

MỤC LỤC

>>§1- HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC.....	2
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức	2
Ⓑ. Trắc nghiệm Đ/S	2
Ⓒ. Trả lời ngắn	14
Ⓓ. Câu hỏi trắc nghiệm.....	34

§1- HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

A. Tóm tắt kiến thức



Lý thuyết

1. GÓC GIỮA 2 ĐƯỜNG THẲNG

✍ Định nghĩa

- Góc giữa hai đường thẳng a, b trong không gian, kí hiệu (a, b) , là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm và lần lượt song song hoặc trùng với a và b .

✍ Nhận xét

- a) Để xác định góc giữa hai đường thẳng a và b ta có thể lấy điểm O thuộc một trong hai đường thẳng đó rồi vẽ một đường thẳng qua O và song song với đường thẳng còn lại.
- b) Với hai đường thẳng a và b bất kì: $0^\circ \leq (a, b) \leq 90^\circ$.

2. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN

✍ Định nghĩa

- Hai đường thẳng a và b được gọi là vuông góc với nhau, kí hiệu $a \perp b$, nếu góc giữa chúng bằng 90° .

B. Trắc nghiệm Đ/S

Câu 1. Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Nếu $a // b$ thì $(a, c) = (c, b)$.		
b)	Nếu $c // b$ thì $(a, b) = (a, c)$.		
c)	Nếu $a \perp c, b \perp c$ thì $a // b$.		
d)	Nếu $a \perp c$ thì $(a, b) = (c, b)$.		

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$BD // B'D'$		
b)	$(AC, B'D') = 90^\circ$		
c)	Tam giác ACD' đều		
d)	$(AC, A'B) = 30^\circ$		

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của đoạn SB, SD . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$MN // BD$		
b)	MN và AC là hai đường thẳng chéo nhau.		
c)	$AC \perp BD$		
d)	$(MN, AC) = 90^\circ$		

Câu 4. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a, M là trung điểm cạnh BC , N là trung điểm của AC . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$MN // AB$		
b)	$MD = ND = \frac{a\sqrt{2}}{2}$		
c)	$(AB, DM) = (MN, DM)$		
d)	$\cos(AB, DM) = \frac{\sqrt{3}}{3}$		

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D . Gọi E là trung điểm của AB . Biết $AB = 2a, AD = DC = a$, đồng thời $SA \perp AB, SA \perp AD$ và $SA = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$(SB, DC) = SBA$		
b)	$\tan SBA = \frac{\sqrt{3}}{2}$		
c)	$DE // BC$		
d)	$(SD, BC) \approx 52,42^\circ$		

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a . Cho biết $SA = a\sqrt{3}, SA \perp AB, SA \perp AD$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$(AB, SA) = 90^\circ$		
b)	$SA \perp CD$		
c)	$(SD, BC) = (SD, CD)$		
d)	$SDA = 60^\circ$		

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = 1$ và $BAC = BAD = 60^\circ, CAD = 90^\circ$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$CD = \sqrt{2}$		
b)	Tam giác BCD vuông cân tại C .		
c)	$IJ \perp AB$		
d)	$IJ \perp CD$		

Câu 8. Trong hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$ABCD$ là hình chữ nhật.		
b)	$A'C' \perp BD$		
c)	$A'B \perp DC'$		
d)	$BC' \perp A'D$		

Câu 9. Cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$NA = NB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$		
b)	$MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$		
c)	$\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{3}$		
d)	Góc giữa đường thẳng MN và BC bằng 45°		

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông cạnh a . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$BC' // AD'$		
b)	$(AD', B'C) = 90^\circ$		
c)	$(AD', DC') = (BC', DC')$		
d)	$BC'D = 90^\circ$		

Câu 11. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$ có $AA' \perp AB, AA' \perp AC$ và tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M là trung điểm AA' . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$(A'B, C'C) = AA'B$		
b)	$(A'B, C'C) = 45^\circ$		
c)	$(A'C, MB) = BAN$		
d)	$BMN \approx 42,6^\circ$.		

LỜI GIẢI

Câu 1. Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Xác định tính đúng sai các mệnh đề sau?

- a) Nếu $a // b$ thì $(a, c) = (c, b)$.
- b) Nếu $c // b$ thì $(a, b) = (a, c)$.
- c) Nếu $a \perp c, b \perp c$ thì $a // b$.
- d) Nếu $a \perp c$ thì $(a, b) = (c, b)$.

Lời giải

- a) Mệnh đề đúng.
- b) Mệnh đề đúng.
- c) Mệnh đề sai, vì a, b có thể chéo nhau.
- d) Mệnh đề sai.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Khi đó:

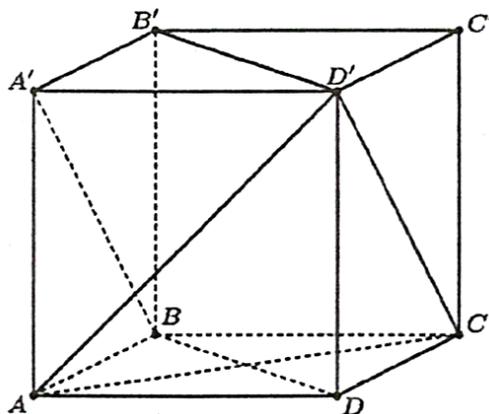
- a) $BD // B'D'$
- b) $(AC, B'D') = 90^\circ$
- c) Tam giác ACD' đều
- d) $(AC, A'B) = 30^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có: $BB' // DD', BB' = DD' \Rightarrow BDD'B'$ là hình bình hành $\Rightarrow BD // B'D'$.

Vì vậy $(AC, B'D') = (AC, BD) = 90^\circ$ (do AC và BD là hai đường chéo hình vuông $ABCD$).



Ta có: $A'D' // BC, A'D' = BC \Rightarrow A'BCD'$ là hình bình hành $\Rightarrow A'B // CD'$.

Vì vậy $(AC, A'B) = (AC, CD')$.

Gọi a là cạnh của hình lập phương thì $AD' = CD' = AC = a\sqrt{2}$ (đường chéo của hình vuông cạnh a).

Suy ra tam giác ACD' đều nên $(AC, CD') = ACD' = 60^\circ$.

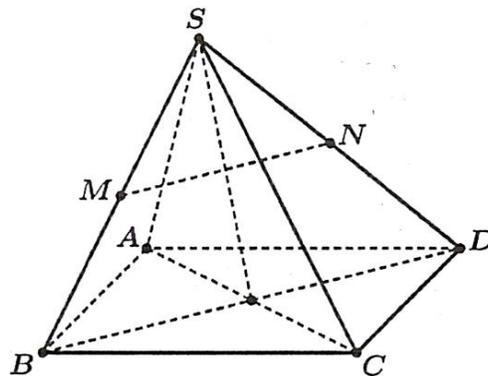
Vậy $(AC, A'B) = 60^\circ$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của đoạn SB, SD . Khi đó:

- a) $MN // BD$.
- b) MN và AC là hai đường thẳng chéo nhau.
- c) $AC \perp BD$
- d) $(MN, AC) = 90^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------



Xét tam giác SBD có MN là đường trung bình, suy ra $MN // BD$. (1)

Mặt khác: $AC \perp BD$ (hai đường chéo trong hình thoi). (2)

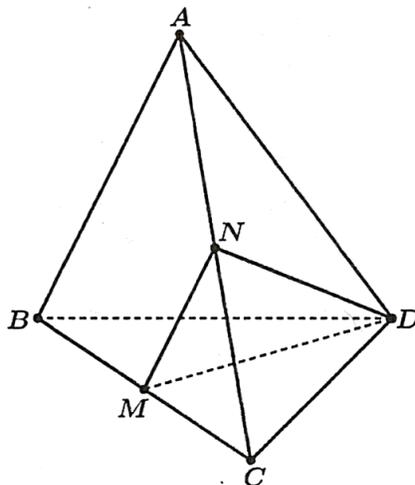
Từ (1) và (2) suy ra $AC \perp MN$ hay $(MN, AC) = 90^\circ$.

Câu 4. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a, M là trung điểm cạnh BC, N là trung điểm của AC . Khi đó:

- a) $MN // AB$
- b) $MD = ND = \frac{a\sqrt{2}}{2}$
- c) $(AB, DM) = (MN, DM)$
- d) $\cos(AB, DM) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



Gọi N là trung điểm của AC nên MN là đường trung bình của $\triangle ABC$

$$\Rightarrow \begin{cases} MN // AB(*) \\ MN = \frac{1}{2} AB = \frac{a}{2} \end{cases}$$

Vì $\triangle BCD$ và $\triangle ACD$ là các tam giác đều cạnh bằng a nên $MD = ND = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Từ (*) suy ra: $(AB, DM) = (MN, DM)$.

Xét $\triangle MND$, ta có:

$$\cos DMN = \frac{MN^2 + MD^2 - ND^2}{2MN \cdot MD} = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6} > 0$$

$\Rightarrow DMN$ là góc nhọn.

Vậy $(AB, DM) = (MN, DM) = DMN$ nên $\cos(AB, DM) = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D . Gọi E là trung điểm của AB . Biết $AB = 2a, AD = DC = a$, đồng thời $SA \perp AB, SA \perp AD$ và $SA = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Khi đó:

a) $(SB, DC) = SBA$

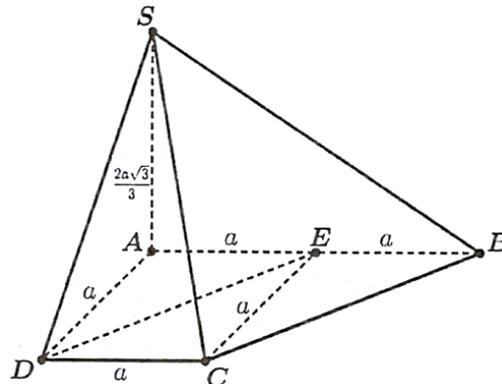
b) $\tan SBA = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $DE // BC$

d) $(SD, BC) \approx 52,42^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



Vì $CD // AB$

$$\Rightarrow (SB, DC) = (SB, AB) = SBA.$$

(ΔSAB vuông tại A nên $SBA < 90^\circ$).

Xét ΔSAB vuông tại A , ta có:

$$\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{\frac{2a\sqrt{3}}{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SBA = 30^\circ.$$

Vậy $(SB, DC) = SBA = 30^\circ$.

Gọi E là trung điểm của AB .

Vì $BE // CD, BE = CD = a$ nên $BCDE$ là hình bình hành $\Rightarrow DE // BC$.

Khi đó: $(SD, BC) = (SD, DE)$.

$$\text{Ta có: } SE^2 = SA^2 + AE^2 = \frac{4a^2}{3} + a^2 = \frac{7a^2}{3}; SD^2 = SA^2 + AD^2 = \frac{7a^2}{3};$$

$$DE^2 = AD^2 + AE^2 = 2a^2.$$

$$\text{Suy ra } SE = SD = \frac{a\sqrt{21}}{3}, DE = a\sqrt{2}.$$

Áp dụng định lí hàm cosin cho tam giác SDE , ta được:

$$\cos SDE = \frac{SD^2 + DE^2 - SE^2}{2SD \cdot DE} = \frac{2a^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{21}}{3} \cdot a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{42}}{14} > 0 \Rightarrow SDE \text{ là góc nhọn.}$$

Vậy $(SD, BC) = (SD, DE) = SDE$. Suy ra: $(SD, BC) = SDE \approx 62,42^\circ$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a . Cho biết $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp AB, SA \perp AD$. Khi đó:

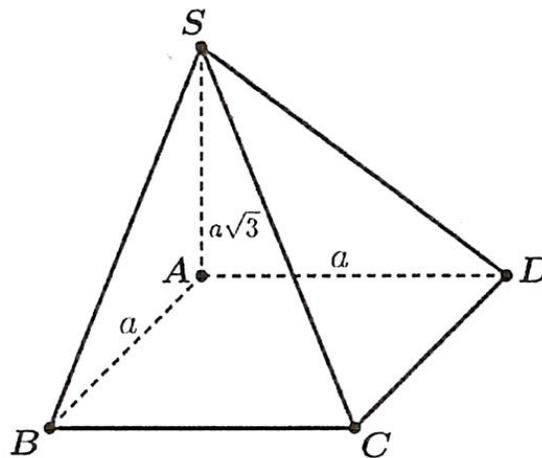
- a) $(AB, SA) = 90^\circ$
- b) $SA \perp CD$
- c) $(SD, BC) = (SD, CD)$
- d) $SDA = 60^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Vì $CD // AB$ (hai cạnh đối trong hình thoi) nên $(CD, SA) = (AB, SA) = 90^\circ$.

Vậy $SA \perp CD$.



Vì $BC // AD$ (hai cạnh đối trong hình thoi) nên $(SD, BC) = (SD, AD)$.

Tam giác SAD vuông tại A có:

$$\tan SDA = \frac{SA}{AD} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow SDA = 60^\circ.$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (SD, BC) &= (SD, AD) \\ &= SDA = 60^\circ. \end{aligned}$$

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = 1$ và $BAC = BAD = 60^\circ, CAD = 90^\circ$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khi đó:

a) $CD = \sqrt{2}$

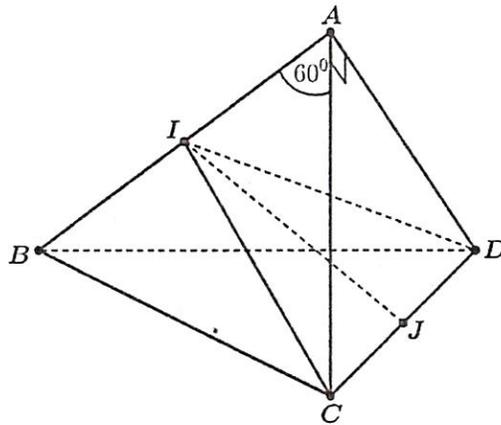
b) Tam giác BCD vuông cân tại C .

c) $IJ \perp AB$

d) $IJ \perp CD$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



Các tam giác ABC và ABD cân tại A và có góc 60° nên hai tam giác ABC và ABD đều cạnh bằng 1.

Tam giác ACD vuông cân tại A có:

$$CD = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

Tam giác BCD có:

$$BC^2 = 1, BD^2 = 1, CD^2 = 2$$

$$\text{hay } BC^2 + BD^2 = CD^2$$

suy ra tam giác BCD vuông cân tại B .

Ta có: $AJ = BJ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ nên tam giác JAB cân tại J .

Mặt khác I là trung điểm AB nên $IJ \perp AB$.

Tam giác ABC và ABD đều cạnh 1 nên $CI = DI = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

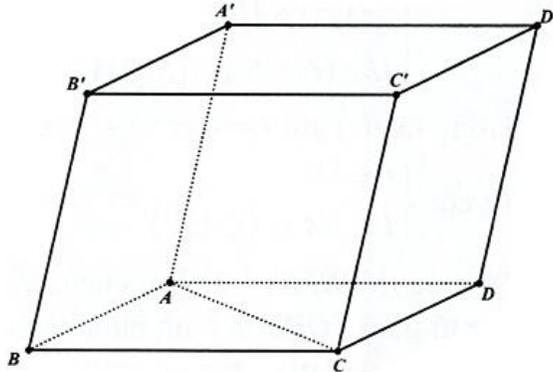
Vì vậy tam giác ICD cân tại I , mà J là trung điểm CD nên $IJ \perp CD$

Câu 8. Trong hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Khi đó:

- a) $ABCD$ là hình chữ nhật.
 b) $A'C' \perp BD$.
 c) $A'B \perp DC'$.
 d) $BC' \perp A'D$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------



Vì hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau nên các tứ giác $ABCD, A'B'BA, B'C'CB$ đều là hình thoi.

$$AC \perp BD \text{ mà } AC // A'C' \Rightarrow A'C' \perp BD.$$

$$A'B \perp AB' \text{ mà } AB' // DC' \Rightarrow A'B \perp DC'.$$

$$BC' \perp B'C \text{ mà } B'C // A'D \Rightarrow BC' \perp A'D.$$

Câu 9. Cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khi đó:

a) $NA = NB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

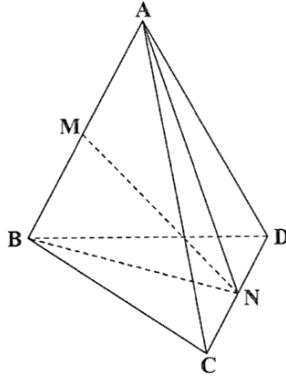
b) $MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

c) $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{3}$

d) Góc giữa đường thẳng MN và BC bằng 45°

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------



AN, BN lần lượt là các đường trung tuyến của hai tam giác đều ΔACD và ΔBCD nên $NA = NB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó ΔNAB cân tại N và $MN \perp AB$.

Xét ΔAMN vuông tại M . Ta có:

$$MN = \sqrt{AN^2 - AM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Đặt $\vec{AB} = \vec{a}, \vec{AC} = \vec{b}, \vec{AD} = \vec{c}$.

$$\vec{MN} = \vec{AN} - \vec{AM} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{AD}) - \frac{1}{2}\vec{AB} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$$

$$\vec{BC} = \vec{AC} - \vec{AB} = -\vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{MN} \cdot \vec{BC} = \vec{AM} \cdot (-\vec{a} + \vec{b}) = \left(-\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}\right) \cdot (-\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2}(\vec{a}^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 + \vec{b} \cdot \vec{c})$$

Do $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = a^2 \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$ và $\vec{a}^2 = \vec{b}^2 = \vec{c}^2$

$$\text{Suy ra } \vec{MN} \cdot \vec{BC} = \frac{1}{2} \left(\vec{a}^2 - \frac{1}{2}\vec{a}^2 - \frac{1}{2}\vec{a}^2 - \frac{1}{2}\vec{a}^2 + \vec{a}^2 + \frac{1}{2}\vec{a}^2 \right) = \frac{a^2}{2}$$

Gọi φ là góc giữa MN và BC .

$$\text{Ta có } \cos \varphi = \frac{|\vec{MN} \cdot \vec{BC}|}{|\vec{MN}| \cdot |\vec{BC}|} = \frac{\frac{a^2}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Suy ra } \varphi = 45^\circ.$$

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông cạnh a . Khi đó:

a) $BC' \parallel AD'$

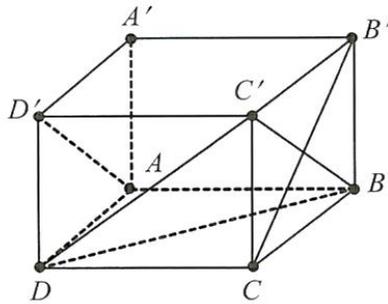
b) $(AD', B'C) = 90^\circ$

c) $(AD', DC') = (BC', DC')$

d) $BC'D = 90^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



Ta có: $BC' \parallel AD'$ nên $(AD', B'C) = (BC', B'C) = 90^\circ$.

Ta có: $BC' \parallel AD'$ nên $(AD', DC') = (BC', DC') = BC'D$

Ta có: $\triangle BC'D$ đều nên $BC'D = 60^\circ$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$ có $AA' \perp AB, AA' \perp AC$ và tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M là trung điểm AA' . Khi đó:

a) $(A'B, C'C) = AA'B$

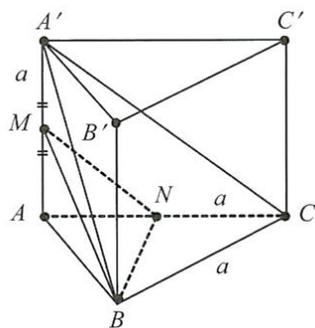
b) $(A'B, C'C) = 45^\circ$

c) $(A'C, MB) = BAN$

d) $BMN \approx 42,6^\circ$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



Ta có: $A'A // C'C \Rightarrow (A'B, C'C) = (A'B, A'A) = AA'B$

Mà $\Delta A'AB$ vuông cân tại A nên $AA'B = 45^\circ$.

Gọi N là trung điểm của AC

Ta có: $A'C // MN \Rightarrow (A'C, MB) = (MN, MB) = BMN$

Xét ΔMNB có:

$$MB = MN = \sqrt{a^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}a, BN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos BMN = \frac{2 \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{2}a\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2}{2 \left(\frac{\sqrt{5}}{2}a\right)^2} = \frac{7}{10} \Rightarrow BMN \approx 45,6^\circ.$$

©. Trả lời ngắn

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, biết $SA = a$, $SC = a\sqrt{3}$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm các cạnh AD, SD . Tìm góc của hai đường thẳng MN và SC .

Trả lời:

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau, biết $AB = AC = AD = 1$. Tìm góc của hai đường thẳng AB và CD .

Trả lời:

Câu 3. Cho tứ diện đều $ABCD$. Tìm góc của hai đường thẳng AB và CD .

Trả lời:

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Tính góc giữa đường thẳng CD' với mỗi đường thẳng $BB', A'D$.

Trả lời:

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Tìm số đo của góc (IJ, CD) .

Trả lời:

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với CD , M là một điểm thuộc cạnh BC (không trùng B và C). Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD lần lượt cắt BD, AD, AC tại N, P, Q . Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?

Trả lời:

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = a, BD = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết AC vuông góc với BD . Tính độ dài MN .

Trả lời:

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Biết $SAD = SCD = 90^\circ$. Tìm góc của hai đường thẳng SB và AC .

Trả lời:

Câu 9. Cho tứ diện $ABDC$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Tìm góc của hai đường thẳng BC và AD .

Trả lời:

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC, SAC = SAB$. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng SA và BC .

Trả lời:

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD .

Trả lời:

Câu 12. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng BA' và CD .

Trả lời:

Câu 13. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Côsin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM bằng?

Trả lời:

Câu 14. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AA' và $A'B'$. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng MN và BD .

Trả lời:

Câu 15. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$ và $AA' \perp AB, AA' \perp AC$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB' và BC .

Trả lời:

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính góc giữa hai đường thẳng SM và BC .

Trả lời:

Câu 17. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$?

Trả lời:

Câu 18. Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với (BCD) . Biết tam giác BCD vuông tại C và $AB = \frac{a\sqrt{6}}{2}, AC = a\sqrt{2}, CD = a$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CE ?

Trả lời:

Câu 19. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với AB và $AD, SA = a$. Gọi M là trung điểm của SB . Tính góc giữa AM và BD .

Trả lời:

Câu 20. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng ?

Trả lời:

Câu 21. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm AD . Tính góc giữa hai đường thẳng MC và BD .

Trả lời:

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp AB, SA \perp AC$ và $SC = a\sqrt{5}$. Tính góc giữa SB và CD .

Trả lời:

Câu 23. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AA' và $A'B'$. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng MN và BD .

Trả lời:

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC, BSC = CSA = 60^\circ, BSA = 90^\circ$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và SC . Tính số đo góc của hai đường thẳng EF và SC .

Trả lời:

Câu 25. Cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm góc giữa đường thẳng MN và BC .

Trả lời:

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Biết $AB = CD = 2\sqrt{2}a$ và $MN = a\sqrt{6}$. Tính góc giữa AB và CD .

Trả lời:

Câu 27. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM .

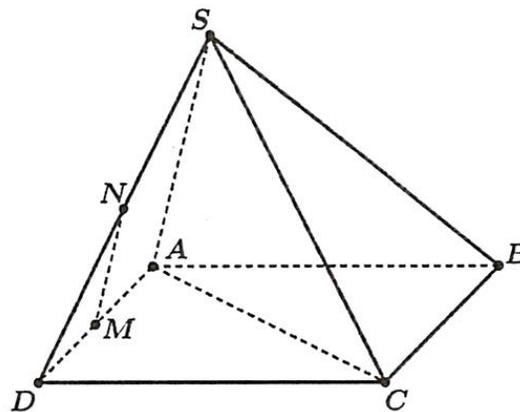
Trả lời:

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, biết $SA = a$, $SC = a\sqrt{3}$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm các cạnh AD, SD . Tìm góc của hai đường thẳng MN và SC .

Trả lời: 90°

Lời giải



Vì MN là đường trung bình của tam giác SAD nên $MN // SA \Rightarrow (MN, SC) = (SA, SC)$.

Tam giác ABC vuông tại B có:

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{AB^2 + BC^2} \\ &= \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + (a\sqrt{2})^2} = 2a. \end{aligned}$$

Xét tam giác SAC , ta có:

$$SA^2 + SC^2 = AC^2 \quad (\text{do } a^2 + (a\sqrt{3})^2 = (2a)^2)$$

Suy ra tam giác SAC vuông tại S .

Vậy $(MN, SC) = (SA, SC) = 90^\circ$ hay $MN \perp SC$.

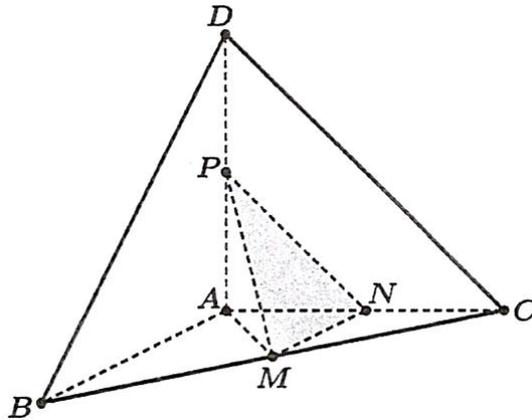
Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau, biết $AB = AC = AD = 1$. Tìm góc của hai đường thẳng AB và CD .

Trả lời: 90°

Lời giải

Theo định lí Pythagore, ta tính được $BC = CD = BD = \sqrt{2}$.

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AC, AD .



Tam giác ABC có MN là đường trung bình

$$\text{nên } \begin{cases} MN // AB \\ MN = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Tam giác ACD có NP là đường trung bình

$$\text{nên } \begin{cases} NP // CD \\ NP = \frac{1}{2} CD = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Tam giác ABC vuông tại A có đường trung tuyến $AM = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác AMP vuông tại A có:

$$MP = \sqrt{AM^2 + AP^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Ta có: $\begin{cases} MN // AB \\ NP // CD \end{cases} \Rightarrow (AB, CD) = (MN, NP).$

Tam giác MNP có: $MN^2 = \frac{1}{4}, NP^2 = \frac{1}{2}, MP^2 = \frac{3}{4}$ hay $MN^2 + NP^2 = MP^2$.

Suy ra tam giác MNP vuông tại N .

Vậy $(AB, CD) = (MN, NP) = 90^\circ$ hay $AB \perp CD$.

Câu 3. Cho tứ diện đều $ABCD$. Tìm góc của hai đường thẳng AB và CD .

Trả lời: 90°

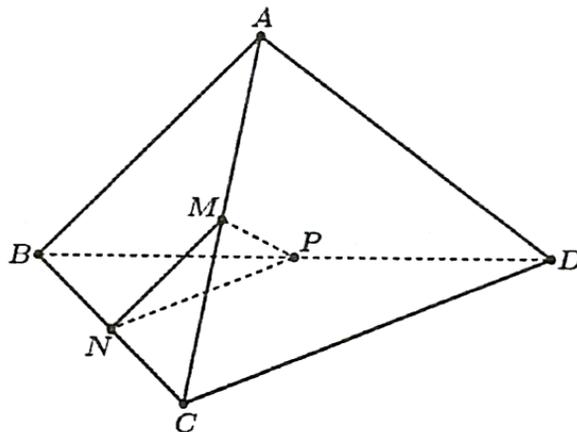
Lời giải

Giả sử tứ diện đều có các cạnh bằng $2a$. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm AC, BC, BD .

Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $\begin{cases} MN // AB \\ MN = \frac{AB}{2} = a \end{cases}$.

Vì NP là đường trung bình của tam giác BCD nên $\begin{cases} NP // CD \\ NP = \frac{CD}{2} = a \end{cases}$.

Suy ra $(AB, CD) = (MN, NP)$



Các tam giác ABD, BCD là tam giác đều cạnh $2a$ nên

$$AP = CP = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

Tam giác ACP cân tại P có M là trung điểm AC nên $MP \perp AC$.

$$\text{Suy ra } MP = \sqrt{CP^2 - CM^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

Tam giác MNP có $MN^2 = a^2, NP^2 = a^2, MP^2 = 2a^2$ hay $MN^2 + NP^2 = MP^2$.

Suy ra tam giác MNP vuông tại N . Vậy $AB \perp CD$.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Tính góc giữa đường thẳng CD' với mỗi đường thẳng $BB', A'D$.

Trả lời: 60°

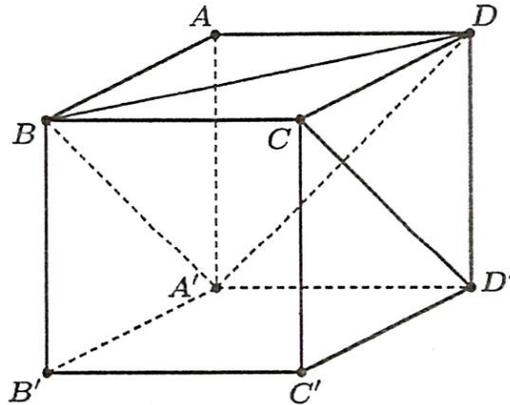
Lời giải

Vì $BB' // CC'$ nên $(BB', CD') = (CC', CD') = C'CD' = 45^\circ$ (do $\Delta CC'D'$ vuông cân tại C').

Vì $BC // A'D', BC = A'D' \Rightarrow BCD'A'$ là hình bình hành.

Suy ra $CD' // A'B$.

Ta có: $(CD', A'D) = (A'B, A'D)$.



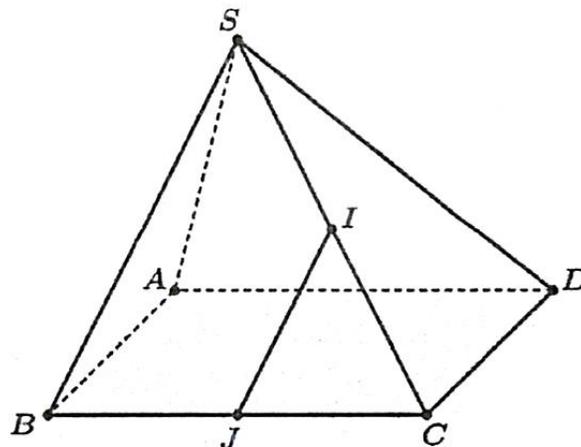
Giả sử cạnh của hình lập phương là a , tam giác $A'BD$ có ba cạnh cùng bằng $a\sqrt{2}$ (đường chéo trong các hình vuông cạnh a). Suy ra tam giác $A'BD$ đều.

Do vậy $(CD', A'D) = (A'B, A'D) = \widehat{BA'D} = 60^\circ$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Tìm số đo của góc (IJ, CD) .

Trả lời: 60°

Lời giải



Tứ giác $ABCD$ có bốn cạnh bằng nhau nên $ABCD$ là hình thoi, suy ra $CD // AB$.

Ta có IJ là đường trung bình của tam giác SBC nên $\begin{cases} IJ // SB \\ IJ = \frac{1}{2}SB = \frac{a}{2} \end{cases}$

Do vậy $(IJ, CD) = (AB, SB)$.

Mặt khác, tam giác SAB có ba cạnh bằng nhau nên $SBA = 60^\circ$.

Vậy $(IJ, CD) = (AB, SB) = SBA = 60^\circ$.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với CD , M là một điểm thuộc cạnh BC (không trùng B và C). Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD lần lượt cắt BD, AD, AC tại N, P, Q . Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?

Trả lời: hình chữ nhật....

Lời giải

Ta có:

$$\begin{cases} (\alpha) // AB, AB \subset (ABC) \\ (\alpha) \cap (ABC) = MQ \end{cases} \Rightarrow MQ // AB$$
$$\begin{cases} (\alpha) // CD, CD \subset (BCD) \\ (\alpha) \cap (BCD) = MN \end{cases} \Rightarrow MN // CD.$$

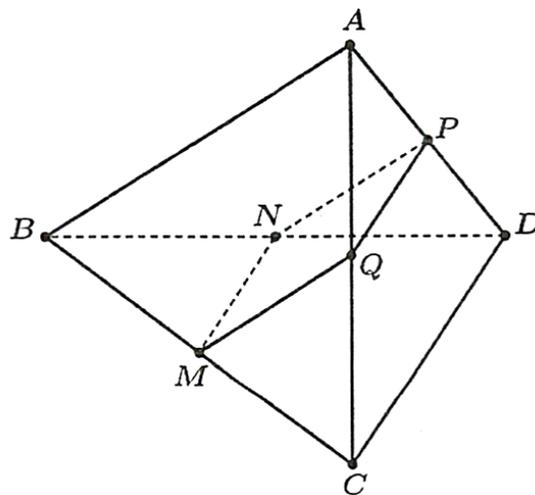
Hoàn toàn tương tự, ta chứng minh được

Tương tự ta có: $NP // AB, PQ // CD$.

Do đó tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

Mặt khác: $(AB, CD) = (MQ, MN) = \angle NMQ = 90^\circ$.

Vậy tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.



Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = a, BD = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết AC vuông góc với BD . Tính độ dài MN .

Trả lời: $\frac{a\sqrt{10}}{2}$

Lời giải

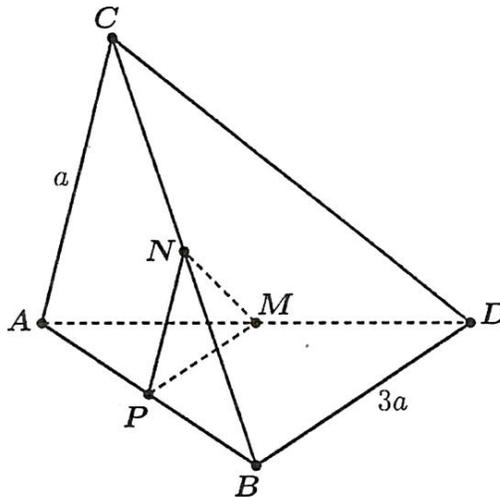
Gọi P là trung điểm đoạn AB ,

ta có NP là đường trung bình của $\triangle ABC$

$$\Rightarrow NP = \frac{1}{2}AC = \frac{a}{2}, NP // AC.$$

Tương tự: MP là đường trung bình của $\triangle ABD$

$$\Rightarrow MP = \frac{1}{2}BD = \frac{3a}{2}, MP // BD.$$



Khi đó: $(AC, BD) = (PN, PM) = MPN = 90^\circ$ hay $\triangle MNP$ vuông tại P .

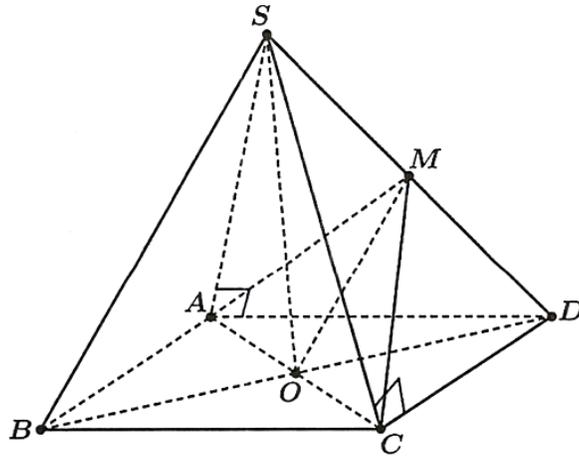
Vì vậy

$$\begin{aligned} MN &= \sqrt{PN^2 + PM^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2} \\ &= \frac{a\sqrt{10}}{2} \end{aligned}$$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Biết $\widehat{SAD} = \widehat{SCD} = 90^\circ$. Tìm góc của hai đường thẳng SB và AC .

Trả lời: $(SB, AC) = 90^\circ$

Lời giải



Gọi M là trung điểm cạnh SD .

Khi đó OM là đường trung bình của tam giác SBD nên $OM // SB$.

Do vậy $(SB, AC) = (OM, AC)$.

Tam giác SAD vuông tại A có trung tuyến $AM = \frac{SD}{2}$;

Tam giác SCD vuông tại C có trung tuyến $CM = \frac{SD}{2}$.

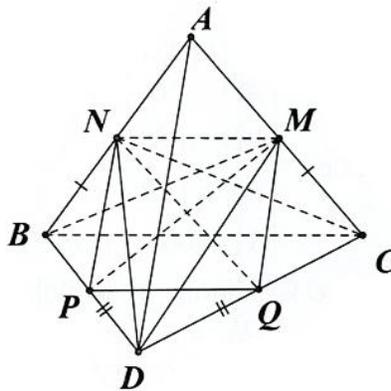
Suy ra tam giác MAC cân tại M , mà O là trung điểm AC nên

$OM \perp AC$ hay $(OM, AC) = 90^\circ$. Từ (1) và (2) suy ra $(SB, AC) = 90^\circ$ hay $SB \perp AC$.

Câu 9. Cho tứ diện $ABDC$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Tìm góc của hai đường thẳng BC và AD .

Trả lời: 90°

Lời giải



Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AC, AB, BD, CD .

Dễ dàng chứng minh được $MNPQ$ là hình bình hành.

Dễ dàng chứng minh được $\triangle MBD = \triangle NCD$ (c-c-c).

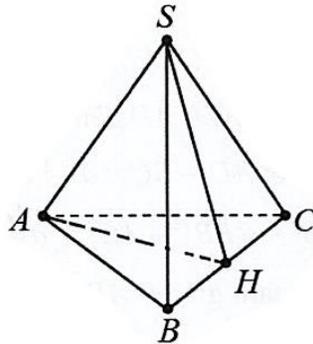
Suy ra hai trung tuyến tương ứng $NQ = MP$.

Suy ra $MNPQ$ là hình chữ nhật $\Rightarrow MN \perp MQ$. Mà $AD // MQ$ và $BC // MN$ nên $AD \perp BC$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC, SAC = SAB$. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng SA và BC .

Trả lời: 90°

Lời giải



Cách 1:

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AS} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$= AS \cdot AC \cdot \cos SAC - AS \cdot AB \cdot \cos SAB = 0$$

Do đó số đo của góc giữa hai đường thẳng SA và BC bằng 90° .

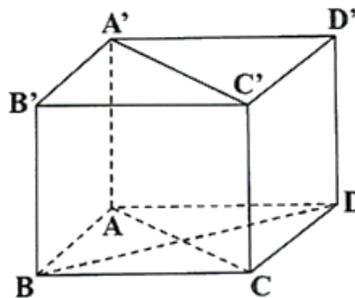
Cách 2:

Vì $AB = AC, SAC = SAB$ nên $\Delta SAC = \Delta SAB$, suy ra $SB = SC$, do đó hai tam giác ABC và SBC là tam giác cân. Chứng minh tương tự bài 1 (trang 194) ta được $SA \perp BC$.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD .

Trả lời: 90°

Lời giải

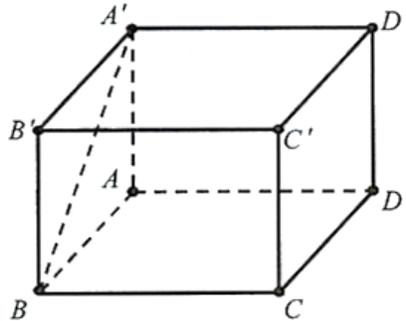


$$AC // A'C' \text{ nên } (A'C'; BD) = (AC; BD) = 90^\circ.$$

Câu 12. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng BA' và CD .

Trả lời: 45°

Lời giải

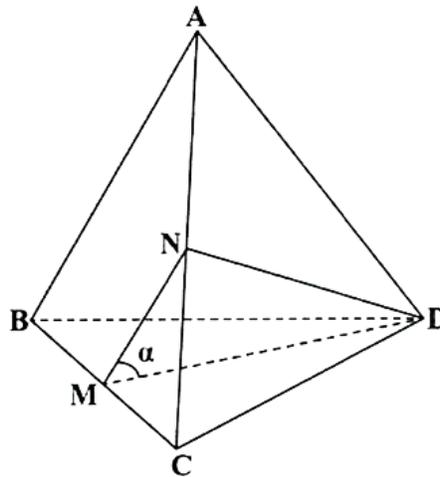


Có $CD // AB \Rightarrow (BA', CD) = (BA', BA) = \angle ABA' = 45^\circ$ (do $ABB'A'$ là hình vuông).

Câu 13. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Côsin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM bằng?

Trả lời: $\frac{\sqrt{3}}{6}$

Lời giải



Kẻ $MN // AB$, có MN là đường trung bình của $\triangle ABC$.

Suy ra $MN = \frac{AB}{2}$.

Do đó: $(AB, DM) = (MN, DM) = \angle DMN = \alpha$.

Gọi tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a .

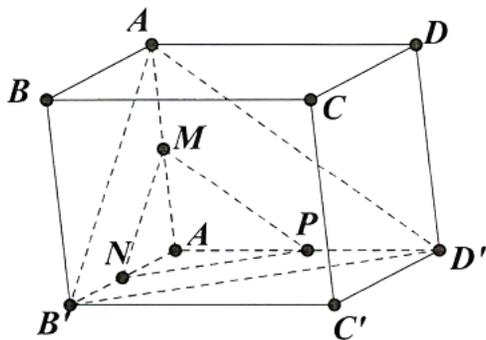
$$MN = \frac{a}{2}, DN = DM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{MN^2 + DM^2 - DN^2}{2 \cdot MN \cdot DM} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 14. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AA' và $A'B'$. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng MN và BD .

Trả lời: 60°

Lời giải



Gọi P là trung điểm cạnh AD' .

Vì $ABCD \cdot A'B'C'D'$ là hình lập phương cạnh a nên $AB' = B'D' = D'A = a\sqrt{2}$.

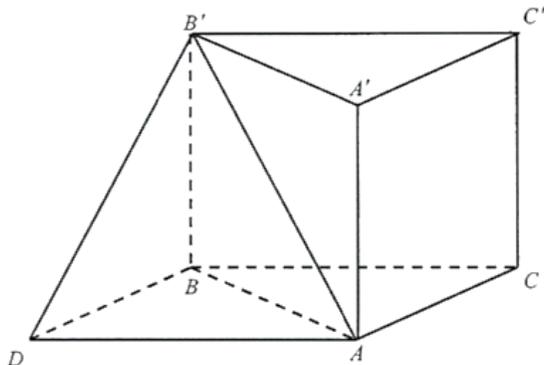
$$\text{Suy ra } MN = NP = PM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow (MN, BD) = (MN, NP) = 60^\circ.$$

Câu 15. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$ và $AA' \perp AB, AA' \perp AC$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB' và BC .

Trả lời: 60°

Lời giải



Trong (ABC) , kẻ AD sao cho $ACBD$ là hình bình hành.

Ta có: $BC \parallel AD$ nên $(AB'; BC) = (AB'; AD) = B'AD$.

Ta có: $AD = BC = a\sqrt{3}, AB' = \sqrt{AB^2 + AB'^2} = a\sqrt{3},$

$$DB' = \sqrt{BB'^2 + AC^2} = a\sqrt{3}.$$

Vậy tam giác $B'AD$ đều nên $B'AD = 60^\circ.$

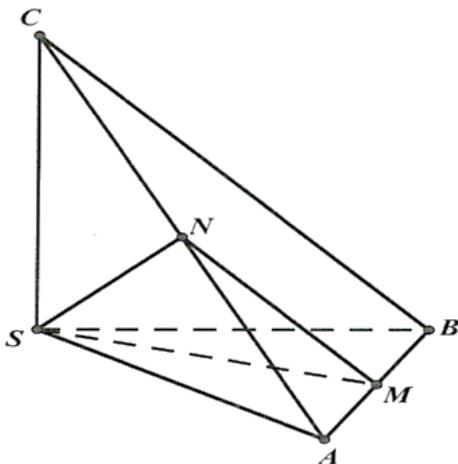
Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC = a.$ Gọi M là trung điểm của $AB.$ Tính góc giữa hai đường thẳng SM và $BC.$

Trả lời: 60°

Lời giải

Gọi N là trung điểm của $AC.$ Khi đó góc giữa SM và BC bằng góc giữa SM và $MN.$

Ta có: $AB = BC = CA$



$$SM = \frac{1}{2} AB \text{ (trung tuyến trong tam giác vuông ứng với cạnh huyền).}$$

$$SN = \frac{1}{2} AC \text{ (trung tuyến trong tam giác vuông ứng với cạnh huyền).}$$

$$MN = \frac{1}{2} BC.$$

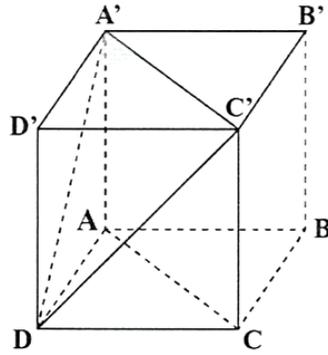
Suy ra $SM = MN = SN$ hay tam giác SMN đều.

Do đó $(SM; BC) = SMN = 60^\circ.$

Câu 17. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D'?$

Trả lời: 60°

Lời giải



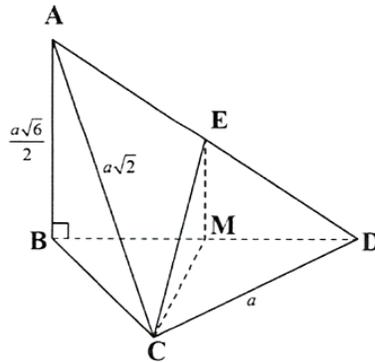
Ta có: $(AC, A'D) = (A'C', A'D) = DA'C' = 60^\circ$.

Vì $A'D = A'C' = C'D$.

Câu 18. Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với (BCD) . Biết tam giác BCD vuông tại C và $AB = \frac{a\sqrt{6}}{2}, AC = a\sqrt{2}, CD = a$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CE ?

Trả lời: 45°

Lời giải



Ta có: $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, BD = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Gọi M là trung điểm $BD \Rightarrow ME \parallel AB$,

$$ME = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{6}}{4}, CM = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

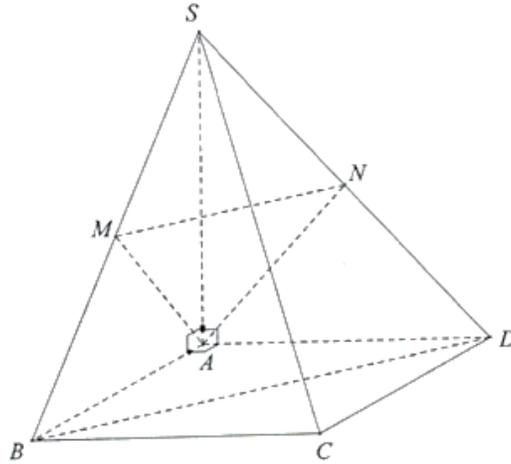
$\Rightarrow \triangle CME$ vuông cân tại M .

Ta có $(AB, CE) = (EM, CE) = \angle CEM = 45^\circ$.

Câu 19. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với AB và $AD, SA = a$. Gọi M là trung điểm của SB . Tính góc giữa AM và BD .

Trả lời: 60°

Lời giải



Gọi N là trung điểm của SD khi đó ta có $MN \parallel BD \Rightarrow (AM, BD) = (AM, MN)$.

Theo giả thiết ta có: $AM = \frac{1}{2}SB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$;

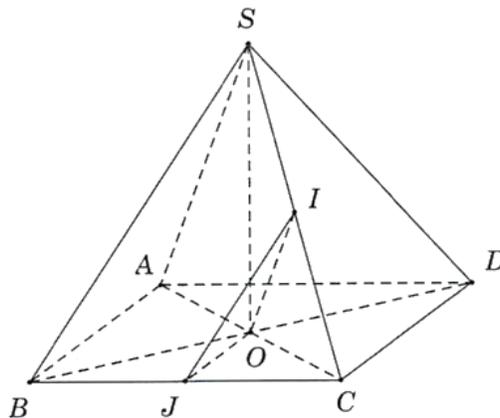
$$AN = \frac{1}{2}SD = \frac{a\sqrt{2}}{2}; MN = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$\Rightarrow \triangle AMN$ đều $\Rightarrow \angle AMN = 60^\circ$. Vậy $(AM, BD) = 60^\circ$.

Câu 20. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng ?

Trả lời: 60°

Lời giải



Gọi O là tâm của hình thoi $ABCD$

$\Rightarrow OJ$ là đường trung bình của $\triangle BCD$. Suy ra $\begin{cases} OJ \parallel CD \\ OJ = \frac{1}{2}CD \end{cases}$.

Vì $CD // OJ \Rightarrow (IJ, CD) = (IJ, OJ)$.

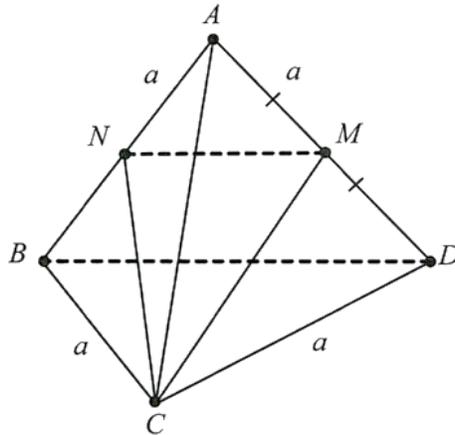
$$\text{Xét tam giác } IOJ, \text{ có } \begin{cases} IJ = \frac{1}{2}SB = \frac{a}{2} \\ OJ = \frac{1}{2}CD = \frac{a}{2} \\ IO = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow \Delta IOJ \text{ đều.}$$

Vậy $(IJ, CD) = (IJ, OJ) = IJO = 60^\circ$.

Câu 21. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm AD . Tính góc giữa hai đường thẳng MC và BD .

Trả lời: $73,22^\circ$

Lời giải



Gọi N là trung điểm AB . Ta có $MM // BD$ nên $(MC, BD) = (MC, MN) = CMN$.

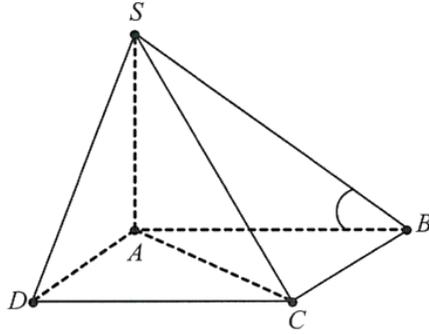
Xét ΔMNC có $CM = CN = \frac{a\sqrt{3}}{2}, MN = \frac{a}{2}$. Ta có:

$$\cos CMN = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow CMN = 73,22^\circ.$$

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp AB, SA \perp AC$ và $SC = a\sqrt{5}$. Tính góc giữa SB và CD .

Trả lời: 60°

Lời giải



Ta có: $AB // CD$ nên $(SB, CD) = (SB, AB) = SBA$

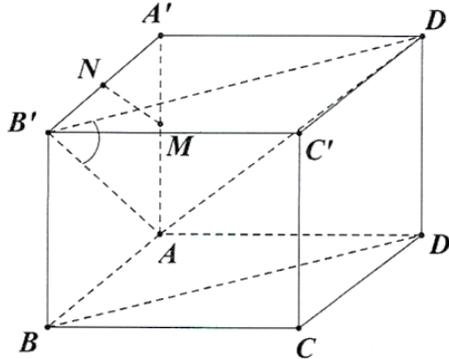
Ta có: $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{3}$

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A : $\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow SBA = 60^\circ$

Câu 23. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AA' và $A'B'$. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng MN và BD .

Trả lời: 60°

Lời giải



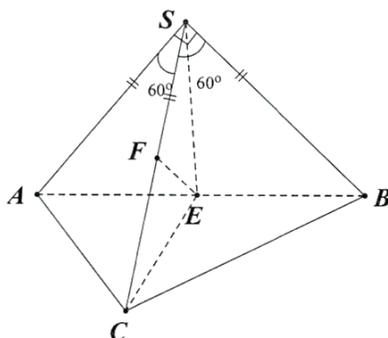
Ta có: $MN // B'A, BD // B'D' \Rightarrow (MN, BD) = (B'A, B'D') = \angle B'D'A'$

Ta có: $\triangle A'B'D'$ đều nên $\angle B'D'A' = 60^\circ$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC, BSC = CSA = 60^\circ, BSA = 90^\circ$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và SC . Tính số đo góc của hai đường thẳng EF và SC .

Trả lời: 90°

Lời giải



Gọi $SA = SB = SC = a$

Ta có: $\Delta SAC, \Delta SBC$ cân và có 1 góc 60° nên là hai tam giác đều. Suy ra $AC = BC = a$.

ΔSAB vuông cân tại S nên $AB = a\sqrt{2}$

Xét ΔABC có: $AC = BC = a$ và $AB = a\sqrt{2}$ nên ΔABC vuông cân tại C .

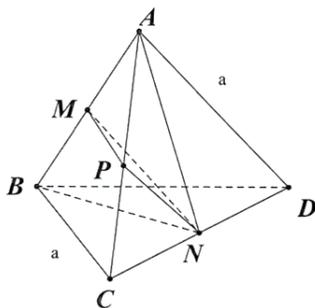
Suy ra $CE = SE = \frac{AB}{2}$

ΔSCE cân tại E có EF là trung tuyến nên là đường cao $\Rightarrow EF \perp SC$.

Câu 25. Cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD .
Tìm góc giữa đường thẳng MN và BC .

Trả lời: 45°

Lời giải



Gọi P là trung điểm của AC

Ta có: $MP \parallel BC \Rightarrow (MN, BC) = (MN, MP) = PMN$

Ta có: ΔABN cân tại N có NM là trung tuyến nên là đường cao

$$\Rightarrow MN = \sqrt{BN^2 - MB^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

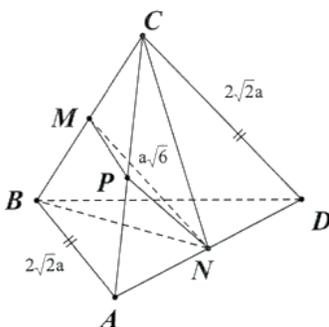
$$\text{Xét } \triangle MNP \text{ có: } \cos PMN = \frac{MP^2 + MN^2 - NP^2}{2 \cdot MP \cdot MN} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Suy ra $PMN = 45^\circ$.

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Biết $AB = CD = 2\sqrt{2}a$ và $MN = a\sqrt{6}$. Tính góc giữa AB và CD .

Trả lời: 60°

Lời giải



Gọi P là trung điểm của AC .

$$\text{Ta có: } MP \parallel BC \Rightarrow (AB, CD) = (MP, PN) \Rightarrow MP = NP = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2}a = \sqrt{2}a$$

Xét $\triangle MNP$ có:

$$\begin{aligned} \cos MPN &= \frac{MP^2 + NP^2 - MN^2}{2 \cdot MP \cdot NP} \\ &= \frac{2(\sqrt{2}a)^2 - (a\sqrt{6})^2}{2 \cdot \sqrt{2}a \cdot \sqrt{2}a} = \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

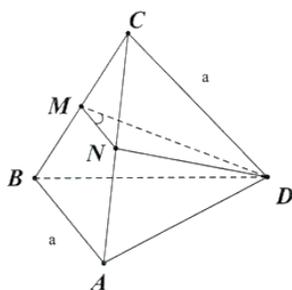
Suy ra $MPN = 120^\circ$

Vậy $(MP, PN) = 60^\circ$.

Câu 27. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM .

Trả lời: $(AB, MD) \approx 73,2^\circ$

Lời giải



Đặt $AB = a$

Gọi N là trung điểm của AC

Ta có: $MN \parallel AB \Rightarrow (AB, MD) = (MN, MD) \Rightarrow MD = ND = \frac{a\sqrt{3}}{2}; MN = \frac{a}{2}$

$$\text{Xét } \triangle MND \text{ có: } \cos NMD = \frac{MN^2 + MD^2 - ND^2}{2 \cdot MN \cdot MD} = \frac{\left(\frac{1}{2}a\right)^2}{2 \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

Suy ra $NMD \approx 73,2^\circ$. Vậy $(AB, MD) \approx 73,2^\circ$.

D. Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1: Trong không gian cho điểm A và đường thẳng d . Có bao nhiêu đường thẳng qua A và vuông góc với đường thẳng d

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn D

Có vô số đường thẳng qua A và vuông góc với đường thẳng d .

Câu 2: Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Trong không gian, nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì đường thẳng a vuông góc với đường thẳng c .
- B.** Trong không gian, nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b song song với đường thẳng c thì đường thẳng a vuông góc với đường thẳng c .

C. Trong không gian, nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b và đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì đường thẳng a cắt đường thẳng c tại một điểm.

D. Trong không gian, cho ba đường thẳng a, b, c vuông góc với nhau từng đôi một. Nếu có đường thẳng d vuông góc với đường thẳng a thì đường thẳng d song song với b hoặc c .

Lời giải

Chọn B

Theo cách xác định góc giữa hai đường thẳng trong không gian, vì $b // c$ nên ta có:

Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c . Suy ra chọn **B**.

Câu 3: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

C. Một đường thẳng vuông góc với hai cạnh của tam giác thì sẽ vuông góc với cạnh thứ ba của tam giác đó.

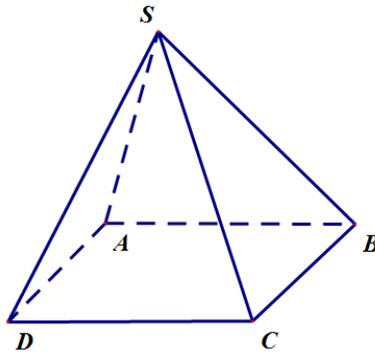
D. Hai đường thẳng vuông góc nếu góc giữa hai véc tơ chỉ phương của chúng bằng 90° .

Lời giải

Chọn A

Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba có thể song song, cắt nhau hoặc chéo nhau.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành (hình vẽ minh họa). Góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng



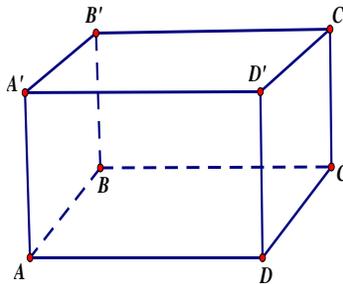
- A. Góc giữa hai đường thẳng SD và DC .
- B. Góc giữa hai đường thẳng SD và AD .
- C. Góc giữa hai đường thẳng SD và BD .
- D. Góc giữa hai đường thẳng SD và SC .

Lời giải

Chọn B

Do $BC \parallel AD$ nên góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng góc giữa hai đường thẳng SD và AD .

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ minh họa). Góc giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng



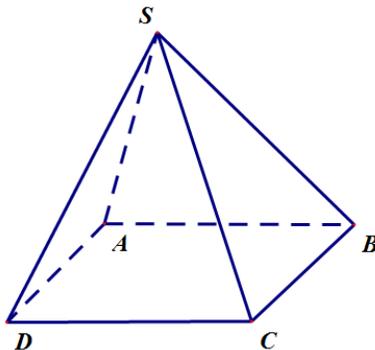
- A. Góc giữa hai đường thẳng BD và AC .
- B. Góc giữa hai đường thẳng BD và $B'D'$.
- C. Góc giữa hai đường thẳng BD và $A'B'$.
- D. Góc giữa hai đường thẳng BD và AC' .

Lời giải

Chọn A

Do $A'C' \parallel AC$ nên góc giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng góc giữa hai đường thẳng BD và AC .

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (hình vẽ minh hoạ). Góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng



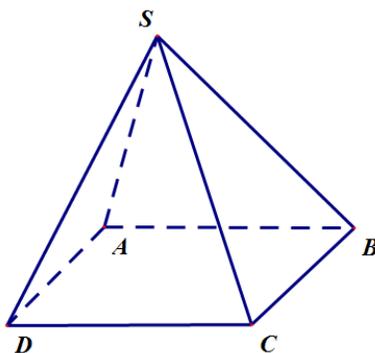
- A. Góc giữa hai đường thẳng SA và BD .
- B. Góc giữa hai đường thẳng SA và AB .
- C. Góc giữa hai đường thẳng SA và SC .
- D. Góc giữa hai đường thẳng SA và AC .

Lời giải

Chọn B

Do $CD \parallel AB$ nên góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng góc giữa hai đường thẳng SA và AB .

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (hình vẽ minh hoạ). Số đo góc giữa hai đường thẳng SA và CB bằng



- A. 90° .
- B. 60° .
- C. 45° .
- D. 30° .

Lời giải

Chọn B

Do $BC \parallel AD \Rightarrow (SA; BC) = (SA; AD) = \widehat{SAD} = 60^\circ$. (Do $\triangle SAD$ đều)

Câu 8: Trong không gian cho điểm A và đường thẳng d . Có bao nhiêu đường thẳng qua A và vuông góc với đường thẳng d

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. Vô số.

Lời giải

Chọn D

Có vô số đường thẳng qua A và vuông góc với đường thẳng d .

Câu 9: Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Trong không gian, nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì đường thẳng a vuông góc với đường thẳng c .
- B.** Trong không gian, nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b song song với đường thẳng c thì đường thẳng a vuông góc với đường thẳng c .
- C.** Trong không gian, nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b và đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì đường thẳng a cắt đường thẳng c tại một điểm.
- D.** Trong không gian, cho ba đường thẳng a, b, c vuông góc với nhau từng đôi một. Nếu có đường thẳng d vuông góc với đường thẳng a thì đường thẳng d song song với b hoặc c .

Lời giải

Chọn B

Theo cách xác định góc giữa hai đường thẳng trong không gian, vì $b // c$ nên ta có:

Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c . Suy ra chọn **B**.

Câu 10: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- B.** Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.
- C.** Một đường thẳng vuông góc với hai cạnh của tam giác thì sẽ vuông góc với cạnh thứ ba của tam giác đó.
- D.** Hai đường thẳng vuông góc nếu góc giữa hai véc tơ chỉ phương của chúng bằng 90° .

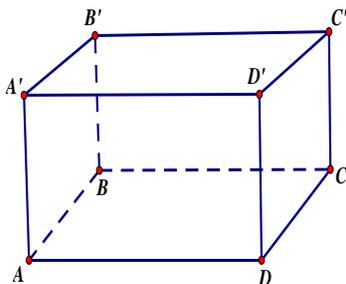
Lời giải

Chọn A

Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba có thể song song, cắt nhau hoặc chéo nhau.

nằm trong (BDC') thì vuông góc với $A'C$. Đó là 4 đường thẳng AB' ($AB' // DC'$), BD , $C'D$ và BC' .

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ minh họa). Góc giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng



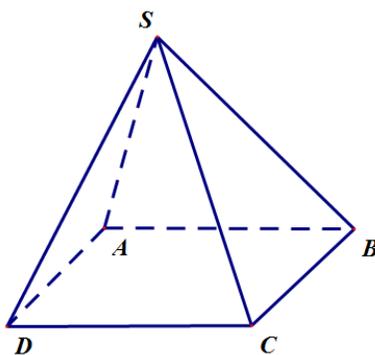
- A. Góc giữa hai đường thẳng BD và AC .
- B. Góc giữa hai đường thẳng BD và $B'D'$.
- C. Góc giữa hai đường thẳng BD và $A'B'$.
- D. Góc giữa hai đường thẳng BD và AC' .

Lời giải

Chọn A

Do $A'C' \parallel AC$ nên góc giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng góc giữa hai đường thẳng BD và AC .

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (hình vẽ minh họa). Góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng



- A. Góc giữa hai đường thẳng SA và BD .
- B. Góc giữa hai đường thẳng SA và AB .
- C. Góc giữa hai đường thẳng SA và SC .
- D. Góc giữa hai đường thẳng SA và AC .

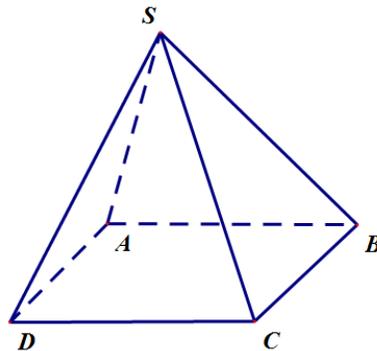
Lời giải

Chọn B

Do $CD \parallel AB$ nên góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng góc giữa hai đường thẳng SA và AB .

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (hình vẽ minh họa). Số đo

góc giữa hai đường thẳng SA và CB bằng



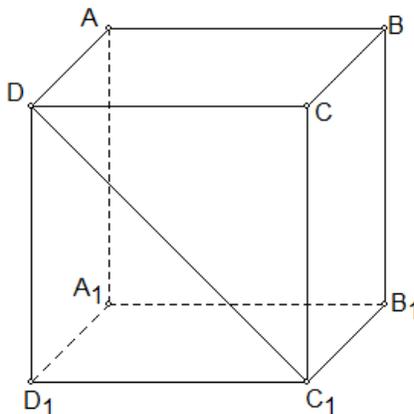
- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

Lời giải

Chọn B

Do $BC \parallel AD \Rightarrow (SA; BC) = (SA; AD) = \widehat{SAD} = 60^\circ$. (Do $\triangle SAD$ đều)

Câu 14: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ (hình vẽ minh họa). Góc giữa hai đường thẳng AA_1 và DC_1 bằng



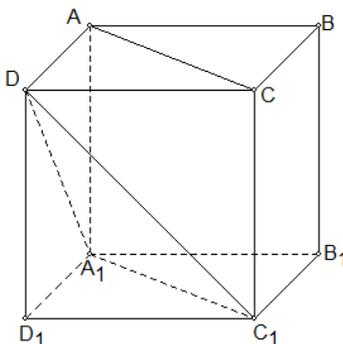
- A. Góc giữa hai đường thẳng AA_1 và DD_1 .
 B. Góc giữa hai đường thẳng AA_1 và D_1C_1 .
 C. Góc giữa hai đường thẳng DD_1 và BB_1 .
 D. Góc giữa hai đường thẳng DC_1 và DD_1 .

Lời giải

Chọn D

Do $AA_1 // DD_1$ nên góc giữa hai đường thẳng AA_1 và DC_1 bằng góc giữa hai đường thẳng DD_1 và DC_1 .

Câu 15: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Góc giữa AC và DA_1 là



- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 120° .

Lời giải

Chọn B

Vì $A_1C_1 // AC$ nên góc giữa AC và DA_1 bằng góc giữa hai đường thẳng A_1C_1 và DA_1 .

Vì tam giác DA_1C_1 đều nên $\angle DA_1C_1 = 60^\circ$. Vậy góc giữa AC và DA_1 bằng 60° .

Câu 16: Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Cho hai đường thẳng song song. Nếu một đường thẳng vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.
- B. Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì luôn cắt nhau.
- C. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của chúng.
- D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề A đúng.

Mệnh đề B sai vì hai đường thẳng vuông góc có thể chéo nhau.

Mệnh đề C sai vì góc giữa hai đường thẳng luôn nhỏ hơn hoặc bằng 90° còn góc giữa hai vectơ có thể là góc tù.

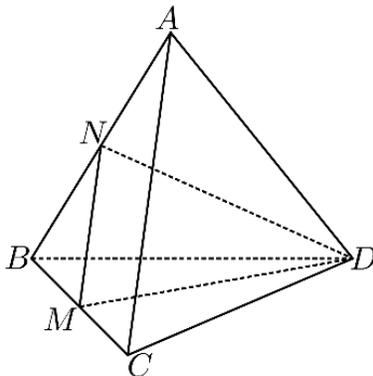
Mệnh đề D sai vì hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì có thể cắt nhau.

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M là trung điểm BC , N là trung điểm AB . Gọi α là góc giữa hai đường thẳng DM và MN . Khi đó $\cos \alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $(DM, MN) = DMN$.

MN là đường trung bình tam giác ABC , suy ra $MN = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} a$

$$\text{Ta có } \cos DMN = \frac{DM^2 + MN^2 - ND^2}{2 \cdot DM \cdot MN} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 18: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC, AD . Biết rằng $MN = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

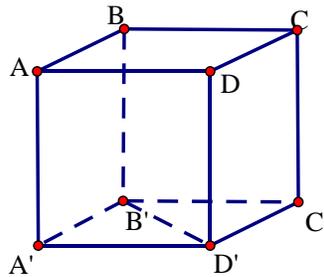
Chọn C

- A.** Trong không gian, hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.
- B.** Trong không gian, hai đường thẳng vuông góc với nhau thì phải cắt nhau.
- C.** Trong không gian, hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
- D.** Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải

Chọn A

Ví dụ: Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ ta có $AA' \perp DC$. Nhưng AA' và DC ở vị trí chéo nhau. \rightarrow **B** sai.



Đáp án **C** sai do hai đường thẳng không có điểm chung thì song song hoặc chéo nhau.

Đáp án **D**, chẳng hạn: AD và CC' cùng vuông góc với CD nhưng AD không song song với CC' .

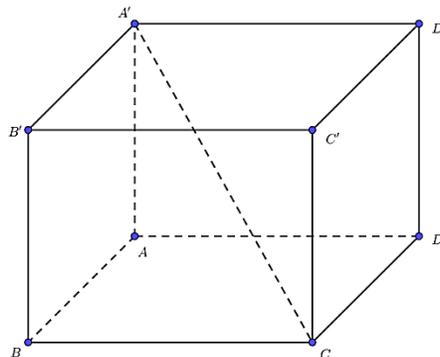
Vậy ta chọn đáp án **A**.

Câu 21: Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Trong số 5 đường thẳng $AC', AB', BD, C'D, BC'$ có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với $A'C$.

- A.** 1.
- B.** 2.
- C.** 3.
- D.** 4.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $A'C \perp (BDC')$ vì A' và C cách đều ba đỉnh B, D, C' . Như vậy đường thẳng nào song song hoặc nằm trong (BDC') thì vuông góc với $A'C$. Đó là 4 đường thẳng AB' ($AB' // DC'$), $BD, C'D$ và BC' .

Câu 22: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo góc tạo bởi hai đường thẳng BD và AB' bằng

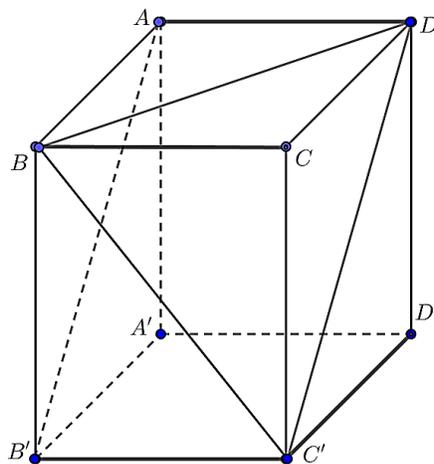
A. 90° . B. 60° .

C. 45° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn B



Ta có: $AB' \parallel DC' \Rightarrow (BD; AB') = (BD; DC')$.

$\triangle BDC'$ đều vì $BD = BC' = DC'$ (các đường chéo hình vuông bằng nhau) nên $BDC' = 60^\circ$.

Vậy góc tạo bởi hai đường thẳng BD và AB' bằng 60° .

Câu 23: Cho hình chóp $SABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a , và O là tâm hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm AB , N là trung điểm SB . Gọi α là góc giữa hai đường thẳng MN và MO . Khi đó $\cos \alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

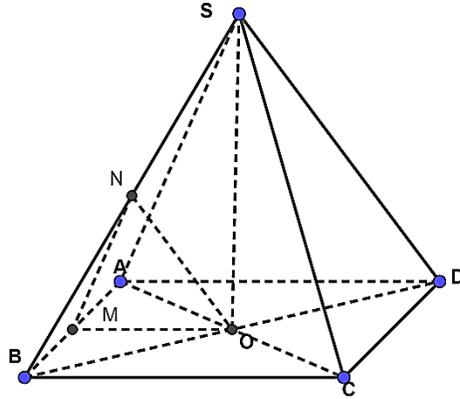
B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có hình chóp tất cả các cạnh đều bằng a suy ra $\triangle SAD$ đều và $(SA, AD) = 60^\circ$.

Mặt khác có: $SA \parallel MN, AD \parallel MO$ suy ra $\alpha = (MN, MO) = (SA, AD) = 60^\circ \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2}$.

Câu 24: Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.** Cho hai đường thẳng song song. Nếu một đường thẳng vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.
- B.** Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì luôn cắt nhau.
- C.** Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của chúng.
- D.** Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề A đúng.

Mệnh đề B sai vì hai đường thẳng vuông góc có thể chéo nhau.

Mệnh đề C sai vì góc giữa hai đường thẳng luôn nhỏ hơn hoặc bằng 90° còn góc giữa hai vectơ có thể là góc tù.

Mệnh đề D sai vì hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì có thể cắt nhau.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = SB = SC = SD$ và đáy là hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Biết số đo của góc giữa hai đường thẳng MN, SC bằng 90° . Tính độ dài cạnh SA .

A. $2a$.

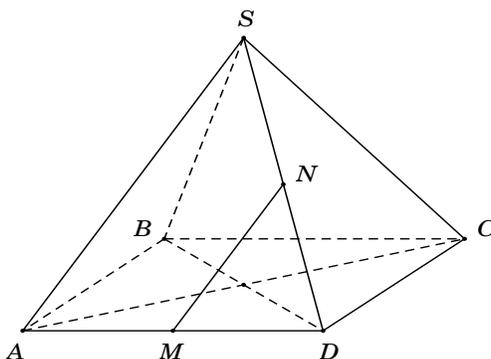
B. a .

C. $a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



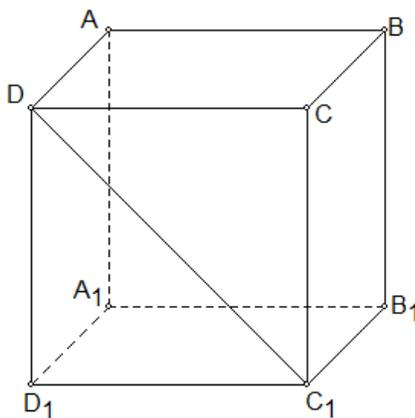
Do tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$.

Từ giả thiết ta có MN là đường trung bình của $\triangle DSA$

$\Rightarrow MN \parallel SA \Rightarrow (MN, SC) = (SA, SC) = 90^\circ \Rightarrow \angle ASC = 90^\circ$.

Mà $SA = SC \Rightarrow \triangle SAC$ vuông cân tại S . Suy ra $SA = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a$.

Câu 26: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ (hình vẽ minh họa). Góc giữa hai đường thẳng AA_1 và DC_1 bằng



A. Góc giữa hai đường thẳng AA_1 và DD_1 .

B. Góc giữa hai đường thẳng AA_1 và D_1C_1 .

C. Góc giữa hai đường thẳng DD_1 và BB_1 .

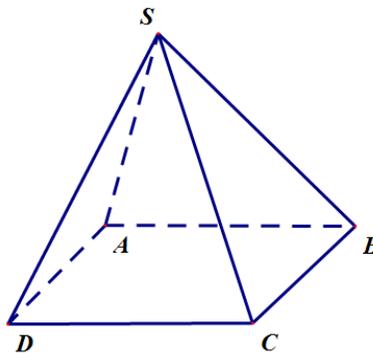
D. Góc giữa hai đường thẳng DC_1 và DD_1 .

Lời giải

Chọn D

Do $AA_1 // DD_1$ nên góc giữa hai đường thẳng AA_1 và DC_1 bằng góc giữa hai đường thẳng DD_1 và DC_1 .

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành (hình vẽ minh họa). Góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng



A. Góc giữa hai đường thẳng SD và DC .

B. Góc giữa hai đường thẳng SD và AD .

C. Góc giữa hai đường thẳng SD và BD .

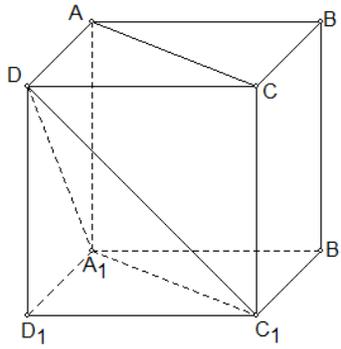
D. Góc giữa hai đường thẳng SD và SC .

Lời giải

Chọn B

Do $BC // AD$ nên góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng góc giữa hai đường thẳng SD và AD .

Câu 28: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Góc giữa AC và DA_1 là



- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 120° .

Lời giải

Chọn B

Vì $A_1C_1 // AC$ nên góc giữa AC và DA_1 bằng góc giữa hai đường thẳng A_1C_1 và DA_1 .

Vì tam giác DA_1C_1 đều nên $\angle DA_1C_1 = 60^{\circ}$. Vậy góc giữa AC và DA_1 bằng 60° .

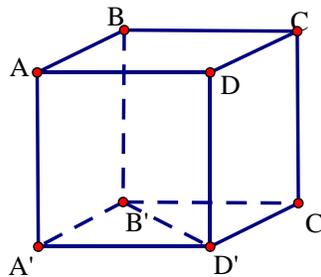
Câu 29: Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. Trong không gian, hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.
- B. Trong không gian, hai đường thẳng vuông góc với nhau thì phải cắt nhau.
- C. Trong không gian, hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
- D. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải

Chọn A

Ví dụ: Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ ta có $AA' \perp DC$. Nhưng AA' và DC ở vị trí chéo nhau. \rightarrow B sai.



Đáp án C sai do hai đường thẳng không có điểm chung thì song song hoặc chéo nhau.

Đáp án D, chẳng hạn: AD và CC' cùng vuông góc với CD nhưng AD không song song với CC' .

Vậy ta chọn đáp án A.

Câu 32: Cho hình chóp $SABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a , và O là tâm hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm AB , N là trung điểm SB . Gọi α là góc giữa hai đường thẳng MN và MO . Khi đó $\cos \alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

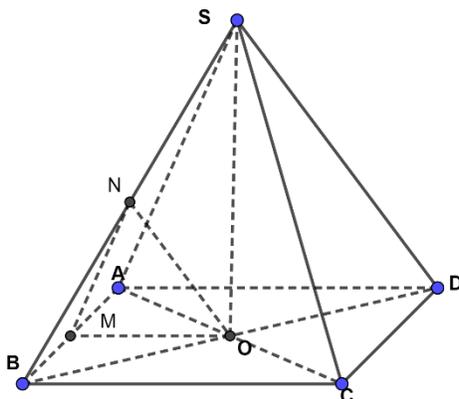
B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có hình chóp tất cả các cạnh đều bằng a suy ra $\triangle SAD$ đều và $(SA, AD) = 60^\circ$.

Mặt khác có: $SA \parallel MN, AD \parallel MO$ suy ra $\alpha = (MN, MO) = (SA, AD) = 60^\circ \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2}$.

Câu 33: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC, AD . Biết rằng $MN = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. 45° .

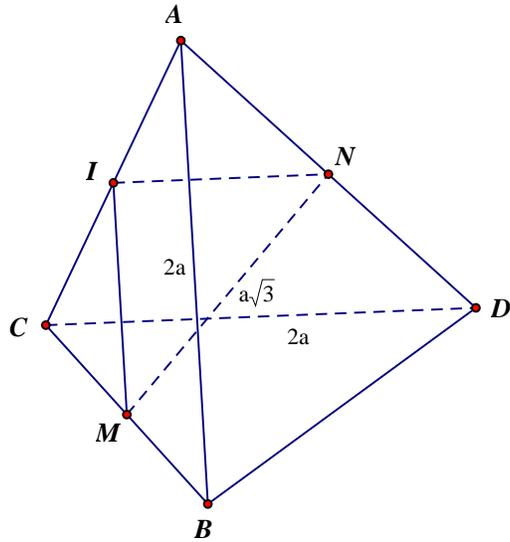
B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm của AC . Ta có $IM = IN = a$.

Áp dụng định lý cosin cho $\triangle IMN$ ta có:

$$\cos \widehat{MIN} = \frac{IM^2 + IN^2 - MN^2}{2 \cdot IM \cdot IN} = \frac{a^2 + a^2 - 3a^2}{2 \cdot a \cdot a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{MIN} = 120^\circ.$$

Vì $IM \parallel AB$, $IN \parallel CD$ nên $(AB, CD) = (IM, IN) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

Câu 34: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a , M là trung điểm cạnh CD , α là góc tạo bởi $A'B$ và $D'M$. Tính $\cos \alpha$

A. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$.

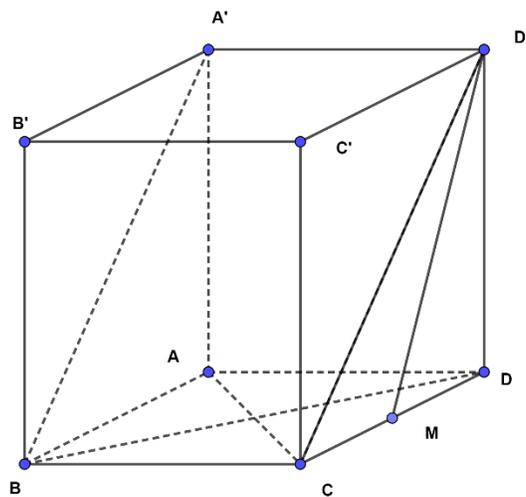
B. $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{5}}{5}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải

Chọn B

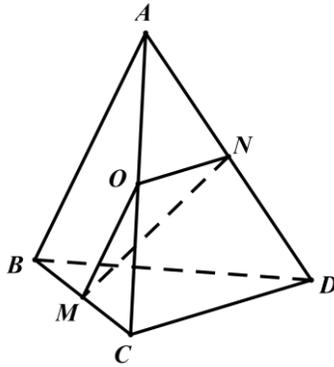


Ta có: $D'C \parallel A'B$ suy ra $(A'B, D'M) = (D'C, D'M) = \alpha$

Có $D'M = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $D'C = a\sqrt{2}$, $CM = \frac{a}{2}$. Xét $\Delta D'MC$ ta có:

$$\cos \alpha = \frac{D'M^2 + D'C^2 - CM^2}{2 \cdot D'M \cdot D'C} = \frac{\frac{5a^2}{4} + 2a^2 - \frac{a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot a} = \frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh BC và AD . Cho biết $AB = CD = 2a$ và $MN = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .



A. $(AB, CD) = 30^\circ$.

B. $(AB, CD) = 45^\circ$.

C. $(AB, CD) = 60^\circ$.

D. $(AB, CD) = 90^\circ$.

Lời giải

Chọn C

Gọi O là trung điểm của AC , ta có $OM = ON = a$.

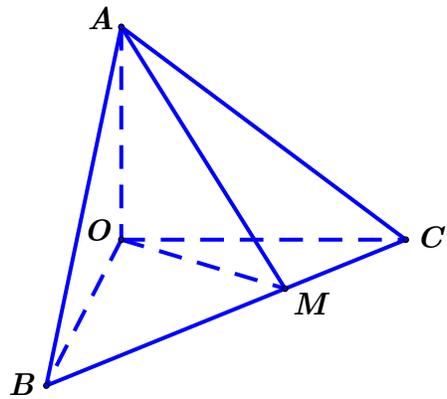
$$\begin{cases} OM \parallel AB \\ ON \parallel CD \end{cases} \Rightarrow (AB, CD) = (OM, ON)$$

Áp dụng định lí côsin cho tam giác OMN ta có

$$\cos \angle MON = \frac{OM^2 + ON^2 - MN^2}{2 \cdot OM \cdot ON} = \frac{a^2 + a^2 - (a\sqrt{3})^2}{2 \cdot a \cdot a} = -\frac{1}{2}.$$

Vậy $(AB, CD) = 60^\circ$.

Câu 36: Cho hình chóp $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là điểm nằm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$, α là góc giữa hai đường thẳng AB và OM . Chọn khẳng định đúng.



A. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$.

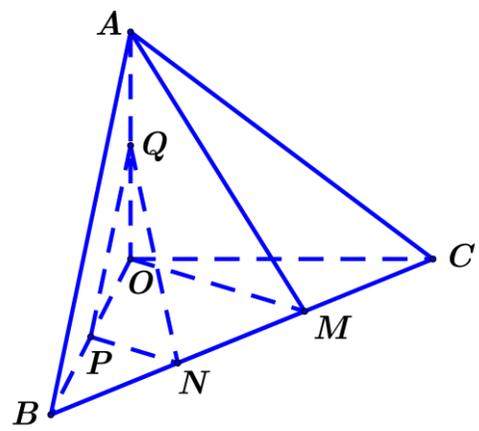
B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi N, P, Q lần lượt là trung điểm của BM, OB, OA , ta có:

$$BC = a\sqrt{2}, CM = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

$$OM^2 = OC^2 + MC^2 - 2OC.MC.\cos 45^\circ = \frac{5a^2}{9} \Rightarrow OM = \frac{a\sqrt{5}}{3}.$$

$$NP = \frac{1}{2}OM = \frac{a\sqrt{5}}{6}, PQ = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$ON = OM = \frac{a\sqrt{5}}{3} \Rightarrow QN^2 = OQ^2 + ON^2 = \frac{29a^2}{36}.$$

$$\text{Xét tam giác } NPQ \text{ ta có: } \cos(\angle QPN) = \frac{PQ^2 + PN^2 - NQ^2}{2PQ \cdot PN} = -\frac{1}{\sqrt{10}}.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} PN // OM \\ PQ // AB \end{cases} \Rightarrow (OM, AB) = (PN, PQ) = \alpha.$$

$$\text{Khi đó } \cos \alpha = |\cos NPQ| = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Câu 37: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, BC, C'D'$.
 Tính góc giữa hai đường thẳng MN và AP .

A. 30° .

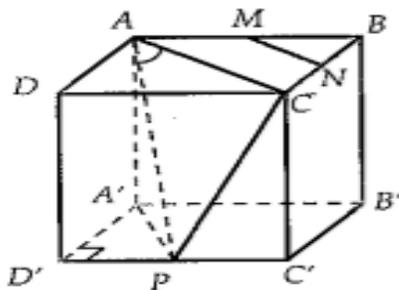
B. 60° .

C. 135° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn D



Giả sử hình lập phương có cạnh bằng a và $MN // AC$ nên: $(MN, AP) = (AC, AP)$.

$$\text{Vì } \triangle A'D'P \text{ vuông tại } D' \text{ nên } A'P = \sqrt{A'D'^2 + D'P^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\triangle AA'P \text{ vuông tại } A' \text{ nên } AP = \sqrt{A'A^2 + A'P^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \frac{3a}{2}.$$

$$\Delta CC'P \text{ vuông tại } C' \text{ nên } CP = \sqrt{CC'^2 + C'P^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Ta có AC là đường chéo của hình vuông $ABCD$ nên $AC = a\sqrt{2}$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ACP ta có:

$$CP^2 = AC^2 + AP^2 - 2AC \cdot AP \cdot \cos CAP$$

$$\Rightarrow \cos CAP = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow CAP = 45^\circ < 90^\circ$$

Vậy $(AC; AP) = CAP = 45^\circ$ hay $(MN; AP) = 45^\circ$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng

A. 60° .

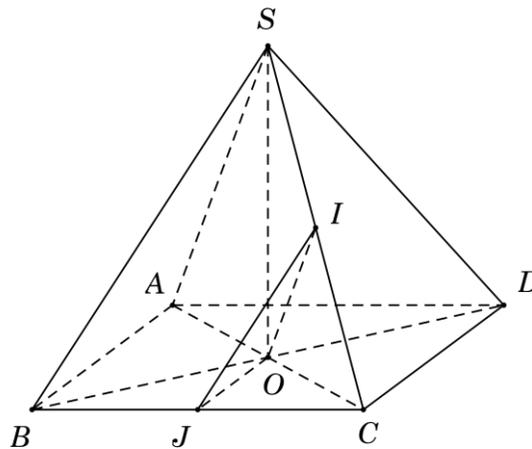
B. 45° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của hình thoi $ABCD \Rightarrow OJ$ là đường trung bình của ΔBCD .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} OJ \parallel CD \\ OJ = \frac{1}{2}CD \end{cases}$$

Vì $CD \parallel OJ \Rightarrow (IJ, CD) = (IJ, OJ)$.

$$\text{Xét tam giác } IOJ, \text{ có } \begin{cases} IJ = \frac{1}{2}SB = \frac{a}{2} \\ OJ = \frac{1}{2}CD = \frac{a}{2} \\ IO = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow \Delta IOJ \text{ đều.}$$

Vậy $(IJ, CD) = (IJ, OJ) = IJO = 60^\circ$.

Câu 39: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a và các góc $BAD, DAA', A'AB$ đều bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA', CD . Gọi α là góc tạo bởi hai đường thẳng MN và $B'C$, giá trị của $\cos \alpha$ bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

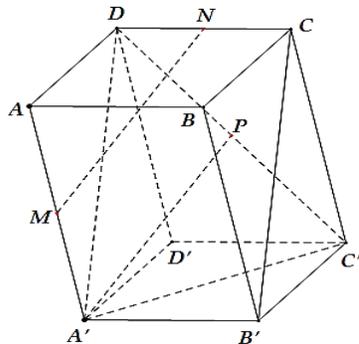
B. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi P là trung điểm DC'

Ta có $\begin{cases} B'C // A'D \\ MN // A'P \end{cases}$. Suy ra $\cos(MN, B'C) = \cos(A'P, A'D) = |\cos DA'P|$

Do $BAD = DAA' = A'AB = 60^\circ$ và các cạnh hình hộp bằng a .

Do đó $A'D = a, C'D = C'A' = a\sqrt{3}, DP = \frac{1}{2}DC' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Xét tam giác $A'C'D$ với $A'P$ là đường trung tuyến, nên ta có:

$$A'P^2 = \frac{2(A'D^2 + C'A'^2) - C'D^2}{4} \Rightarrow A'P = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

Áp dụng định lý cosin cho tam giác $A'DP$, ta có:

$$\cos DA'P = \frac{A'D^2 + A'P^2 - DP^2}{2.A'D.A'P} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$$

Như vậy $\cos(MN, B'C) = \cos(A'P, A'D) = |\cos DA'P| = \frac{3\sqrt{5}}{10}$.

Câu 40: Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a // b$.

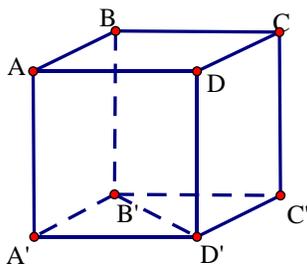
B. Nếu $a // b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.

C. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a // b$.

D. Nếu a và b cùng nằm trong mặt phẳng (α) và $c // (\alpha)$ thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c .

Lời giải

Chọn B



Ví dụ: Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ ta thấy:

+) Hai đường thẳng AB, AD cùng vuông góc với AA' nhưng AB không song song với $AD \rightarrow$ **A** sai.

+) Hai đường thẳng AB, AD cùng tạo với đường thẳng AA' một góc bằng nhau là 90° nhưng AB không song song với $AD \rightarrow$ **C** sai.

+) Hai đường thẳng AB, AD thuộc $(ABCD)$ và $(ABCD) // A'B'$ nhưng $(AB, A'B') = 0^\circ, (CD, A'B') = 90^\circ \rightarrow$ **D** sai.

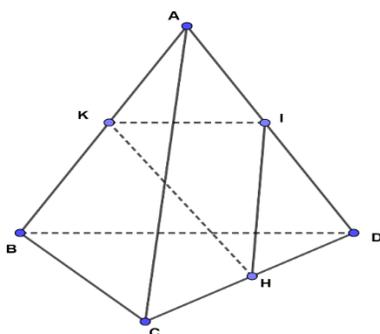
Vậy ta chọn đáp án **B**.

Câu 41: Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = 2a, BD = 2a\sqrt{3}$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm CD, AB . Biết rằng $HK = a$. Tính góc giữa hai đường thẳng AC và BD .

A. 45° . **B.** 30° . **C.** 60° . **D.** 90° .

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của AD . Ta có $IH = a, IK = a\sqrt{3}$, vì IH, IK lần lượt là đường trung bình của $\triangle ACD, \triangle ABD$.

Áp dụng định lý cosin cho $\triangle IHK$ ta có:

$$\cos HIK = \frac{IH^2 + IK^2 - HK^2}{2 \cdot IH \cdot IK} = \frac{a^2 + 3a^2 - a^2}{2 \cdot a \cdot a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HIK = 30^\circ.$$

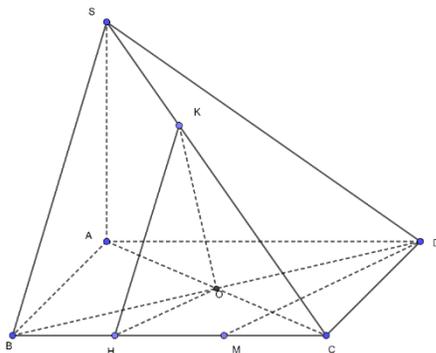
Vì $IH // AC, IK // BD$ nên $(AC, BD) = (IH, IK) = 30^\circ$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy hình vuông cạnh a , $SA = SB = SC = 3a$, điểm M thuộc cạnh BC thỏa mãn $BM = 2MC$. Góc α là góc tạo bởi SB và DM , tính α

- A. 30° . B. 60° . C. 135° . D. 90° .

Lời giải

Chọn D



Từ O kẻ $OH \parallel DM$, $HK \parallel SB$ suy ra $(SB, DM) = (HO, HK) = \alpha$

Ta có O là trung điểm BD suy H là trung điểm BM

Mặt khác $HK \parallel SB$ và $\frac{CH}{CB} = \frac{2}{3} \Rightarrow HK = \frac{2}{3} SB = 2a, CK = 2a$

$$+) CM = \frac{1}{3} BC = \frac{a}{3} \Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{10}}{3}, OH = \frac{1}{2} DM = \frac{a\sqrt{10}}{6}$$

$$+) OC = \frac{1}{2} AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Xét $\triangle SAC$:

$$\cos C = \frac{SC^2 + AC^2 - SA^2}{2SC.AC} = \frac{9a^2 + 2a^2 - 9a^2}{2.9a.a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{18}.$$

$$\text{Xét } \triangle OCK \text{ có: } OK^2 = OC^2 + CK^2 - 2.OC.CK.\cos C = \frac{a^2}{2} + 4a^2 - 2.2a.\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{\sqrt{2}}{18} = \frac{77a^2}{18}$$

$$\text{Xét } \triangle OHK : \cos \alpha = \cos OHK = \frac{OH^2 + HK^2 - OK^2}{2.OH.HK} = \frac{\frac{10a^2}{36} + 4a^2 - \frac{77a^2}{18}}{2.2a.\frac{a\sqrt{10}}{6}} = 0 \Rightarrow \alpha = 90^\circ.$$

Câu 43: Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = a$, $BD = 3a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết AC vuông góc với BD . Tính MN .

A. $MN = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

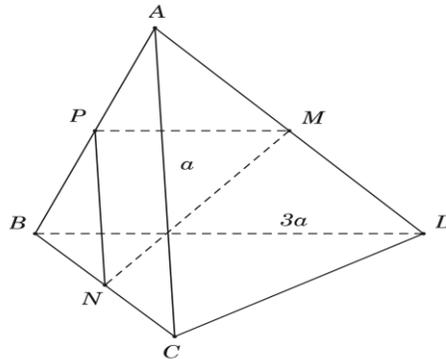
B. $MN = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

C. $MN = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $MN = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi P là trung điểm của $AB \Rightarrow PN, PM$ lần lượt là đường trung bình của tam giác $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$. Suy

ra $\begin{cases} PN = \frac{1}{2} AC = \frac{a}{2} \\ PM = \frac{1}{2} BD = \frac{3a}{2} \end{cases}$.

Ta có $AC \perp BD \Rightarrow PN \perp PM$ hay tam giác $\triangle PMN$ vuông tại P .

Do đó $MN = \sqrt{PN^2 + PM^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{9a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh $SB = SC = SD = a$, và đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tính độ dài cạnh SA .

A. $2a$.

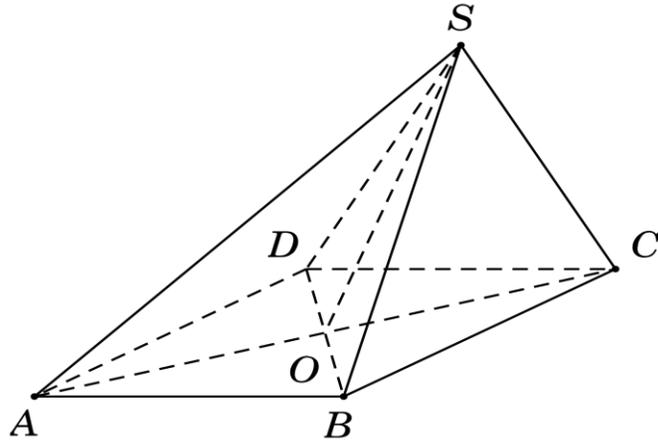
B. a .

C. $a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Do tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$.

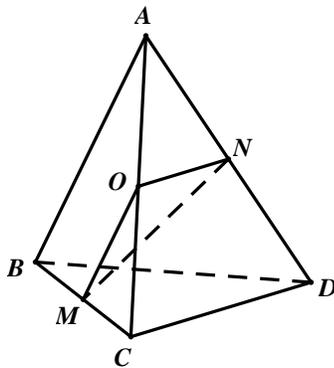
Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có $\triangle CBD = \triangle SBD$ vì $SB = SC = SD = CB = CD = a$.

Suy ra hai đường trung tuyến tương ứng CO và SO bằng nhau.

Xét tam giác SAC , ta có $SO = CO = \frac{1}{2}AC$. Do đó tam giác SAC vuông tại S .

Suy ra $SA = \sqrt{AC^2 - SC^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = a$.

Câu 45: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh BC và AD . Cho biết $AB = CD = 2a$ và $MN = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .



A. $(AB, CD) = 30^\circ$.

B. $(AB, CD) = 45^\circ$.

C. $(AB, CD) = 60^\circ$.

D. $(AB, CD) = 90^\circ$.

Lời giải

Chọn C

Gọi O là trung điểm của AC , ta có $OM = ON = a$.

$$\begin{cases} OM \parallel AB \\ ON \parallel CD \end{cases} \Rightarrow (AB, CD) = (OM, ON)$$

Áp dụng định lí côsin cho tam giác OMN ta có

$$\cos MON = \frac{OM^2 + ON^2 - MN^2}{2OM \cdot ON} = \frac{a^2 + a^2 - (a\sqrt{3})^2}{2 \cdot a \cdot a} = -\frac{1}{2}.$$

Vậy $(AB, CD) = 60^\circ$.

Câu 46: Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M là trung điểm BC , N là trung điểm AB . Gọi α là góc giữa hai đường thẳng DM và MN . Khi đó $\cos \alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

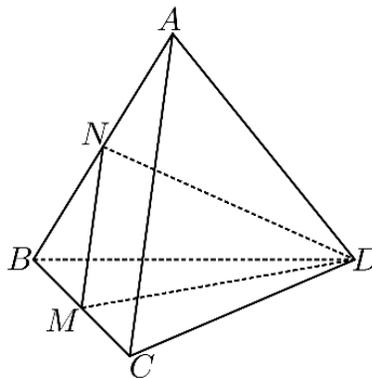
B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn D

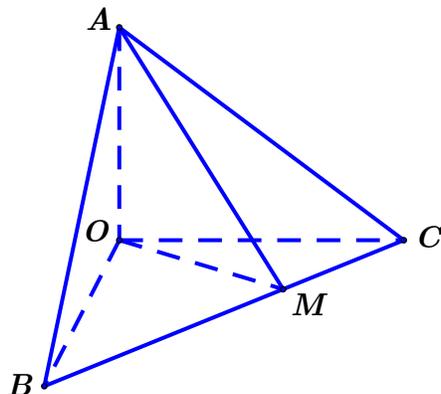


Ta có: $(DM, MN) = DMN$.

MN là đường trung bình tam giác ABC , suy ra $MN = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} a$

$$\text{Ta có } \cos DMN = \frac{DM^2 + MN^2 - ND^2}{2 \cdot DM \cdot MN} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 47: Cho hình chóp $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là điểm nằm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$, α là góc giữa hai đường thẳng AB và OM . Chọn khẳng định đúng.



A. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$.

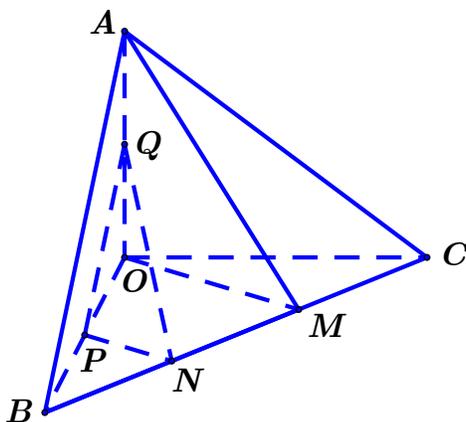
B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi N, P, Q lần lượt là trung điểm của BM, OB, OA , ta có:

Vì $\Delta A'D'P$ vuông tại D' nên $A'P = \sqrt{A'D'^2 + D'P^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

$\Delta AA'P$ vuông tại A' nên $AP = \sqrt{A'A^2 + A'P^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \frac{3a}{2}$.

$\Delta CC'P$ vuông tại C' nên $CP = \sqrt{CC'^2 + C'P^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Ta có AC là đường chéo của hình vuông $ABCD$ nên $AC = a\sqrt{2}$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ACP ta có:

$$CP^2 = AC^2 + AP^2 - 2AC \cdot AP \cdot \cos CAP$$

$$\Rightarrow \cos CAP = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow CAP = 45^\circ < 90^\circ$$

Vậy $(AC; AP) = CAP = 45^\circ$ hay $(MN; AP) = 45^\circ$.

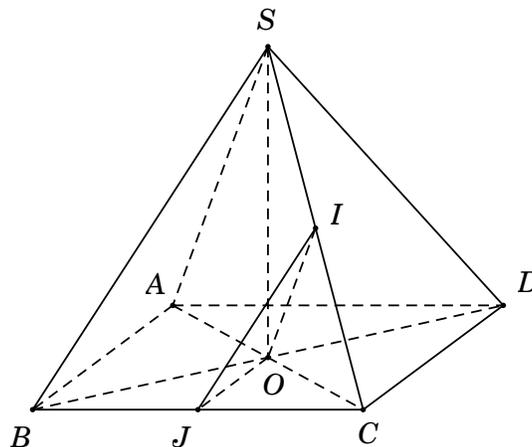
Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng

- A. 60° .
- C. 30° .

- B. 45° .
- D. 90° .

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của hình thoi $ABCD \Rightarrow OJ$ là đường trung bình của ΔBCD .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} OJ \parallel CD \\ OJ = \frac{1}{2}CD \end{cases}$$

Vì $CD \parallel OJ \Rightarrow (IJ, CD) = (IJ, OJ)$.

$$\text{Xét tam giác } IOJ, \text{ có } \begin{cases} IJ = \frac{1}{2} SB = \frac{a}{2} \\ OJ = \frac{1}{2} CD = \frac{a}{2} \\ IO = \frac{1}{2} SA = \frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow \Delta IOJ \text{ đều.}$$

Vậy $(IJ, CD) = (IJ, OJ) = IJO = 60^\circ$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo của góc (MN, SC) bằng

A. 90° .

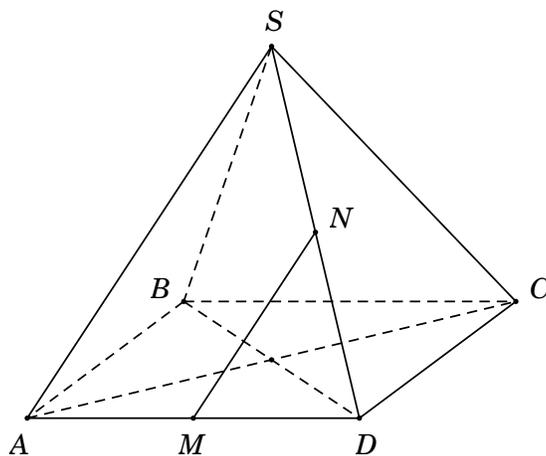
B. 60° .

C. 45° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn A



Do $ABCD$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$.

$\Rightarrow AC^2 = 2a^2 = SA^2 + SC^2 \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại S .

Từ giả thiết ta có MN là đường trung bình của $\Delta DSA \Rightarrow \overline{NM} = \frac{1}{2} \overline{SA}$

Khi đó $\overline{NM} \cdot \overline{SC} = \frac{1}{2} \overline{SA} \cdot \overline{SC} = 0 \Rightarrow MN \perp SC \Rightarrow (MN, SC) = 90^\circ$.

Câu 51: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a và các góc $BAD, DAA', A'AB$ đều bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA', CD . Gọi α là góc tạo bởi hai đường thẳng MN và $B'C$, giá trị của $\cos \alpha$ bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

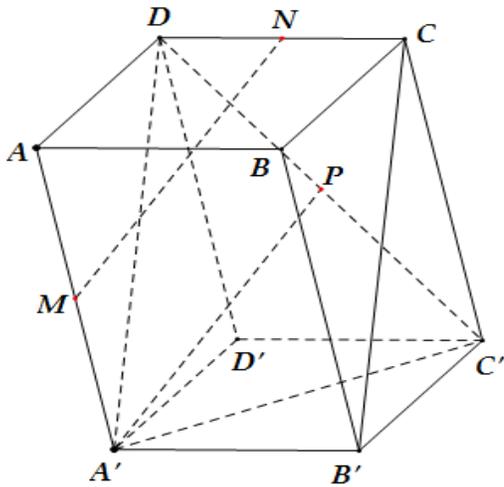
B. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi P là trung điểm DC'

Ta có $\begin{cases} B'C // A'D \\ MN // A'P \end{cases}$. Suy ra $\cos(MN, B'C) = \cos(A'P, A'D) = |\cos DA'P|$

Do $BAD = DAA' = A'AB = 60^\circ$ và các cạnh hình hộp bằng a .

Do đó $A'D = a, C'D = C'A' = a\sqrt{3}, DP = \frac{1}{2}DC' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Xét tam giác $A'C'D$ với $A'P$ là đường trung tuyến, nên ta có:

$$A'P^2 = \frac{2(A'D^2 + C'A'^2) - C'D^2}{4} \Rightarrow A'P = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

Áp dụng định lý cosin cho tam giác $A'DP$, ta có:

$$\cos DA'P = \frac{A'D^2 + A'P^2 - DP^2}{2 \cdot A'D \cdot A'P} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$$

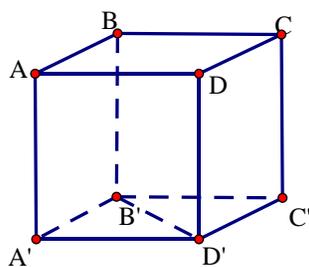
Như vậy $\cos(MN, B'C) = \cos(A'P, A'D) = |\cos DA'P| = \frac{3\sqrt{5}}{10}$.

Câu 52: Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a // b$.
- B. Nếu $a // b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.
- C. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a // b$.
- D. Nếu a và b cùng nằm trong mặt phẳng (α) và $c // (\alpha)$ thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c .

Lời giải

Chọn B



Ví dụ: Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ ta thấy:

+) Hai đường thẳng AB, AD cùng vuông góc với AA' nhưng AB không song song với $AD \rightarrow$ **A** sai.

+) Hai đường thẳng AB, AD cùng tạo với đường thẳng AA' một góc bằng nhau là 90° nhưng AB không song song với $AD \rightarrow$ **C** sai.

+) Hai đường thẳng AB, AD thuộc $(ABCD)$ và $(ABCD) // A'B'$ nhưng $(AB, A'B') = 0^\circ, (CD, A'B') = 90^\circ \rightarrow$ **D** sai.

Vậy ta chọn đáp án **B**.

Câu 53: Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = 2a, BD = 2a\sqrt{3}$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm CD, AB . Biết rằng $HK = a$. Tính góc giữa hai đường thẳng AC và BD .

A. 45° .

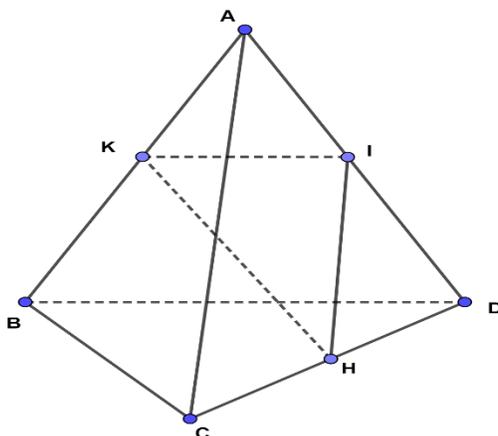
B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của AD . Ta có $IH = a, IK = a\sqrt{3}$, vì IH, IK lần lượt là đường trung bình của $\triangle ACD, \triangle ABD$.

Áp dụng định lý cosin cho $\triangle IHK$ ta có:

$$\cos HIK = \frac{IH^2 + IK^2 - HK^2}{2.IH.IK} = \frac{a^2 + 3a^2 - a^2}{2.a.a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HIK = 30^\circ.$$

Vì $IH \parallel AC$, $IK \parallel BD$ nên $(AC, BD) = (IH, IK) = 30^\circ$.

Câu 54: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a , M là trung điểm cạnh CD , α là góc tạo bởi $A'B$ và $D'M$. Tính $\cos \alpha$

A. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$.

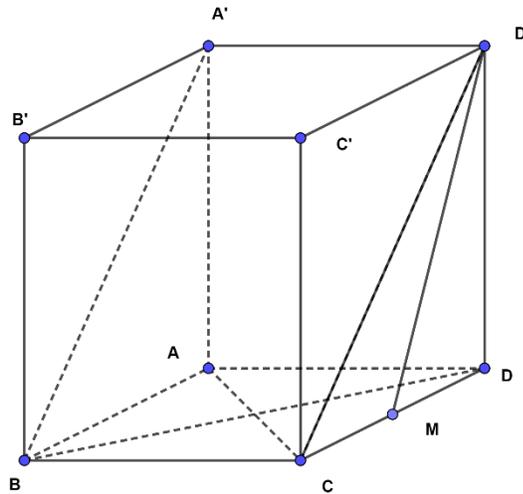
B. $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{5}}{5}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $D'C \parallel A'B$ suy ra $(A'B, D'M) = (D'C, D'M) = \alpha$

Có $D'M = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $D'C = a\sqrt{2}$, $CM = \frac{a}{2}$. Xét $\Delta D'MC$ ta có:

$$\cos \alpha = \frac{D'M^2 + D'C^2 - CM^2}{2 \cdot D'M \cdot D'C} = \frac{\frac{5a^2}{4} + 2a^2 - \frac{a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot a} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy hình vuông cạnh a , $SA = SB = SC = 3a$, điểm M thuộc cạnh BC thỏa mãn $BM = 2MC$. Góc α là góc tạo bởi SB và DM , tính α

A. 30° .

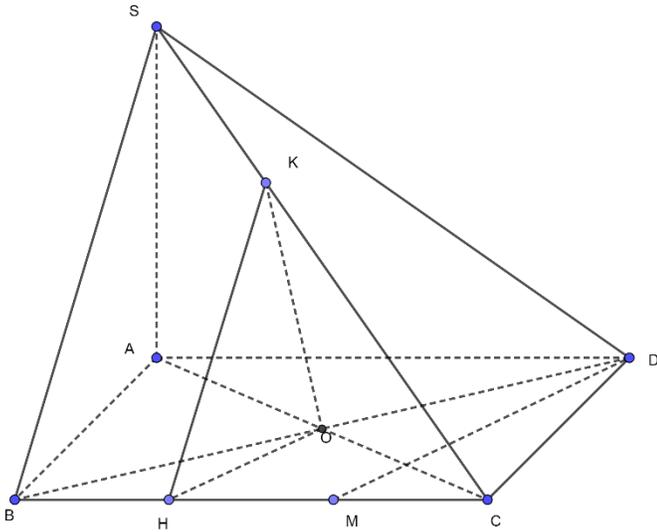
B. 60° .

C. 135° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn D



Từ O kẻ $OH \parallel DM$, $HK \parallel SB$ suy ra $(SB, DM) = (HO, HK) = \alpha$

Ta có O là trung điểm BD suy H là trung điểm BM

Mặt khác $HK \parallel SB$ và $\frac{CH}{CB} = \frac{2}{3} \Rightarrow HK = \frac{2}{3} SB = 2a, CK = 2a$

$$+) CM = \frac{1}{3} BC = \frac{a}{3} \Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{10}}{3}, OH = \frac{1}{2} DM = \frac{a\sqrt{10}}{6}$$

$$+) OC = \frac{1}{2} AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Xét ΔSAC :

$$\cos C = \frac{SC^2 + AC^2 - SA^2}{2SC.AC} = \frac{9a^2 + 2a^2 - 9a^2}{2.9a.a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{18}.$$

$$\text{Xét } \Delta OCK \text{ có: } OK^2 = OC^2 + CK^2 - 2.OC.CK.\cos C = \frac{a^2}{2} + 4a^2 - 2.2a.\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{\sqrt{2}}{18} = \frac{77a^2}{18}.$$

$$\text{Xét } \Delta OHK : \cos \alpha = \cos OHK = \frac{OH^2 + HK^2 - OK^2}{2.OH.HK} = \frac{\frac{10a^2}{36} + 4a^2 - \frac{77a^2}{18}}{2.2a.\frac{a\sqrt{10}}{6}} = 0 \Rightarrow \alpha = 90^\circ.$$

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = SB = SC = SD$ và đáy là hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Biết số đo của góc giữa hai đường thẳng MN , SC bằng 90° . Tính độ dài cạnh SA .

A. $2a$.

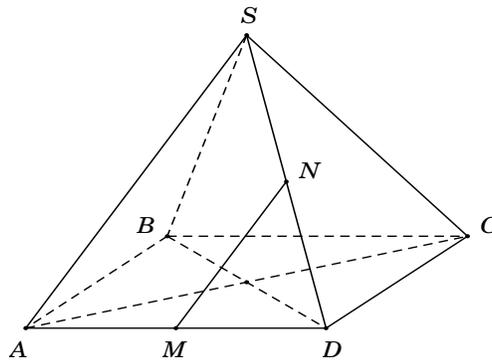
B. a .

C. $a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Do tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$.

Từ giả thiết ta có MN là đường trung bình của $\triangle DSA$

$\Rightarrow MN \parallel SA \Rightarrow (MN, SC) = (SA, SC) = 90^\circ \Rightarrow \angle ASC = 90^\circ$.

Mà $SA = SC \Rightarrow \triangle SAC$ vuông cân tại S . Suy ra $SA = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a$.

Câu 57: Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = a$, $BD = 3a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết AC vuông góc với BD . Tính MN .

A. $MN = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

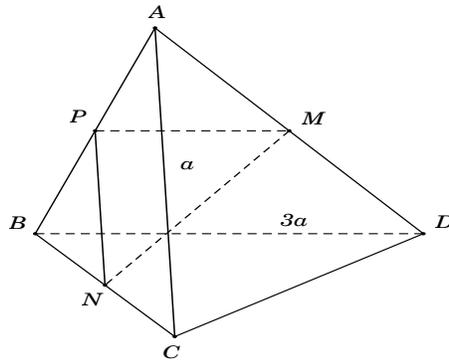
B. $MN = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

C. $MN = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $MN = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi P là trung điểm của $AB \Rightarrow PN, PM$ lần lượt là đường trung bình của tam giác ΔABC và ΔABD . Suy

$$\text{ra } \begin{cases} PN = \frac{1}{2} AC = \frac{a}{2} \\ PM = \frac{1}{2} BD = \frac{3a}{2} \end{cases}.$$

Ta có $AC \perp BD \Rightarrow PN \perp PM$ hay tam giác ΔPMN vuông tại P .

$$\text{Do đó } MN = \sqrt{PN^2 + PM^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{9a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

Câu 58: Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh $SB = SC = SD = a$, và đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tính độ dài cạnh SA .

A. $2a$.

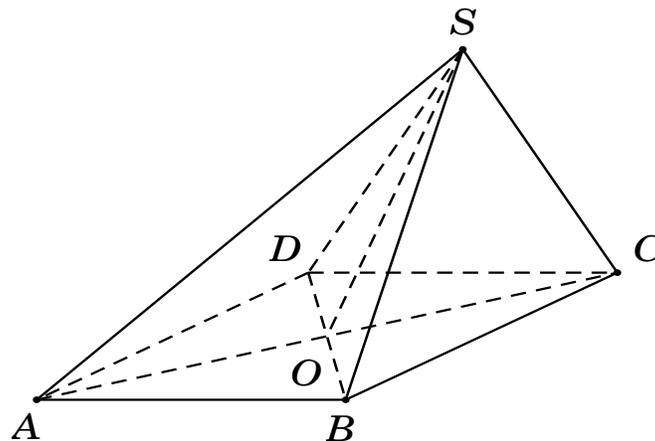
B. a .

C. $a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Do tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$.

Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có $\triangle CBD = \triangle SBD$ vì $SB = SC = SD = CB = CD = a$.

Suy ra hai đường trung tuyến tương ứng CO và SO bằng nhau.

Xét tam giác SAC , ta có $SO = CO = \frac{1}{2}AC$. Do đó tam giác SAC vuông tại S .

Suy ra $SA = \sqrt{AC^2 - SC^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = a$.