

MỤC LỤC

>>§2- ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẪNG.....	2
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức	2
Ⓑ. Trắc nghiệm Đ/S	4
Ⓒ. Trả lời ngắn	17
Ⓓ. Câu hỏi trắc nghiệm.....	26

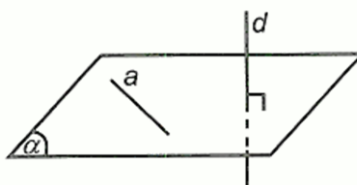
>> §2- ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẪNG

A. Tóm tắt kiến thức

Lý thuyết

1. Định nghĩa

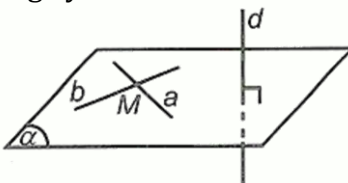
- Đường thẳng d được gọi là vuông góc với mặt phẳng (α) nếu d vuông góc với mọi đường thẳng a thuộc mặt phẳng (α) .
- Kí hiệu: $d \perp (\alpha)$ hay $(\alpha) \perp d$.



$$d \perp (\alpha) \Leftrightarrow d \perp a, \forall a \subset (\alpha)$$

Định lý 1

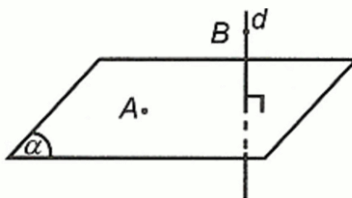
- Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng khi và chỉ khi nó vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng thuộc mặt phẳng ấy.



$$\begin{cases} d \perp a \\ d \perp b \\ a \subset (\alpha), b \subset (\alpha) \\ a \cap b = M \end{cases} \Rightarrow d \perp (\alpha).$$

Định lý 2

- Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
- Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

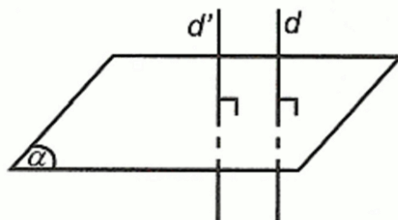


- Có duy nhất đường thẳng d đi qua B và vuông góc với (α) .
- Có duy nhất mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với d .

2. Liên hệ giữa tính song song và tính vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng

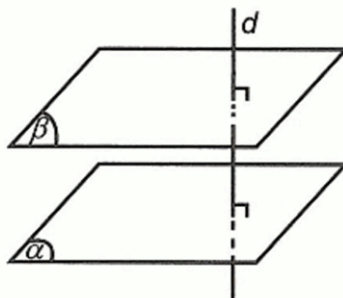
Định lý 3

- ✓ a) Cho hai đường thẳng song song. Mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì vuông góc với đường thẳng kia
- ✓ b) Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.



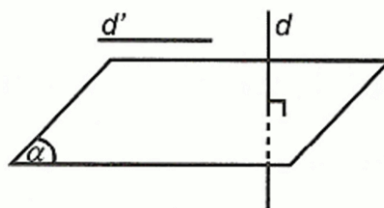
Định lý 4

- ✓ a) Cho hai mặt phẳng song song. Đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng này thì vuông góc với mặt phẳng kia
- ✓ b) Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.



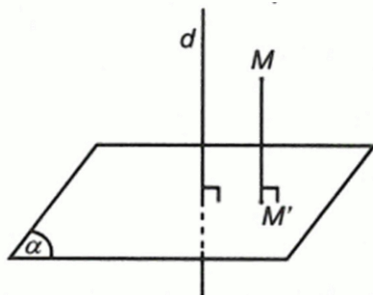
Định lý 5

- ✓ a) Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Đường thẳng nào vuông góc với (α) thì cũng vuông góc với a .
- ✓ b) Nếu đường thẳng a và mặt phẳng (α) (không chứa a) cùng vuông góc với một đường thẳng b thì chúng song song với nhau.



3. Phép chiếu vuông góc

- ✓ Cho đường thẳng $d \perp (\alpha)$. Phép chiếu song song theo phương d lên mặt phẳng (α) được gọi là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (α)



M' là hình chiếu của M lên (α) .

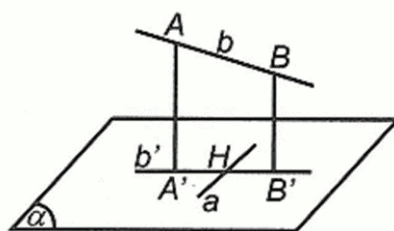
Chú ý:

- Phép chiếu vuông góc lên một mặt phẳng là một trường hợp đặc biệt của phép chiếu song song nên có đầy đủ các tính chất của phép chiếu song song.
- Người ta còn dùng “ phép chiếu lên (P) ” thay cho “ phép chiếu vuông góc lên (P) ” và dùng (H') là hình chiếu của (H) trên (P) thay cho (H') là hình chiếu vuông góc của (H) trên (P)

4. Định lý ba đường vuông góc

Định lý 6

- ✓ Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) và b là đường thẳng không thuộc (α) đồng thời không vuông góc với (α) . Gọi b' là hình chiếu của b trên (α) .
- ✓ Khi đó $a \perp b \Leftrightarrow a \perp b'$.



B. Trắc nghiệm Đ/S

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của A trên các cạnh SB, SD . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tam giác SBC vuông.		
b)	Tam giác SCD vuông.		

c)	$SC \perp (AHK)$		
d)	$HK \perp SC$		

Câu 2. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi OK là đường cao của tam giác OBC và OH là đường cao của tam giác OAK . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$OA \perp (OBC)$		
b)	$OB \perp (OAC)$		
c)	Các cạnh đôi nhau trong tứ diện $OABC$ thì vuông góc với nhau.		
d)	OH không vuông góc với mặt phẳng (ABC) .		

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC, SB = SD$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$SO \perp AC$		
b)	$SO \perp (ABCD)$		
c)	$AC \perp (SBD)$		
d)	$(AC, SB) = 60^\circ$		

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B . Gọi H, K là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB, SC . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tam giác SBC cân tại B .		
b)	AH vuông góc với mặt phẳng (SBC) .		
c)	$(SC, HK) = 90^\circ$		
d)	Giả sử HK cắt BC tại D . Khi đó $(AC, AD) = 90^\circ$.		

Câu 5. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Kẻ $OH \perp (ABC)$ tại H . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$OA \perp BC, OB \perp AC, OC \perp AB$		
b)	Tam giác ABC có ba góc nhọn.		
c)	H là trọng tâm của tam giác ABC .		
d)	$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$		

Câu 6. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A với cạnh huyền $BC = 2a$.

Biết $A'H \perp (ABC)$ với H là trung điểm BC . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$BC \perp (AA'H)$		
b)	$B'C' \perp AA'$		

c)	Tìm được hình chiếu của tam giác $A'AB$ trên mặt phẳng (ABC) khi đó, diện tích hình chiếu đó theo a bằng: $\frac{a^2}{3}$.		
d)	Gọi I là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(BCC'B')$. Biết $A'I = \frac{a}{2}$. Khi đó độ dài $A'H$ theo a bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.		

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC, DB = DC$. Gọi I là trung điểm của BC . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$BC \perp AI$		
b)	$BC \perp (ADI)$		
c)	$BC \perp AD$		
d)	Nếu $AI = AD$, gọi H là trung điểm ID . Khi đó H là hình chiếu vuông góc của A trên (BCD) .		

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại C . Gọi d là đường thẳng vuông góc với (ABC) tại A , lấy điểm S nằm trên d không trùng với A . Hai điểm E và F lần lượt là hình chiếu của A trên các cạnh SC và SB . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$BC \perp (SAC)$		
b)	$AE \perp BC$		
c)	$BD \perp (SAC)$		
d)	$SB \perp (AEF)$		

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có tâm O . Cạnh bên SA vuông góc với đáy $ABCD$, H là hình chiếu vuông góc của A trên SO . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$BD \perp (SAC)$		
b)	$BD \perp SC$		
c)	$CD \perp (SAD)$		
d)	$AH \perp SB$		

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh a . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$A'D' \perp (ABB'A')$		
b)	$(A'D', AB') = 90^\circ$		
c)	$B'D' \perp (AA'O)$		
d)	Tìm được hình chiếu H của điểm A' trên mặt phẳng $(AB'D')$. Khi đó $A'H = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.		

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của A trên các cạnh SB, SD . Khi đó:

- a) Tam giác SBC vuông.
- b) Tam giác SCD vuông.
- c) $SC \perp (AHK)$
- d) $HK \perp SC$.

Lời giải

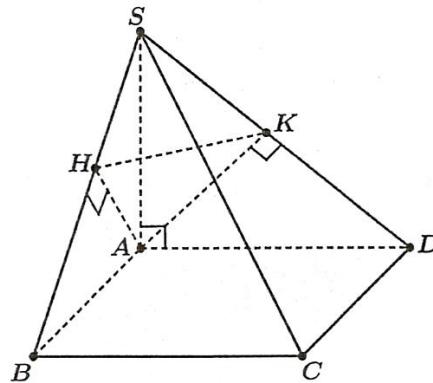
a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$

Vì $\begin{cases} BC \perp (SAB) \\ SB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$ hay $\triangle SBC$ vuông tại B .

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$

Vì $\begin{cases} CD \perp (SAD) \\ SD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow CD \perp SD$ hay $\triangle SCD$ vuông tại D .



Ta có: $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \text{ (do } BC \perp (SAB)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC. (1)$

Tương tự: $\begin{cases} AK \perp SD \\ AK \perp CD \text{ (do } CD \perp (SAD)) \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SCD) \Rightarrow AK \perp SC. (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $SC \perp (AHK)$, mà $HK \subset (AHK)$ nên $HK \perp SC$.

Câu 2. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi OK là đường cao của tam giác OBC và OH là đường cao của tam giác OAK . Khi đó:

- a) $OA \perp (OBC)$.
 b) $OB \perp (OAC)$.
 c) Các cạnh đối nhau trong tứ diện $OABC$ thì vuông góc với nhau.
 d) OH không vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có:

$$\begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC);$$

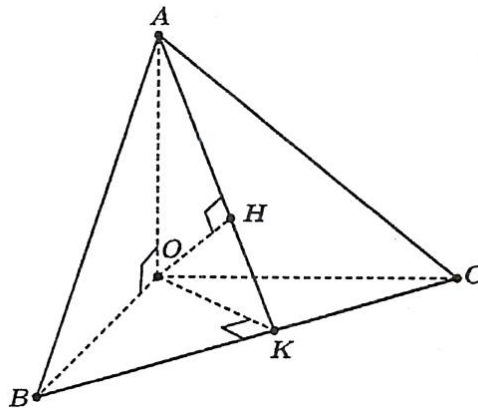
$$\begin{cases} OB \perp OA \\ OB \perp OC \end{cases} \Rightarrow OB \perp (OAC);$$

Vì $OA \perp (OBC)$ mà $BC \subset (OBC) \Rightarrow OA \perp BC$.

Vì $OB \perp (OAC)$ mà $AC \subset (OAC) \Rightarrow OB \perp AC$.

Ta có: $\begin{cases} OC \perp OA \\ OC \perp OB \end{cases} \Rightarrow OC \perp (OAB), \text{ mà } AB \subset (OAB) \Rightarrow OC \perp AB.$

Vậy các cặp cạnh đối nhau của tứ diện $OABC$ vuông góc với nhau.



Ta có: $\begin{cases} BC \perp OK \\ BC \perp OA (\text{do } OA \perp (OBC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAK);$

mà $OH \subset (OAK) \Rightarrow OH \perp BC$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} OH \perp AK \\ OH \perp BC \\ AK \cap BC = K \\ AK, BC \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABC).$$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC, SB = SD$. Khi đó:

- a) $SO \perp AC$
- b) $SO \perp (ABCD)$
- c) $AC \perp (SBD)$
- d) $(AC, SB) = 60^\circ$.

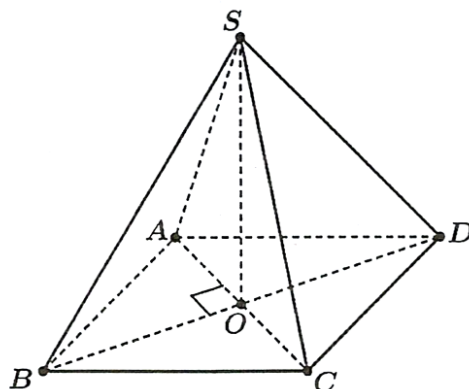
Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Tam giác SAC cân tại S (do $SA = SC$), mà O là trung điểm AC nên $SO \perp AC$. (1)

Tam giác SBD cân tại S (do $SB = SD$), mà O là trung điểm BD nên $SO \perp BD$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $SO \perp (ABCD)$.



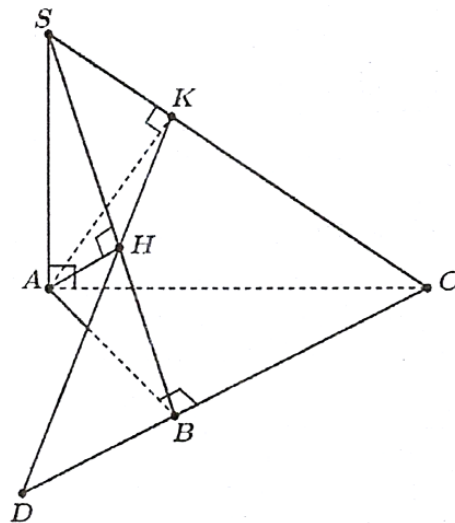
$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO (\text{do } SO \perp (ABCD)) \end{cases} \text{ mà } SB \subset (SBD) \text{ nên } AC \perp SB. \\ & \Rightarrow AC \perp (SBD); \end{aligned}$$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B . Gọi H, K là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB, SC . Khi đó:

- a) Tam giác SBC cân tại B .
- b) AH vuông góc với mặt phẳng (SBC) .
- c) $(SC, HK) = 90^\circ$
- d) Giả sử HK cắt BC tại D . Khi đó $(AC, AD) = 90^\circ$.

Hướng dẫn giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------



a) Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA(\text{do } SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB),$

mà $SB \subset (SAB)$ nên $BC \perp SB$ hay tam giác SBC vuông tại B .

b) Ta có: $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC(\text{do } BC \perp (SAB)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC).$

c) Ta có: $\begin{cases} SC \perp AK \\ SC \perp AH(\text{do } AH \perp (SBC)) \end{cases} \Rightarrow SC \perp (AHK),$

mà $HK \subset (AHK)$ nên $SC \perp HK$ hay $(SC, HK) = 90^\circ$.

d) Vì $(AHK) \equiv (ADK)$ mà $SC \perp (AHK)$ nên $SC \perp (ADK) \Rightarrow SC \perp AD$. (1)

Mặt khác $SA \perp AD$ (do $SA \perp (ABC), AD \subset (ABC)$). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AD \perp (SAC) \Rightarrow AD \perp AC$ hay $(AC, AD) = 90^\circ$

Câu 5. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Kẻ $OH \perp (ABC)$ tại H . Khi đó:

a) $OA \perp BC, OB \perp AC, OC \perp AB$.

b) Tam giác ABC có ba góc nhọn.

c) H là trọng tâm của tam giác ABC .

d) $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Ta có: $\begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp BC ;$

$\begin{cases} OB \perp OA \\ OB \perp OC \end{cases} \Rightarrow OB \perp (OAC) \Rightarrow OB \perp AC;$

$\begin{cases} OC \perp OA \\ OC \perp OB \end{cases} \Rightarrow OC \perp (OAB) \Rightarrow OC \perp AB.$

b) Kẻ đường cao OK của tam giác vuông OBC thì K nằm giữa B và C .

Vì $\begin{cases} BC \perp OK \\ BC \perp OA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAK) \Rightarrow BC \perp AK$

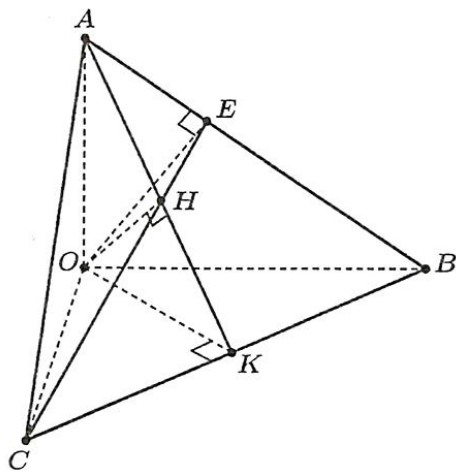
Do đó AK là đường cao của tam giác ABC , đồng thời K nằm giữa B và C nên các góc ABC, ACB là góc nhọn.

Tương tự, kẻ đường cao OE của tam giác vuông OAB thì E nằm giữa hai điểm A và B .

Ta có: $\begin{cases} AB \perp OE \\ AB \perp OC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (OCE) \Rightarrow AB \perp CE .$

Do đó CE là đường cao tam giác ABC , đồng thời E nằm giữa hai điểm A và B nên các góc ABC, CAB là góc nhọn.

Vậy tam giác ABC có ba góc đều là góc nhọn.



c) Ta có: $\begin{cases} BC \perp OA \\ BC \perp OH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAH) \Rightarrow BC \perp AH .(1)$

Tương tự $\begin{cases} AB \perp OC \\ AB \perp OH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (OCH) \Rightarrow AB \perp CH .(2)$

Từ (1) và (2) suy ra H là trực tâm của tam giác ABC .

d) Tam giác OBC vuông tại O có đường cao OK nên $\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$. (3)

Tam giác OAK vuông tại O có đường cao OH nên $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OK^2}$. (4)

Thay (3) vào (4), ta được: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.

Câu 6. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A với cạnh huyền $BC = 2a$. Biết $A'H \perp (ABC)$ với H là trung điểm BC . Khi đó:

a) $BC \perp (AA'H)$

b) $B'C' \perp AA'$.

c) Tìm được hình chiếu của tam giác $A'AB$ trên mặt phẳng (ABC) khi đó, diện tích hình chiếu đó theo a bằng: $\frac{a^2}{3}$.

d) Gọi I là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(BCC'B')$. Biết $A'I = \frac{a}{2}$. Khi đó độ dài $A'H$ theo a bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có: $\begin{cases} BC \perp A'H \text{ (do } A'H \perp (ABC)) \\ BC \perp AH \text{ (do } \triangle ABC \text{ vuông tại } A, H \text{ là trung điểm } BC) \end{cases}$

$\Rightarrow BC \perp (AA'H)$.

Mặt khác $B'C' \parallel BC$ nên $B'C' \perp (AA'H) \Rightarrow B'C' \perp AA'$.

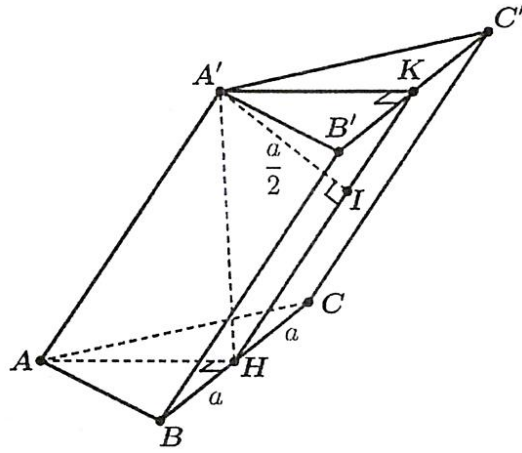
Vì $A'H \perp (ABC)$ nên hình chiếu của AA' trên (ABC) là AH , hình chiếu của $A'B$ trên (ABC) là BH .

Vậy hình chiếu của tam giác $A'AB$ trên mặt phẳng (ABC) chính là tam giác ABH .

Tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = 2a \Rightarrow AB = AC = a\sqrt{2}$.

Diện tích tam giác ABH là:

$$S_{\triangle ABH} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{4} (a\sqrt{2})^2 = \frac{a^2}{2}.$$



Gọi K là trung điểm $B'C'$. Dễ thấy $(A'AH) \equiv (AHKA')$.

Mà $B'C' \perp (AA'H)$ nên $B'C' \perp (AHKA')$.

Trong mặt phẳng $(AHKA')$, kẻ $A'I \perp HK$ tại I . (1)

Vì $B'C' \perp (AHKA')$, $A'I \subset (AHKA')$ nên $A'I \perp B'C'$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A'I \perp (BCC'B')$ hay I là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(BCC'B')$.

Tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại A' nên $A'K = \frac{B'C'}{2} = a$.

Tam giác $A'HK$ vuông tại A' có đường cao $A'I$ nên ta có:

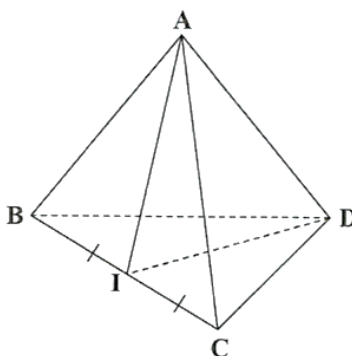
$$\frac{1}{A'I^2} = \frac{1}{A'H^2} + \frac{1}{A'K^2} \Rightarrow \frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{\frac{a^2}{4}} - \frac{1}{a^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC, DB = DC$. Gọi I là trung điểm của BC . Khi đó:

- a) $BC \perp AI$
- b) $BC \perp (ADI)$.
- c) $BC \perp AD$.
- d) Nếu $AI = AD$, gọi H là trung điểm ID . Khi đó H là hình chiếu vuông góc của A trên (BCD) .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------



Ta có $BC \perp AI$ (vì $AB = AC$)

$BC \perp DI$ (vì $BD = CD$) $\Rightarrow BC \perp (ADI)$

Ta có $\begin{cases} BC \perp (ADI) \\ AD \subset (ADI) \end{cases} \Rightarrow BC \perp AD$

Ta có $AI = AD \Rightarrow AH \perp DI$

Mặt khác $AH \perp BC$ (do $BC \perp (ADI)$) $\Rightarrow AH \perp (BCD)$

Vậy H là hình chiếu vuông góc của A trên (BCD) .

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại C . Gọi d là đường thẳng vuông góc với (ABC) tại A , lấy điểm S nằm trên d không trùng với A . Hai điểm E và F lần lượt là hình chiếu của A trên các cạnh SC và SB . Khi đó:

a) $BC \perp (SAC)$.

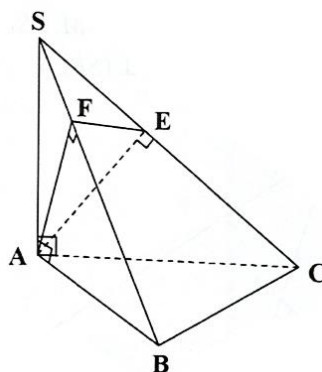
b) $AE \perp BC$.

c) $BD \perp (SAC)$

d) $SB \perp (AEF)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC)$

Ta có: $BC \perp (SAC)$

Mà $AE \subset (SAC) \Rightarrow BC \perp AE$

Ta có $SB \perp AF$ (1)

$\begin{cases} AE \perp SC \\ AE \perp BC \text{ (do } BC \perp (SAC)) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $SB \perp (AEF)$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có tâm O . Cạnh bên SA vuông góc với đáy $ABCD$, H là hình chiếu vuông góc của A trên SO . Khi đó:

a) $BD \perp (SAC)$

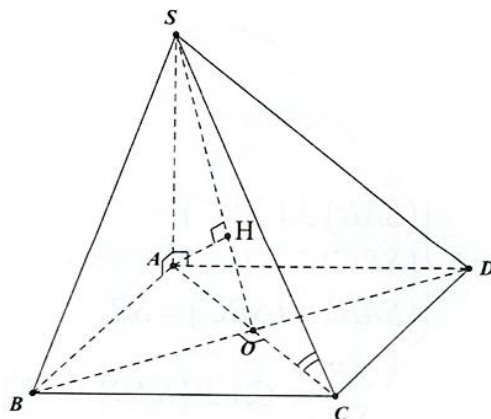
b) $BD \perp SC$.

c) $CD \perp (SAD)$.

d) $AH \perp SB$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------



$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \text{ (SA} \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$

$\begin{cases} BD \perp (SAC) \\ SC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow BD \perp SC$

$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$

$$\begin{cases} AH \perp SO \\ AH \perp BD (BD \perp (SAC)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow AH \perp SB$$

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh a . Khi đó:

a) $A'D' \perp (ABB'A')$

b) $(A'D', AB') = 90^\circ$

c) $B'D' \perp (AA'O)$

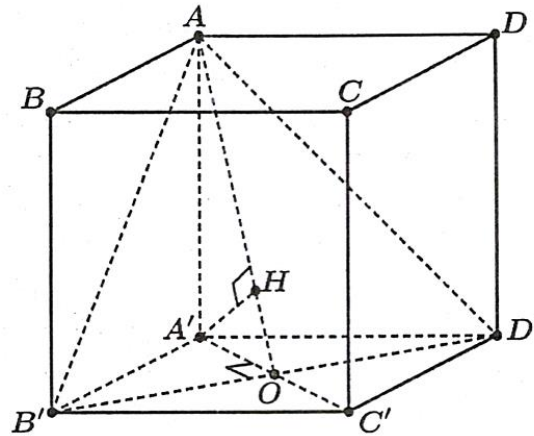
d) Tìm được hình chiếu H của điểm A' trên mặt phẳng $(AB'D')$. Khi đó $A'H = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Ta có: $\begin{cases} A'D' \perp AA' \\ A'D' \perp A'B' \end{cases} \Rightarrow A'D' \perp (ABB'A')$, mà $AB' \subset (ABB'A')$ nên $A'D' \perp AB'$.

Vậy $(A'D', AB') = 90^\circ$.



b) Gọi O là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ nên $A'O \perp B'D'$.

Mặt khác $AA' \perp B'D'$ nên $B'D' \perp (AA'O)$.

Kẻ đường cao $A'H$ trong tam giác $AA'O$.

Khi đó: $\begin{cases} A'H \perp AO \\ A'H \perp B'D' \end{cases}$

$\Rightarrow A'H \perp (AB'D')$.

Do vậy H là hình chiếu của A' lên mặt phẳng $(AB'D')$.

Hình vuông $A'B'C'D'$ có đường chéo $A'C' = a\sqrt{2} \Rightarrow A'O = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác $AA'O$ vuông tại A' có đường cao $A'H$ nên

$$\frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{A'O^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\frac{a^2}{2}} = \frac{3}{a^2}$$

$$\Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

©. Trả lời ngắn

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Xác định góc của hai đường thẳng BC, AD .

Trả lời:

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên $SA \perp (ABC)$ và đáy ABC là tam giác cân ở B . Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AC và SC . Xác định góc của hai đường thẳng BH, SC .

Trả lời:

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của AB, BC và SB . Xác định góc của hai đường thẳng KJ, BD .

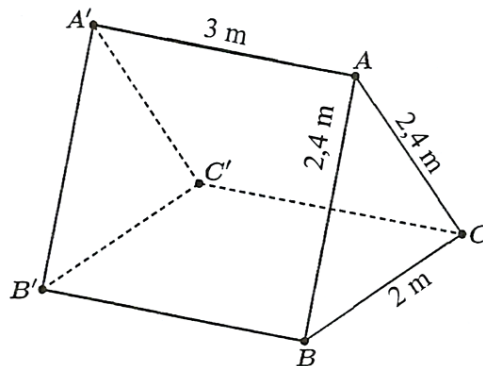
Trả lời:

Câu 4. Một cái lều có dạng hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có các cạnh bên vuông góc với hai mặt phẳng đáy.

Cho biết $AB = AC = 2,4m; BC = 2m; AA' = 3m$.

a) Tìm góc giữa hai đường thẳng AA' và $BC; A'B'$ và AC .

b) Tính diện tích hình chiếu của tam giác ABA' trên mặt phẳng $(BCC'B')$.



Trả lời:

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi H là trung điểm của AB và $SH \perp (ABCD)$; gọi K là trung điểm của cạnh AD .

a) Xác định góc của hai đường thẳng AC và SK .

b) Xác định góc của hai đường thẳng BK và SC .

Câu 6. Hình chóp $S.ABCD$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AD = CD = \frac{AB}{2}$. Các mặt bên của hình chóp $S.ABCD$ là các tam giác gì?

Câu 7. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $A'A \perp (ABC)$ và $A'A = 2a$. Gọi I là trung điểm BC . Tính góc giữa hai đường thẳng AI và BC' .

Trả lời:

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2AD = 2CD = 2a$. Biết $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3a$.

Tính diện tích hình chiếu vuông góc của tam giác SBC lên mặt phẳng (SAB) .

Trả lời:

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD$, $BC = BD$. Xác định số đo góc hai đường thẳng CD , AB .

.

Trả lời:

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$, xác định số đo góc hai đường thẳng AC , SD .

Trả lời:

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt đều là hình vuông. Gọi M, N lần lượt hai điểm tùy ý thuộc hai đoạn thẳng DD' , $B'D'$. Xác định số đo góc hai đường thẳng AC , MN .

Trả lời:

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SC \perp (ABCD)$ và $SB = 2a$.

Tính góc giữa hai đường thẳng SA và DC .

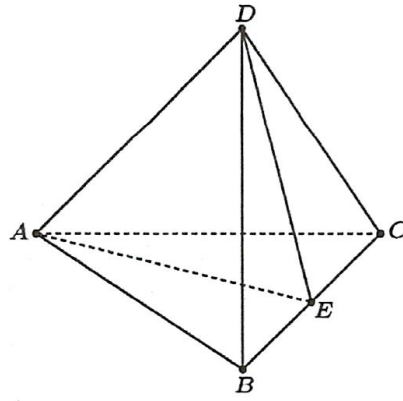
Trả lời:

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Xác định góc của hai đường thẳng BC , AD .

Trả lời: 90°

Lời giải



Gọi E là trung điểm đoạn BC .

Vì $\triangle ABC$ cân tại A có AE là đường trung tuyến nên $AE \perp BC$. (1)

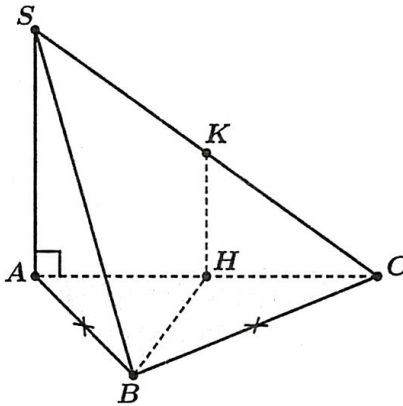
Tương tự, $\triangle DBC$ cân tại D có DE là đường trung tuyến nên $DE \perp BC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (ADE)$, mà $AD \subset (ADE)$ nên $BC \perp AD$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên $SA \perp (ABC)$ và đáy ABC là tam giác cân ở B . Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AC và SC . Xác định góc của hai đường thẳng BH, SC .

Trả lời: 90°

Lời giải



Tam giác ABC cân tại B có đường trung tuyến BH nên $BH \perp AC$. (1)

Mặt khác $BH \perp SA$ (do $SA \perp (ABC)$). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BH \perp (SAC)$, mà $SC \subset (SAC)$ nên $BH \perp SC$.

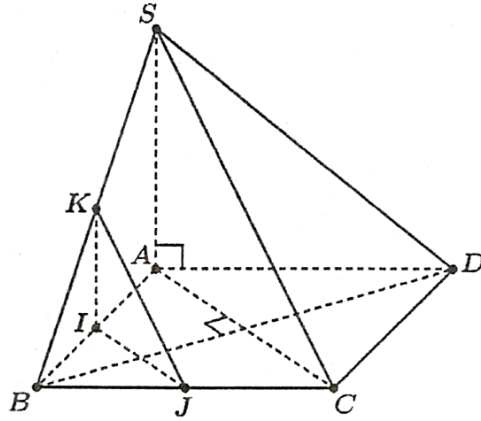
Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của AB, BC và SB . Xác định góc của hai đường thẳng KJ, BD .

Trả lời: 90°

Lời giải

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là AC , mà $BD \perp AC$ nên $BD \perp SC$.

Từ đó, ta có $BD \perp (SAC)$.



Ta có IK, IJ lần lượt là đường trung bình của các tam giác SAB, ABC nên $IK \parallel SA, IJ \parallel AC$.

Suy ra $(IJK) \parallel (SAC)$.

Khi đó: $\begin{cases} (IJK) \parallel (SAC) \\ BD \perp (SAC) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (IJK),$

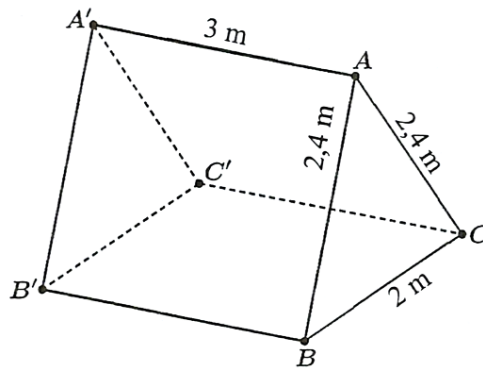
mà $KJ \subset (IJK)$ nên $KJ \perp BD$.

Câu 4. Một cái lều có dạng hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có các cạnh bên vuông góc với hai mặt phẳng đáy.

Cho biết $AB = AC = 2,4m; BC = 2m; AA' = 3m$.

a) Tìm góc giữa hai đường thẳng AA' và $BC; A'B'$ và AC .

b) Tính diện tích hình chiếu của tam giác ABA' trên mặt phẳng $(BCC'B')$.



Trả lời: a) $(AA', BC) = 90^\circ; (A'B', AC) \approx 49,25^\circ$; b) $S = 1,5m^2$

Lời giải

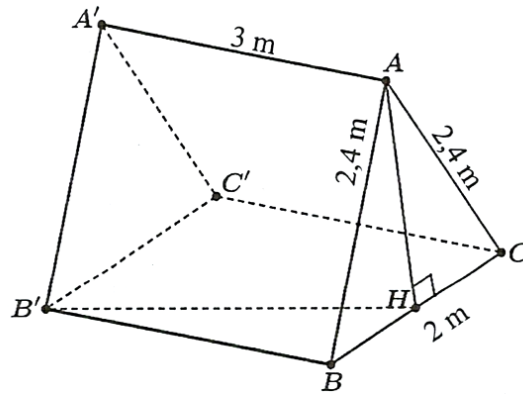
a) Vì $ABC \cdot A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp (ABC)$, mà $BC \subset (ABC) \Rightarrow AA' \perp BC$ hay $(AA', BC) = 90^\circ$.

Ta có: $AB \parallel A'B' \Rightarrow (A'B', AC) = (AB, AC)$.

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC , ta có:

$$\cos BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{47}{72} > 0 \Rightarrow BAC \text{ là góc nhọn.}$$

Vậy $(A'B', AC) = (AB, AC) = BAC \approx 49,25^\circ$.



b) Gọi H là trung điểm BC thì $AH \perp BC$ (do tam giác ABC cân tại A). Mặt khác $AH \perp BB'$ (do $ABC \cdot A'B'C'$ là lăng trụ đứng có $BB' \perp (ABC)$).

Suy ra $AH \perp (BB'C'C)$.

Từ đó ta có HB' là hình chiếu của AB' trên mặt phẳng $(BCC'B')$ và BH là hình chiếu của AB trên mặt phẳng $(BCC'B')$.

Vậy tam giác $BB'H$ là hình chiếu của tam giác ABB' trên mặt phẳng $(BCC'B')$. Dễ thấy các mặt bên của lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ là các hình chữ nhật, suy ra $B'BH = 90^\circ$.

Diện tích tam giác $BB'H$ là: $S_{BB'H} = \frac{1}{2} BB' \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 = 1,5 m^2$.

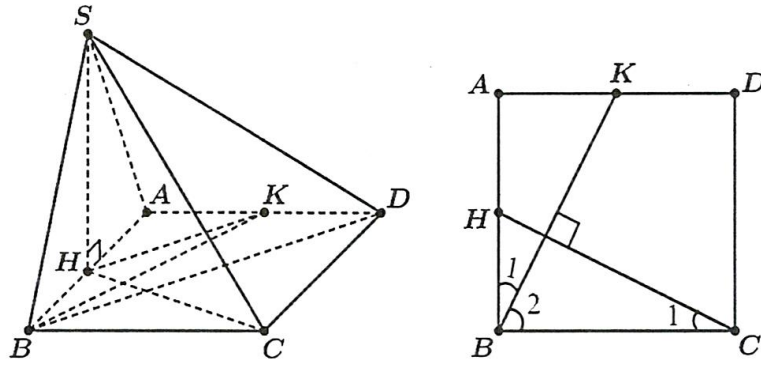
Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi H là trung điểm của AB và $SH \perp (ABCD)$; gọi K là trung điểm của cạnh AD .

a) Xác định góc của hai đường thẳng AC và SK .

b) Xác định góc của hai đường thẳng BK và SC .

Trả lời: a) $(AC, SK) = 90^\circ$; b) 90°

Lời giải



a) Vì HK là đường trung bình của tam giác ABD nên $HK // BD$, mà $BD \perp AC \Rightarrow HK \perp AC$. (1)

Mặt khác $SH \perp AC$ (do $SH \perp (ABCD)$). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AC \perp (SHK)$.

Ta lại có $SK \subset (SHK)$ nên $AC \perp SK$ hay $(AC, SK) = 90^\circ$.

b) Xét hai tam giác BCH, CBH , ta có: $CBH = BAK = 90^\circ, BC = AB, BH = AK$.

Suy ra $\triangle BCH = \triangle ABK \Rightarrow B_1 = C_1$, mà $B_1 + B_2 = 90^\circ$ nên $B_2 + C_1 = 90^\circ$,

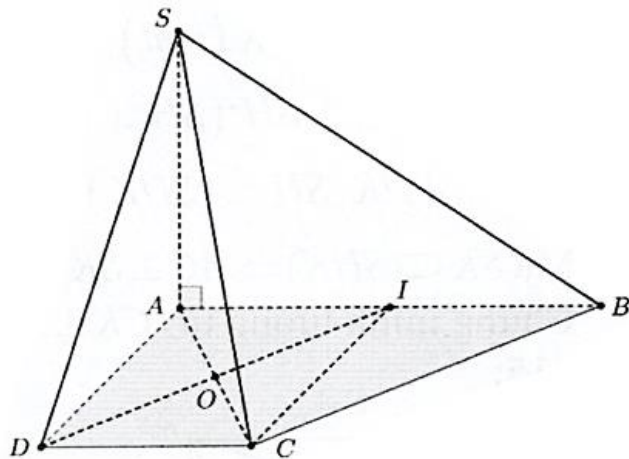
suy ra $BK \perp CH$

Ta có: $\begin{cases} BK \perp CH \\ BK \perp SH \end{cases} \Rightarrow BK \perp (SCH) \Rightarrow BK \perp SC$.

Câu 6. Hình chóp $S.ABCD$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AD = CD = \frac{AB}{2}$. Các mặt bên của hình chóp $S.ABCD$ là các tam giác gì?

Trả lời: vuông

Lời giải



Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow \triangle SAD, \triangle SAB$ vuông tại A .

Mặt khác $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$ nên $\triangle SCD$ vuông tại D .

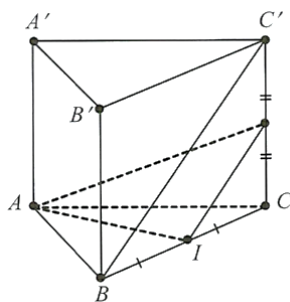
Xét $\triangle ACB$ có trung tuyến $CI = \frac{1}{2}AB \Rightarrow \triangle ACB$ vuông tại $C \Rightarrow BC \perp AC$.

Mặt khác $BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp SC \Rightarrow \triangle SCB$ vuông tại C .

Câu 7. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $A'A \perp (ABC)$ và $A'A = 2a$. Gọi I là trung điểm BC . Tính góc giữa hai đường thẳng AI và BC' .

Trả lời: $(AI, BC') = 90^\circ$

Lời giải



Gọi M là trung điểm CC' .

Ta có: $IM \parallel BC' \Rightarrow (AI, BC') = (AI, IM)$

Ta có: $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $IM = \frac{1}{2}BC' = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + (2a)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}a$; $AM = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$

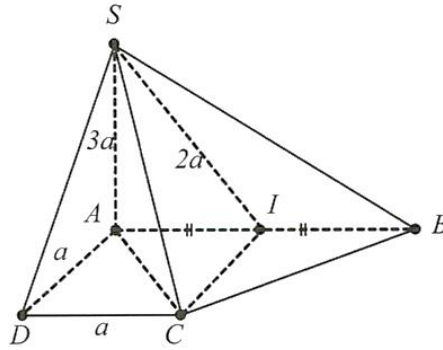
Xét $\triangle AIM$ có: $AM^2 = AI^2 + IM^2$ nên $\triangle AIM$ vuông tại I . Vậy $(AI, BC') = 90^\circ$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2AD = 2CD = 2a$. Biết $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3a$.

Tính diện tích hình chiếu vuông góc của tam giác SBC lên mặt phẳng (SAB) .

Trả lời: $\frac{3}{2}a^2$

Lời giải



-Gọi I là trung điểm AB .

Dễ dàng chứng minh $AICD$ là hình vuông $\Rightarrow CI = \frac{1}{2} AB \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại C

Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC).$

- Ta có: $\begin{cases} CI \perp AB \\ CI \perp SA \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAB)$

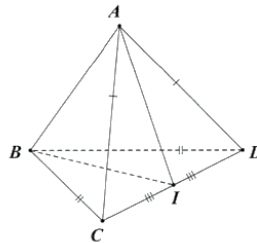
Hình chiếu của ΔSBC trên $mp(SAB)$ là ΔSIB .

$$S_{\Delta SIB} = \frac{1}{2} S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot SA \cdot AB = \frac{1}{4} \cdot 3a \cdot 2a = \frac{3}{2} a^2$$

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD, BC = BD$. Xác định số đo góc hai đường thẳng CD, AB

Trả lời: 90°

Lời giải



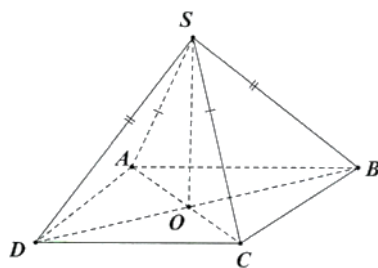
Ta có:

$$\begin{cases} CD \perp BI \\ CD \perp AI \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABI) \Rightarrow CD \perp AB$$

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$, xác định số đo góc hai đường thẳng AC, SD .

Trả lời: 90°

Lời giải

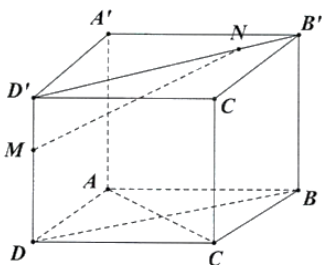


Ta có: $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD) \Rightarrow AC \perp SD.$

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt đều là hình vuông. Gọi M, N lần lượt hai điểm tùy ý thuộc hai đoạn thẳng $DD', B'D'$. Xác định số đo góc hai đường thẳng AC, MN .

Trả lời: 90°

Lời giải



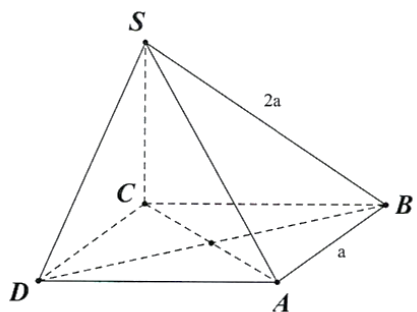
Ta có: $\begin{cases} B'B \perp AB \\ BB' \perp BC \end{cases} \Rightarrow BB' \perp (ABCD) \Rightarrow BB' \perp AC$

Ta có: $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BB'D'D) \Rightarrow AC \perp MN$

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SC \perp (ABCD)$ và $SB = 2a$. Tính góc giữa hai đường thẳng SA và DC .

Trả lời: $(SA, CD) \approx 63,4^\circ$

Lời giải



Ta có: $AB // CD \Rightarrow (SA, CD) = (SA, AB)$

Ta có: $\begin{cases} AB \perp CB \\ AB \perp SC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBC) \Rightarrow AB \perp SB$

Xét tam giác SAB vuông tại B có: $\tan SAB = \frac{SB}{AB} = \frac{2a}{a} = 2 \Rightarrow SAB \approx 63,4^\circ$

Vậy $(SA, CD) \approx 63,4^\circ$.

D. Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1: Cho điểm M và mặt phẳng (α) có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (α) ?

A. 2.

B. Vô số.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất qua một điểm cho trước chỉ có duy nhất một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Câu 2: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Gọi O là trọng tâm của $\triangle ABC$. Đường thẳng $d \perp SO$ ($d \not\subset (ABC)$). Khi đó

A. $d // (ABC)$.

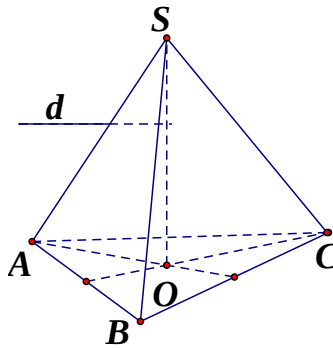
B. $d \perp (SBC)$.

C. $SO // AC$.

D. $SA // OC$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\begin{cases} SO \perp (ABC) \\ d \perp SO \end{cases} \Rightarrow d \parallel (ABC).$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có SB vuông góc với mặt đáy (ABC) . Góc tạo bởi giữa hai đường thẳng nào sau đây bằng 90° ?

A. SA, SB .

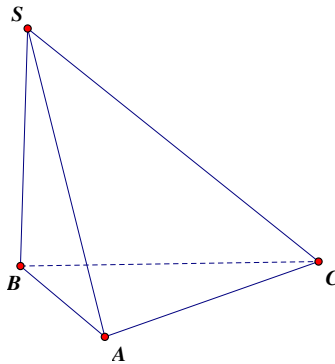
B. SA, SC .

C. SB, AB .

D. SB, SC .

Lời giải

Chọn C



$\left. \begin{array}{l} SB \perp (ABC) \\ AB \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow SB \perp AB \Rightarrow (SB, AB) = 90^\circ.$

Câu 4: Cho điểm M và đường thẳng a có bao nhiêu mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng a ?

A. 2.

B. Vô số.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất qua một điểm cho trước chỉ có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với đường thẳng cho trước.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy (ABC) . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $SA \perp SB$.

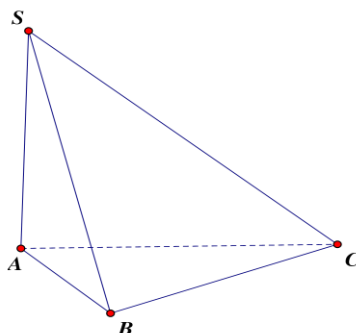
B. $SA \perp SC$.

C. $SA \perp AB$.

D. $SB \perp SC$.

Lời giải

Chọn C



$$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABC) \\ AB \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp AB.$$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc tạo bởi giữa hai đường thẳng nào sau đây bằng 90° ?

A. SA, SB .

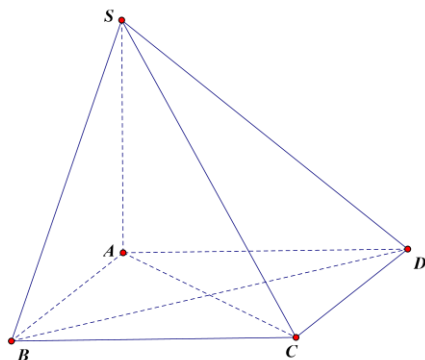
B. SA, SC .

C. SA, BD .

D. SB, AD .

Lời giải

Chọn C



$$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp BD \Rightarrow (SA, BD) = 90^\circ.$$

Câu 7: Cho tam giác ABC có bao nhiêu mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB ?

A. 2.

B. Vô số.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất qua một điểm cho trước chỉ có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với đường thẳng cho trước.

Câu 8: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm O và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$?

A. 2.

B. Vô số.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất qua một điểm cho trước chỉ có duy nhất một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SB \perp BC$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $SA \perp (ABCD)$.

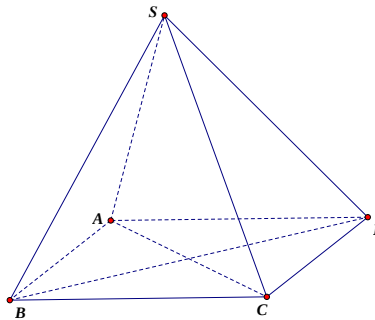
B. $SB \perp (ABCD)$.

C. $BC \perp (SAC)$.

D. $BC \perp (SAB)$.

Lời giải

Chọn D



$$\left. \begin{array}{l} BC \perp SB, BC \perp AB \\ SB \cap AB = \{B\} \\ SB, AB \subset (SAB) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

Câu 10: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng P , trong đó $a \perp P$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Nếu $b \perp P$ thì $b \parallel a$.

B. Nếu $b \parallel P$ thì $b \perp a$.

C. Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp P$.

D. Nếu $b \perp a$ thì $b \parallel P$.

Lời giải

Chọn D

Theo Định lý 5, b) ta có: D sai vì đường thẳng b có thể nằm trong mặt phẳng P .

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và đáy ABC là tam giác vuông tại B . Gọi $I; J$ lần lượt là trung điểm của $SC; SB$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $AB \perp (SBC)$.

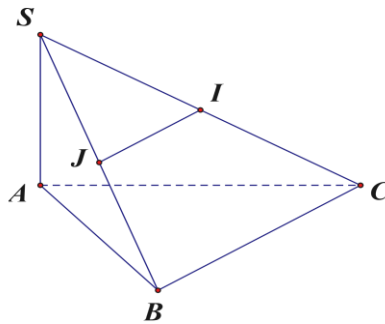
B. $IJ \perp (SAC)$.

C. $IJ \perp (SAB)$.

D. Tam giác SCB vuông ở C .

Lời giải

Chọn C



Ta có:
$$\begin{cases} BC \perp AB \text{ (Do } \triangle ABC \text{ vuông)} \\ SA \perp BC \text{ (Do } SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

Mà $IJ \parallel BC$ (Vì IJ là đường trung bình của $\triangle SBC$).

Suy ra: $IJ \perp (SAB)$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi O, I là trọng tâm của $\triangle ABC; \triangle SBC$. Gọi H, K lần lượt là trọng tâm của $\triangle SCD; \triangle ACD$, M, N lần lượt là trung điểm của cạnh CD, CB . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $AB \perp SC$.

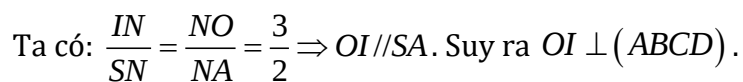
B. $HK \perp SA$.

C. $KM \parallel (SBC)$.

D. $IO \parallel HK$.

Lời giải

Chọn D



$$\frac{MH}{MS} = \frac{MK}{MA} = \frac{3}{2} \Rightarrow HK \parallel SA. \text{ Suy ra } HK \perp (ABCD).$$

Ta có: $\begin{cases} HK // BD \Rightarrow HK // (ABCD) \\ SA \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp HK.$

Mà BD không vuông góc với AD .

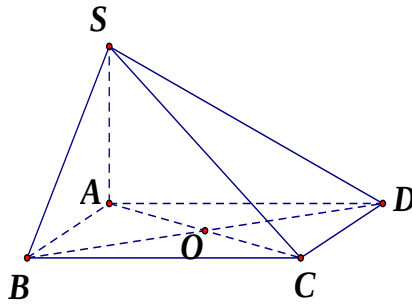
A. SD.

B. SC.

C. SO .

D. BO.

Chọn C



Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \text{ (do } hv \text{ } ABCD \text{)} \\ SA \perp BD \text{ (do } SA \perp (ABCD) \supset DB \text{)} \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \text{ tại } O.$

Hình chiếu của SB lên (SAC) là SO .

Câu 14: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Kẻ OH vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại H . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $BC \perp (AHO)$.

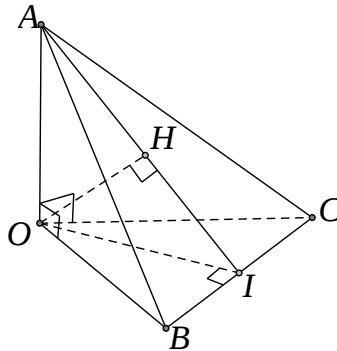
B. $OA \perp (OBC)$.

C. $AH \perp BC$.

D. $AH \perp (OBC)$.

Lời giải

Chọn D



Theo đề bài ta có $\begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp BC \text{ (1) . Vậy B đúng.}$

Ta lại có $OH \perp (ABC) \Rightarrow OH \perp BC \text{ (2) . Từ (1) và (2) suy ra } BC \perp (AHO) \Rightarrow AH \perp BC \text{ . Vậy A ; C đúng.}$

Giả sử $AH \perp (OBC)$ mà $OA \perp (OBC)$ suy ra $A; H; O$ thẳng hàng. Điều vô lý. Vậy D sai.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính diện tích hình chiếu của tam giác ΔSBC lên mặt phẳng (SAC) biết $SA = AB = 2a; AD = a$.

A. $a^2\sqrt{2}$.

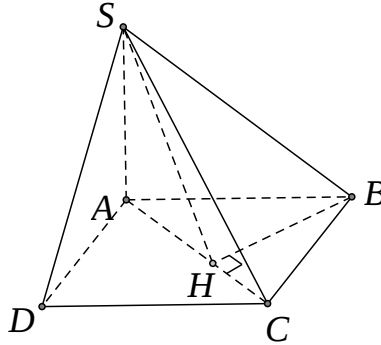
B. $\frac{a^2\sqrt{5}}{2}$.

C. a^2 .

D. $\frac{a^2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là chiếu của B lên AC . Khi đó hình chiếu của ΔSBC lên mặt phẳng (SAC) là ΔSHC .

Xét ΔABC vuông tại B . Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{5}$

$$\text{Ta có } AH = \frac{AB^2}{AC} = \frac{4a\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{Khi đó : } S_{\Delta SHC} = S_{\Delta SAC} - S_{\Delta SAH} = \frac{1}{2} SA \cdot AC - \frac{1}{2} SA \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 2a \left(a\sqrt{5} - \frac{4a\sqrt{5}}{5} \right) = \frac{a^2\sqrt{5}}{5}$$

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của điểm A trên cạnh SB và SC . Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. $BC \perp (SAB)$.

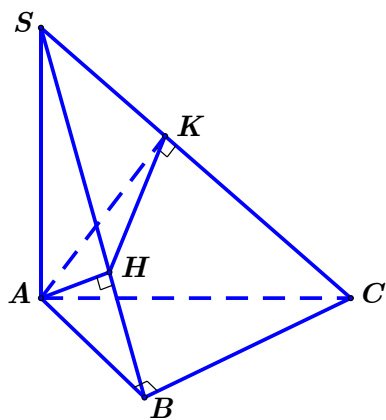
B. $AH \perp (SBC)$.

C. $AK \perp (SBC)$.

D. $SC \perp (AHK)$.

Lời giải

Chọn C



$$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABC) \\ BC \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp BC, AB \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

Suy ra đúng.

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp AH \\ SC \perp AH \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp (SBC). \text{ Suy ra đúng}$$

$$\text{Suy tiếp } \left. \begin{array}{l} AH \perp SC \\ AK \perp SC \end{array} \right\} \Rightarrow SC \perp (AHK). \text{ Suy ra đúng.}$$

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AE , AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $SC \perp (AFB)$.

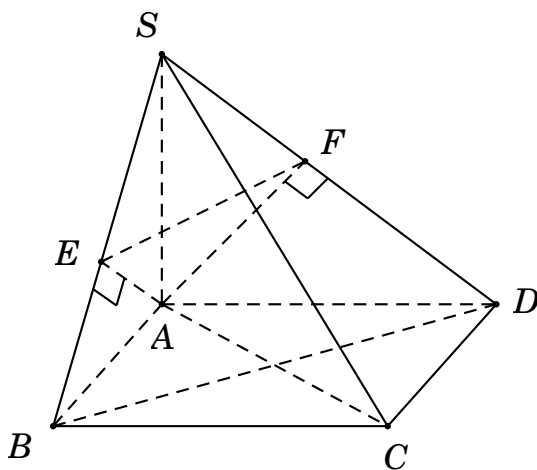
B. $SC \perp (AEF)$.

C. $SC \perp (AEC)$.

D. $SC \perp (AED)$.

Lời giải

Chọn B



Vì SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$.

Mà $AB \perp BC$ nên suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE \subset (SAB)$.

Tam giác SAB có đường cao $AE \Rightarrow AE \perp SB$ mà $AE \perp BC \Rightarrow AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SC$.

Tương tự, ta chứng minh được $AF \perp SC$. Do đó $SC \perp (AEF)$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $SA \perp SB$.

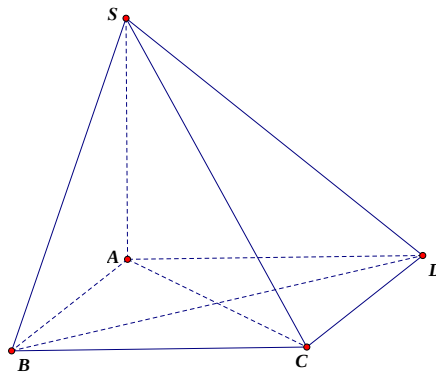
B. $SA \perp SC$.

C. $SA \perp AC$.

D. $SB \perp SD$.

Lời giải

Chọn C



$$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABCD) \\ AC \subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp AC.$$

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy, tứ giác $ABCD$ là hình vuông. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $SB \perp (ABCD)$.

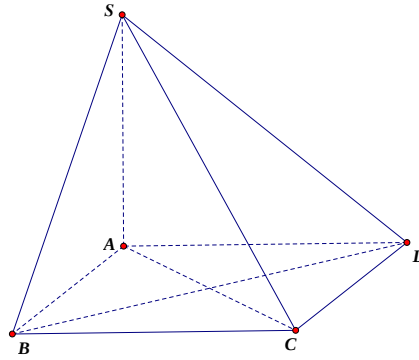
B. $SC \perp (ABCD)$.

C. $BC \perp (SAC)$.

D. $BD \perp (SAC)$.

Lời giải

Chọn D



$BD \perp AC$ (do $ABCD$ là hình vuông), $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$.

$$\left. \begin{array}{l} BD \perp AC, BD \perp SA \\ SA \cap AC = \{A\} \\ SA, AC \subset (SAC) \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

Câu 20: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.
- B.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
- C.** Cho đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (α) . Đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng Δ thì cũng vuông góc với mặt phẳng (α) .
- D.** Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau.

Lời giải

Chọn C

C có thể sai vì: Cho đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (α) . Đường thẳng vuông góc với Δ có thể song song với (α) nếu nó nằm trong cùng một mặt phẳng với đường thẳng Δ .

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của $SB; SD$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** $HK \perp SA$.
- B.** $HK \perp AC$.
- C.** $HK \perp AD$.
- D.** $BD // HK$.

Lời giải

Chọn C

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a ; các cạnh bên bằng nhau và bằng $2a$. Tính cosin góc giữa cạnh bên và mặt đáy.

A. $\frac{1}{2}$

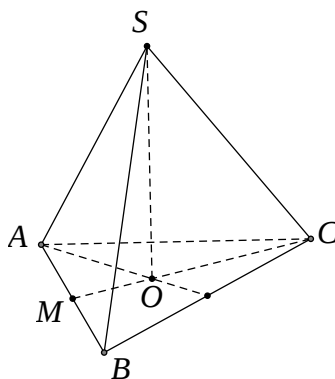
B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{33}}{6}$

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm AB ; O là trọng tâm tam giác ABC .

Do $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABC)$ suy ra hình chiếu của SC lên mặt đáy là OC . Khi đó ta có

$$(SC; (ABC)) = (SC; OC) = SCO$$

Ta có $\triangle ABC$ đều: $OC = \frac{2}{3}MC = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Xét $\triangle SCO$; $\cos SCO = \frac{OC}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

Câu 23: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên AA' vuông góc với mặt đáy và các cạnh đều bằng a . Khi đó sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $\frac{\sqrt{10}}{4}$

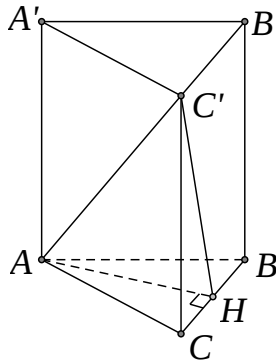
B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{6}}{4}$

Lời giải

Chọn D



Trong tam giác đều ABC kẻ $AH \perp BC$. Mặt khác: $CC' \perp (ABC) \Rightarrow CC' \perp AH$.

Vậy $AH \perp (BCC'B')$.

$\Rightarrow HC'$ là hình chiếu của AC' lên mặt phẳng $(BCC'B')$.

Khi đó $(AC'; (BCC'B')) = (AC'; HC') = AC'H$

Trong tam giác đều ABC có: $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tứ giác $ACC'A'$ là hình vuông $\Rightarrow AC' = a\sqrt{2}$.

Tam giác AHC' vuông tại H (vì $AH \perp (BCC'B') \Rightarrow AH \perp HC'$) có

$$\sin AC'H = \frac{AH}{AC'} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H , K lần lượt là hình chiếu của A lên SC , SD . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AH \perp (SCD)$.

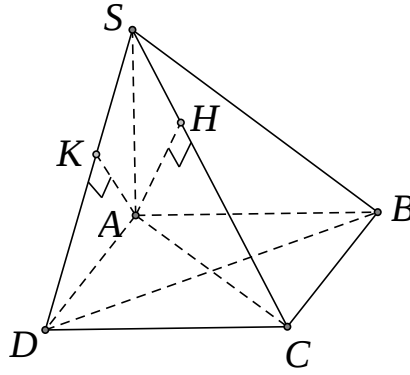
B. $AK \perp (SBD)$.

C. $SC \perp (AHK)$.

D. $SD \perp (AHK)$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\left. \begin{array}{l} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK$.

Ta lại có $AK \perp SD$

Suy ra $AK \perp (SCD)$ (*) $\Rightarrow AK \perp SC$.

Mà $AH \perp SC$

vậy $SC \perp (AHK)$ (**). Vậy C đúng.

Ta có (SBD) và (SCD) phân biệt; cắt nhau và từ (*) suy ra B sai.

Ta có SH và AH phân biệt; cắt nhau và từ (*) suy ra A sai.

Ta có SC và SD phân biệt; cắt nhau và từ (**) suy ra D sai.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và $SC = a\sqrt{2}$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB và CD . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $BC \perp (SAB)$.

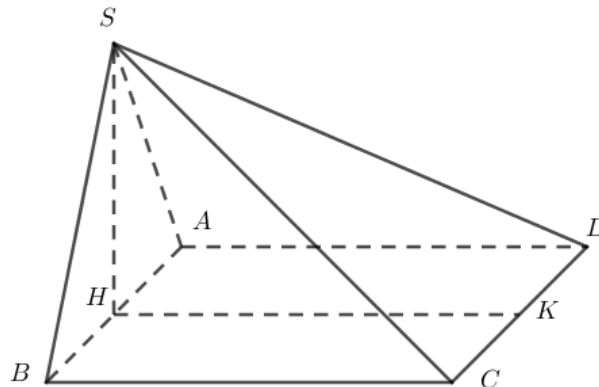
B. $SH \perp (ABCD)$.

C. $AB \perp (SAD)$.

D. $CD \perp (SHK)$.

Lời giải

Chọn C



Ta có tam giác SAB đều cạnh a nên $SB = AB = a$.

Mặt khác tam giác SBC có $SB^2 + BC^2 = SC^2 = 2a^2$.

Suy ra tam giác SBC vuông cân tại B . Hay $BC \perp SB$

Mà $BC \perp AB$. Suy ra $BC \perp (SAB)$. Do đó **Chọn A** đúng.

Từ $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SH$.

Tam giác SAB đều mà H là trung điểm của AB nên $SH \perp AB$.

Từ và suy ra $SH \perp (ABCD)$. **Chọn B** đúng.

Tam giác SAB đều nên AB không vuông góc với mặt phẳng (SAD) . **Chọn C** sai.

Ta có $\begin{cases} AB \perp HK \\ AB \perp SH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHK) \Rightarrow CD \perp (SHK)$. **Chọn D**

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$ và AH là đường cao của $\triangle SAB$. Hình chiếu của điểm A trên (SBC) là:

A. S.

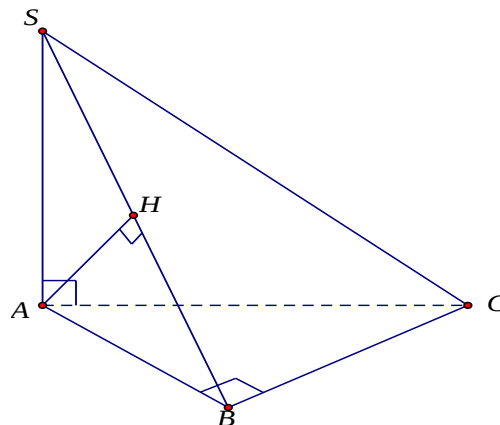
B. B.

C. C

D. H.

Lời giải

Chọn D



Theo bài ra ta có: $SA \perp (ABC)$ nên suy ra $SA \perp BC$ (1).

Lại có: đáy ABC là tam giác vuông tại B nên $AB \perp BC$ (2).

Từ (1) và (2) ta có: $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ (3).

Mặt khác, AH là đường cao của $\triangle SAB$ nên $AH \perp SB$ (4).

Từ (3) và (4) ta được $AH \perp (SBC)$ hay H là hình chiếu của điểm A trên (SBC) .

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B và có $AB = BC = a$, $AD = 2a$, có SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và CD . Tính cosin của góc giữa MN và (SAC) .

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

B. $\frac{\sqrt{55}}{10}$.

C. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn B

•Xác định giao điểm của MN và (SAC) :

✓Chọn mp chứa MN là mp(SBN)

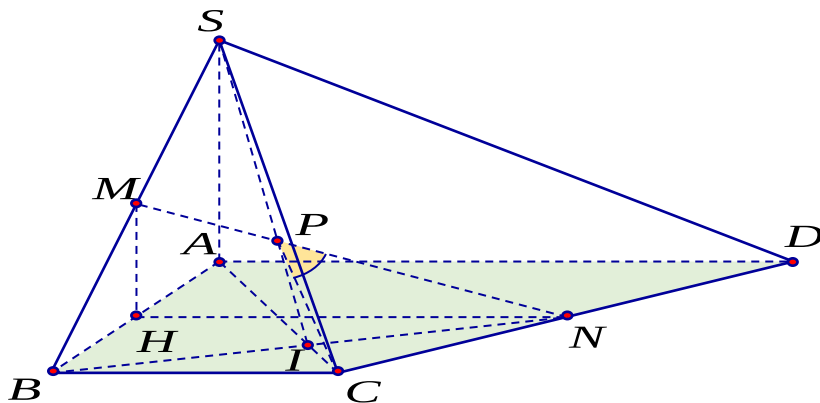
✓Giao tuyến $(SBN) \cap (SAC) = SI$ (với $I = AC \cap BN$)

Trong (SBN) gọi $SI \cap MN = P$, suy ra $P = MN \cap (SAC)$.

•Xác định góc $(MN, (SAC))$:

- Ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2a^2$; $CD^2 = CK^2 + KD^2 = 2a^2$; $AD^2 = (2a)^2 = 4a^2 \Rightarrow AC^2 + CD^2 = AD^2 \Rightarrow \Delta ACD$ vuông tại $C \Rightarrow CD \perp AC$ mà $CD \perp SA$ nên $CD \perp (SAC)$

- Góc $(MN, (SAC)) = (MN, PC) = NPC$



•Tính góc NPC :

✓Ta có $NC = \frac{CD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

✓Ta có I là trung điểm BN và M là trung điểm SB suy ra P là trọng tâm $\Delta SBN \Rightarrow PN = \frac{2}{3}MN$

✓ Gọi H trung điểm AB suy ra $MH \parallel SA$ do đó $\triangle MNH$ vuông tại H . $\Rightarrow MN = \sqrt{MH^2 + HN^2}$
 $= \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a+2a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$ do đó $PN = \frac{2}{3}MN = \frac{a\sqrt{10}}{3}$.

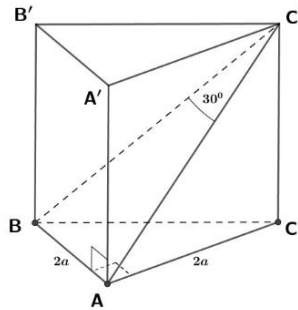
Từ đó suy ra $PC = \sqrt{PN^2 - NC^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{10}}{3}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{22}}{6}$

Câu 28: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2a$, cạnh bên $AA' = 2\sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

- A. 60° . B. 30° .
 C. 45° . D. 120° .

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BA \perp (ACC'A') \Rightarrow BA \perp AC'$

Do đó góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ là góc $BC'A$.

Ta có: $AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = \sqrt{(2a)^2 + (2\sqrt{2}a)^2} = 2\sqrt{3}a$.

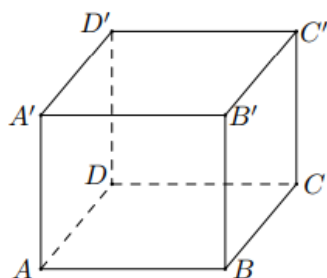
Xét tam giác BAC' vuông tại A : $\tan BC'A = \frac{AB}{AC'} = \frac{2a}{2a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow BC'A = 30^\circ$.

Câu 29: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng AC' vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $AC' \perp (BB'D'D)$. B. $AC' \perp (ABCD)$.
 C. $AC' \perp (AA'D'D)$. D. $AC' \perp (A'BD)$.

Lời giải

Chọn D



Ta có : $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AA'C'C) \Rightarrow BD \perp AC' (1)$

Ta có: $\begin{cases} AD' \perp A'D \text{ (do } ADD'A' \text{ là hv)} \\ D'C' \perp (ADD'A') \Rightarrow D'C' \perp A'D \end{cases} \Rightarrow A'D \perp (AD'C') \Rightarrow A'D \perp AC' (2)$

Từ (1), (2) $\Rightarrow AC' \perp (A'BD)$.

Câu 30: Người ta hoàn thành xây dựng nhà để xe có mái nghiêng phẳng (như hình bên dưới). Biết độ nghiêng của mái che so với mặt đất là 30° , và công nhân đã sử dụng tất cả 15 miếng tôn có kích thước mỗi miếng ngang $1,2m$ và dài $10m$ xếp liền kề nhau (giả sử diện tích đè lên nhau của các miếng tôn liền kề không đáng kể). Hỏi diện tích bóng mát che phủ trên mặt đất tại thời điểm 12 giờ trưa của mái nghiêng là bao nhiêu?



A. $150,1m^2$.

B. $155,9 m^2$.

C. $173,8m^2$.

D. $180,2m^2$.

Lời giải

Chọn B

Gọi S là diện tích mái nghiêng phẳng là : $S = 1,2 \times 10 \times 15 = 180 m$

Gọi S' là diện tích bóng mát che phủ trên mặt đất tại thời điểm 12 giờ trưa của mái nghiêng

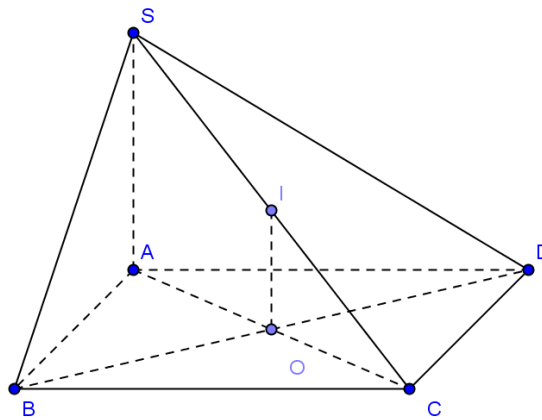
Ta có: $S' = S \cdot \cos 30^\circ = 180 \times \cos 30^\circ \approx 155,9 m^2$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi O là tâm của $ABCD$ và I là trung điểm của SC . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $BC \perp (SAC)$.
- B. (SAC) là mặt phẳng trung trực của đoạn BD .
- C. $IO \perp (ABCD)$.
- D. Tam giác SCD vuông ở C .

Lời giải

Chọn C



Theo bài ra ta có: $SA \perp (ABCD)$ (1).

Do O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$ và I là trung điểm của SC nên OI là đường trung bình của tam giác SAC . Suy ra $OI \parallel SA$ (2).

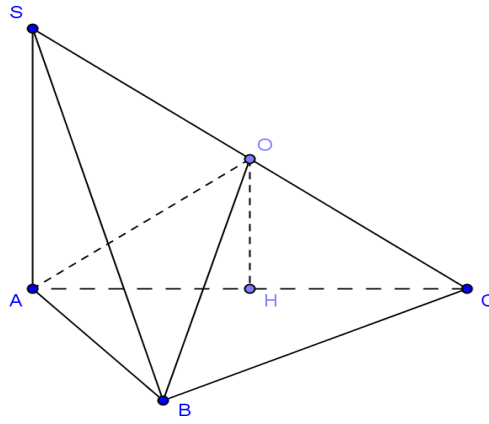
Từ (1) và (2) và theo Định lý 3, a) ta có: $IO \perp (ABCD)$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC . H là hình chiếu vuông góc của O lên (ABC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. H là trung điểm cạnh AB .
- B. H là hình chiếu của B trên (SAC) .
- C. $OH \parallel SA$.
- D. H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAC .

Lời giải

Chọn C



Do $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases}$ nên $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \triangle SBC$ vuông tại B . Suy ra O là trung điểm của SC .

Mặt khác H là hình chiếu vuông góc của O lên (ABC) nên $OH \perp (ABC)$.

Theo giả thiết, lại có: $SA \perp (ABC)$. Vậy theo Định lý 3, b) ta có: $OH \parallel SA$.