)$  giao điểm của đồ thị  $y = x^3 + 2x - 1$  với trục tung  $Oy$
- c)  $\lim_{x \rightarrow a} (3x + 2) = a$
- d)  $\lim_{x \rightarrow b} (3x + 2) = 2$

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	----------------	----------------	---------------

$$\left(\frac{1}{9}\right)^x \geq 27 \cdot 3^x \Leftrightarrow 3^{-2x} \geq 3^3 \cdot 3^x \Leftrightarrow 3^{-2x} \geq 3^{3+x} \Leftrightarrow -2x \geq 3 + x \text{ (do } 3 > 1) \Leftrightarrow x \leq -1.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x \leq -1$ .

**Câu 12.** Cho bất phương trình  $\left(\frac{1}{6}\right)^{x+2} \leq \left(\frac{1}{36}\right)^{-x}$ , có tập nghiệm là  $S = [a; b)$ . Khi đó:

a) Bất phương trình có chung tập nghiệm với  $6^{-x-2} \leq 6^{-2x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow b} (3x^2 + 2) = b$

c)  $[a; b) \setminus (3; +\infty) = \left[-\frac{2}{3}; 3\right]$

d)  $\lim_{x \rightarrow a} (3x^2 + 2) = \frac{10}{3}$

**Lời giải**

<b>a) Sai</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Đúng</b>
---------------	----------------	----------------	----------------

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{x+2} \leq \left(\frac{1}{36}\right)^{-x} \Leftrightarrow 6^{-x-2} \leq 6^{2x} \Leftrightarrow -x-2 \leq 2x \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{3} \text{ (do } 6 > 1).$$

Một cách giải khác:

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{x+2} \leq \left(\frac{1}{36}\right)^{-x} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^{x+2} \leq \left(\frac{1}{6}\right)^{-2x} \Leftrightarrow x+2 \geq -2x \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{3} \text{ (do } 0 < \frac{1}{6} < 1)$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x \geq -\frac{2}{3}$ .

**Câu 13.** Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là  $r\%$  một năm thì tổng số tiền  $P$  ban đầu, sau

$n$  năm số tiền đó chỉ còn giá trị là:  $A = P \left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$

a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 86490000 đồng.

B) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 96490000 đồng.

c) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 80 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là 9,17% (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

d) Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 6% một năm thì sau 15 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa

**Hướng dẫn giải**

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	---------------	---------------	---------------

a) b) Giả thiết cho  $P = 100$  triệu đồng,  $r\% = 7\%$ ,  $n = 2$  năm.

Ta có:  $A = 100 \cdot 10^6 \left(1 - \frac{7}{100}\right)^2 = 86490000$  đồng.

Vậy sau hai năm sức mua còn lại của 100000000 là 86490000 đồng.

c) Giả thiết cho  $P = 100$  triệu đồng,  $A = 80$  triệu đồng,  $n = 3$  năm.

Ta có:  $80 = 100 \left(1 - \frac{r}{100}\right)^3 \Leftrightarrow 1 - \frac{r}{100} = \sqrt[3]{\frac{4}{5}} \Leftrightarrow r \approx 7,17$ .

Vậy tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm là  $r\% \approx 7,17\%$ .

d) Giả thiết cho  $P = X$  triệu đồng,  $A = \frac{X}{2}$  triệu đồng,  $r\% = 6\%$ .

Ta có:  $\frac{X}{2} = X \left(1 - \frac{6}{100}\right)^n \Leftrightarrow (0,94)^n = \frac{1}{2} \Leftrightarrow n \approx 11,2$  (năm).

Vậy sau khoảng 12 năm sức mua của số tiền còn lại là một nửa.

### ©. Trả lời ngắn

**Câu 1.** Tìm nghiệm phương trình  $\sqrt{2} \cdot 2^{3x+1} = 8$

**Trả lời:** .....

**Câu 2.** Dân số ở một địa phương được ước tính theo công thức  $S = A \cdot e^{rt}$ , trong đó  $A$  không đổi là dân số của năm 2023,  $S$  là dân số sau  $t$  năm,  $r$  là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Hỏi đến năm nào thì dân số ở địa phương đó sẽ đạt gấp đôi dân số năm 2023? Biết  $r = 1,13\%$  / năm.

**Trả lời:** .....

**Câu 3.** Giả sử giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc ô tô sau  $t$  năm sử dụng được mô hình hoá bằng công thức:  $V(t) = A \cdot (0,905)^t$ , trong đó  $A$  là giá xe (tính theo triệu đồng) lúc mới mua. Hỏi nếu theo mô hình này, sau bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị của chiếc xe đó còn lại không quá 300 triệu đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). Biết  $A = 780$  (triệu đồng).

**Trả lời:** .....

**Câu 4.** Anh Hưng gửi tiết kiệm khoản tiền 700 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% / năm theo hình thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Tính thời gian tối thiểu gửi tiết kiệm để anh Hưng thu được ít nhất 1 tỉ đồng (cả vốn lẫn lãi). Cho biết công thức lãi kép là  $T = A \cdot (1+r)^n$ , trong đó  $A$  là tiền vốn,  $T$  là tiền vốn và lãi nhận được sau  $n$  năm,  $r$  là lãi suất/năm.

**Trả lời:** .....

**Câu 5.** Mức cường độ âm  $L$  (đơn vị:  $dB$ ) được tính bởi công thức  $L = 10 \log \left( \frac{I}{10^{-12}} \right)$ , trong đó  $I$  (đơn vị:  $W/m^2$ ) là cường độ âm. Mức cường độ âm ở một khu dân cư được quy định là dưới  $60dB$ . Hỏi cường độ âm của khu vực đó phải dưới bao nhiêu  $W/m^2$  ?

**Trả lời:** .....

**Câu 6.** Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức  $S(t) = A \cdot e^{rt}$ , trong đó  $A$  là số lượng vi khuẩn ban đầu,  $S(t)$  là số lượng vi khuẩn có sau  $t$  (phút),  $r$  là tỉ lệ tăng trưởng ( $r > 0$ ),  $t$  (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 6 giờ có 2000 con. Hỏi ít nhất bao nhiêu giờ, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt ít nhất 120000 con?

**Trả lời:** .....

**Câu 7.** Tìm nghiệm phương trình  $\log_{\frac{1}{4}}(-x+2) = -2$

**Trả lời:** .....

**Câu 8.** Tìm nghiệm phương trình  $\ln 2x + \ln(x-1) = \ln x^2$ ;

**Trả lời:** .....

**Câu 9.** Tìm nghiệm phương trình  $\log(x^2 - 3x + 2) = 2 \log_{100}(2x - 4)$ ;

**Trả lời:** .....

**Câu 10.** Tìm nghiệm phương trình  $\log_3(2x-3) = \log_3(x-2) + 1$ ;

**Trả lời:** .....

**Câu 11.** Tìm nghiệm phương trình  $\log_2^2 x + \log_2 x - 2 = 0$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 12.** Tìm nghiệm bất phương trình  $3^{x^2-4x+5} > \frac{1}{9}$

**Trả lời:** .....

**Câu 13.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\frac{0,5}{2^{x-2}} \geq 4^{\frac{x}{2}}$

**Trả lời:** .....

**Câu 14.** Tìm nghiệm bất phương trình  $3^x - 2 \cdot 5^x < 0$ ;

**Trả lời:** .....

**Câu 15.** Tìm nghiệm bất phương trình  $25^x - 5^{1+x} - 6 \geq 0$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 16.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\log_{\frac{1}{4}}(-x+2) \geq -2$ ;

**Trả lời:** .....

**Câu 17.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\log_2(x^2 + 3x) \leq 2$ ;

**Trả lời:** .....

**Câu 18.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\ln 2 + \ln\left(x - \frac{1}{2}\right) < \ln x^2$

**Trả lời:** .....

**Câu 19.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\log x + \log(3 - x) \leq 1$

**Trả lời:** .....

**Câu 20.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\log_2 3 + \log_5 x \geq 1 + \log_2 3 \cdot \log_5 x$  ;

**Trả lời:** .....

**Câu 21.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\log_3^2(-x) - 2\log_{\sqrt{3}}(-x) - 2\log_{\frac{1}{3}}(-x) + 1 > 0$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 22.** Dân số nước ta năm 2022 ước tính là 99200000 người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hằng năm của nước ta không đổi là  $r = 0,93\%$ . Biết rằng sau  $t$  năm, dân số Việt Nam (tính từ mốc năm 2022) ước tính theo công thức  $S = A \cdot e^{rt}$ . Hỏi từ năm nào trở đi, dân số nước ta vượt 120 triệu người?

**Trả lời:** .....

**Câu 23.** Một người gửi tiết kiệm 10 tỉ đồng theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng với lãi suất 7% một năm và lãi hằng năm được nhập vào vốn. Sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 12 tỉ đồng?

**Trả lời:** .....

**Câu 24.** Để đầu tư dự án trồng rau sạch theo công nghệ mới, bác Thảo đã làm hợp đồng xin vay vốn ngân hàng số tiền là 500 triệu đồng với lãi suất  $r < 0$  cho kỳ hạn một năm. Điều kiện kèm theo của hợp đồng là số tiền lãi năm trước sẽ được tính làm vốn để sinh lãi cho năm sau (theo thể thức lãi kép). Sau hai năm thành công với dự án rau sạch của mình, bác đã thanh toán hợp đồng ngân hàng với số tiền là 599823000 đồng. Hỏi bác Thảo đã vay ngân hàng với lãi suất  $r$  là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần nghìn)?

**Trả lời:** .....

**Câu 25.** Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức mũ như sau

$Q(t) = Q_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{3t}{2}}\right)$ , với  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giờ và  $Q_0$  là dung lượng nạp tối đa. Hãy tính

thời gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn pin cho đến khi điện thoại đạt được 80% dung lượng pin tối đa (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Trả lời:** .....

**Câu 26.** Mức cường độ âm  $L$  (đơn vị:  $dB$ ) được tính bởi công thức

$L = 10 \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$ , trong đó  $I$  (đơn vị:  $W/m^2$ ) là cường độ âm. Hãy tính mức cường độ âm mà tai

người có thể nghe được, biết rằng tai người có thể nghe được âm với cường độ âm từ  $10^{-12} W/m^2$  đến  $10^1 W/m^2$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 27.** Tìm nghiệm của phương trình  $5^{x-\sqrt{x^2+4}} = 25$ ;

**Trả lời:** .....

**Câu 28.** Tìm nghiệm của phương trình  $16^{x-10} = 0,125 \cdot 8^{x-15}$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 29.** Tìm nghiệm của phương trình  $\log_2[x(x-1)] = 1$ ;

**Trả lời:** .....

**Câu 30.** Tìm nghiệm của phương trình  $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$ ;

**Trả lời:** .....

**Câu 31.** Tìm nghiệm của phương trình  $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7)$ ;

**Trả lời:** .....

**Câu 32.** Tìm nghiệm của phương trình  $\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = 11$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 33.** Tìm nghiệm của phương trình  $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x-3) = 0$ ;

**Trả lời:** .....

**Câu 34.** Tìm nghiệm của phương trình  $\log_2(x-2) - 6\log_{\frac{1}{8}}\sqrt{3x-5} = 2$ ;

**Trả lời:** .....

**Câu 35.** Tìm nghiệm của phương trình  $\log_3(2x-1) \cdot \ln(-x+5) = \log_{\frac{1}{27}}(2x-1)$ ;

**Trả lời:** .....

**Câu 36.** Tìm nghiệm của phương trình  $\log_2(x+2) + \log_4(x-5)^2 + \log_{\frac{1}{2}} 8 = 0$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 37.** Tìm nghiệm bất phương trình  $5^{|x^2-2x|} > 125$

**Trả lời:** .....

**Câu 38.** Tìm nghiệm bất phương trình  $2^{x+1} + 2^{x+2} < 3^x + 3^{x+1}$ ;

**Trả lời:** .....

**Câu 39.** Tìm nghiệm bất phương trình  $(\sqrt{2}+1)^{x+1} \geq (\sqrt{2}-1)^{\frac{x}{x-1}}$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 40.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\log_{\sqrt{3}}(x^2 - 3x + 11) \leq 4$ ;

**Trả lời:** .....

**Câu 41.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x-11}{x+4} \leq 4$

**Trả lời:** .....

**Câu 42.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\log_3(x-3) > \log_3(2x+7)$ ;

**Trả lời:** .....

**Câu 43.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\log_5(1-2x) > 1 + \log_{\sqrt{5}}(x+1)$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 44.** Tìm  $m$  để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi số thực  $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 45.** Công thức tính khối lượng còn lại của một chất phóng xạ từ khối lượng ban đầu  $M_0$  là:

$M(t) = M_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , trong đó  $t$  là thời gian tính từ thời điểm ban đầu;  $T$  là chu kỳ bán rã chất phóng xạ.

Đồng vị phóng xạ của polonium-209 có chu kỳ bán rã là 103 ngày, biết khối lượng ban đầu  $M_0 = 300$  g.

Hỏi khối lượng polonium-209 còn lại sau 515 ngày.

**Trả lời:** .....

**Câu 46.** Tìm nghiệm của phương trình  $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7)$ ;

**Trả lời:** .....

**Câu 47.** Nếu một người gửi số tiền  $A$  với lãi suất kép  $r$  mỗi kì thì sau  $n$  kì, số tiền  $T$  người ấy thu được cả vốn lẫn lãi được cho bởi công thức  $T_n = A(1+r)^n$ .

Một người gửi 150 triệu đồng vào một ngân hàng theo thể thức lãi suất kép với lãi suất cố định là 8,4% / năm. Nếu theo kì hạn là 1 năm thì sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó thu được cả vốn và tiền lãi hơn 200 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Trả lời:** .....

## LỜI GIẢI

**Câu 1.** Tìm nghiệm phương trình  $\sqrt{2} \cdot 2^{3x+1} = 8$

**Trả lời:**  $x = \frac{1}{2}$

### Lời giải

$$\sqrt{2} \cdot 2^{3x+1} = 8 \Leftrightarrow 2^{3x+1} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow 3x+1 = \log_2 4\sqrt{2} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = \frac{1}{2}$ .

**Câu 2.** Dân số ở một địa phương được ước tính theo công thức  $S = A \cdot e^{r \cdot t}$ , trong đó  $A$  không đổi là dân số của năm 2023,  $S$  là dân số sau  $t$  năm,  $r$  là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Hỏi đến năm nào thì dân số ở địa phương đó sẽ đạt gấp đôi dân số năm 2023? Biết  $r = 1,13\%$  / năm.

**Trả lời:** 2085

**Hướng dẫn giải**

Dân số đạt gấp đôi nghĩa là  $S = 2A$ , ta có:

$$2A = A \cdot e^{1,13\% \cdot t} \Leftrightarrow e^{1,13\% \cdot t} = 2 \Leftrightarrow 1,13\% \cdot t = \ln_e 2 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 2}{1,13\%} \approx 61,34 \text{ (do } e > 1 \text{)}.$$

Vậy sau 62 năm tức đến năm 2085 thì dân số ở địa phương đó sẽ gấp đôi dân số năm 2023.

**Câu 3.** Giả sử giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc ô tô sau  $t$  năm sử dụng được mô hình hoá bằng công thức:  $V(t) = A \cdot (0,905)^t$ , trong đó  $A$  là giá xe (tính theo triệu đồng) lúc mới mua. Hỏi nếu theo mô hình này, sau bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị của chiếc xe đó còn lại không quá 300 triệu đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). Biết  $A = 780$  (triệu đồng).

**Trả lời:** 10 năm

**Hướng dẫn giải**

Ta có:  $V(t) \leq 300 \Leftrightarrow 780 \cdot (0,905)^t \leq 300$

$$\Leftrightarrow (0,905)^t \leq \frac{5}{13} \Leftrightarrow t \geq \log_{0,905} \left( \frac{5}{13} \right) \approx 9,6 \text{ (do } 0 < 0,905 < 1 \text{)}.$$

Vậy sau khoảng 10 năm sử dụng, giá trị chiếc xe đó còn lại không quá 300 triệu đồng.

**Câu 4.** Anh Hưng gửi tiết kiệm khoản tiền 700 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% / năm theo hình thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Tính thời gian tối thiểu gửi tiết kiệm để anh Hưng thu được ít nhất 1 tỉ đồng (cả vốn lẫn lãi). Cho biết công thức lãi kép là  $T = A \cdot (1+r)^n$ , trong đó  $A$  là tiền vốn,  $T$  là tiền vốn và lãi nhận được sau  $n$  năm,  $r$  là lãi suất/năm.

**Trả lời:** ít nhất 6 năm

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có: } T \geq 1000 \Leftrightarrow 700(1+7\%)^n \geq 1000 \Leftrightarrow 1,07^n \geq \frac{10}{7}$$

$$\Leftrightarrow n \geq \log_{1,07} \left( \frac{10}{7} \right) \approx 5,27 \text{ (do } 1,07 > 1 \text{)}.$$

Vậy thời gian gửi tiết kiệm phải ít nhất 6 năm thì anh Hưng mới thu được ít nhất 1 tỉ đồng.

**Câu 5.** Mức cường độ âm  $L$  (đơn vị:  $dB$ ) được tính bởi công thức  $L = 10 \log \left( \frac{I}{10^{-12}} \right)$ , trong đó  $I$  (đơn vị:  $W / m^2$ ) là cường độ âm. Mức cường độ âm ở một khu dân cư được quy định là dưới  $60dB$ . Hỏi cường độ âm của khu vực đó phải dưới bao nhiêu  $W / m^2$  ?

**Trả lời:**  $10^{-6}$

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có: } L < 60 \Leftrightarrow 10 \log \left( \frac{I}{10^{-12}} \right) < 60 \Leftrightarrow \log \left( \frac{I}{10^{-12}} \right) < 6$$

$$\Leftrightarrow \frac{I}{10^{-12}} < 10^6 \Leftrightarrow I < 10^{-6} \text{ (do } 10 > 1).$$

Vậy cường độ âm ở khu vực đó phải dưới  $10^{-6} (W / m^2)$ .

**Câu 6.** Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức  $S(t) = A \cdot e^{rt}$ , trong đó  $A$  là số lượng vi khuẩn ban đầu,  $S(t)$  là số lượng vi khuẩn có sau  $t$  (phút),  $r$  là tỉ lệ tăng trưởng ( $r > 0$ ),  $t$  (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 6 giờ có 2000 con. Hỏi ít nhất bao nhiêu giờ, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt ít nhất 120000 con?

**Trả lời:** ít nhất 24 (giờ)

**Hướng dẫn giải**

Ta có:  $A = 500, S(360) = 2000, 6 \text{ giờ} = 360 \text{ phút}$ .

Sau 6 giờ số lượng vi khuẩn là 2000 con, tức là:  $2000 = 500 \cdot e^{r \cdot 360}$

$$\Leftrightarrow e^{r \cdot 360} = 4 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 4}{360} \text{ (do } e > 1).$$

Số lượng vi khuẩn đạt ít nhất 120000 con, nghĩa là:  $500 \cdot e^{\frac{\ln 4}{360} t} \geq 120000$

$$\Leftrightarrow e^{\frac{\ln 4}{360} t} \geq 240 \Leftrightarrow \frac{\ln 4}{360} \cdot t \geq \ln 240 \Leftrightarrow t \geq \frac{360 \cdot \ln 240}{\ln 4} \approx 1423,24 \text{ (phút)}.$$

Vậy sau ít nhất 24 (giờ) thì số lượng vi khuẩn đạt ít nhất 120000 con.

**Câu 7.** Tìm nghiệm phương trình  $\log_{\frac{1}{4}}(-x+2) = -2$

**Trả lời:**  $x = -14$

**Hướng dẫn giải**

Điều kiện:  $-x+2 > 0 \Leftrightarrow x < 2$ .

$$\log_{\frac{1}{4}}(-x+2) = -2 \Leftrightarrow -x+2 = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \Leftrightarrow x = -14 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}.$$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = -14$ .

**Câu 8.** Tìm nghiệm phương trình  $\ln 2x + \ln(x-1) = \ln x^2$ ;

**Trả lời:**  $x = 2$

### Hướng dẫn giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x > 0 \\ x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1. (*) \\ x^2 > 0 \end{cases}$$

$$\ln 2x + \ln(x-1) = \ln x^2 \Leftrightarrow \ln[2x(x-1)] = \ln x^2 \Rightarrow 2x(x-1) = x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}, \text{ ta thấy chỉ có nghiệm } x = 2 \text{ thoả mãn điều kiện } (*).$$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = 2$ .

**Câu 9.** Tìm nghiệm phương trình  $\log(x^2 - 3x + 2) = 2 \log_{100}(2x - 4)$ ;

**Trả lời:**  $x = 3$

### Hướng dẫn giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ 2x - 4 > 0 \end{cases} . (*)$$

$$\log(x^2 - 3x + 2) = 2 \log_{100}(2x - 4) \Leftrightarrow \log(x^2 - 3x + 2) = \log(2x - 4)$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 2x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này vào (\*), ta thấy chỉ có giá trị  $x = 3$  thoả mãn.

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = 3$ .

**Câu 10.** Tìm nghiệm phương trình  $\log_3(2x - 3) = \log_3(x - 2) + 1$ ;

**Trả lời:**  $x = 3$

### Hướng dẫn giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2. (*)$$

$$\log_3(2x - 3) = \log_3(x - 2) + 1 \Leftrightarrow \log_3(2x - 3) = \log_3(x - 2) + \log_3 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3(2x - 3) = \log_3 3(x - 2) \Rightarrow 2x - 3 = 3x - 6 \Leftrightarrow x = 3 \text{ (thoả mãn điều kiện)}$$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = 3$ .

**Câu 11.** Tìm nghiệm phương trình  $\log_2^2 x + \log_2 x - 2 = 0$ .

$$\text{Trả lời: } S = \left\{ \frac{1}{4}; 2 \right\}$$

### Hướng dẫn giải

Điều kiện:  $x > 0$ .

$$\log_2^2 x + \log_2 x - 2 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 1 + \log_2 x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\log_2 x - 1)(\log_2 x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x - 1 = 0 \\ \log_2 x + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2^{-2} = \frac{1}{4} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là  $S = \left\{ \frac{1}{4}; 2 \right\}$ .

**Câu 12.** Tìm nghiệm bất phương trình  $3^{x^2-4x+5} > \frac{1}{9}$

**Trả lời:**  $x \in \mathbb{R}$

**Hướng dẫn giải**

$$3^{x^2-4x+5} > \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x^2-4x+5} > 3^{-2} \Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 > -2 \text{ (do } 3 > 1). \Leftrightarrow x^2 - 4x + 7 > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 13.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\frac{0,5}{2^{x-2}} \geq 4^{\frac{x}{2}}$

**Trả lời:**  $x \leq \frac{1}{2}$

**Hướng dẫn giải**

$$\frac{0,5}{2^{x-2}} \geq 4^{\frac{x}{2}} \Leftrightarrow 0,5 \geq 2^{x-2} \cdot 2^x \Leftrightarrow 2^{-1} \geq 2^{2x-2} \Leftrightarrow -1 \geq 2x-2 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{2} \text{ (do } 2 > 1).$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x \leq \frac{1}{2}$ .

**Câu 14.** Tìm nghiệm bất phương trình  $3^x - 2.5^x < 0$ ;

**Trả lời:**  $x > \log_{\frac{3}{5}} 2$

**Hướng dẫn giải**

$$3^x - 2.5^x < 0 \Leftrightarrow 3^x < 2.5^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x < 2 \Leftrightarrow x > \log_{\frac{3}{5}} 2 \text{ (do } 0 < \frac{3}{5} < 1).$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x > \log_{\frac{3}{5}} 2$ .

**Câu 15.** Tìm nghiệm bất phương trình  $25^x - 5^{1+x} - 6 \geq 0$ .

**Trả lời:**  $x \geq \log_5 6$

**Hướng dẫn giải**

$$25^x - 5^{1+x} - 6 \geq 0 \Leftrightarrow 5^{2x} - 5 \cdot 5^x - 6 \geq 0 \\ \Leftrightarrow (5^x)^2 - 1 - 5 \cdot (5^x + 1) \geq 0 \Leftrightarrow (5^x + 1)(5^x - 6) \geq 0.$$

Vì  $5^x + 1 > 0$  nên bất phương trình trở thành:  $5^x \geq 6 \Leftrightarrow x \geq \log_5 6$  (do  $5 > 1$ ).

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x \geq \log_5 6$ .

**Câu 16.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\log_{\frac{1}{4}}(-x+2) \geq -2$ ;

**Trả lời:**  $S = [-14; 2)$ .

**Hướng dẫn giải**

Điều kiện:  $-x+2 > 0 \Leftrightarrow x < 2$ .(\*)

Khi đó, do cơ số  $0 < \frac{1}{4} < 1$  nên bất phương trình đã cho trở thành:

$$-x+2 \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \Leftrightarrow -x+2 \leq 4^2 \Leftrightarrow x \geq -14.$$

Kết hợp với điều kiện (\*), ta được tập nghiệm của bất phương trình là:

$$S = [-14; 2).$$

**Câu 17.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\log_2(x^2 + 3x) \leq 2$ ;

**Trả lời:**  $S = [-4; -3) \cup (0; 1]$

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Điều kiện: } x^2 + 3x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -3 \end{cases} \text{.} (*)$$

Khi đó, do cơ số  $2 > 1$  nên bất phương trình đã cho trở thành:

$$x^2 + 3x \leq 4 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 1.$$

Kết hợp với điều kiện (\*), ta được tập nghiệm của bất phương trình là:

$$S = [-4; -3) \cup (0; 1]$$

**Câu 18.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\ln 2 + \ln\left(x - \frac{1}{2}\right) < \ln x^2$

**Trả lời:**  $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty)$

### Hướng dẫn giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x - \frac{1}{2} > 0 \\ x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}. (*)$$

Khi đó, do cơ số  $e > 1$  nên bất phương trình đã cho trở thành:

$$\ln(2x-1) < \ln x^2 \Rightarrow 2x-1 < x^2 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1.$$

Kết hợp với điều kiện (\*), ta được tập nghiệm của bất phương trình là:

$$S = \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty)$$

**Câu 19.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\log x + \log(3-x) \leq 1$

**Trả lời:**  $0 < x < 3$

### Hướng dẫn giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ 3-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 3. (*)$$

Khi đó, do cơ số  $10 > 1$  nên bất phương trình đã cho trở thành:

$$\log x(3-x) \leq 1 \Rightarrow 3x - x^2 \leq 10 \Rightarrow x^2 - 3x + 10 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}.$$

Kết hợp với điều kiện (\*), vậy nghiệm của bất phương trình là  $0 < x < 3$ .

**Câu 20.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\log_2 3 + \log_5 x \geq 1 + \log_2 3 \cdot \log_5 x$ ;

**Trả lời:**  $0 < x \leq 5$

### Hướng dẫn giải

Điều kiện:  $x > 0. (*)$

$$\begin{aligned} \log_2 3 + \log_5 x \geq 1 + \log_2 3 \cdot \log_5 x &\Leftrightarrow \log_5 x \cdot (1 - \log_2 3) - (1 - \log_2 3) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow (1 - \log_2 3)(\log_5 x - 1) \geq 0. \end{aligned}$$

Khi đó, do  $1 - \log_2 3 < 0$  và cơ số  $5 > 1$  nên bất phương trình trở thành:

$$\log_5 x \leq 1 \Rightarrow x \leq 5.$$

Kết hợp với điều kiện (\*), ta được nghiệm của bất phương trình là  $0 < x \leq 5$ .

**Câu 21.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\log_3^2(-x) - 2\log_{\sqrt{3}}(-x) - 2\log_{\frac{1}{3}}(-x) + 1 > 0$ .

**Trả lời:**  $S = (-\infty; -3) \cup (-3; 0)$ .

### Hướng dẫn giải

Điều kiện:  $-x > 0 \Leftrightarrow x < 0$ .(\*)

$$\log_3^2(-x) - 2\log_{\sqrt{3}}(-x) - 2\log_{\frac{1}{3}}(-x) + 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3^2(-x) - 4\log_3(-x) + 2\log_3(-x) + 1 > 0 \Leftrightarrow \log_3^2(-x) - 2\log_3(-x) + 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow (\log_3(-x) - 1)^2 > 0 \Rightarrow \log_3(-x) - 1 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3(-x) \neq 1 \Leftrightarrow -x \neq 3 \Leftrightarrow x \neq -3.$$

Kết hợp với điều kiện (\*), ta được tập nghiệm của bất phương trình là

$$S = (-\infty; -3) \cup (-3; 0).$$

**Câu 22.** Dân số nước ta năm 2022 ước tính là 99200000 người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hằng năm của nước ta không đổi là  $r = 0,93\%$ . Biết rằng sau  $t$  năm, dân số Việt Nam (tính từ mốc năm 2022) ước tính theo công thức  $S = A \cdot e^{rt}$ . Hỏi từ năm nào trở đi, dân số nước ta vượt 120 triệu người?

**Trả lời:** từ năm 2043

**Hướng dẫn giải**

Xét bất phương trình:

$$99200000 \cdot e^{0,93\% \cdot t} > 120000000 \Leftrightarrow e^{0,93\% \cdot t} > \frac{75}{62} \Leftrightarrow 0,93\% \cdot t > \ln\left(\frac{75}{62}\right) \\ \Leftrightarrow t > 20,468.$$

Vậy từ năm 2043 trở đi thì dân số nước ta vượt quá 120 triệu người.

**Câu 23.** Một người gửi tiết kiệm 10 tỉ đồng theo thẻ thức lãi kép kì hạn 12 tháng với lãi suất 7% một năm và lãi hằng năm được nhập vào vốn. Sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 12 tỉ đồng?

**Trả lời:** ít nhất 3 năm

**Hướng dẫn giải**

Theo công thức lãi kép:  $T = A(1+r)^n$ , số tiền người đó nhận được sau  $n$  năm là:

$$T = 10 \cdot 10^9 (1+7\%)^n = 10^{10} \cdot 1,07^n \text{ (đồng)}$$

Để nhận được số tiền nhiều hơn 12 tỉ đồng thì

$$T = 10^{10} \cdot 1,07^n > 12 \cdot 10^9 \Leftrightarrow 1,07^n > \frac{6}{5} \Leftrightarrow n > \log_{1,07}\left(\frac{6}{5}\right) \approx 2,695.$$

Vậy sau ít nhất 3 năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 12 tỉ đồng.

**Câu 24.** Để đầu tư dự án trồng rau sạch theo công nghệ mới, bác Thảo đã làm hợp đồng xin vay vốn ngân hàng số tiền là 500 triệu đồng với lãi suất  $r < 0$  cho kỳ hạn một năm. Điều kiện kèm theo của hợp đồng là số tiền lãi năm trước sẽ được tính làm vốn để sinh lãi cho năm sau (theo thẻ thức lãi kép). Sau hai năm thành công với dự án rau sạch của mình, bác đã thanh toán hợp đồng ngân hàng với số tiền là

599823000 đồng. Hỏi bác Thảo đã vay ngân hàng với lãi suất  $r$  là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần nghìn)?

**Trả lời:** 9,5%

**Hướng dẫn giải**

Ta có:  $A = 500$  triệu đồng, lãi suất  $r$  / năm,  $n = 2$  năm,  $T = 599823000$  đồng.

Theo công thức lãi kép, ta có:

$$T = A(1+r)^n \Leftrightarrow 599823000 = 500000000(1+r)^2$$

$$\Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{599823}{500000}} - 1 \approx 0,095.$$

Vậy lãi suất mà bác Thảo vay ngân hàng là xấp xỉ 9,5% .

**Câu 25.** Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức mũ như sau

$$Q(t) = Q_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{3t}{2}}\right), \text{ với } t \text{ là khoảng thời gian tính bằng giờ và } Q_0 \text{ là dung lượng nạp tối đa. Hãy tính}$$

thời gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn pin cho đến khi điện thoại đạt được 80% dung lượng pin tối đa (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Trả lời:** 1,07 giờ.

**Hướng dẫn giải**

Theo giả thiết, ta có phương trình:

$$\frac{80}{100} Q_0 = Q_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{3t}{2}}\right) \Rightarrow e^{-\frac{3t}{2}} = \frac{1}{5} \Rightarrow -\frac{3t}{2} = -\ln 5 \Rightarrow t \approx 1,07 \text{ giờ}$$

Vậy thời gian nạp pin của điện thoại là khoảng 1,07 giờ.

**Câu 26.** Mức cường độ âm  $L$  (đơn vị:  $dB$ ) được tính bởi công thức

$$L = 10 \log \left( \frac{I}{10^{-12}} \right), \text{ trong đó } I \text{ (đơn vị: } W / m^2) \text{ là cường độ âm. Hãy tính mức cường độ âm mà tai}$$

người có thể nghe được, biết rằng tai người có thể nghe được âm với cường độ âm từ  $10^{-12} W / m^2$  đến  $10^1 W / m^2$  .

**Trả lời:** 0dB đến 130dB .

**Hướng dẫn giải**

Ta có:

$$10^{-12} \leq I \leq 10^1 \Leftrightarrow \frac{10^{-12}}{10^{-12}} \leq \frac{I}{10^{-12}} \leq \frac{10^1}{10^{-12}}$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq \frac{I}{10^{-12}} \leq 10^{13} \Leftrightarrow \log 1 \leq \log \left( \frac{I}{10^{-12}} \right) \leq \log 10^{13}$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq 10 \log \left( \frac{I}{10^{-12}} \right) \leq 130 \text{ (do } 10 > 1)$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq L \leq 130.$$

Vậy mức cường độ âm mà tai người có thể nghe được là từ  $0dB$  đến  $130dB$ .

**Câu 27.** Tìm nghiệm của phương trình  $5^{x-\sqrt{x^2+4}} = 25$ ;

**Trả lời:** vô nghiệm.

**Lời giải**

$$5^{x-\sqrt{x^2+4}} = 25 \Leftrightarrow x - \sqrt{x^2+4} = \log_5 25 \Leftrightarrow x - \sqrt{x^2+4} = 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+4} = x - 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x^2+4 = (x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = 0 \end{cases} \text{ (Hệ vô nghiệm)}$$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

**Câu 28.** Tìm nghiệm của phương trình  $16^{\frac{x+10}{x-10}} = 0,125 \cdot 8^{\frac{x+5}{x-15}}$ .

**Trả lời:**  $x = 0$  hoặc  $x = 20$ .

**Lời giải**

Điều kiện xác định:  $\begin{cases} x \neq 10 \\ x \neq 15 \end{cases}$ .

$$\text{Phương trình đã cho viết lại } 2^{\frac{4x+40}{x-10}} = 2^{-3} \cdot 2^{\frac{3x+15}{x-15}} \Leftrightarrow \frac{4x+40}{x-10} = \frac{60}{x-15} \Leftrightarrow 4x^2 - 80x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 20 \end{cases}$$

Đổi chiếu điều kiện, phương trình có nghiệm  $x = 0$  hoặc  $x = 20$ .

**Câu 29.** Tìm nghiệm của phương trình  $\log_2[x(x-1)] = 1$ ;

**Trả lời:**  $x = -1$ ;  $x = 2$

**Lời giải**

Điều kiện:  $x(x-1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$ .

Ta có:  $PT \Leftrightarrow x(x-1) = 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = 2$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = -1; x = 2$ .

**Câu 30.** Tìm nghiệm của phương trình  $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$ ;

**Trả lời:**  $x = 2$

### Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

$$\text{Ta có: } PT \Leftrightarrow \log_2 x(x-1) = 1 \Leftrightarrow x(x-1) = 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta có nghiệm của phương trình là  $x = 2$ .

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = 2$ .

**Câu 31.** Tìm nghiệm của phương trình  $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7)$ ;

**Trả lời:**  $x = 1$

### Lời giải

Với điều kiện  $x > -1$ , phương trình trở thành:

$$\ln(x+1)(x+3) = \ln(x+7) \Leftrightarrow (x+1)(x+3) = x+7 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta có nghiệm của phương trình là  $x = 1$ .

**Câu 32.** Tìm nghiệm của phương trình  $\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = 11$ .

**Trả lời:**  $x = 729$

### Lời giải

Với điều kiện  $x > 0$ , phương trình trở thành:

$$\log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x + \frac{1}{3} \log_3 x = 11 \Leftrightarrow \log_3 x = 6 \Leftrightarrow x = 3^6 = 729 > 0.$$

Vậy nghiệm của phương trình là  $x = 729$ .

**Câu 33.** Tìm nghiệm của phương trình  $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x-3) = 0$ ;

**Trả lời:** vô nghiệm.

### Lời giải

Điều kiện xác định  $x > \frac{3}{2}$ .

Ta có  $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x - 3) = 0 \Leftrightarrow \log_3(x^2 + 4x) = \log_3(2x - 3)$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x = 2x - 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = 0$ . Phương trình vô nghiệm.

**Câu 34.** Tìm nghiệm của phương trình  $\log_2(x - 2) - 6\log_{\frac{1}{8}}\sqrt{3x - 5} = 2$ ;

**Trả lời:**  $x = 3$

### Lời giải

Điều kiện:  $x > 2$ .

Ta có phương trình tương đương với:

$$\log_2(x - 2) + \log_2(3x - 5) = 2 \Leftrightarrow (x - 2)(3x - 5) = 4 \Leftrightarrow 3x^2 - 11x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Đối chiếu với đk ta được nghiệm của phương trình là  $x = 3$ .

**Câu 35.** Tìm nghiệm của phương trình  $\log_3(2x - 1) \cdot \ln(-x + 5) = \log_{\frac{1}{27}}(2x - 1)$ ;

**Trả lời:**  $\left\{1; 5 - \frac{1}{\sqrt[3]{e}}\right\}$

### Lời giải

Điều kiện  $\frac{1}{2} < x < 5$ .

Ta có phương trình:  $\log_3(2x - 1) \cdot \ln(-x + 5) = -\frac{1}{3}\log_3(2x - 1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(2x - 1) = 0 \\ \ln(-x + 5) = -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 - \frac{1}{\sqrt[3]{e}} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $\left\{1; 5 - \frac{1}{\sqrt[3]{e}}\right\}$ .

**Câu 36.** Tìm nghiệm của phương trình  $\log_2(x + 2) + \log_4(x - 5)^2 + \log_{\frac{1}{2}}8 = 0$ .

**Trả lời:**  $S = \left\{6; \frac{3 - \sqrt{17}}{2}; \frac{3 + \sqrt{17}}{2}\right\}$

### Lời giải

Điều kiện  $\begin{cases} x > -2 \\ x \neq 5 \end{cases}$ .

Với điều kiện đó, phương trình đã cho tương đương với:

$$\text{Vậy tập nghiệm của phương trình là } S = \left\{ 6; \frac{3-\sqrt{17}}{2}; \frac{3+\sqrt{17}}{2} \right\}.$$

**Câu 37.** Tìm nghiệm bất phương trình  $5^{|x^2-2x|} > 125$

**Trả lời:**  $S = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

**Lời giải**

$$5^{|x^2-2x|} > 125 \Leftrightarrow |x^2-2x| > \log_5 125 \Leftrightarrow |x^2-2x| > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x > 3 \\ x^2-2x < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \end{cases}$$

Tập nghiệm  $S = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

**Câu 38.** Tìm nghiệm bất phương trình  $2^{x+1} + 2^{x+2} < 3^x + 3^{x+1}$ ;

**Trả lời:**  $S = (1; +\infty)$

**Lời giải**

$$2^{x+1} + 2^{x+2} < 3^x + 3^{x+1} \Leftrightarrow 2^x(2+2^2) < 3^x(1+3) \Leftrightarrow 6 \cdot 2^x < 4 \cdot 3^x \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x < \frac{2}{3} \Leftrightarrow x > 1$$

Tập nghiệm  $S = (1; +\infty)$

**Câu 39.** Tìm nghiệm bất phương trình  $(\sqrt{2}+1)^{x+1} \geq (\sqrt{2}-1)^{\frac{x}{x-1}}$ .

**Trả lời:**  $S = \left[ \frac{-1-\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \right] \cup (1; +\infty)$

**Lời giải**

Điều kiện:  $x \neq 1$ . Ta có  $(\sqrt{2}-1) = (\sqrt{2}+1)^{-1}$ . Do đó

$$\begin{aligned} (\sqrt{2}+1)^{x+1} &\geq (\sqrt{2}-1)^{\frac{x}{x-1}} \Leftrightarrow (\sqrt{2}+1)^{x+1} \geq (\sqrt{2}+1)^{-\frac{x}{x-1}} \\ \Leftrightarrow x+1 &\geq -\frac{x}{x-1} \Leftrightarrow \frac{x^2+x-1}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \vee x > 1 \end{aligned}$$

Tập nghiệm:  $S = \left[ \frac{-1-\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \right] \cup (1; +\infty)$

**Câu 40.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\log_{\sqrt{3}}(x^2-3x+11) \leq 4$ ;

**Trả lời:**  $S = [1; 2]$

**Lời giải**

Ta có :

$$\log_{\sqrt{3}}(x^2 - 3x + 11) \leq 4 \Leftrightarrow 0 < x^2 - 3x + 11 < 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 11 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 - 3x + 11 \leq 9 \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2.$$

Vậy tập nghiệm  $S = [1; 2]$ .

**Câu 41.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x-11}{x+4} \leq 4$

**Trả lời:**  $S = (-\infty; -4) \cup [12; +\infty)$

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{2}} \frac{x-11}{x+4} \leq 4 \Leftrightarrow \frac{x-11}{x+4} \geq \frac{1}{16} \Leftrightarrow \frac{5x-180}{16(x+4)} \geq 0 \Leftrightarrow x < -4 \vee x \geq 12$$

Vậy tập nghiệm  $S = (-\infty; -4) \cup [12; +\infty)$ .

**Câu 42.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\log_3(x-3) > \log_3(2x+7)$ ;

**Trả lời:**  $S = \emptyset$

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \log_3(x-3) > \log_3(2x+7) \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 2x+7 \\ 2x+7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -10 \\ x > -\frac{7}{2} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm  $S = \emptyset$ .

**Câu 43.** Tìm nghiệm bất phương trình  $\log_5(1-2x) > 1 + \log_{\sqrt{5}}(x+1)$ .

**Trả lời:**  $\left(-\frac{2}{5}; \frac{1}{2}\right)$

**Lời giải**

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 1-2x > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \log_5(1-2x) > 1 + \log_{\sqrt{5}}(x+1) \Leftrightarrow \log_5(1-2x) > 1 + 2\log_5(x+1)$$

$$\Leftrightarrow \log_5(1-2x) < \log_5 5(x+1)^2 \Leftrightarrow 1-2x < 5(x+1)^2 \Leftrightarrow 5x^2 + 12x + 4 \Leftrightarrow x < -2 \vee x > -\frac{2}{5}$$

Vậy tập nghiệm  $\left(-\frac{2}{5}; \frac{1}{2}\right)$ .

**Câu 44.** Tìm  $m$  để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi số thực

$$1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m).$$

**Trả lời:**  $2 < m \leq 3$

### Lời giải

Ta có:

$$1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m) \Leftrightarrow \log_5[5(x^2 + 1)] \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m \leq 5(x^2 + 1) \\ mx^2 + 4x + m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (5-m)x^2 - 4x + 5-m \geq 0 & (1) \\ mx^2 + 4x + m > 0 & (2) \end{cases}$$

Bất phương trình đã cho có nghiệm đúng với mọi  $x$  khi cả (1) và (2) đúng với mọi  $x$ . + Với  $m = 0$  hoặc  $m = 5$  : Không thỏa mãn đề bài.

$$+ \text{ Với } m \neq 0 \text{ hoặc } m \neq 5 : \text{ Để thỏa mãn đề bài thì } \begin{cases} 5-m > 0 \\ 4-(5-m)^2 \leq 0 \\ m > 0 \\ 4-m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ \begin{cases} m \leq 3 \\ m \geq 7 \end{cases} \\ m > 0 \\ \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2 < m \leq 3. \text{ Vậy } 2 < m \leq 3.$$

**Câu 45.** Công thức tính khối lượng còn lại của một chất phóng xạ từ khối lượng ban đầu  $M_0$  là:

$$M(t) = M_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}, \text{ trong đó } t \text{ là thời gian tính từ thời điểm ban đầu; } T \text{ là chu kỳ bán rã chất phóng xạ.}$$

Đồng vị phóng xạ của polonium-209 có chu kỳ bán rã là 103 ngày, biết khối lượng ban đầu  $M_0 = 300 \text{ g}$ .

Hỏi khối lượng polonium-209 còn lại sau 515 ngày.

**Trả lời:** 9,375 g

### Lời giải

$$\text{Khối lượng polonium-209 còn lại sau 515 ngày là: } M(515) = 300 \cdot 2^{-\frac{515}{103}} = 9,375 \text{ g}.$$

**Câu 46.** Tìm nghiệm của phương trình  $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7)$ ;

**Trả lời:**  $x = 1$

### Lời giải

$$\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7); \text{ Điều kiện: } \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+3 > 0 \\ x+7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > -1$$



**Câu 3:** Tập nghiệm của phương trình  $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$  là :

- A.  $\{0\}$ .                      B.  $\{0;1\}$ .                      C.  $\{-1;0\}$ .                      D.  $\{1\}$

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 4:** Tập nghiệm  $S$  của phương trình  $3^{x^2-2x} = 27$ .

- A.  $S = \{1;3\}$ .                      B.  $S = \{-3;1\}$ .  
C.  $S = \{-1;3\}$ .                      D.  $S = \{-3;-1\}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 5:** Nghiệm của phương trình  $3^{2x+1} = 3^{2-x}$  là:

- A.  $x = \frac{1}{3}$ .                      B.  $x = 0$ .  
C.  $x = -1$ .                      D.  $x = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 6:** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $2^{2x^2+5x+4} = 4$

- A.  $-1$ .                      B.  $1$ .  
C.  $\frac{5}{2}$ .                      D.  $-\frac{5}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 7:** Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $7^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$ . Khi đó  $x_1^2 + x_2^2$  bằng:

- A.  $17$ .                      B.  $5$ .                      C.  $3$ .                      D.  $1$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 8:** Số nghiệm của phương trình  $\log_3(6+x) + \log_3 9x - 5 = 0$ .

- A.  $2$ .                      B.  $1$ .                      C.  $0$ .                      D.  $3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 9:** Cho bất phương trình  $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1}$  có tập nghiệm  $S = (a; b)$ . Giá trị của  $b - a$  bằng

- A. -2.                      B. 1.                      C. -1.                      D. 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 10:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3(2x+3) < \log_3(1-x)$  là

- A.  $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{2}{3}\right)$ .                      B.  $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$ .  
C.  $\left(-\frac{3}{2}; 1\right)$ .                      D.  $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 11:** Giải bất phương trình  $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$  được tập nghiệm là  $(a; b)$ . Hãy tính tổng  $S = a + b$ .

- A.  $S = \frac{26}{5}$ .                      B.  $S = \frac{11}{5}$ .  
C.  $S = \frac{28}{15}$ .                      D.  $S = \frac{8}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 12:** Biết tập nghiệm của bất phương trình  $2^x < 3 - \frac{2}{2^x}$  là  $(a; b)$ . Giá trị  $5a + 3b$  bằng

- A. 2.                      B. 1.                      C. 3.                      D. 0.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 13:** Tổng các nghiệm của phương trình  $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$  là  $S = a + b\sqrt{2}$  (với  $a, b$  là các số nguyên). Giá trị của biểu thức  $Q = a + 3b$  bằng

- A. -3.                      B. 2.                      C. -4.                      D. 4.



C.  $m > 0$ .

D.  $m \neq 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 18:** Nghiệm của phương trình:  $6^{3x-1} = 36$  là

A.  $x = \frac{7}{3}$ .

B.  $x = 10$ .

C.  $x = 1$ .

D.  $x = 4$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 19:** Nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4}$ .

A.  $x > 3$ .

B.  $1 < x \leq 3$ .

C.  $x \leq 3$ .

D.  $x \geq 3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 20:** Nghiệm phương trình  $\log_2(3x-2) = 4$  là

A.  $x = 6$ .

B.  $x = 7$ .

C.  $x = 18$ .

D.  $x = 4$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 21:** Tập nghiệm của bất phương trình là:  $\log_2 x \leq 4$  là

A.  $(0; 16)$ .

B.  $(0; 16]$ .

C.  $[16; +\infty)$ .

D.  $(0; +\infty)$

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 22:** Tập nghiệm của bất phương trình là:  $\log_9 3x \geq 2$  là

A.  $(0; 27)$ .

B.  $(0; +\infty)$ .

C.  $[27; +\infty)$ .

D.  $(27; +\infty)$



**Câu 28:** Gọi  $S$  là tập hợp các nghiệm nguyên của bất phương trình  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > 3^{2-x}$ .

Tìm số phần tử của  $S$ .

A. 11.

B. 0.

C. 9.

D. 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 29:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $2^{2x+1} - 2^{x+3} - 2m = 0$  có hai nghiệm phân biệt.

A.  $m > 0$ .

B.  $m > -4$ .

C.  $-4 < m < 0$ .

D.  $m < -4$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 30:** Xét bất phương trình  $\log_2^2 2x - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình có nghiệm thuộc khoảng  $(\sqrt{2}; +\infty)$ .

A.  $m \in (0; +\infty)$

B.  $m \in \left(-\frac{3}{4}; 0\right)$

C.  $m \in \left(-\frac{3}{4}; +\infty\right)$

D.  $m \in (-\infty; 0)$

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 31:** Cho bất phương trình:  $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$  (1). Tất cả các giá trị của  $m$  để (1) nghiệm đúng với mọi số thực  $x$  là

A.  $2 \leq m \leq 3$

B.  $2 < m \leq 3$

C.  $-3 \leq m \leq 7$

D.  $m \leq 3; m \geq 7$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 32:** Tính tích t các nghiệm của phương trình  $(3 + 2\sqrt{2})^{x^2-x+2} = (3 - 2\sqrt{2})^{x^3-2}$

A.  $t = 0$ .

B.  $t = 2$ .

C.  $t = -1$ .

D.  $t = 1$ .

### Lời giải

#### Chọn A

$$(3+2\sqrt{2})^{x^2-x+2} = (3-2\sqrt{2})^{x^3-2} \Leftrightarrow (3+2\sqrt{2})^{x^2-x+2} = \frac{1}{(3+2\sqrt{2})^{x^3-2}} \Leftrightarrow (3+2\sqrt{2})^{x^2-x+2} (3+2\sqrt{2})^{x^3-2} = 1$$

$$\Leftrightarrow (3+2\sqrt{2})^{x^2-x+2+x^3-2} = 1 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow t = 0. \end{cases}$$

**Câu 33:** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình  $\log(2x^2 + 3) > \log(x^2 + mx + 1)$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$ .

**A.**  $-2 < m < 2$ .

**B.**  $m < 2\sqrt{2}$ .

**C.**  $-2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$ .

**D.**  $m < 2$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Ta có  $\log(2x^2 + 3) > \log(x^2 + mx + 1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + mx + 1 > 0 \\ 2x^2 + 3 > x^2 + mx + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + mx + 1 > 0 \\ x^2 - mx + 2 > 0 \end{cases} (*)$$

Để bất phương trình  $\log(2x^2 + 3) > \log(x^2 + mx + 1)$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$  thì hệ (\*) có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_1 = m^2 - 4 < 0 \\ \Delta_2 = m^2 - 8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

**Câu 34:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình  $4^{x-1} - m(2^x + 1) > 0$  nghiệm đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

**A.**  $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ .

**B.**  $m \in (-\infty; 0]$ .

**C.**  $m \in (0; +\infty)$ .

**D.**  $m \in (0; 1)$ .

### Lời giải

#### Chọn B

Bất phương trình  $4^{x-1} - m(2^x + 1) > 0$  (1).

Đặt  $t = 2^x$ ,  $t > 0$ .

Bất phương trình (1) trở thành:  $\frac{1}{4}t^2 - m(t+1) > 0 \Leftrightarrow t^2 - 4mt - 4m > 0$  (2).

Đặt  $f(t) = t^2 - 4mt - 4m$ .

Đồ thị hàm số  $y = f(t)$  có đồ thị là một Parabol với hệ số  $a$  dương, đỉnh  $I(2m; -4m^2 - 4m)$ .

Bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi  $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$  Bất phương trình (2) nghiệm đúng với mọi  $t > 0$  hay  $f(t) > 0, \forall t > 0$ .

TH1:  $m \leq 0 \Rightarrow f(0) = -4m \geq 0 \Rightarrow m \leq 0$  thỏa mãn.

TH2:  $m > 0 \Rightarrow -4m^2 - 4m < 0$  nên  $m > 0$  không thỏa mãn.

Vậy  $m \leq 0$ .

**Câu 35:** Cho biết chu kỳ bán rã của chất phóng xạ plutonium  $Pu^{239}$  là 24.360 năm (tức là lượng  $Pu^{239}$  sau 24360 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính bởi công thức  $S = Ae^{rt}$ , trong đó  $A$  là lượng chất phóng xạ ban đầu,  $r$  là tỉ lệ phân hủy hàng năm ( $r < 0$ ),  $t$  là thời gian phân hủy,  $S$  là lượng còn lại sau thời gian phân hủy  $t$ . Sau khoảng bao nhiêu năm thì 10 gam  $Pu^{239}$  phân hủy còn lại 1 gam?

A. 833335.

B. 822235.

C. 800235.

D. 822000.

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì chu kỳ bán rã của chất phóng xạ plutonium  $Pu^{239}$  là 24.360 năm nên ta có:

$$5 = 10e^{r \cdot 24360} \Leftrightarrow r \approx -0,000028.$$

Sự phân hủy của chất phóng xạ plutonium  $Pu^{239}$  được tính bởi công thức  $S = Ae^{-0,000028t}$

Với  $S = 1$  thì  $1 = 10e^{-0,000028t} \Leftrightarrow t \approx 822235$  năm.

Vậy sau khoảng 822235 năm thì 10 gam  $Pu^{239}$  phân hủy còn lại 1 gam.

**Câu 36:** Gọi  $S$  là tập hợp các nghiệm nguyên của bất phương trình  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > 3^{2-x}$ .

Tìm số phần tử của  $S$ .

A. 11.

B. 0.

C. 9.

D. 1.

**Lời giải**

**Chọn C**



## Lời giải

### Chọn B

Yêu cầu bài toán tương đương với

$$\begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 & \forall x \in \mathbb{R} \\ \log_5(5x^2 + 5) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m) & \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 & \forall x \in \mathbb{R} \quad (1) \\ (5-m)x^2 - 4x + (5-m) \geq 0 & \forall x \in \mathbb{R} \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 4 - m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2$$

Xét (2), dễ thấy  $m = 5$  mệnh đề không đúng. Khi  $m \neq 5$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} 5-m > 0 \\ 4 - (5-m)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ -m^2 + 10m - 21 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ m \in (-\infty; 3] \cup [7; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 3].$$

Vậy  $2 < m \leq 3$

**Câu 39:** Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ Trái đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm  $2^\circ\text{C}$  thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm  $5^\circ\text{C}$  thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái đất tăng thêm  $t^\circ\text{C}$ , tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm  $f(t)\%$  thì  $f(t) = k \cdot a^t$  trong đó  $k, a$  là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm bao nhiêu độ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20%?

A.  $8,4^\circ\text{C}$ .

B.  $9,3^\circ\text{C}$ .

C.  $7,6^\circ\text{C}$ .

D.  $6,7^\circ\text{C}$ .

## Lời giải

### Chọn B

**Câu 40:** Tính tích t các nghiệm của phương trình  $(3+2\sqrt{2})^{x^2-x+2} = (3-2\sqrt{2})^{x^3-2}$

A.  $t = 0$ .

B.  $t = 2$ .

C.  $t = -1$ .

D.  $t = 1$ .

## Lời giải

### Chọn A

$$(3+2\sqrt{2})^{x^2-x+2} = (3-2\sqrt{2})^{x^3-2} \Leftrightarrow (3+2\sqrt{2})^{x^2-x+2} = \frac{1}{(3+2\sqrt{2})^{x^3-2}} \Leftrightarrow (3+2\sqrt{2})^{x^2-x+2} (3+2\sqrt{2})^{x^3-2} = 1$$

$$\Leftrightarrow (3+2\sqrt{2})^{x^2-x+2+x^3-2} = 1 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow t = 0. \end{cases}$$

**Câu 41:** Tổng các nghiệm của phương trình  $2019^{x^2-12x+1} = 2020$  bằng

A. -1.

B. 12.

C. 2019.

D.  $2\log_{2019} 2020$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Lấy logarit cơ số 2019 hai vế của phương trình, ta được

$$x^2 - 12x + 1 = \log_{2019} 2020 \Leftrightarrow x^2 - 12x + 1 - \log_{2019} 2020 = 0 \xrightarrow{\text{Viet}} x_1 + x_2 = 12. \text{ Chọn B.}$$

**Câu 42:** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình  $\log(2x^2 + 3) > \log(x^2 + mx + 1)$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$ .

A.  $-2 < m < 2$ .

B.  $m < 2\sqrt{2}$ .

C.  $-2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$ .

D.  $m < 2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\log(2x^2 + 3) > \log(x^2 + mx + 1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + mx + 1 > 0 \\ 2x^2 + 3 > x^2 + mx + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + mx + 1 > 0 \\ x^2 - mx + 2 > 0 \end{cases} (*)$$

Để bất phương trình  $\log(2x^2 + 3) > \log(x^2 + mx + 1)$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$  thì hệ (\*) có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_1 = m^2 - 4 < 0 \\ \Delta_2 = m^2 - 8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

**Câu 43:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình  $4^{x-1} - m(2^x + 1) > 0$  nghiệm đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

A.  $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ .

B.  $m \in (-\infty; 0]$ .

C.  $m \in (0; +\infty)$ .

D.  $m \in (0; 1)$ .

### Lời giải

#### Chọn B

Bất phương trình  $4^{x-1} - m(2^x + 1) > 0$  (1).

Đặt  $t = 2^x, t > 0$ .

Bất phương trình (1) trở thành:  $\frac{1}{4}t^2 - m(t + 1) > 0 \Leftrightarrow t^2 - 4mt - 4m > 0$  (2).

Đặt  $f(t) = t^2 - 4mt - 4m$ .

Đồ thị hàm số  $y = f(t)$  có đồ thị là một Parabol với hệ số  $a$  dương, đỉnh  $I(2m; -4m^2 - 4m)$ .

Bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi  $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$  Bất phương trình (2) nghiệm đúng với mọi  $t > 0$  hay  $f(t) > 0, \forall t > 0$ .

TH1:  $m \leq 0 \Rightarrow f(0) = -4m \geq 0 \Rightarrow m \leq 0$  thỏa mãn.

TH2:  $m > 0 \Rightarrow -4m^2 - 4m < 0$  nên  $m > 0$  không thỏa mãn.

Vậy  $m \leq 0$ .

**Câu 44:** Cho biết chu kì bán rã của chất phóng xạ plutonium  $Pu^{239}$  là 24.360 năm (tức là lượng  $Pu^{239}$  sau 24360 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính bởi công thức  $S = Ae^{rt}$ , trong đó  $A$  là lượng chất phóng xạ ban đầu,  $r$  là tỉ lệ phân hủy hàng năm ( $r < 0$ ),  $t$  là thời gian phân hủy,  $S$  là lượng còn lại sau thời gian phân hủy  $t$ . Sau khoảng bao nhiêu năm thì 10 gam  $Pu^{239}$  phân hủy còn lại 1 gam?

A. 833335.

B. 822235.

C. 800235.

D. 822000.

### Lời giải

#### Chọn B

Vì chu kì bán rã của chất phóng xạ plutonium  $Pu^{239}$  là 24.360 năm nên ta có:

$$5 = 10e^{r \cdot 24360} \Leftrightarrow r \approx -0,000028.$$

Sự phân hủy của chất phóng xạ plutonium  $Pu^{239}$  được tính bởi công thức  $S = Ae^{-0,000028t}$

Với  $S = 1$  thì  $1 = 10e^{-0,000028t} \Leftrightarrow t \approx 822235$  năm.

Vậy sau khoảng 822235 năm thì 10 gam  $Pu^{239}$  phân hủy còn lại 1 gam.

