

MỤC LỤC

>>§5- GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG. GÓC NHỊ DIỆN.....	2
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức	2
Ⓑ. Trắc nghiệm Đ/S	3
Ⓒ. Trả lời ngắn	14
Ⓓ. Câu hỏi trắc nghiệm.....	43

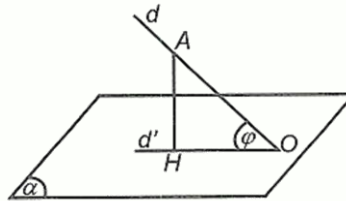
A. Tóm tắt kiến thức



Lý thuyết

1. GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

- ✓ Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) .
- ✓ Nếu a vuông góc với mặt phẳng (P) thì ta nói góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng 90° .
- ✓ Nếu a không vuông góc với mặt phẳng (P) thì góc giữa a với hình chiếu a' của nó trên (P) được gọi là góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) .



- ✓ Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) được kí hiệu $(a, (P))$
- ✓ Nếu α là góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) thì $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$.
- ✓ Nếu đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) hoặc song song với mặt phẳng (P) thì $(a, (P)) = 0^\circ$.

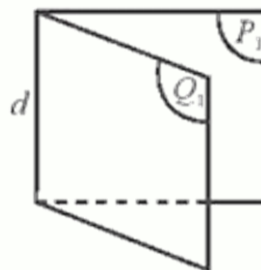
2. GÓC NHỊ DIỆN VÀ GÓC PHẪNG NHỊ DIỆN

Góc nhị diện



Định nghĩa:

- ✓ Cho hai nửa mặt phẳng (P_1) và (Q_1) có chung bờ là đường thẳng d . Hình tạo bởi (P_1) , (Q_1) và d được gọi là góc nhị diện tạo bởi (P_1) và (Q_1) , kí hiệu $[P_1, d, Q_1]$.



- ✓ Hai nửa mặt phẳng (P_1) , (Q_1) gọi là hai mặt của nhị diện và d gọi là cạnh của nhị diện

Chú ý:

Hình 5

- a) Hai mặt phẳng cắt nhau theo giao tuyến d tạo thành bốn góc nhị diện.
b) Góc nhị diện $[P_1, d, Q_1]$ còn được kí hiệu là $[M, d, N]$ với M, N tương ứng thuộc hai nửa mặt phẳng $(P_1), (Q_1)$.

Góc phẳng nhị diện

 Định nghĩa



Góc phẳng nhị diện của góc nhị diện là góc có đỉnh nằm trên cạnh của nhị diện, có hai cạnh lần lượt nằm trên hai mặt của nhị diện và vuông góc với cạnh của nhị diện.

Chú ý:

- a) Đối với một góc nhị diện, các góc phẳng nhị diện đều bằng nhau.
b) Nếu mặt phẳng (R) vuông góc với cạnh d của góc nhị diện và cắt hai mặt $(P_1), (Q_1)$ của góc nhị diện theo hai nửa đường thẳng Ou và Ov thì $\widehat{uOv}$ là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện tạo bởi $(P_1), (Q_1)$.
c) Góc nhị diện có góc phẳng nhị diện là góc vuông được gọi là góc nhị diện vuông.
d) Số đo góc phẳng nhị diện được gọi là số đo góc nhị diện.
e) Số đo góc nhị diện nhận giá trị từ 0° đến 180° .

B. Trắc nghiệm Đ/S

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$.

- a) AB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABCD)$.
b) $(SB, (ABCD)) \approx 54,75^\circ$
c) $(SC, (ABCD)) = 45^\circ$
d) $(SC, (SAB)) = 60^\circ$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABCD)$.

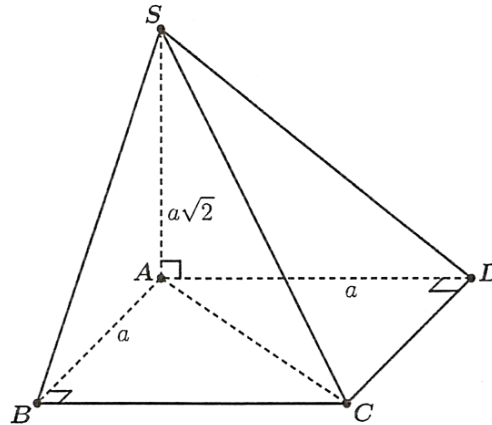
Vì vậy $(SB, (ABCD)) = (SB, AB) = SBA$.

Tam giác SAB vuông tại A có: $\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2} \Rightarrow SBA \approx 54,74^\circ$.

Vậy $(SB, (ABCD)) = SBA \approx 54,75^\circ$.

Ta có AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ nên

$(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = SCA = 45^\circ$ (do tam giác SAC vuông cân có $SA = AC = a\sqrt{2}$).



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (SAB)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Suy ra SB là hình chiếu của SC trên mặt phẳng (SAB) .

Do vậy $(SC, (SAB)) = (SC, SB) = CSB$.

Tam giác SAB vuông tại A có: $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{3}$.

Tam giác SBC vuông tại B có:

$$\tan CSB = \frac{BC}{SB} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow CSB = 30^\circ.$$

Vậy $(SC, (SAB)) = CSB = 30^\circ$.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Biết rằng $AB = AC = a, AD = a\sqrt{3}$.

a) $AC \perp (ABD)$

d) $(CD, (ABD)) = 30^\circ$

c) Góc phẳng nhị diện $[A, BC, D] \approx 87,79^\circ$

d) Góc phẳng nhị diện $[C, AB, D] = 90^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

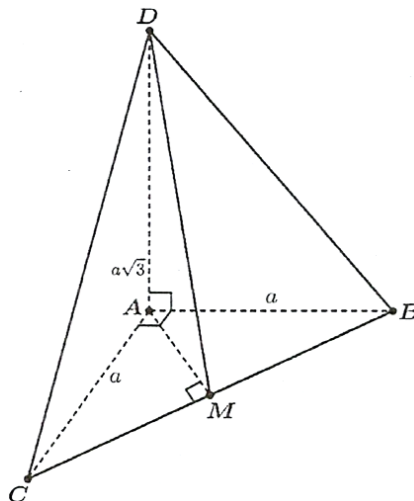
Ta có: $\begin{cases} AC \perp AB \\ AC \perp AD \end{cases} \Rightarrow AC \perp (ABD).$

Khi đó AD là hình chiếu của CD trên $(ABD).$

Ta có: $(CD, (ABD)) = (CD, AD) = CDA.$

Tam giác ACD vuông tại A có: $\tan CDA = \frac{AC}{AD} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow CDA = 30^\circ.$

Vậy $(CD, (ABD)) = CDA = 30^\circ.$



Gọi M là trung điểm BC thì $AM \perp BC$ (do $AB = AC$).

Vì $\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp AC \end{cases}$
 $\Rightarrow AD \perp (ABC)$
 $\Rightarrow AD \perp BC.$

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AD \end{cases}$
 $\Rightarrow BC \perp (ADM)$
 $\Rightarrow BC \perp DM.$

Khi đó: $(AM, DM) = AMD$ là góc phẳng nhị diện $[A, BC, D].$

Tam giác ABC vuông cân tại A nên đường cao $AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$

Tam giác ADM vuông tại A có:

$\tan AMD = \frac{AD}{AM} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{6} \Rightarrow AMD \approx 67,79^\circ$

Vì $AB \perp AC, AB \perp AD$ nên $(AC, AD) = CAD$ là góc phẳng nhị diện $[C, AB, D]$ và $CAD = 90^\circ.$

Câu 3. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Khi đó:

- a) $SO \perp (ABC)$
- b) $(SA, (ABC)) = (SA, OA)$
- c) $SO = a\sqrt{2}$
- d) $(SM, (ABC)) \approx 70,9^\circ$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC (O thuộc AM). Vì $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên $SO \perp (ABC)$.

Ta có OA là hình chiếu của SA trên mặt phẳng (ABC) .

Suy ra $(SA, (ABC)) = (SA, OA) = \angle SAO$.

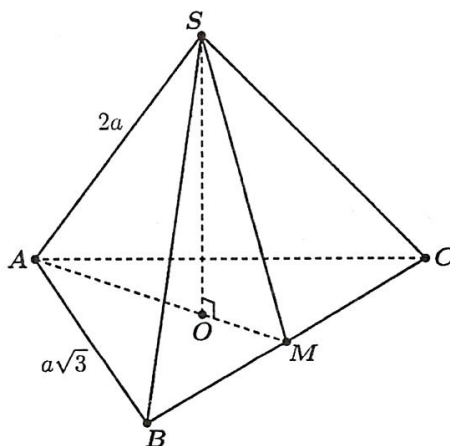
$$\text{Ta có: } OA = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = a.$$

$$\text{Tam giác } SOA \text{ vuông tại } O \text{ có: } \cos \angle SAO = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle SAO = 60^\circ.$$

$$\text{Vậy } (SA, (ABC)) = \angle SAO = 60^\circ.$$

Ta có: OM là hình chiếu của SM trên (ABC) nên

$$(SM, (ABC)) = (SM, OM) = \angle SMO.$$



Ta có:

$$OM = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a}{2}$$

$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} \\ = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

Tam giác SMO vuông tại O có:

$$\tan SMO = \frac{SO}{OM} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{a}{2}} = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow SMO \approx 73,9^\circ.$$

$$\text{Vậy } (SM, (ABC)) = SMO \approx 73,9^\circ.$$

Câu 4. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng $3a$. Khi đó:

a) Gọi M là trung điểm $A'B'$, ta có $C'M = a\sqrt{2}$

b) Góc phẳng nhị diện $[C, A'B', C']$ bằng 60°

c) Gọi K là trung điểm AB , M là trung điểm $A'B'$, khi đó: $A'B' \perp MK$

b) Góc phẳng nhị diện $[A, A'B', C]$ bằng 30°

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Gọi M là trung điểm $A'B'$, suy ra $C'M \perp A'B'$ (do tam giác $A'B'C'$ đều).

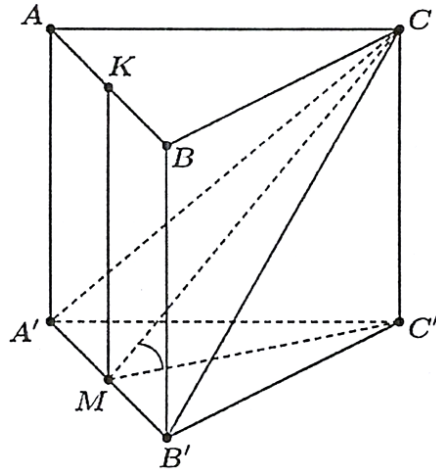
Mặt khác $CC' \perp A'B'$ (do $ABC \cdot A'B'C'$ là lăng trụ đứng).

Suy ra $A'B' \perp (CMC')$ hay $A'B' \perp CM$.

Vậy $(CM, C'M) = CMC'$ là góc phẳng nhị diện $[C, A'B', C']$.

$$\text{Ta có: } C'M = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } \tan CMC' = \frac{CC'}{C'M} = \frac{3a}{a\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow CMC' = 60^\circ.$$

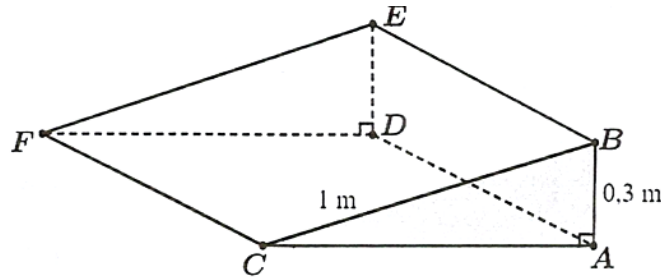


Gọi K là trung điểm AB thì MK là đường trung bình của hình chữ nhật $ABB'A' \Rightarrow MK \parallel AA' \Rightarrow A'B' \perp MK$; ta lại có $A'B' \perp CM$ (câu a).

Vậy $(MK, CM) = \angle CMK$ là góc phẳng nhị diện $[A, A'B', C]$ với $\angle CMK = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

Câu 5. Một tấm cầu dốc kê bậc thềm được làm bằng cao su như hình vẽ sau. Biết $BCFE$ là hình vuông có cạnh bằng $1m$ và $AB = 0,3m$. Khi đó:

- a) $\sin BCA = 0,5$
- b) $(BC, (ACFD)) \approx 17,46^\circ$
- c) $BF = \sqrt{2}m$
- d) $(BF, (ACFD)) \approx 15,25^\circ$



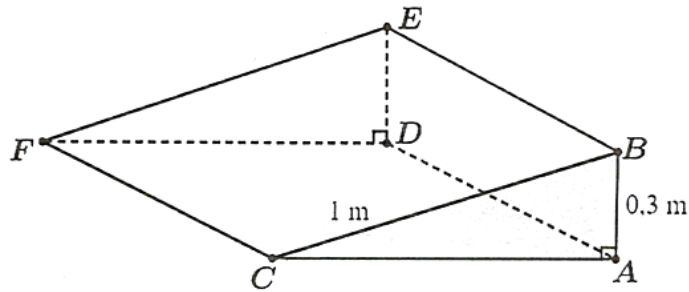
Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Vì AC là hình chiếu của BC trên mặt phẳng $(ACFD)$ nên

$$(BC, (ACFD)) = (BC, AC) = \angle BCA. \text{ Tam giác } ABC \text{ vuông tại } A \text{ có: } \sin BCA = \frac{AB}{BC} = \frac{0,3}{1} = 0,3 \Rightarrow BCA \approx 17,46^\circ$$

Vậy $(BC, (ACFD)) = \angle BCA \approx 17,46^\circ$.



Vì AF là hình chiếu của BF trên mặt phẳng $(ACFD)$ nên

$$(BF, (ACFD)) = (BF, AF) = BFA.$$

Hình vuông $BCFE$ cạnh bằng 1 m có đường chéo $BF = \sqrt{2}\text{ m}$.

Tam giác ABF vuông tại A có: $\sin BFA = \frac{AB}{BF} = \frac{3\sqrt{2}}{20} \Rightarrow BFA \approx 12,25^\circ$.

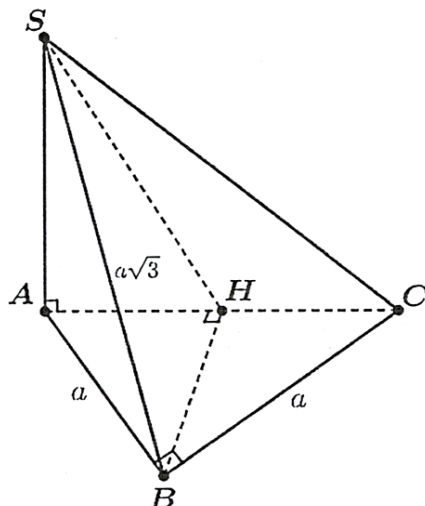
Vậy $(BF, (ACFD)) = BFA \approx 12,25^\circ$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác ABC vuông cân tại B . Biết $SB = a\sqrt{3}, AB = a$. Khi đó:

- a) $SA = a\sqrt{2}$.
- b) Tang góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) bằng: $\sqrt{2}$
- c) Sin góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{\sqrt{6}}{8}$
- d) Số đo góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ bằng $54,74^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



Ta có: $SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng (ABC) .

Suy ra $(SB, (ABC)) = (SB, AB) = SBA$.

Tam giác SAB vuông tại A có: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

Tam giác SAB vuông tại A có: $\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2}$

Gọi H là trung điểm AC thì $BH \perp AC$ (do tam giác ABC cân tại B). (1)

Ta lại có $SA \perp (ABC) \Rightarrow BH \perp SA$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BH \perp (SAC)$ hay SH là hình chiếu của SB trên mặt phẳng (SAC) .

Vậy $(SB, (SAC)) = (SB, SH) = BSH$.

Ta có: $BH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, suy ra $\sin BSH = \frac{BH}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

Vì vậy $(SB, AB) = SBA$ chính là góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ với $\tan SBA = \sqrt{2}$ (theo câu a)).

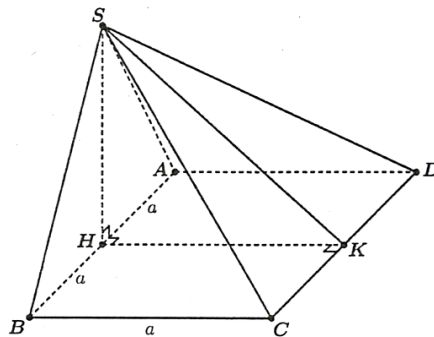
Suy ra $SBA \approx 54,74^\circ$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có cạnh $AB = 2a, AD = a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm AB và CD . Khi đó:

- a) $SH \perp (ABCD)$
- b) Góc phẳng nhị diện $[S, AB, C]$ bằng 90°
- c) $SH = a\sqrt{5}$
- d) Góc phẳng nhị diện $[S, CD, A]$ bằng 30°

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------



Gọi H, K lần lượt là trung điểm AB và CD . Ta có $SH \perp AB$ và HK là đường trung bình của hình chữ nhật $ABCD$ nên $HK \parallel AD \parallel BC \Rightarrow HK \perp AB$. (1)

Ta lại có tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$. (2)

Mặt khác $(SAB) \perp (ABCD)$, suy ra $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp HK$.

Từ (1) và (2) suy ra SHK là góc phẳng nhị diện $[S, AB, C]$ và $SHK = 90^\circ$.

Theo câu a), ta có: $CD \perp HK$. (3)

Mặt khác $SH \perp (ABCD)$ nên $CD \perp SH$.

Suy ra $CD \perp (SHK) \Rightarrow CD \perp SK$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra SKH là góc phẳng nhị diện $[S, CD, A]$.

Tam giác SAB đều cạnh $2a$ nên đường cao $SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Từ câu a), ta có $HK = BC = a$ (tính chất đường trung bình của hình chữ nhật).

Do đó $\tan SKH = \frac{SH}{HK} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow SKH = 60^\circ$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SB = 2a$. Khi đó:

a) $SA = \sqrt{3}a$

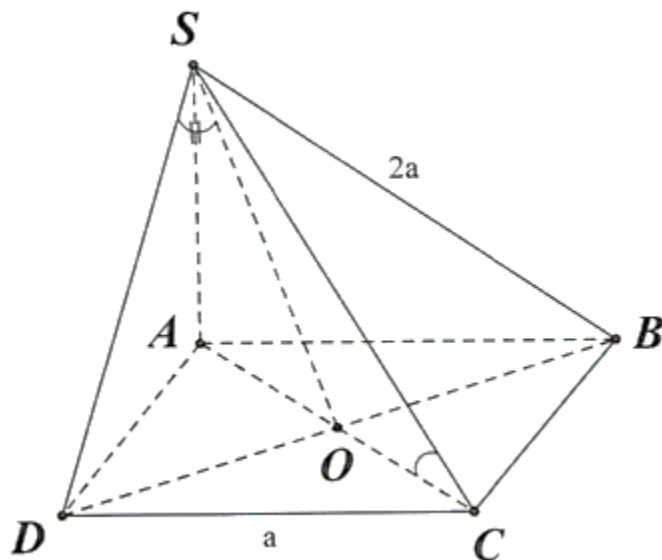
b) $(SC, (ABCD)) \approx 50,8^\circ$

c) $SD = 2a$

d) $(SD, (SAC)) \approx 30,7^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



Ta có: $SA \perp (ABCD)$ tại A và SC cắt mp $(ABCD)$ tại C

$\Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC trên mp $(ABCD)$

$$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = SCA$$

$$\text{Ta có: } SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = \sqrt{3}a$$

Xét $\triangle SAC$ vuông tại A :

$$\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{2}a} = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow SCA \approx 50,8^\circ$$

Vậy $(SC, (ABCD)) \approx 50,8^\circ$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} DO \perp AC \\ DO \perp SA \end{cases} \Rightarrow DO \perp (SAC) \text{ tại } O \text{ và } SD \text{ cắt mp } (SAC) \text{ tại } S$$

$$\Rightarrow SO \text{ là hình chiếu của } SD \text{ trên mp } (SAC) \Rightarrow (SD, (SAC)) = (SD, SO) = DSO$$

$$\text{Ta có: } SD = SB = 2a \text{ (vì } \triangle SAB = \triangle SAD)$$

$$\text{Xét } \triangle SDO \text{ vuông tại } O: \sin DSO = \frac{DO}{SD} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow DSO \approx 20,7^\circ$$

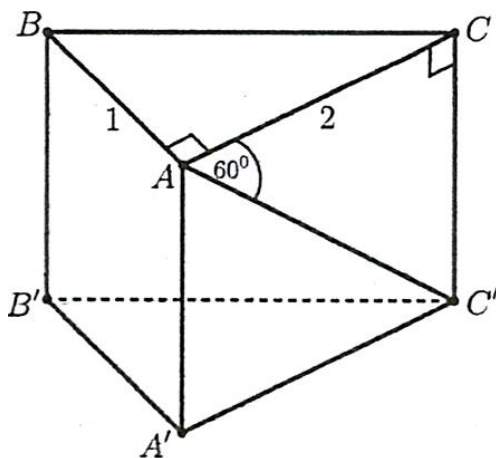
Vậy $(SD, (SAC)) \approx 20,7^\circ$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A với $AB = 1, AC = 2$. Biết rằng góc phẳng nhị diện $[C, AB, C']$ bằng 60° . Khi đó:

- a) $AC \perp AB$
- b) $CC' = 2\sqrt{3}$
- c) Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng $3\sqrt{3}$
- d) Góc phẳng nhị diện $[A, CC', B']$ gần bằng $26,57^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



Vì $ABC \cdot A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp AB$, mà $AC \perp AB$ (1).

Suy ra $AB \perp (ACC'A') \Rightarrow AC' \perp AB$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $C'AC$ là góc phẳng nhị diện $[C, AB, C']$ và $C'AC = 60^\circ$.

Tam giác ACC' vuông tại C có: $\tan C'AC = \frac{CC'}{AC} \Rightarrow CC' = 2\sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V_{ABC \cdot A'B'C'} = A'A \cdot S_{\Delta ABC} = 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 2\sqrt{3}$ (đơn vị thể tích).

Dễ thấy $CC' \perp (ABC)$ và $CC' = (ACC') \cap (B'CC')$ nên ACB là góc phẳng nhị diện $[A, CC', B']$.

Tam giác ABC vuông tại A có: $\tan ACB = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow ACB \approx 26,57^\circ$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy. ABC là tam giác vuông cân tại B . Cho độ dài các cạnh $SA = AB = a$. Khi đó:

a) AB là hình chiếu của SB trên mp (ABC)

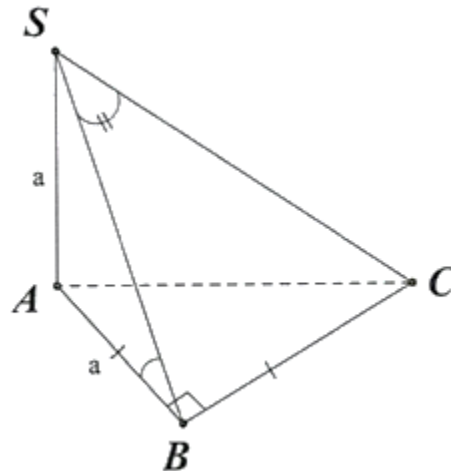
b) $(SB, (ABC)) = 45^\circ$

c) $SB = a\sqrt{2}$

d) $(SC, (SAB)) \approx 35,3^\circ$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------



Ta có: $SA \perp (ABC)$ tại A và SB cắt mặt phẳng (ABC) tại B

$\Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB trên mp (ABC)

$\Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, AB) = SBA$

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A : $\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow SBA = 45^\circ$

Vậy $(SB, (ABC)) = 45^\circ$.

Ta có: $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB) \text{ tại } B \text{ và } SC \text{ cắt mặt phẳng } (SAB) \text{ tại } S$

$\Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC trên mp (SAB)

$\Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SB) = BSC$

Ta có: $SB = a\sqrt{2}$ (vì tam giác SAB vuông cân tại A)

Xét $\triangle SBC$ vuông tại B : $\tan BSC = \frac{CB}{SB} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BSC \approx 35,3^\circ$

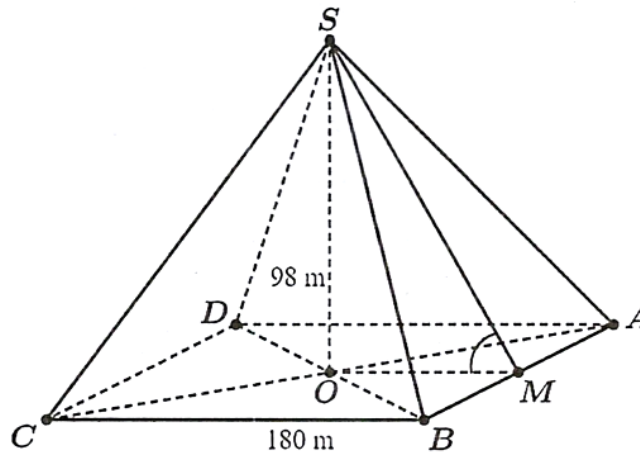
Vậy $(SC, (SAB)) \approx 35,3^\circ$.

©. Trả lời ngắn

Câu 1. Kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao $98m$ và cạnh đáy $180m$. Tính số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp đó.

Trả lời: $\approx 47,44^\circ$

Lời giải



Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao $98m$ và cạnh đáy $180m$.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ thì $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp AB$. (1)

Gọi M là trung điểm AB thì OM là đường trung bình của tam giác ABC , suy ra $OM = \frac{BC}{2} = 90(m)$ và $OM \perp AB$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra SMO là góc phẳng nhị diện $[(SAB), AB, (ABCD)]$ với

$$\tan SMO = \frac{SO}{OM} = \frac{98}{90} = \frac{49}{45} \Rightarrow SMO \approx 47,44^\circ.$$

Vậy góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp xấp xỉ $47,44$.

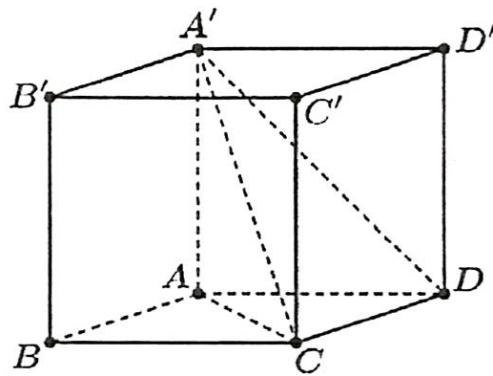
Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$.

a) Xác định và tính góc giữa $A'D$ với mặt phẳng $(ABCD)$.

b) Xác định và tính góc giữa $A'C$ với mặt phẳng $(ABCD)$.

Trả lời: $(A'D, (ABCD)) = 45^\circ$; $(A'C, (ABCD)) \approx 35,26^\circ$

Lời giải



a) Ta có: $AA' \perp (ABCD)$ nên AD là hình chiếu của $A'D$ trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Suy ra $(A'D, (ABCD)) = (A'D, AD) = A'DA = 45^\circ$ (do tam giác $AA'D$ vuông cân tại A).

b) Ta có: $AA' \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu của $A'C$ trên mặt phẳng $(ABCD)$. Suy ra $(A'C, (ABCD)) = (A'C, AC) = A'CA$.

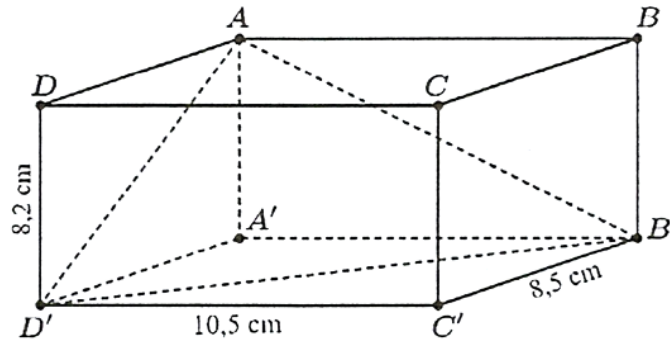
Giả sử cạnh hình lập phương là a thì $AA' = a, AC = a\sqrt{2}$.

Tam giác $AA'C$ vuông tại A có:

$$\tan A'CA = \frac{AA'}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A'CA \approx 35,26^\circ.$$

Vậy $(A'C, (ABCD)) = A'CA \approx 35,26^\circ$

Câu 3. Một hộp phấn không bụi có dạng hình hộp chữ nhật, chiều cao hộp phấn bằng $8,2\text{ cm}$ và đáy của nó có hai kích thước là $8,5\text{ cm}; 10,5\text{ cm}$ (xem hình vẽ sau). Tìm góc phẳng nhị diện $[A, B'D', A']$ (tính theo độ, làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



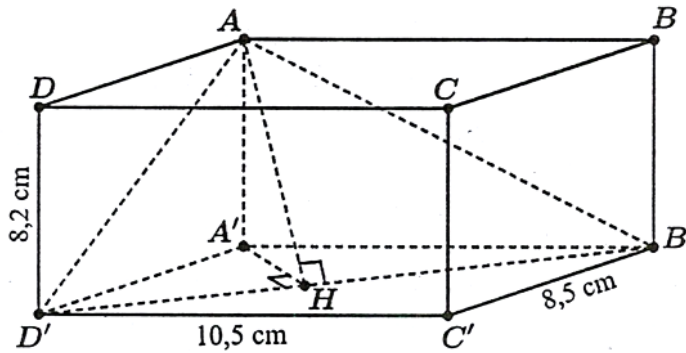
Trả lời: $\approx 51,14^\circ$

Lời giải

Trong mặt phẳng $(A'B'C'D')$, kẻ $A'H \perp B'D'$ tại H .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} B'D' \perp A'H \\ B'D' \perp AA' \text{ (do } AA' \perp (A'B'C'D')) \end{cases} \Rightarrow B'D' \perp (AA'H) \Rightarrow B'D' \perp AH.$$

Do đó AHA' là góc phẳng nhị diện $[A, B'D', A']$.



Tam giác $A'B'D'$ vuông tại A' có đường cao $A'H$ nên

$$\frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{A'B'^2} + \frac{1}{A'D'^2} \Rightarrow A'H = \frac{A'B' \cdot A'D'}{\sqrt{A'B'^2 + A'D'^2}} = \frac{357}{2\sqrt{730}}.$$

Tam giác AHA' vuông tại A' có:

$$\tan AHA' = \frac{AA'}{A'H} = \frac{8,2}{\frac{357}{2\sqrt{730}}} \Rightarrow AHA' \approx 51,14^\circ$$

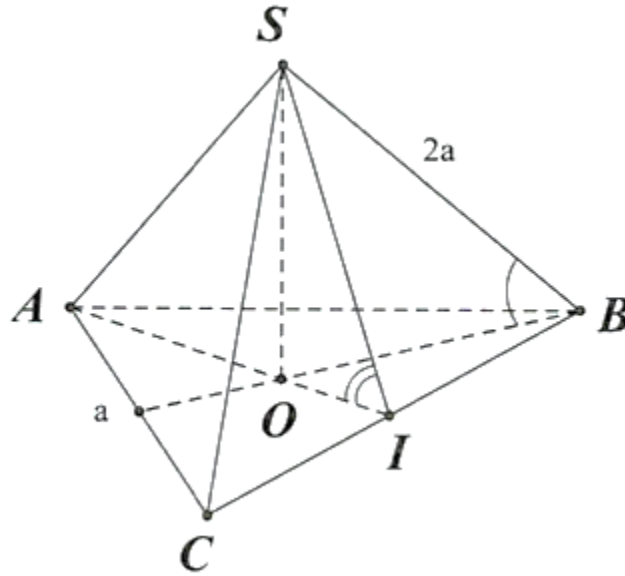
Câu 4. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy tâm O , cạnh a và cạnh bên là $2a$.

a) Tính góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy?

b) Tính góc phẳng nhị diện $[S, BC, O]$?

Trả lời: a) $\approx 73,2^\circ$ b) $[S, BC, O] \approx 81,4^\circ$

Lời giải



a) Ta có: $SO \perp (ABC)$ tại O và SB cắt mp (ABC) tại B

$\Rightarrow OB$ là hình chiếu của SB trên mp (ABC)

$$\Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, OB) = SBO$$

$$\text{Ta có: } OB = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Xét $\triangle SOB$ vuông tại O :

$$\cos SBO = \frac{BO}{SB} = \frac{\frac{\sqrt{3}a}{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow SBO \approx 73,2^\circ$$

Vậy $(SB, (ABC)) \approx 73,2^\circ$.

$$\text{b) Ta có: } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ \text{Trong } (ABC), OI \perp BC \Rightarrow [S, BC, O] = SIO \\ \text{Trong } (SBC), SI \perp BC \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } OI = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}, SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{33}}{3}a$$

$$\text{Xét } \triangle SOI \text{ vuông tại } O: \tan SIO = \frac{SO}{OI} = \frac{\frac{\sqrt{33}a}{3}}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = 2\sqrt{11} \Rightarrow SIO \approx 81,4^\circ$$

$$\Rightarrow [S, BC, O] \approx 81,4^\circ$$

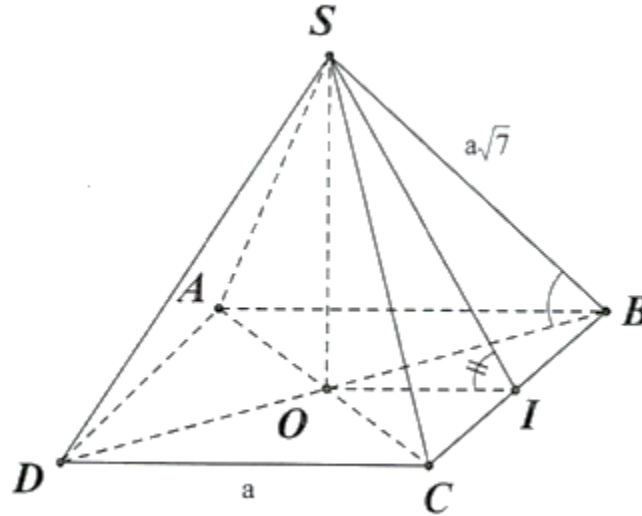
Câu 5. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy tâm O cạnh a và cạnh bên là $a\sqrt{7}$.

a) Tính góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy?

b) Tính góc phẳng nhị diện $[S, BC, O]$?

Trả lời: a) $\approx 74,5^\circ$ b) $[S, BC, O] \approx 78,9^\circ$

Lời giải



a) Ta có: $SO \perp (ABCD)$ tại O và SB cắt mp $(ABCD)$ tại B

$\Rightarrow OB$ là hình chiếu của SB trên mp $(ABCD)$

$\Rightarrow (SB, (ABCD)) = (SB, OB) = SBO$

Ta có: $OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét $\triangle SOB$ vuông tại O : $\cos SBO = \frac{BO}{SB} = \frac{\frac{\sqrt{2}a}{2}}{\sqrt{7}a} = \frac{\sqrt{14}}{14} \Rightarrow SBO \approx 74,5^\circ$

Vậy $(SB, (ABCD)) \approx 74,5^\circ$.

b) Ta có: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ \text{Trong } (ABCD), OI \perp BC \Rightarrow [S, BC, O] = SIO \\ \text{Trong } (SBC), SI \perp BC \end{cases}$

Ta có: $OI = \frac{a}{2}, SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{(a\sqrt{7})^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2}a$

$$\text{Xét } \triangle SOI \text{ vuông tại } O: \tan SIO = \frac{SO}{OI} = \frac{\frac{\sqrt{26}a}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{26} \Rightarrow SIO \approx 78,9^\circ$$

$$\Rightarrow [S, BC, O] \approx 78,9^\circ$$

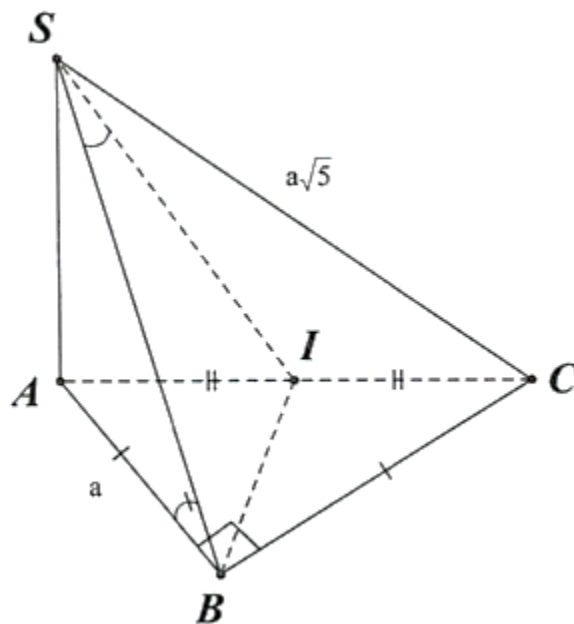
Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$. Biết $AB = a$, $SC = a\sqrt{5}$.

a) Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) ?

b) Tính góc phẳng nhị diện $[A, BC, S]$?

Trả lời: a) $(SB, (SAC)) \approx 20,7^\circ$ b) $[S, BC, A] = 60^\circ$

Lời giải



a) Ta có: $\begin{cases} BI \perp AC \\ BI \perp SA \end{cases} \Rightarrow BI \perp (SAC) \text{ tại } I \text{ và } SB \text{ cắt mp } (SAC) \text{ tại } S$

$\Rightarrow SI$ là hình chiếu của SB trên mp (SAC)

$$\Rightarrow (SB, (SAC)) = (SB, SI) = \angle BSI$$

$$\text{Ta có: } AC = a\sqrt{2} \Rightarrow BI = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Ta có: } SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - (a\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}a$$

Ta lại có: $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a$

Xét $\triangle SBI$ vuông tại I : $\sin BSI = \frac{BI}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow BSI \approx 20,7^\circ$

Vậy $(SB, (SAC)) \approx 20,7^\circ$.

b) Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

Ta có: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ \text{Trong } (ABC), AB \perp BC \Rightarrow [S, BC, A] = SBA \\ \text{Trong } (SBC), SB \perp BC \end{cases}$

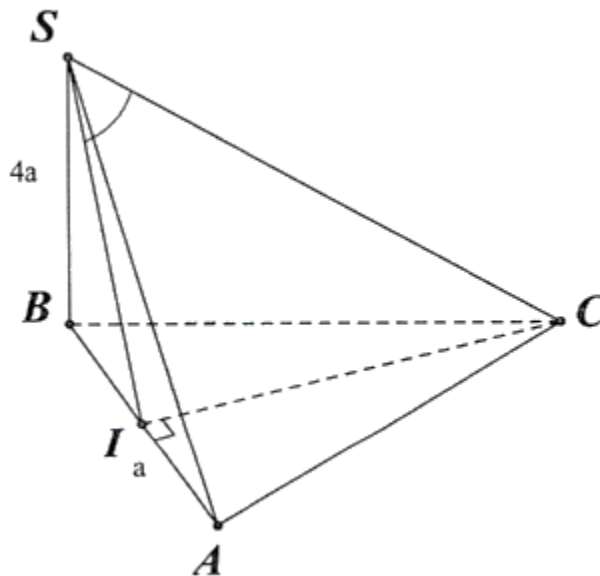
Xét $\triangle SAB$ vuông tại A : $\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow SBA = 60^\circ$

$\Rightarrow [S, BC, A] = 60^\circ$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SB \perp (ABC)$ và $SB = 4a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) ?

Trả lời: $(SC, (SAB)) \approx 12,1^\circ$

Lời giải



Kẻ $CI \perp AB \Rightarrow I$ là trung điểm AB

Ta có: $\begin{cases} CI \perp AB \\ CI \perp SB \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAB) \text{ tại } I \text{ và } SC \text{ cắt mp } (SAB) \text{ tại } S$

$\Rightarrow SI$ là hình chiếu của SC trên mp (SAB)

$$\Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SI) = CSI$$

Ta có: $IC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Ta có: $SC = \sqrt{SB^2 + BC^2} = \sqrt{(4a)^2 + a^2} = \sqrt{17}a$

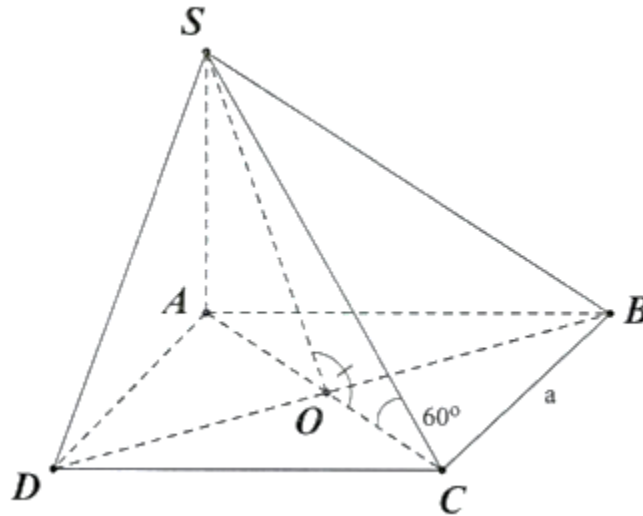
Xét $\triangle SCI$ vuông tại I : $\sin CSI = \frac{CI}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{17}a} = \frac{\sqrt{51}}{34} \Rightarrow CSI \approx 12,1^\circ$

Vậy $(SC, (SAB)) \approx 12,1^\circ$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là 60° . Tính góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$?

Trả lời: $SOC = 106,1^\circ$

Lời giải



Ta có: $SA \perp (ABCD)$ tại A và SC cắt mp $(ABCD)$ tại C

$\Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC trên mp $(ABCD)$

$$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = SCA = 60^\circ$$

Ta có: $\Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}a$

Ta có: $\begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SBD) \cap (CBD) = BD \\ \text{Trong } (CBD), CO \perp BD \Rightarrow [S, BD, C] = SOC \\ \text{Trong } (SBC), SO \perp BD \end{cases}$$

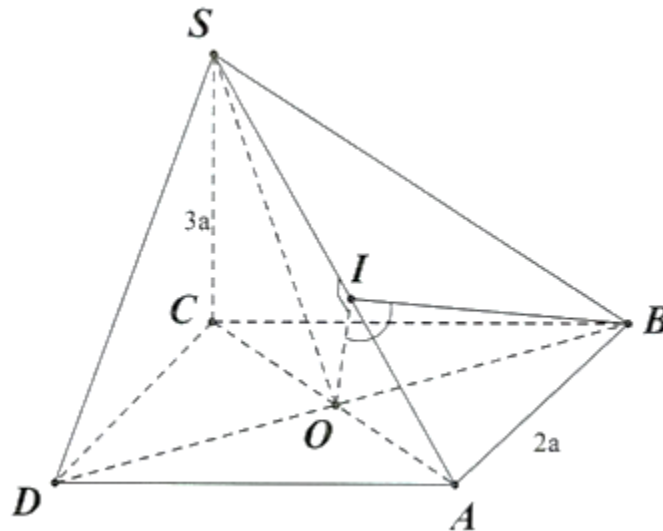
$$\text{Xét } \triangle SAO \text{ vuông tại } A: \tan SOA = \frac{SA}{AO} = \frac{a\sqrt{6}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{3} \Rightarrow SOA = 73,9^\circ$$

$$\Rightarrow SOC = 106,1^\circ$$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, $SC \perp (ABCD)$ và $SC = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[B, SA, C]$?

Trả lời: $\approx 54^\circ$

Lời giải



$$\text{Ta có: } \begin{cases} BO \perp SA \\ BO \perp AC \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SBA) \cap (SAC) = SA \\ \text{Trong } (SAC), OI \perp SA \Rightarrow [B, SA, C] = [B, SA, O] = BIO \\ \text{Trong } (SBA), BI \perp SA \end{cases}$$

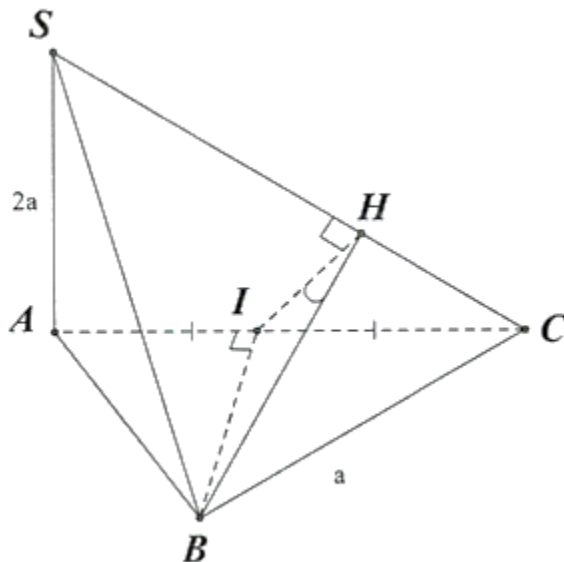
$$\text{Ta có: } \triangle IAO \sim \triangle CAS \Rightarrow \frac{OI}{SC} = \frac{OA}{SA} \Rightarrow OI = \frac{OA \cdot SC}{SA} = \frac{\sqrt{2}a \cdot 3a}{\sqrt{(3a)^2 + (2\sqrt{2}a)^2}} = \frac{3\sqrt{34}}{17}a$$

$$\text{Xét } \triangle BOI \text{ vuông tại } O: \tan BIO = \frac{BO}{OI} = \frac{a\sqrt{2}}{\frac{3\sqrt{34}}{17}a} = \frac{\sqrt{17}}{3} \Rightarrow BIO \approx 54^\circ$$

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2a$. Tính góc phẳng nhị diện $[A, SC, B]$?

Trả lời: $\approx 62,7^\circ$

Lời giải



Kẻ $BI \perp AC$

Ta có: $\begin{cases} BI \perp AC \\ BI \perp SA \end{cases} \Rightarrow BI \perp (SAC)$

Ta có: $\begin{cases} (SAC) \cap (SBC) = SC \\ \text{Trong } (SAC), IH \perp SC \Rightarrow [A, SC, B] = IHB \\ \text{Trong } (SBC), BH \perp SC \end{cases}$

Ta có:

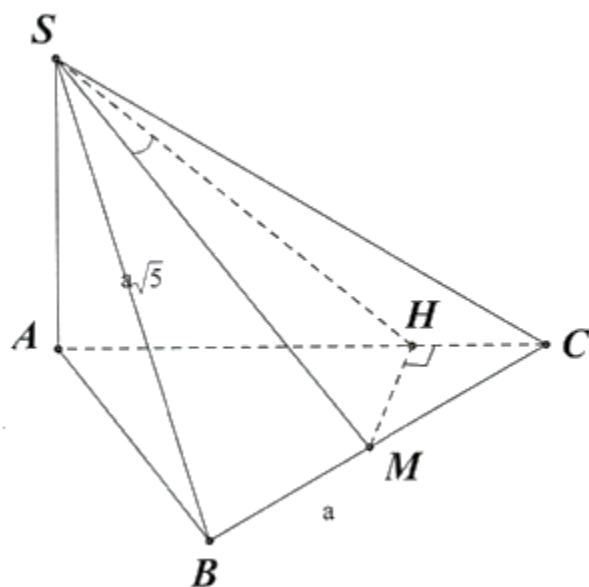
$$\triangle HCI \sim \triangle ACS \Rightarrow \frac{HI}{SA} = \frac{CI}{SC} \Rightarrow HI = \frac{SA \cdot CI}{SC} = \frac{2a \cdot \frac{a}{2}}{\sqrt{(2a)^2 + a^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}a$$

$$\text{Xét } \triangle BH \text{ vuông tại } I : \tan BHI = \frac{BI}{HI} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{5}a} = \frac{\sqrt{15}}{2} \Rightarrow BHI \approx 62,7^\circ$$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SB = a\sqrt{5}$. Gọi M là trung điểm BC . Tính góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (SAC) ?

Trả lời: $\approx 11,5^\circ$

Lời giải



Kẻ $MH \perp AC$

Ta có: $MH \perp SA \Rightarrow MH \perp (SAC)$ tại H và SM cắt mp (SAC) tại S

$\Rightarrow SH$ là hình chiếu của SM trên mp (SAC)

$$\Rightarrow (SM, (SAC)) = (SM, SH) = MSH$$

$$\text{Ta có: } HM = MC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4};$$

$$HC = MC \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{4} \Rightarrow AH = AC - HC = a - \frac{a}{4} = \frac{3a}{4}$$

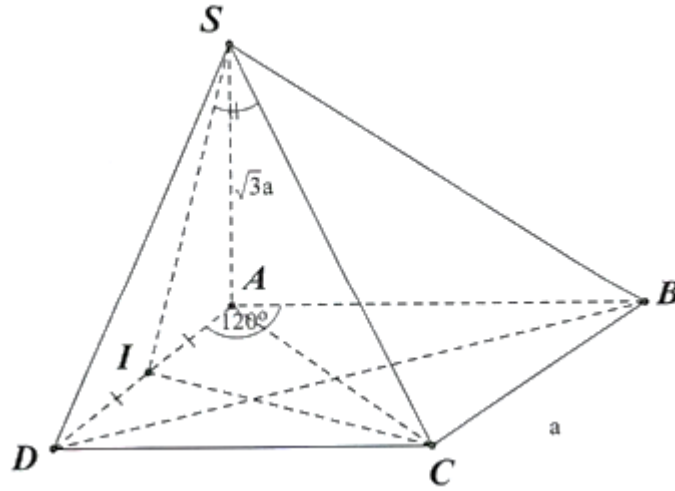
$$\text{Ta có: } SH = \sqrt{SA^2 + AH^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - a^2 + \left(\frac{3a}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{73}}{4}a$$

$$\text{Xét } \triangle SHM \text{ vuông tại } H : \tan MSH = \frac{HM}{SH} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{73}a}{4}} = \frac{\sqrt{219}}{73} \Rightarrow MSH \approx 11,5^\circ$$

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\angle BAD = 120^\circ$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \sqrt{3}a$.
 Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) ?

Trả lời: $\approx 64,3^\circ$

Lời giải



Xét $\triangle ADC$ cân tại D , có $D = 60^\circ$ nên $\triangle ADC$ đều.

Kẻ $CI \perp AD$

Ta có: $CI \perp SA \Rightarrow CI \perp (SAD)$ tại I và SC cắt mp (SAD) tại $S \Rightarrow SI$ là hình chiếu của SC trên mp (SAD)

$$\Rightarrow (SC, (SAD)) = (SC, SI) = CSI$$

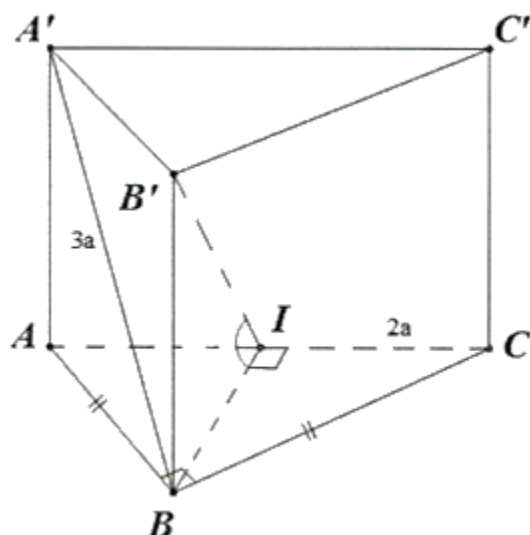
$$\text{Ta có: } SI = \sqrt{SA^2 + AI^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}a$$

$$\text{Xét } \triangle SCI \text{ vuông tại } I: \tan CSI = \frac{SI}{IC} = \frac{\frac{a\sqrt{13}}{2}}{\frac{\sqrt{3}a}{2}} = \frac{\sqrt{39}}{3} \Rightarrow CSI \approx 64,3^\circ$$

Câu 13. Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = 2a$ và $A'B = 3a$.
Tính góc phẳng nhị diện $[B', AC, B]$?

Trả lời: $69,3^\circ$

Lời giải



Ta có:
$$\begin{cases} (B'AC) \cap (ABC) = AC \\ \text{Trong } (ABC), BI \perp AC \Rightarrow [A, SC, B] = B'IB \\ \text{Trong } (B'AC), B'I \perp AC \end{cases}$$

Ta có: $BI = \frac{AC}{2} = a$

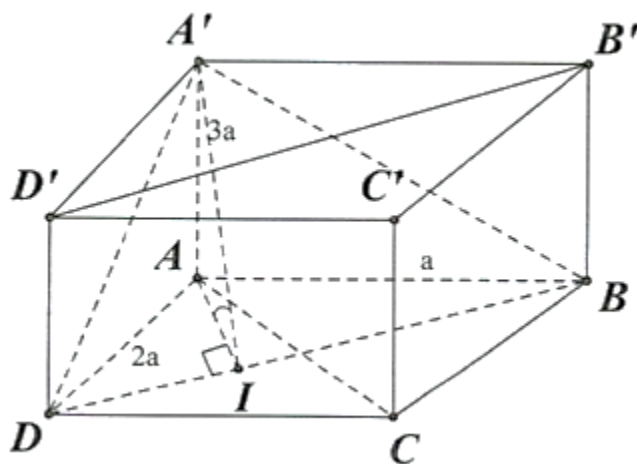
$$B'B = \sqrt{(3a)^2 - (a\sqrt{2})^2} = \sqrt{7}a$$

Xét $\triangle BB'I$ vuông tại B : $\tan B'IB = \frac{B'B}{BI} = \frac{\sqrt{7}a}{a} = \sqrt{7} \Rightarrow B'IB \approx 69,3^\circ$

Câu 14. Cho hình lăng trụ đều $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy cạnh a , góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) là 60° . Tính góc giữa đường thẳng $C'A$ và mặt phẳng $(AA'B'B)$?

Trả lời: $\approx 25,7^\circ$

Lời giải



Kẻ $AI \perp BD$. Mà $BD \perp A'A \Rightarrow BD \perp (AA'I)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (A'BD) \cap (ABD) = BD \\ \text{Trong } (ABD), AI \perp BD \\ \text{Trong } (A'BD), A'I \perp BD \end{cases}$$

$$\Rightarrow [A', BD, A] = A'IA$$

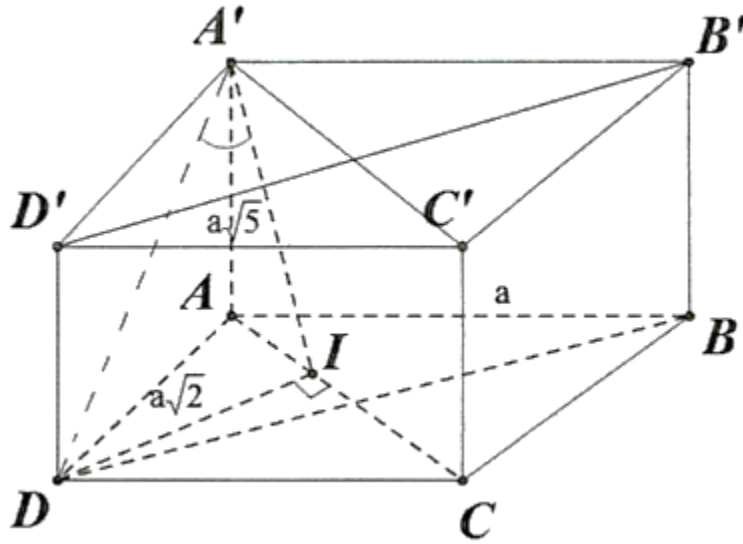
$$\text{Ta có: } AI = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{(2a)^2}}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$$

$$\text{Xét } \triangle AA'I \text{ vuông tại } A: \tan A'IA = \frac{A'A}{AI} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{2\sqrt{5}}{5}a} = \frac{3\sqrt{5}}{2} \Rightarrow A'IA \approx 73,4^\circ$$

Câu 16. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = a\sqrt{2}, AA' = a\sqrt{5}$. Tính góc giữa đường thẳng $A'D$ và mặt phẳng $(AA'C'C)$.

Trả lời: $\approx 18^\circ$

Lời giải



Kẻ $DI \perp AC$. Mà $DI \perp A'A \Rightarrow DI \perp (AA'C'C)$ tại I Và $A'D$ cắt mp $(AA'C'C)$ tại A'

$\Rightarrow A'I$ là hình chiếu của DA' trên mp $(AA'C'C)$

$\Rightarrow (DA', (AA'C'C)) = (DA', A'I) = DA'I$

$$DI = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{AD^2} + \frac{1}{DC^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(a\sqrt{2})^2} + \frac{1}{a^2}}} = \frac{\sqrt{6}}{3}a$$

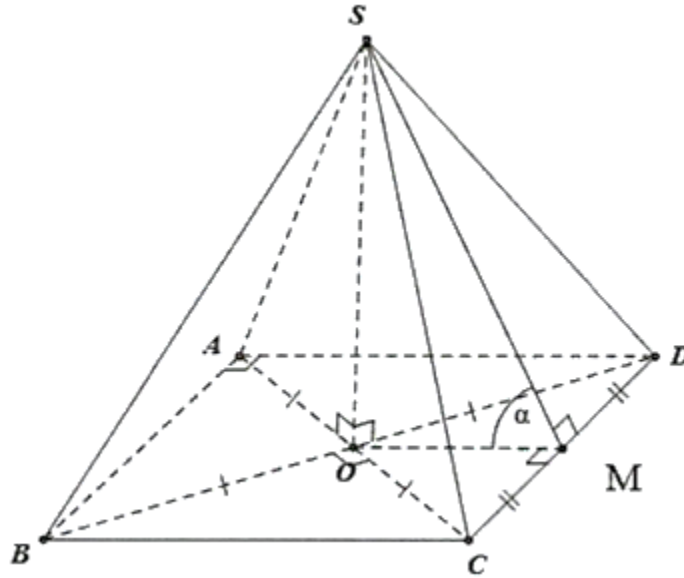
$$A'D = \sqrt{AA'^2 + AD^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 + (a\sqrt{2})^2} = \sqrt{7}a$$

$$\text{Xét } \triangle DA'I \text{ vuông tại } I : \sin IA'D = \frac{DI}{A'D} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{3}a}{\sqrt{7}a} = \frac{\sqrt{42}}{21} \Rightarrow IA'D \approx 18^\circ$$

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . M là trung điểm CD . Biết $SA = SC = SB = SD = a\sqrt{2}$, đường tròn ngoại tiếp $ABCD$ có bán kính bằng a . Gọi α là góc giữa SM và mặt đáy. Tính $\tan \alpha$?

Trả lời: $\sqrt{2}$

Lời giải



Vì các tam giác SAC cân tại S nên $SO \perp AC$;

Tương tự $SO \perp BD$

$\Rightarrow SO \perp (ABCD)$

$\Rightarrow OM$ là hình chiếu của SM lên $(ABCD)$

$\Rightarrow \overline{(SM; (ABCD))} = (SM; OM) = SMO$

Xét tam giác SMO vuông tại O , có:

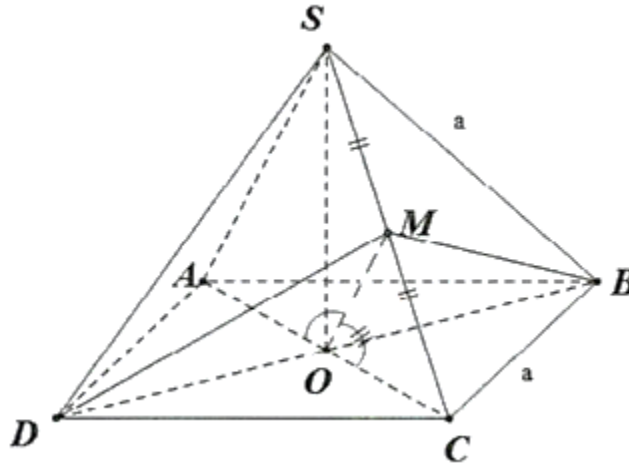
$$OM = \frac{a\sqrt{2}}{2}; SO = a$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \tan SMO = \frac{SO}{OM} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$$

Câu 18. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm SC . Tính góc phẳng nhị diện $[M, BD, A]$?

Trả lời: 135°

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp OM$

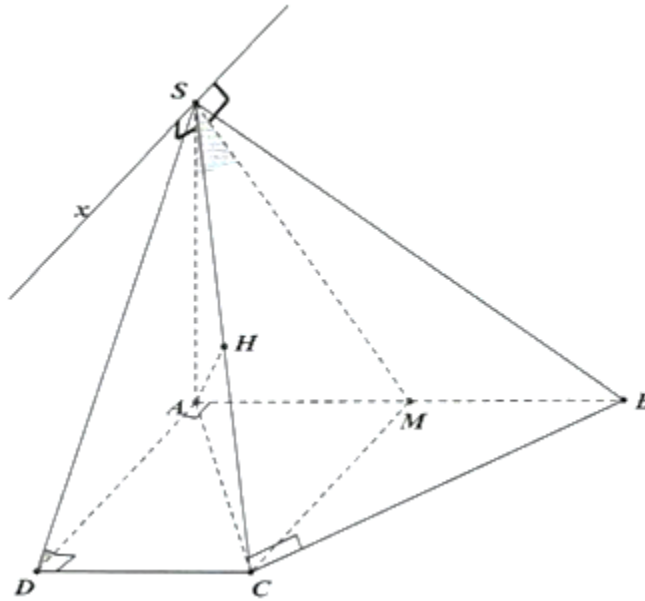
Ta có: $\begin{cases} (MBD) \cap (ABD) = BD \\ \text{Trong}(MBD), MO \perp BD \Rightarrow [M, BD, A] = MOA \\ \text{Trong}(ABD), AO \perp BD \end{cases}$

Xét $\triangle MOC$ có: $OM = MC = \frac{a}{2}, OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên $\triangle MOC$ vuông cân tại $M \Rightarrow MOC = 45^\circ \Rightarrow MOA = 135^\circ$

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $2a$. $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Trên BC lấy điểm I sao cho tam giác SDI vuông tại S . Biết góc phẳng nhị diện $[S, DI, A]$ là 60° . Tính độ dài SI .

Trả lời: $\frac{2\sqrt{55}a}{11}$

Lời giải



Ta có $AD // CM$ (dễ dàng chứng minh được).

Giao tuyến của $mp(SAD)$ và $mp(SCM)$:

$$\text{có } \begin{cases} S \in (SAD) \cap (SCM) \\ AD // CM \\ AD \subset (SAD), CM \subset (SCM) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (SAD) \cap (SCM) = Sx(Sx // AD // CM)$$

Ta có $DA \perp SA (DA \perp (SAB)) \Rightarrow SA \perp Sx$

$CM \perp (SAB)$ (vì $CM // AD$) $\Rightarrow SM \perp CM \Rightarrow SM \perp Sx$

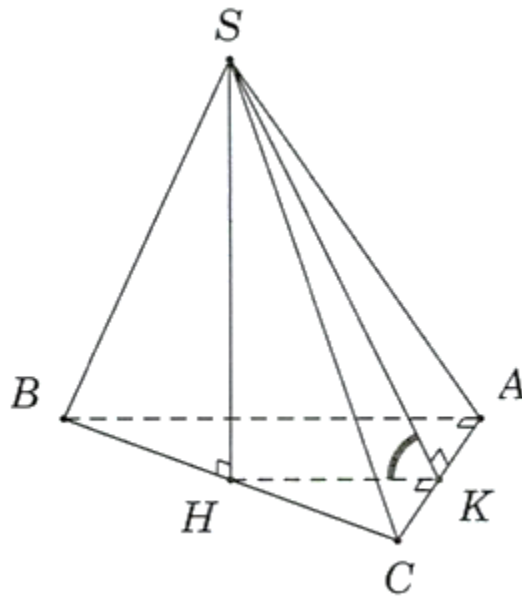
Vậy $[A, Sx, M] = ASM$.

$$\tan ASM = \frac{AM}{SA} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow ASM = 30^\circ.$$

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $ABC = 60^\circ$, tam giác SBC là tam giác đều có bằng cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Gọi φ là góc phẳng nhị diện $[S, AC, B]$. Tính $\tan \varphi$?

Trả lời: $2\sqrt{3}$

Lời giải



Gọi H là trung điểm của BC , suy ra $SH \perp BC \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Gọi K là trung điểm AC , suy ra $HK // AB$ nên $HK \perp AC$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AC \perp HK \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SHK) \Rightarrow AC \perp SK$$

Do đó $[S, AC, B] = (SK, HK) = SKH$

Tam giác vuông ABC , có $AB = BC \cdot \cos ABC = a$

$$\Rightarrow HK = \frac{1}{2} AB = \frac{a}{2}$$

Tam giác vuông SHK , có $\tan SKH = \frac{SH}{HK} = 2\sqrt{3}$.

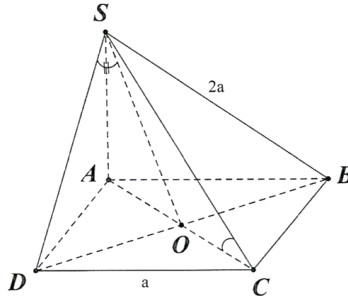
Câu 22. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SB = 2a$.
Tính:

a) Góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$?

b) Góc giữa SD và (SAC) ?

Trả lời: $(SC, (ABCD)) \approx 50,8^\circ$; $(SD, (SAC)) \approx 20,7^\circ$

Lời giải



a) Ta có: $SA \perp (ABCD)$ tại A và SC cắt $mp(ABCD)$ tại C

$\Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC trên $mp(ABCD)$

$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = SCA$

Ta có: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = \sqrt{3}a$

Xét $\triangle SAC$ vuông tại A :

$$\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{2}a} = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow SCA \approx 50,8^\circ$$

Vậy $(SC, (ABCD)) \approx 50,8^\circ$.

b) Ta có: $\begin{cases} DO \perp AC \\ DO \perp SA \end{cases} \Rightarrow DO \perp (SAC)$ tại O và SD cắt $mp(SAC)$ tại S

$\Rightarrow SO$ là hình chiếu của SD trên $mp(SAC)$

$\Rightarrow (SD, (SAC)) = (SD, SO) = DSO$

Ta có: $SD = SB = 2a$ (vì $\triangle SAB = \triangle SAD$)

$$\text{Xét } \triangle SDO \text{ vuông tại } O: \sin DSO = \frac{DO}{SD} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow DSO \approx 20,7^\circ$$

Vậy $(SD, (SAC)) \approx 20,7^\circ$.

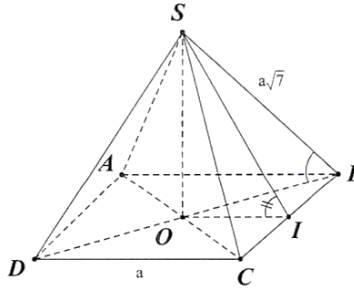
Câu 23. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy tâm O cạnh a và cạnh bên là $a\sqrt{7}$.

a) Tính góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy?

b) Tính góc phẳng nhị diện $[S, BC, O]$?

Trả lời: a) $\approx 74,5^\circ$; b) $[S, BC, O] \approx 78,9^\circ$.

Lời giải



a) Ta có: $SO \perp (ABCD)$ tại O và SB cắt $mp(ABCD)$ tại B

$\Rightarrow OB$ là hình chiếu của SB trên $mp(ABCD)$

$\Rightarrow (SB, (ABCD)) = (SB, OB) = SBO$

Ta có: $OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét $\triangle SOB$ vuông tại O : $\cos SBO = \frac{BO}{SB} = \frac{\frac{\sqrt{2}a}{2}}{\sqrt{7}a} = \frac{\sqrt{14}}{14} \Rightarrow SBO \approx 74,5^\circ \Rightarrow (SB, (ABCD)) \approx 74,5^\circ$.

b) Ta có: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ \text{Trong}(ABCD), OI \perp BC \Rightarrow [S, BC, O] = SIO \\ \text{Trong}(SBC), SI \perp BC \end{cases}$

Ta có: $OI = \frac{a}{2}, SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{(a\sqrt{7})^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2}a$

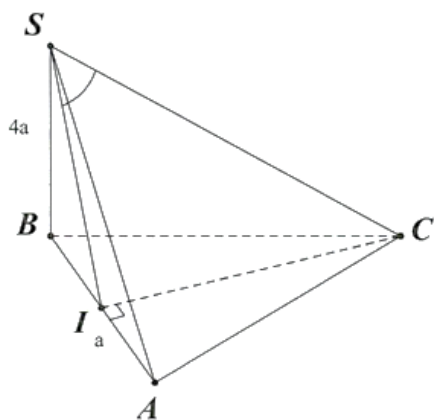
Xét $\triangle SOI$ vuông tại O : $\tan SIO = \frac{SO}{OI} = \frac{\frac{\sqrt{26}a}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{26} \Rightarrow SIO \approx 78,9^\circ$

$\Rightarrow [S, BC, O] \approx 78,9^\circ$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SB \perp (ABC)$ và $SB = 4a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) ?

Trả lời: $(SC, (SAB)) \approx 12,1^\circ$

Lời giải



Kẻ $CI \perp AB \Rightarrow I$ là trung điểm AB

Ta có: $\begin{cases} CI \perp AB \\ CI \perp SB \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAB)$ tại I và SC cắt $mp(SAB)$ tại S

$\Rightarrow SI$ là hình chiếu của SC trên $mp(SAB)$

$\Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SI) = CSI$

Ta có: $IC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Ta có: $SC = \sqrt{SB^2 + BC^2} = \sqrt{(4a)^2 + a^2} = \sqrt{17}a$

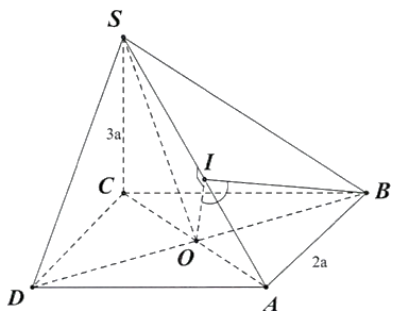
Xét $\triangle SCI$ vuông tại I : $\sin CSI = \frac{CI}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{17}a} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{51}}{34} \Rightarrow CSI \approx 12,1^\circ$

Vậy $(SC, (SAB)) \approx 12,1^\circ$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, $SC \perp (ABCD)$ và $SC = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[B, SA, C]$?

Trả lời: $\approx 54^\circ$

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} BO \perp SC \\ BO \perp AC \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC)$

Ta có: $\begin{cases} (SBA) \cap (SAC) = SA \\ \text{Trong}(SAC), OI \perp SA \Rightarrow [B, SA, C] = [B, SA, O] = BIO \\ \text{Trong}(SBA), BI \perp SA \end{cases}$

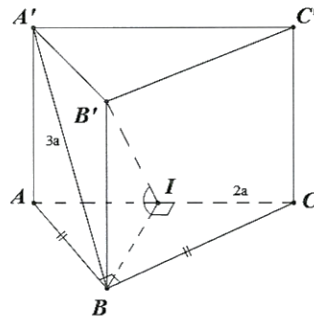
Ta có: $\Delta IAO \sim \Delta CAS \Rightarrow \frac{OI}{SC} = \frac{OA}{SA} \Rightarrow OI = \frac{OA \cdot SC}{SA} = \frac{\sqrt{2}a \cdot 3a}{\sqrt{(3a)^2 + (2\sqrt{2}a)^2}} = \frac{3\sqrt{34}}{17}a$

Xét ΔBOI vuông tại O: $\tan BIO = \frac{BO}{OI} = \frac{a\sqrt{2}}{\frac{3\sqrt{34}}{17}a} = \frac{\sqrt{17}}{3} \Rightarrow BIO \approx 54^\circ$.

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AC = 2a$ và $A'B = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[B', AC, B]$?

Trả lời: $\approx 69,3^\circ$

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} (B'AC) \cap (ABC) = AC \\ \text{Trong}(ABC), BI \perp AC \Rightarrow [A, SC, B] = B'IB \\ \text{Trong}(B'AC), B'I \perp AC \end{cases}$

Ta có: $BI = \frac{AC}{2} = a$

$B'B = \sqrt{(3a)^2 - (a\sqrt{2})^2} = \sqrt{7}a$

Xét $\Delta BB'I$ vuông tại B: $\tan B'IB = \frac{B'B}{BI} = \frac{\sqrt{7}a}{a} = \sqrt{7} \Rightarrow B'IB \approx 69,3^\circ$

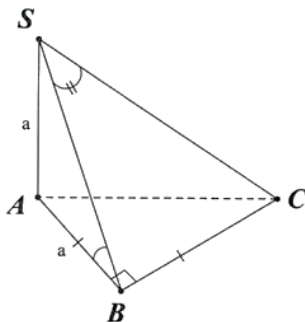
Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy. ABC là tam giác vuông cân tại B. Cho độ dài các cạnh $SA = AB = a$. Tính:

a) Góc giữa đường thẳng SB và (ABC) ?

b) Góc giữa SC và (SAB) ?

Trả lời: $(SB, (ABC)) = 45^\circ$; $(SC, (SAB)) \approx 35,3^\circ$

Lời giải



a) Ta có: $SA \perp (ABC)$ tại A và SB cắt $mp(ABC)$ tại B

$\Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB trên $mp(ABC)$

$\Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, AB) = SBA$.

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A : $\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow SBA = 45^\circ$

Vậy $(SB, (ABC)) = 45^\circ$.

b) Ta có: $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB)$

tại B và SC cắt $mp(SAB)$ tại S

$\Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC trên $mp(SAB)$

$\Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SB) = BSC$

Ta có: $SB = a\sqrt{2}$ (vì tam giác SAB vuông cân tại A)

Xét $\triangle SBC$ vuông tại B : $\tan BSC = \frac{CB}{SB} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BSC \approx 35,3^\circ$.

Vậy $(SC, (SAB)) \approx 35,3^\circ$.

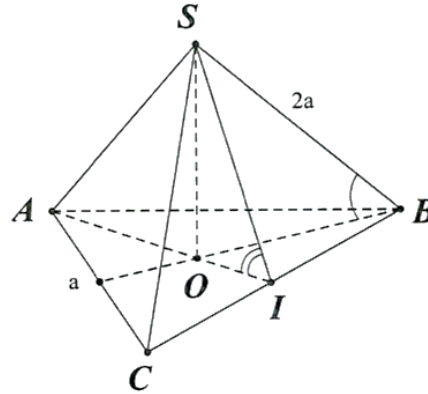
Câu 28. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy tâm O , cạnh a và cạnh bên là $2a$.

a) Tính góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy?

b) Tính góc phẳng nhị diện $[S, BC, O]$?

Trả lời: a) $\approx 73,2^\circ$ b) $[S, BC, O] \approx 81,4^\circ$

Lời giải



a) Ta có: $SO \perp (ABC)$ tại O và SB cắt $mp(ABC)$ tại B

$\Rightarrow OB$ là hình chiếu của SB trên $mp(ABC)$

$\Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, OB) = SBO$

Ta có: $OB = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Xét $\triangle SOB$ vuông tại O : $\cos SBO = \frac{BO}{SB} = \frac{\frac{\sqrt{3}a}{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow SBO \approx 73,2^\circ$

Vậy $(SB, (ABC)) \approx 73,2^\circ$.

b) Ta có:
$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ \text{Trong}(ABC), OI \perp BC \Rightarrow [S, BC, O] = SIO \\ \text{Trong}(SBC), SI \perp BC \end{cases}$$

Ta có: $OI = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{33}}{3}a$

Xét $\triangle SOI$ vuông tại O : $\tan SIO = \frac{SO}{OI} = \frac{\frac{\sqrt{33}}{3}a}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = 2\sqrt{11} \Rightarrow SIO \approx 81,4^\circ \Rightarrow [S, BC, O] \approx 81,4^\circ$.

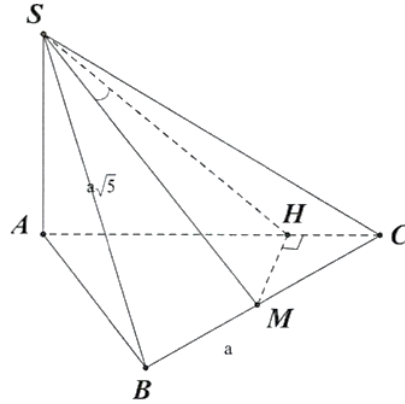
Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$. Biết $AB = a$, $SC = a\sqrt{5}$.

a) Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) ?

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SB = a\sqrt{5}$. Gọi M là trung điểm BC . Tính góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (SAC) ?

Trả lời: $\approx 11,5^\circ$

Lời giải



Kẻ $MH \perp AC$

Ta có: $MH \perp SA \Rightarrow MH \perp (SAC)$ tại H và SM cắt $mp(SAC)$ tại S

$\Rightarrow SH$ là hình chiếu của SM trên $mp(SAC)$

$\Rightarrow (SM, (SAC)) = (SM, SH) = MSH$

Ta có: $HM = MC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$;

$HC = MC \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{4} \Rightarrow AH = AC - HC = a - \frac{a}{4} = \frac{3a}{4}$

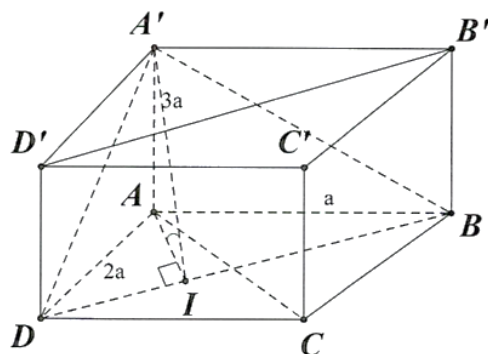
Ta có: $SH = \sqrt{SA^2 + AH^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - a^2 + \left(\frac{3a}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{73}}{4}a$

Xét $\triangle SHM$ vuông tại H : $\tan MSH = \frac{HM}{SH} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{73}a}{4}} = \frac{\sqrt{219}}{73} \Rightarrow MSH \approx 11,5^\circ$.

Câu 31. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$?

Trả lời: $\approx 73,4^\circ$

Lời giải



Kẻ $AI \perp BD$

Mà $BD \perp A'A \Rightarrow BD \perp (AA'I)$

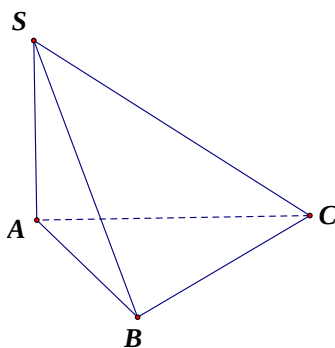
Ta có: $\begin{cases} (A'BD) \cap (ABD) = BD \\ \text{Trong } (ABD), AI \perp BD \\ \text{Trong } (A'BD), A'I \perp BD \end{cases} \Rightarrow [A', BD, A] = A'IA$

$$\text{Ta có: } AI = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{(2a)^2}}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$$

$$\text{Xét } \triangle AA'I \text{ vuông tại } A: \tan A'IA = \frac{A'A}{AI} = \frac{3a}{\frac{2\sqrt{5}}{5}a} = \frac{3\sqrt{5}}{2} \Rightarrow A'IA \approx 73,4^\circ.$$

©. Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) là góc nào sau đây?



A. SBA .

B. SCA .

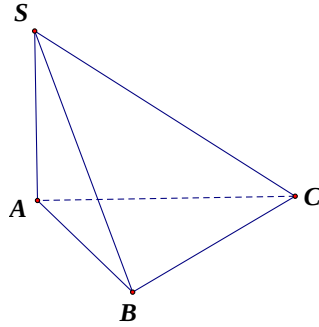
C. SAC .

D. SAB .

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có $\triangle ABC$ vuông tại B và $SA \perp (ABC)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là góc nào sau đây?



A. SAC .

B. CSA .

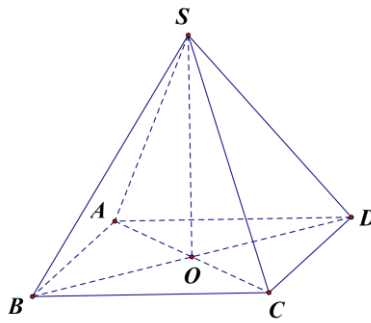
C. CSB .

D. SCB .

Lời giải

Chọn C

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBD) là góc nào sau đây ?



A. ASO .

B. ASB .

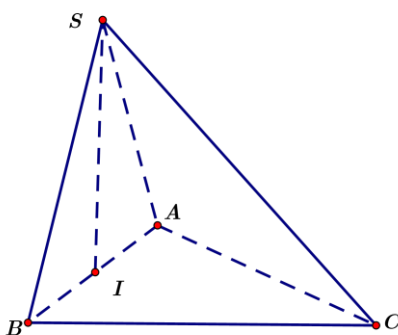
C. ASD .

D. AOS .

Lời giải

Chọn A

Câu 4: Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy. Biết $\triangle SAB$ cân tại S . Hỏi góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng bao nhiêu?



- A. 30° .
C. 60° .

- B. 45° .
D. 90° .

Lời giải

Chọn B

Câu 5: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Khi đó góc giữa AC và mặt phẳng $ABB'A'$ bằng

- A. 60° .
C. 45° .

- B. 75° .
D. 30° .

Lời giải

Chọn A

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a . $\triangle ABC$ cân tại A , SA vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng BC với mặt phẳng (SAB) .

- A. 30° .
C. 60° .

- B. 45° .
D. 90° .

Lời giải

Chọn C

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tam giác ABC vuông tại B và M là trung điểm của BC . Khi đó góc nhị diện $[S, BC, A]$ là góc nào sau đây?

- A. SBA .
C. SCA .

- B. SMA .
D. ASB .

Lời giải

Chọn A

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với đáy. Gọi I, J, K lần lượt là hình chiếu của A lên các cạnh SB, SC, SD . Khi đó góc phẳng nhị diện $[I, SA, K]$ là góc nào dưới đây?

- A. IAK .

- B. ISK .

C. BAD .

D. BSC .

Lời giải

Chọn C

Câu 9: Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc. Góc phẳng nhị diện $[B, SA, C]$ bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn D

Câu 10: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = a$. Góc phẳng nhị diện $[B, AA', C]$ có số đo:

A. 30° .

B. 60° .

C. 120° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc nào sau đây?

A. SDA .

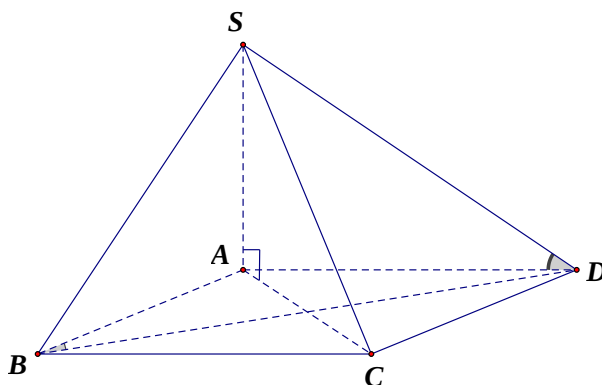
B. DSA .

C. SCD .

D. SDC .

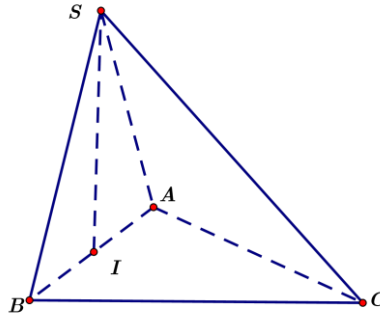
Lời giải

Chọn A



AD là hình chiếu của SD lên mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow (SD, (ABCD)) = (SD, AD) = SDA$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a$, $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ và hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm I của AB . Tính số đo góc giữa đường thẳng SI và mặt phẳng (ABC) .



A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

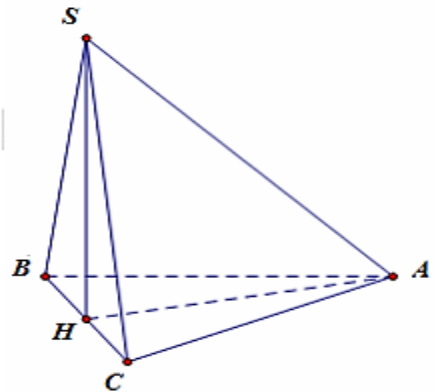
D. 90°

Lời giải

Chọn D

$$SI \perp (ABC) \Rightarrow (SI, (ABC)) = 90^\circ$$

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Biết tam giác SBC là tam giác đều.



Tính số đo của góc giữa SC và (ABC) .

A. 60° .

B. 75° .

C. 45° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết ta có $SH \perp (ABC)$ suy ra HC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng (ABC) . Do đó $(SC, (ABC)) = (SC, HC) = SCH = 60^\circ$ (Do tam giác SBC là tam giác đều).

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Gọi H là hình chiếu của S lên BD . Góc phẳng nhị diện $[S, BD, A]$ là

A. SOA.

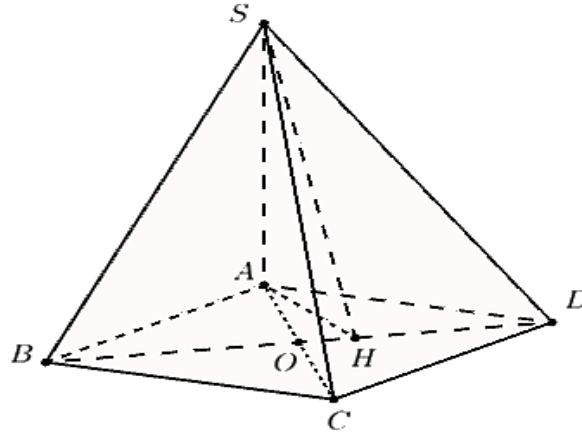
B. SBA.

C. SHA.

D. SDA.

Lời giải

Chọn C



Ta có $SH \perp BD$ và $AH \perp BD$ suy ra SHA là góc phẳng nhị diện $[S, BD, A]$.

Câu 15: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Góc phẳng nhị diện $[B, AA', C]$ có số đo bằng

A. 30° .

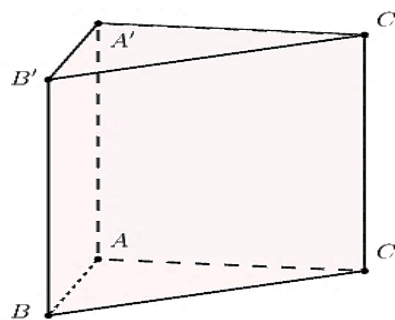
B. 45° .

C. 60° .

D. 90°

Lời giải

Chọn D



Ta có $BA \perp AA'$ và $CA \perp AA'$ suy ra BAC là góc phẳng nhị diện $[B, AA', C]$ và bằng 90° .

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD . Góc phẳng nhị diện $[S, AB, K]$ là

A. SHK.

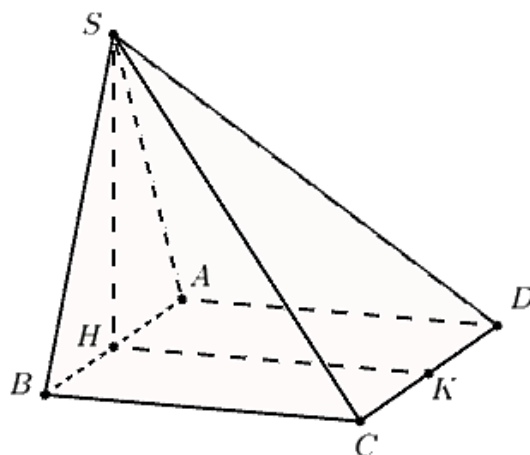
B. SAK.

C. SAC.

D. SAD.

Lời giải

Chọn A



Ta có $SH \perp AB$ và $KH \perp AB$, suy ra SHK là góc phẳng nhị diện $[S, AB, K]$.

Câu 17: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi H là hình chiếu của B lên $A'C$. Góc phẳng nhị diện $[B, A'C, D]$ là

A. BHD .

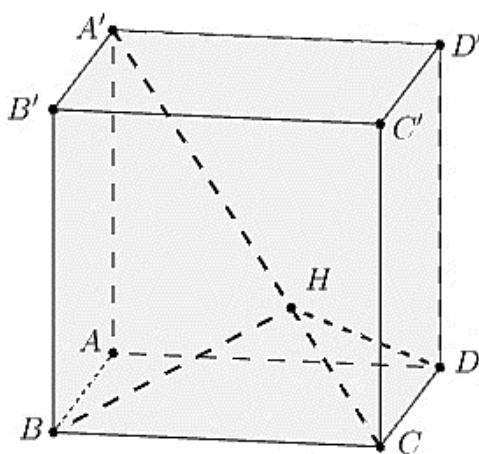
B. BCD .

C. $BA'D$.

D. BAD .

Lời giải

Chọn A



Ta có $BH \perp A'C$ và $DH \perp A'C$ suy ra BHD là góc phẳng nhị diện $[B, A'C, D]$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $SA \perp (ABC)$. Góc phẳng nhị diện $[B, SA, C]$ có số đo bằng

A. 30° .

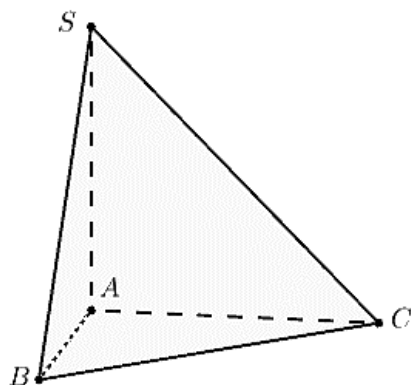
B. 45° .

C. 60° .

D. 90°

Lời giải

Chọn D



Ta có $BA \perp SA$ và $CA \perp SA$ suy ra BAC là góc phẳng nhị diện $[B, SA, C]$ và bằng 90° .

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3}$, $AB = a$. Tính góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) .

A. 30° .

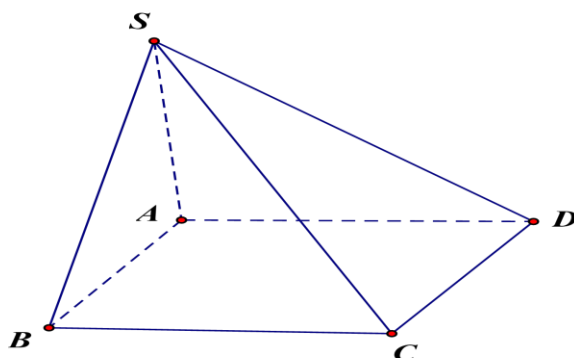
B. 60° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A



Ta có: $AD \perp AB$ (1)

Mặt khác $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AD$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow SA$ là hình chiếu của SD lên (SAB)

$\Rightarrow (SD, (SAB)) = (SD, SA) = DSA$.

Ta có: $\triangle SAD$ vuông tại $A \Rightarrow \tan DSA = \frac{AD}{SA} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow DSA = 30^\circ$.

Câu 20: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Các góc phẳng nhị diện của một góc nhị diện có số đo phụ thuộc vào vị trí của đỉnh góc.

B. Số đo góc nhị diện không vượt quá 90° .

C. Góc phẳng nhị diện của góc nhị diện là góc có đỉnh nằm trên cạnh của góc nhị diện, hai cạnh lần lượt nằm trên hai mặt của nhị diện và vuông góc với cạnh của nhị diện.

D. Góc nhị diện chính là góc giữa hai mặt phẳng.

Lời giải

Chọn C

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $(ABCD)$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Góc giữa cạnh SC và mặt phẳng (SAD) là góc nào sau đây?

A. SCA .

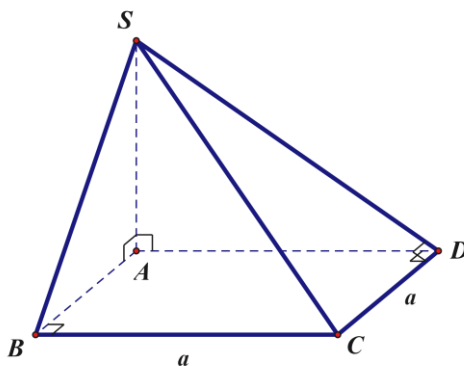
B. CSA .

C. SCD .

D. CSD .

Lời giải

Chọn D



Ta có: $SC \cap (SAD) = \{S\}$ (1).

Mặt khác:
$$\left. \begin{array}{l} CD \perp AD \\ CD \perp SA \\ AD \cap SA = \{A\} \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (SAD), \text{ tức là } D \text{ là hình chiếu vuông góc của } C \text{ lên } (SAD) \text{ (2)}$$

Từ (1), (2) suy ra SD là hình chiếu vuông góc của SC lên (SAD) .

Vậy góc giữa cạnh SC và mặt phẳng (SAD) là CSD .

Câu 22: Cho tam giác ABC vuông cân tại A và $BC = a$. Trên đường thẳng qua A vuông góc với (ABC) lấy

điểm S sao cho $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính số đo giữa đường thẳng SB và (SAC) .

A. 30° .

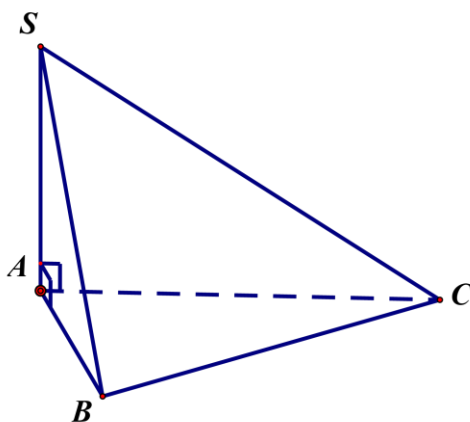
B. 60° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A



Có $\left. \begin{matrix} AB \perp SA \\ AB \perp AC \end{matrix} \right\} \Rightarrow AB \perp (SAC)$, suy ra SA là hình chiếu vuông góc của SB trên (SAC) .

Vì tam giác SAB vuông tại A nên BSA nhọn.

Suy ra góc giữa SB và (SAC) bằng góc giữa SB và SA và bằng BSA .

Tam giác ABC vuông cân tại A , suy ra $AB = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Có $\tan BSA = \frac{AB}{SA} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow BSA = 30^\circ$.

Câu 23: Hiện nay quy định cầu thang cho người khuyết tật dùng xe lăn có độ dốc không lớn hơn 1:10 (tỷ lệ chiều cao trên đáy cầu thang). Để phù hợp với tiêu chuẩn ấy thì đáy cầu thang có chiều dài tối thiểu là bao nhiêu khi biết chiều cao của cầu thang là 0.35m?



A. 25(m).

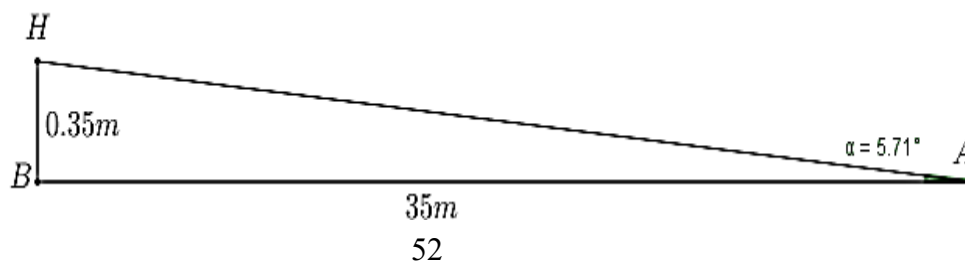
B. 35(m).

C. 45(m).

D. 50(m).

Lời giải

Chọn B



Ta có $\frac{BH}{BA} \leq \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{0.35}{BA} \leq \frac{1}{10} \Rightarrow BA \geq 35$, nên chiều dài tối thiểu của đáy cầu thang là 35(m).

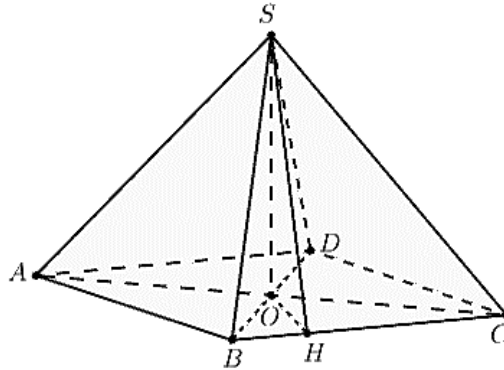
Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a tâm O , $SO \perp (ABCD)$,

$SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}, OB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Góc phẳng nhị diện $[A, BC, S]$ có số đo bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90°

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu của S lên BC . Ta có $SH \perp BC$ và $OH \perp BC$ suy ra SHO là góc phẳng nhị diện $[A, BC, S]$.

Ta có $OC = \sqrt{BC^2 - OB^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$, $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Trong tam giác vuông SHO ta có $\tan SHO = \frac{SO}{OH} = \sqrt{3}$.

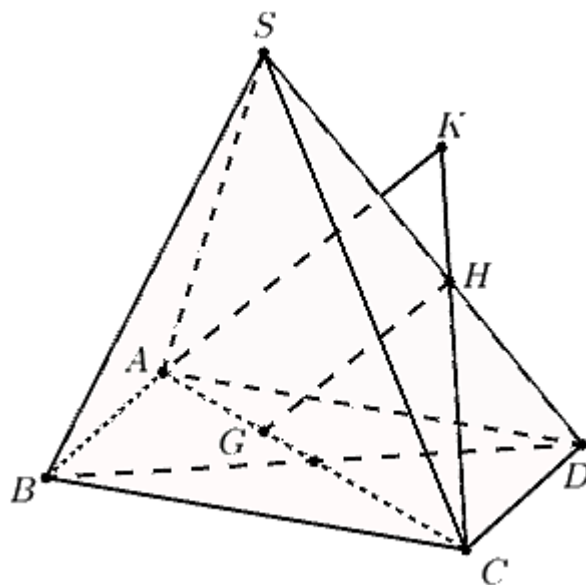
Suy ra $SHO = 60^\circ$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $SA = SB = SD = a$, $BAD = 60^\circ$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SCD) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90°

Lời giải

Chọn B



Dễ thấy hình chóp $S.ABD$ đều. Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABD$. Khi đó $SG \perp (ABCD)$.

Do $\triangle ABD$ đều nên $GD \perp CD \Rightarrow CD \perp (SGD)$. Kẻ $GH \perp SD$, ($H \in SD$).

Khi đó: $GH \perp (SCD) \Rightarrow d(G, (SCD)) = GH$.

$$\text{Ta có: } GD = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SG = \sqrt{SD^2 - GD^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Xét } \triangle SGD \text{ vuông tại } G : GH \cdot SD = SG \cdot GD \Rightarrow GH = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

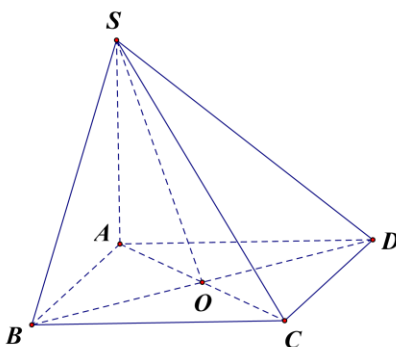
$$\text{Mà } d(A, (SCD)) = \frac{AC}{GC} \cdot d(G, (SCD)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Gọi K là hình chiếu của A lên (SCD) . Khi đó góc giữa SA và mặt phẳng (SCD) là ASK .

$$\text{Xét } \triangle ASK \text{ vuông tại } K \text{ thì: } \sin ASK = \frac{AK}{SA} = \frac{a\sqrt{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow ASK = 45^\circ.$$

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$ và

$BD = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa SB và (SAD) . Tính $\cos \alpha$.



A. $\frac{1}{2}$.

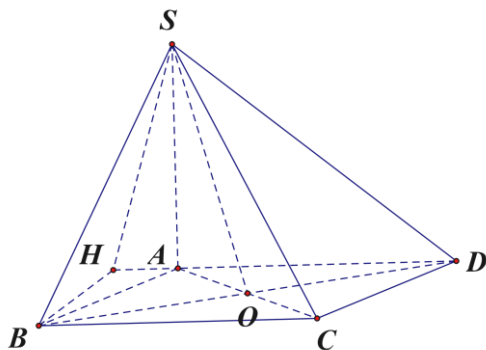
B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn D



Từ B kẻ $BH \perp AD$ tại H . Khi đó ta có: $BH \perp (SAD) \Rightarrow$ hình chiếu vuông góc của SB lên (SAD) chính là $SH \Rightarrow (SB, (SAD)) = (SB, SH) = BSH$

$$BD = a\sqrt{3} \Rightarrow BO = a \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos ABO = \frac{BO}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow ABO = 30^\circ = ADO$$

$$\Rightarrow BH = BD \cdot \sin BAD = a \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Lại có: } SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow \sin SBH = \frac{BH}{SB} = \frac{\sqrt{6}}{4} \Rightarrow \cos SBH = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

Câu 27: Ở các thành phố lớn, để giảm tình trạng tắc nghẽn giao thông và nhằm đảm bảo an toàn thì ở các ngã tư người ta thường xây dựng các cầu vượt dành cho người đi bộ. Hỏi những phương tiện tham gia giao thông phải có chiều cao như thế nào để di chuyển an toàn bên dưới cầu vượt. Biết rằng đường dẫn lên cầu dài 12 mét và hợp với đường một góc 30° .

A. dưới 6 mét.

B. dưới 7m.

C. dưới 12m.

D. dưới 13m.

Lời giải

Chọn A



Khoảng cách từ mặt đường đến cầu vượt là: $BH = AB \cdot \sin 30^\circ = 6(m)$

Vậy những phương tiện tham gia giao thông chiều cao phải nhỏ hơn 6 mét.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = a\sqrt{2}$.

Tính góc giữa SC và (SAB) .

A. 30° .

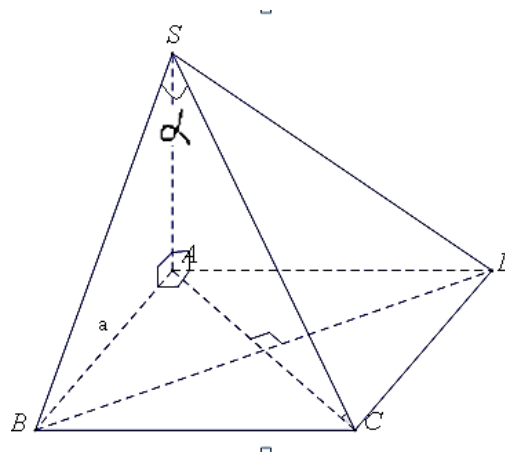
B. 45° .

C. 60° .

D. 75° .

Lời giải

Chọn A



Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$

$ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AB \perp BC$, do đó $BC \perp (SAB) \Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SB) = CSB$

$$\Delta SAB \text{ vuông} \Rightarrow SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + a^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow \tan CSB = \frac{BC}{SB} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ.$$

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi H là hình chiếu của A trên BC . Biết ΔABC vuông tại

A , $\angle ABC = 30^\circ$, $AC = a$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính số đo góc nhị diện $[S, BC, A]$

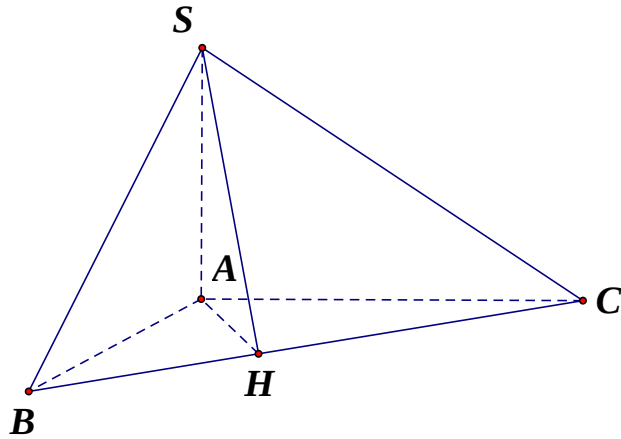
A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 75° .

Chọn B



Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$, theo giả thiết $AH \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAH)$
 $\Rightarrow [S, BC, A] = SHA$

Vì tam giác ABC vuông tại A nên ta có: $\tan ABC = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AB = \frac{AC}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}$

Khi đó: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Tam giác SAH vuông tại A có $SA = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{SHA} = 45^\circ$

Câu 30: Anh Hùng muốn xây 1 nhà kho lợp mái tôn như hình vẽ sau:



Biết góc nhị diện tạo bởi 2 mái nhà bằng 120° , 2 mái nhà là 2 hình chữ nhật bằng nhau, chiều rộng và chiều dài ngôi nhà lần lượt là 4m và 6m. Phần dư ra của mái tôn so với ngôi nhà mỗi chiều là 30cm. Bên thi công báo đơn giá lợp mái với anh Hùng là $740.000 \text{ đồng}/m^2$. Hỏi số tiền làm mái nhà kho của anh Hùng gần nhất với đáp án nào sau đây?

- A.** 12 triệu đồng.
B. 13 triệu đồng.
C. 10 triệu đồng.
D. 15 triệu đồng.

Lời giải

Chọn B



Theo giả thiết: $BC = m$, $EF = 6.6m$, $AF = 30cm = 0.3m$, $FG = AB + 0.3$ (m), $BAC = 120^\circ$, $AB = AC$

$$\text{Khi đó ta có: } BC^2 = 2AB^2 - 2AB^2 \cdot \cos BAC = 3AB^2 \Rightarrow AB = \frac{BC\sqrt{3}}{3} \approx 2.31(m)$$

$$\Rightarrow FG \approx 2.31 + 0.3 = 2.61(m); EF = 6.6(m) \Rightarrow S_{EFGH} \approx 6.6 \times 2.61 \approx 17.23(m^2)$$

Vậy giá thành để làm mái tôn nhà kho của anh Hùng là: $17.23 \times 740000 = 12750200$ (đồng)