

## MỤC LỤC

▶ <b>BÀI 2. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN</b> .....	2
Ⓐ. <b>Tóm tắt kiến thức</b> .....	2
Ⓑ. <b>Phân dạng toán cơ bản</b> .....	3
♦ Dạng ①: Hệ trục tọa độ trong không gian.....	3
♦ Dạng ②: Tọa độ của điểm và vectơ trong không gian.....	5
♦ Dạng ③: Ứng dụng thực tế.....	6
Ⓒ. <b>Dạng toán rèn luyện</b> .....	8
♦ Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	8
♦ Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	18
♦ Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	41

**A. Tóm tắt kiến thức**

**1. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN**

- ✓ Trong không gian, ba trục  $Ox, Oy, Oz$  đôi một vuông góc với nhau tại gốc  $O$  của mỗi trục.
- ✓ Gọi  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục  $Ox, Oy, Oz$ .
- ✓ Hệ ba trục như vậy được gọi là hệ trục tọa độ Descartes vuông góc  $Oxyz$ , hay đơn giản là hệ tọa độ  $Oxyz$ .
- ✓ Điểm  $O$  được gọi là gốc tọa độ.
- ✓ Các mặt phẳng  $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$  đôi một vuông góc với nhau được gọi là các mặt phẳng tọa độ.
- ✓ Không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  còn được gọi là không gian  $Oxyz$ .

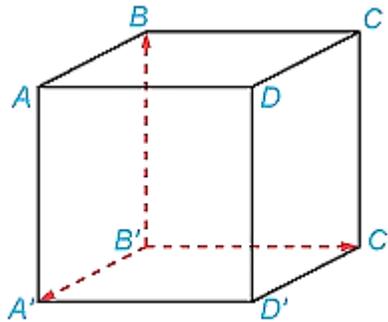
**2. TỌA ĐỘ CỦA ĐIỂM, TỌA ĐỘ CỦA VECTO TRONG KHÔNG GIAN**

- ✓ Trong không gian  $Oxyz$ , cho một điểm  $M$  tùy ý. Bộ ba số  $(x; y; z)$  duy nhất sao cho  $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  được gọi là tọa độ của điểm  $M$  đối với hệ tọa độ  $Oxyz$ . Khi đó, ta viết  $M = (x; y; z)$  hoặc  $M(x; y; z)$ , trong đó  $x$  là hoành độ,  $y$  là tung độ và  $z$  là cao độ của  $M$ .
- ✓ Trong không gian  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{a}$  tùy ý. Bộ ba số  $(x; y; z)$  duy nhất sao cho  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  được gọi là tọa độ của vectơ  $\vec{a}$  đối với hệ tọa độ  $Oxyz$ . Khi đó, ta viết  $\vec{a} = (x; y; z)$  hoặc  $\vec{a}(x; y; z)$ .
- ✓ Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(x_M; y_M; z_M)$  và  $N(x_N; y_N; z_N)$ .
- ✓ Khi đó:  $\overrightarrow{MN} = (x_N - x_M; y_N - y_M; z_N - z_M)$ .

**♦ Dạng 1: Hệ trục tọa độ trong không gian**

**☞ Các ví dụ minh họa**

**Câu 1:** Cho hình lập phương  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có độ dài mỗi cạnh bằng 1 (H.2.36). Có thể lập một hệ tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với đỉnh  $B'$  và các vectơ  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  lần lượt là các vectơ  $\overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{B'B}$  không? **giải** thích vì sao.



Hình 2.36

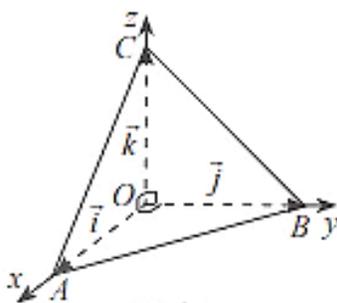
**Lời giải**

- ♦ Hình lập phương  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có các cạnh  $B'A', B'C'$  và  $B'B$  đôi một vuông góc với nhau.
- ♦ Vì hình lập phương có độ dài mỗi cạnh bằng 1 nên các vectơ  $\overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{B'B}$  cùng có điểm đầu là  $B'$  và đều có độ dài bằng 1.
- ♦ Từ các điều trên, suy ra có thể lập một hệ tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với đỉnh  $B'$  và các vectơ  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  lần lượt là các vectơ  $\overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{B'B}$ .

**Câu 2:** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc và có độ dài bằng 1. Vẽ hệ trục tọa độ  $Oxyz$  có gốc là  $O$ , các điểm  $A, B, C$  lần lượt nằm trên các tia  $Ox, Oy, Oz$  và chỉ ra các vectơ đơn vị trên các trục tọa độ.

**Lời giải**

- ♦ Với  $O$  là gốc tọa độ, ta vẽ được các trục  $Ox, Oy, Oz$  như Hình 3.
- ♦ Ba vectơ đơn vị trên ba trục lần lượt là  $\vec{i} = \overrightarrow{OA}, \vec{j} = \overrightarrow{OB}, \vec{k} = \overrightarrow{OC}$



Hình 3

### Lời giải

♦ Với  $O$  là gốc tọa độ, ta vẽ được các trục  $Ox, Oy, Oz$  như Hình 3.

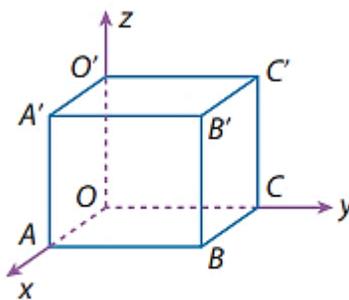
♦ Ba vectơ đơn vị trên ba trục lần lượt là  $\vec{i} = \overrightarrow{OA}, \vec{j} = \overrightarrow{OB}, \vec{k} = \overrightarrow{OC}$

**Câu 3:** Cho hình hộp chữ nhật  $OABC \cdot O'A'B'C'$ . Hệ tọa độ  $Oxyz$  được chọn sao cho các tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt chứa các điểm  $A, C, O'$  (Hình 2.30).

a) Mặt bên  $OCC'O'$  nằm trong mặt phẳng tọa độ nào?

b)  $Ox$  có vuông góc với mặt bên  $OCC'O'$  không?

c) Mặt bên  $OAA'O'$  có vuông góc với mặt phẳng tọa độ ( $Oxy$ ) không?



Hình 2.30

### Lời giải

a) Mặt bên  $OCC'O'$  nằm trong mặt phẳng tọa độ ( $Oyz$ ).

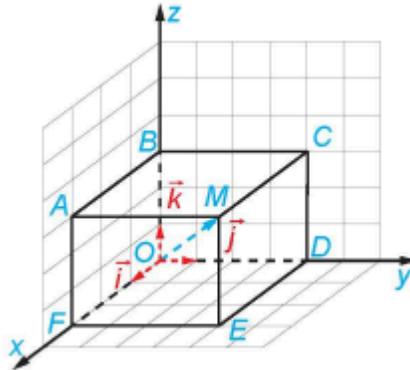
b)  $Ox \perp (Oyz)$  nên  $Ox \perp (OCC'O')$ .

c) Mặt bên  $OAA'O'$  nằm trong mặt phẳng tọa độ ( $Oxz$ ). Các mặt phẳng tọa độ đôi một vuông góc với nhau nên  $(OAA'O') \perp (Oxy)$ .

♦ **Dạng 2: Tọa độ của điểm và vectơ trong không gian**

☞ **Các ví dụ minh họa**

**Câu 1:** Hình 2.38 minh họa một hệ tọa độ Oxyz trong không gian cùng với các hình vuông có cạnh bằng 1 đơn vị. Tìm tọa độ của điểm  $M$ .

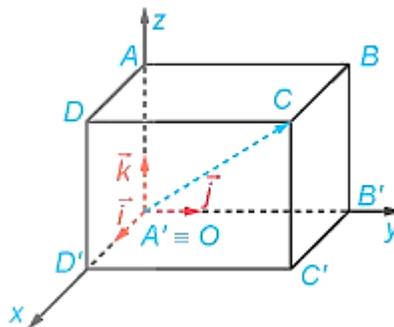


Hình 2.38

**Lời giải**

- ♦ Trong Hình 2.38, ABCM.FODE là hình hộp chữ nhật.
- ♦ Áp dụng quy tắc hình hộp suy ra
- ♦  $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$ .
- ♦ Vì vậy, tọa độ của điểm  $M$  là  $(3; 4; 3)$ .

**Câu 2:** Trong không gian Oxyz, cho hình hộp chữ nhật  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có đỉnh  $A'$  trùng với gốc  $O$  và các đỉnh  $D', B', A$  lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz(H. 2.40). Giả sử đỉnh  $C$  có tọa độ là  $(2; 3; 5)$  đối với hệ tọa độ Oxyz, hãy tìm tọa độ của các đỉnh  $D', B', A$  đối với hệ tọa độ đó.



Hình 2.40

**Lời giải**

- ♦ Vì đỉnh  $D'$  thuộc tia  $Ox$  nên hai vector  $\overrightarrow{OD'}$  và  $\vec{i}$  cùng phương, suy ra có số thực  $m$  sao cho  $\overrightarrow{OD'} = m\vec{i}$ .
- ♦ Tương tự, có các số thực  $n, p$  sao cho  $\overrightarrow{OB'} = n\vec{j}$  và  $\overrightarrow{OA} = p\vec{k}$ . Theo quy tắc hình hộp, suy ra  $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OA} = m\vec{i} + n\vec{j} + p\vec{k}$  và do đó điểm  $C$  có tọa độ là  $(m; n; p)$ .
- ♦ Mặt khác, đỉnh  $C$  có tọa độ là  $(2; 3; 5)$  nên  $m = 2, n = 3, p = 5$ , tức là  $\overrightarrow{OD'} = 2\vec{i}, \overrightarrow{OB'} = 3\vec{j}$  và  $\overrightarrow{OA} = 5\vec{k}$ .
- ♦ Từ đây suy ra  $D'(2; 0; 0), B'(0; 3; 0)$  và  $A(0; 0; 5)$ .

**Câu 3:** Trong không gian Oxyz, hãy tìm tọa độ của các vector  $\vec{i}, \vec{j}$  và  $\vec{k}$ .

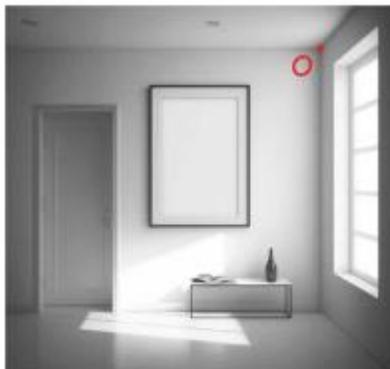
### Lời giải

- ♦ Vì  $\vec{i} = 1 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k}$  nên  $\vec{i} = (1; 0; 0)$ .
- ♦ Vì  $\vec{j} = 0 \cdot \vec{i} + 1 \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k}$  nên  $\vec{j} = (0; 1; 0)$ .
- ♦ Vì  $\vec{k} = 0 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} + 1 \cdot \vec{k}$  nên  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .

### ♦ Dạng ③: Ứng dụng thực tế

#### 👉 Các ví dụ minh họa

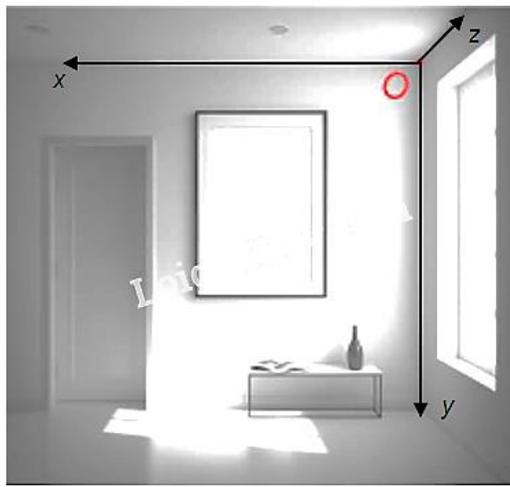
**Câu 1:** Hãy mô tả hệ tọa độ Oxyz trong căn phòng ở Hình 2.44 sao cho gốc O trùng với góc trên của căn phòng, khung tranh nằm trong mặt phẳng (Oxy) và mặt trần nhà trùng với mặt phẳng (Oxz).



Hình 2.44

### Lời giải

- ♦ Hình vẽ phù hợp với mô tả:



**Câu 2:** Một sân tennis với hệ tọa độ Oxyz được chọn như ở Hình 20.

- Hỏi mặt sân nằm trong mặt phẳng tọa độ nào?
- Trục  $Oz$  có vuông góc với mặt sân hay không?

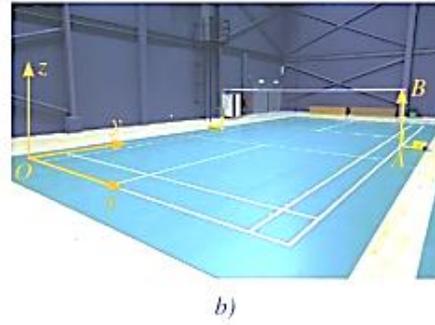
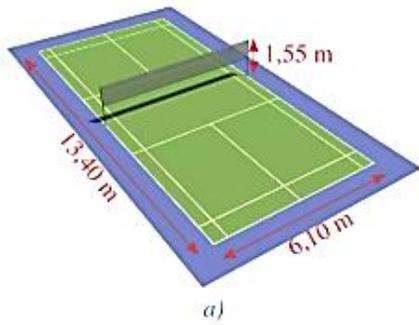


Hình 20

**Lời giải**

- Mặt sân nằm trong mặt phẳng tọa độ ( $Oxy$ ).
- Trục  $Oz$  vuông góc với mặt phẳng tọa độ ( $Oxy$ ) nên trục  $Oz$  vuông góc với mặt sân.

**Câu 3:** Hình 33a mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục Oxyz cho sân đó như ở Hình 33b (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử  $AB$  là một trụ cầu lông để căng lưới. Hãy xác định tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{AB}$ .



Hình 33

### Lời giải

- ♦ Gọi tọa độ điểm  $A$  là  $(x_A; y_A; z_A)$ . Vì chiều rộng của sân là 6,1 m nên  $x_A = 6,1$ .
- ♦ Do một nửa chiều dài của sân là 6,7 m nên  $y_A = 6,7$ . Điểm  $A$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  nên  $z_A = 0$ .
- ♦ Vì vậy, điểm  $A$  có tọa độ là  $(6,1; 6,7; 0)$ .
- ♦ Độ dài đoạn thẳng  $AB$  là 1,55 m nên điểm  $B$  có tọa độ là  $(6,1; 6,7; 1,55)$ .
- ♦ Vậy ta có:  $\overrightarrow{AB} = (6,1 - 6,1; 6,7 - 6,7; 1,55 - 0)$ , tức là  $\overrightarrow{AB} = (0; 0; 1,55)$ .

### ©. Dạng toán rèn luyện

#### ♦ Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;-2)$  và  $B(2;2;1)$ . Vectơ  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là:

- A.  $(3;3;-1)$ .      B.  $(-1;-1;-3)$ .      C.  $(3;1;1)$ .      D.  $(1;1;3)$ .

#### Lời giải

#### Chọn D

Tọa độ của một véc tơ là tọa độ của điểm sau trừ đi tọa độ điểm đầu.

$$\overrightarrow{AB} = (2 - 1; 2 - 1; 1 - (-2)) \text{ hay } \overrightarrow{AB} = (1; 1; 3).$$

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;-1)$  và  $B(2;3;2)$ . Vectơ  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là

- A.  $(1;2;3)$ .      B.  $(-1;-2;3)$ .      C.  $(3;5;1)$ .      D.  $(3;4;1)$ .

#### Lời giải

#### Chọn A

Ta có  $\overline{AB} = (1; 2; 3)$ .

**Câu 3:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho véc-tơ  $\overline{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$ . Tọa độ của điểm  $A$  là  
**A.**  $(3; 17; -2)$ .      **B.**  $(-3; -17; 2)$ .      **C.**  $(3; -2; 5)$ .      **D.**  $(3; 5; -2)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\overline{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j} = 3\vec{i} + 12\vec{j} - 2\vec{k} + 5\vec{j} = 3\vec{i} + 17\vec{j} - 2\vec{k}$ .

Suy ra  $\overline{OA} = -3\vec{i} - 17\vec{j} + 2\vec{k}$  nên  $A(-3; -17; 2)$ .

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-1; 2; -2)$  trên trục  $Oz$  là điểm  
**A.**  $H(0; 0; -1)$ .      **B.**  $E(-1; 2; 0)$ .      **C.**  $F(0; 0; -2)$ .      **D.**  $G(0; 0; 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-1; 2; -2)$  trên trục  $Oz$  là điểm  $F(0; 0; -2)$

**Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ  $(Oyz)$ ?  
**A.**  $M(3; 4; 0)$ .      **B.**  $P(-2; 3; 0)$ .      **C.**  $Q(2; 0; 0)$ .      **D.**  $N(0; 4; -1)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Mặt phẳng tọa độ  $(Oyz)$  là tập hợp các điểm có hoành độ  $x = 0$ .

**Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 2; 3)$ . Xác định tọa độ điểm  $M'$  là hình chiếu của  $M$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$ .  
**A.**  $M'(-1; 2; -3)$ .      **B.**  $M'(1; 2; 0)$ .      **C.**  $M'(1; 0; 0)$ .      **D.**  $M'(0; 0; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Do  $M'$  là hình chiếu của  $M$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$  nên:

$$\begin{cases} x_{M'} = x_M = 1 \\ y_{M'} = y_M = 2 \\ z_{M'} = 0 \end{cases} \Rightarrow M'(1; 2; 0).$$

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(5; -1; 3)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  
**A.**  $(0; -1; 0)$ .      **B.**  $(5; 0; 0)$ .      **C.**  $(0; -1; 3)$ .      **D.**  $(-1; 3; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có hình chiếu vuông góc của điểm  $M(5; -1; 3)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  $(0; -1; 3)$

**Câu 8:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , hình chiếu của điểm  $M(1; 2; 3)$  trên trục  $Oy$  là điểm  
**A.**  $R(1; 0; 0)$ .      **B.**  $P(1; 0; 3)$ .      **C.**  $Q(0; 2; 0)$ .      **D.**  $S(0; 0; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Hình chiếu của điểm  $A(a; b; c)$  trên trục  $Oy$  là điểm  $B(0; b; 0)$ .

Suy ra: Hình chiếu của điểm  $M(1; 2; 3)$  trên trục  $Oy$  là điểm  $Q(0; 2; 0)$ .

**Câu 9:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(5; -6; 1)$  lên mặt phẳng có tọa độ là  
**A.**  $(0; -6; 0)$ .      **B.**  $(0; -6; 1)$ .      **C.**  $(5; -6; 0)$ .      **D.**  $(5; 0; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Hình chiếu của điểm  $M(5; -6; 1)$  lên mặt phẳng là điểm có tọa độ  $(5; 0; 1)$ .

**Câu 10:** Trong không gian  $d : Oxyz$ , cho điểm  $M(1; -2; -3)$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  là

**A.**  $Q(0; -2; -3)$ .      **B.**  $P(1; 0; -3)$ .      **C.**  $N(1; -2; 0)$ .      **D.**  $K(1; 0; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  là  $(0; -2; -3)$ .

**Câu 11:** Hình chiếu vuông góc của điểm  $A(5; -4; 3)$  trên trục  $Ox$  là điểm

**A.**  $A'(5; 4; -3)$ .      **B.**  $A'(-5; 4; 0)$ .      **C.**  $A'(-5; 4; -3)$ .      **D.**  $A'(5; 0; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Hình chiếu vuông góc của điểm  $A(5; -4; 3)$  trên trục  $Ox$  là  $A'(5; 0; 0)$ .

**Câu 12:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của  $M(1; 3; 5)$  lên mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  là điểm có tọa độ

**A.**  $(0; 3; 5)$ .      **B.**  $(0; 0; 5)$       **C.**  $(1; 3; 0)$ .      **D.**  $(1; 0; 5)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Hình chiếu vuông góc của  $M(1; 3; 5)$  lên mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  là  $(1; 3; 0)$ .

**Câu 13:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -1)$  và  $B(2; 3; 2)$ . Vectơ  $\overline{AB}$  có tọa độ là

- A. (3;5;1).                      B. (-1;-2;3).                      C. (3;4;1).                      D. (1;2;3).

Lời giải

Chọn D

Ta có  $\overline{AB} = (2-1; 3-1; 2+1) \Rightarrow \overline{AB} = (1; 2; 3)$ .

- Câu 14:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; -1; 3)$  trên trục  $Oz$  có tọa độ là  
 A. (2;0;0).                      B. (0;-1;0).                      C. (0;0;3).                      D. (2;-1;0).

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; -1; 3)$  trên trục  $Oz$  có tọa độ là (0;0;3).

- Câu 15:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(2; -3; 5)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là  
 A. (0;-3;0).                      B. (0;0;5).                      C. (2;0;0).                      D. (-3;0;0).

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu vuông góc của điểm  $A(2; -3; 5)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là (0;-3;0).

- Câu 16:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(4; 2; -3)$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  có tọa độ là  
 A. (0;2;-3).                      B. (4;2;-3).                      C. (0;0;-3).                      D. (4;2;0).

Lời giải

Chọn D

Gọi điểm  $A'(x_0; y_0; z_0)$  là hình chiếu của  $A$  trên mặt phẳng  $(Oxy) \Rightarrow A'(x_0; y_0; 0)$

Mặt phẳng  $(Oxy)$  có VTPT là:  $\vec{n} = (0; 0; 1)$

Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Oxy)$ , ta có:

$$d: \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \\ z = -3 + t \end{cases}$$

Khi đó  $A'$  là giao điểm của đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(Oxy) \Rightarrow A'(4; 2; 0)$ .

- Câu 17:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(3; -4; -3)$  trên trục  $Oz$  có tọa độ là  
 A. (0;-4;0).                      B. (0;0;-3).                      C. (3;-4;0).                      D. (3;0;0).

Lời giải

Chọn B

Giả sử  $M \in O_z \Rightarrow M(0;0;c)$ .

$M$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $O_z \Rightarrow z_M = z_A = -3$ .

Vậy hình chiếu của  $A$  trên  $O_z$  có tọa độ là  $(0;0;-3)$ .

**Câu 18:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;2;0)$ ,  $C(0;0;2)$  và  $D(2;2;2)$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Tọa độ trung điểm của  $MN$  là

- A.  $I(1;-1;2)$ .      B.  $I(1;1;0)$ .      C.  $I(1;1;1)$ .      D.  $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì  $M$  là trung điểm của  $AB$  nên  $M(1;1;0)$ .

Vì  $N$  là trung điểm của  $CD$  nên  $N(1;1;2)$ .

Vì  $I$  là trung điểm của  $MN$  nên  $I(1;1;1)$ .

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-3;2;1)$  trên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là

- A.  $(3;0;-1)$ .      B.  $(0;2;1)$ .      C.  $(-3;0;1)$ .      D.  $(-3;2;0)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-3;2;1)$  trên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là  $(-3;0;1)$ .

**Câu 20:** Trong không gian  $Oxyz$  với hệ tọa độ  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  cho  $\vec{OA} = \vec{j} - 2\vec{i} + 5\vec{k}$ . Tìm tọa độ điểm  $A$ .

- A.  $(5;-2;1)$ .      B.  $(-2;1;5)$ .      C.  $(1;-2;5)$ .      D.  $(-2;5;1)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:

$$\vec{OA} = \vec{j} - 2\vec{i} + 5\vec{k} = -2\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k} \Rightarrow A(-2;1;5).$$

**Câu 21:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-3;2;1)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là

- A.  $(-3;0;0)$ .      B.  $(0;2;1)$ .      C.  $(0;2;0)$ .      D.  $(0;0;1)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-3;2;1)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là  $(-3;0;0)$ .

**Câu 22:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3;4;-2)$  lên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là

- A.  $Q(3;0;0)$ .      B.  $G(3;4;0)$ .      C.  $E(0;4;-2)$ .      D.  $F(3;0;-2)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3;4;-2)$  lên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là  $F(3;0;-2)$ .

- Câu 23:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho 2 điểm  $A(2;1;1)$ ,  $B(-1;2;1)$ . Tìm tọa độ điểm  $A'$  đối xứng với điểm  $A$  qua điểm  $B$ .
- A.  $A'(3;4;-3)$ .      B.  $A'(-4;3;1)$ .      C.  $A'(4;-3;3)$ .      D.  $A'(4;3;3)$ .

**Lời giải****Chọn B**

Điểm  $A'$  đối xứng với điểm  $A$  qua điểm  $B \Rightarrow B$  là trung điểm của đoạn  $AA' \Rightarrow$  Tọa độ

$$A' \text{ thỏa: } \begin{cases} x_B = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \\ y_B = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \\ z_B = \frac{z_A + z_{A'}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2x_B - x_A = 2 \cdot (-1) - 2 = -4 \\ y_{A'} = 2y_B - y_A = 2 \cdot 2 - 1 = 3 \\ z_{A'} = 2z_B - z_A = 2 \cdot 1 - 1 = 1 \end{cases}$$

Vậy tọa độ  $A'(-4;3;1)$ .

- Câu 24:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1;2;0)$ ,  $B(-1;0;1)$ ,  $C(0;2;-1)$ . Tính độ dài của vector  $\overline{AB} - 2\overline{AC}$ .
- A.  $\sqrt{21}$ .      B. 21.      C.  $\sqrt{13}$ .      D. 13.

**Lời giải****Chọn C**

Ta có  $\overline{AB} = (-2; -2; 1)$ ,  $\overline{AC} = (-1; 0; -1)$ ,  $\overline{AB} - 2\overline{AC} = (0; -2; 3)$ .

Khi đó độ dài của vector  $\overline{AB} - 2\overline{AC}$  là:  $|\overline{AB} - 2\overline{AC}| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ .

- Câu 25:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;-1;1)$ ,  $B(3;2;-2)$ ,  $C(-3;1;5)$ . Tìm tọa độ điểm  $M(x; y; z)$  thỏa mãn  $\overline{MA} - 2\overline{AB} = 4\overline{CM}$ . Khi đó tổng  $S = \frac{9}{x} + \frac{3}{y} - \frac{27}{z}$  bằng
- A. 6.      B. -15.      C. 16.      D. -13.

**Lời giải****Chọn D**

$$\text{Ta có } \overline{MA} - 2\overline{AB} = 4\overline{CM} \Rightarrow \begin{cases} 1 - x - 2 \cdot 2 = 4(x + 3) \\ -1 - y - 2 \cdot 3 = 4(y - 1) \\ 1 - z - 2 \cdot (-3) = 4(z - 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -\frac{3}{5} \\ z = \frac{27}{5} \end{cases}$$

Khi đó  $S = \frac{9}{-3} + \frac{3 \cdot 5}{-3} - \frac{27 \cdot 5}{27} = -13$ .

**Câu 26:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm đối xứng của  $A(1;2;3)$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  là điểm nào dưới đây

- A.  $Q(-1;2;3)$ .      B.  $N(1;-2;3)$ .      C.  $P(1;2;-3)$ .      D.  $M(1;-2;-3)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Nếu  $H$  là hình chiếu của  $A(1;2;3)$  lên  $(Oyz)$  thì  $H(0;2;3)$ . Gọi  $A'$  là điểm đối xứng của  $A(1;2;3)$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  thì  $H(0;2;3)$  là trung điểm của  $AA'$ . Do đó, ta có

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A \\ y_{A'} = 2y_H - y_A \\ z_{A'} = 2z_H - z_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2 \cdot 0 - 1 \\ y_{A'} = 2 \cdot 2 - 2 \\ z_{A'} = 2 \cdot 3 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = -1 \\ y_{A'} = 2 \\ z_{A'} = 3 \end{cases} \Rightarrow A'(-1;2;3) \equiv Q(-1;2;3).$$

**Câu 27:** Trong không gian cho  $Oxyz$  vectơ  $\overrightarrow{OM} = \vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ . Gọi  $M'$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$ . Khi đó tọa độ của điểm  $M'$  trong hệ tọa độ  $Oxyz$  là

- A.  $(1;-3;4)$ .      B.  $(1;4;-3)$ .      C.  $(0;0;4)$ .      D.  $(1;-3;0)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\overrightarrow{OM} = \vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} \Rightarrow M(1;-3;4)$ .

$M'$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên mặt phẳng  $(Oxy) \Rightarrow M'(1;-3;0)$

**Câu 28:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1;2;5)$ ,  $B(3;-6;3)$ . Hình chiếu vuông góc của trung điểm  $I$  của đoạn  $AB$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  là điểm nào dưới đây?

- A.  $P(3;0;0)$ .      B.  $N(3;-1;5)$ .      C.  $M(0;-2;4)$ .      D.  $Q(0;0;5)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn  $AB$ :  $I(1;-2;4)$

Tọa độ hình chiếu của  $I$  mặt phẳng  $(Oyz)$ :  $M(0;-2;4)$ .

**Câu 29:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1;2;-3)$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là

- A.  $(-1;2;-3)$ .      B.  $(0;2;-3)$ .      C.  $(1;0;0)$ .      D.  $(1;-2;3)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1;2;-3)$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  $(0;2;-3)$ .

**Câu 30:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;3)$ ,  $B(-2;-4;9)$ . Điểm  $M$  thuộc đoạn thẳng  $AB$  sao cho  $MA = 2MB$ . Độ dài đoạn thẳng  $OM$  là:

- A. 5.      B. 3.      C.  $\sqrt{17}$ .      D.  $\sqrt{54}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Điểm  $M$  thuộc đoạn thẳng  $AB$  và  $MA = 2MB$

Nên  $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = -2(x_B - x_M) \\ y_A - y_M = -2(y_B - y_M) \\ z_A - z_M = -2(z_B - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_M = -2(-2 - x_M) \\ 2 - y_M = -2(-4 - y_M) \\ 3 - z_M = -2(9 - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_M = -3 \\ 3y_M = -6 \\ 3z_M = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = -2 \\ z_M = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(-1; -2; 7).$$

$$\text{Độ dài đoạn thẳng } OM = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 7^2} = 3\sqrt{6}.$$

**Câu 31:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(5; -6; 2)$  lên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là

- A.**  $(0; -6; 0)$ .      **B.**  $(5; 0; 2)$ .      **C.**  $(5; -6; 0)$ .      **D.**  $(0; -6; 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Mặt phẳng  $(Oxz)$  có phương trình  $y = 0$

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm  $M(5; -6; 2)$  lên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là  $(5; 0; 2)$ .

**Câu 32:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(5; -1; 1)$ . Hình chiếu của điểm  $A$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  là điểm

- A.**  $M(5; 0; 0)$ .      **B.**  $N(0; -1; 1)$ .      **C.**  $P(0; -1; 0)$ .      **D.**  $Q(0; 0; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có hình chiếu của điểm  $A$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  là điểm  $N(0; -1; 1)$ .

**Câu 33:** Cho  $A(1; 3; 5)$ ,  $B(2; 4; 6)$ . Gọi  $M$  là điểm nằm trên đoạn  $AB$  sao cho  $MA = 2MB$ . Tìm tọa độ điểm  $M$ .

- A.**  $M\left(\frac{5}{3}; \frac{11}{3}; \frac{17}{3}\right)$ .      **B.**  $M\left(\frac{2}{3}; \frac{7}{3}; \frac{21}{3}\right)$ .      **C.**  $M\left(\frac{4}{3}; \frac{10}{3}; \frac{16}{3}\right)$ .      **D.**  $M\left(\frac{7}{3}; \frac{10}{3}; \frac{31}{6}\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{BM} \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = -2(x - 2) \\ y - 3 = -2(y - 4) \\ z - 5 = -2(z - 6) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = \frac{17}{3} \end{cases}.$$

- Câu 34:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba vectơ  $\vec{a}(5;7;2)$ ,  $\vec{b}(3;0;4)$ ,  $\vec{c}(-6;1;-1)$ . Tìm tọa độ của vectơ  $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ .
- A.  $\vec{m}(3;22;-3)$ .      B.  $\vec{m}(3;22;3)$ .      C.  $\vec{m}(-3;22;-3)$ .      D.  $\vec{m}(3;-22;3)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\vec{a}(5;7;2) \Rightarrow 3\vec{a}(15;21;6); \quad \vec{b}(3;0;4) \Rightarrow 2\vec{b}(6;0;8).$$

$$\text{Vậy } \vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c} = (15 - 6 - 6; 21 + 1; 6 - 8 - 1) = (3; 22; -3).$$

- Câu 35:** Tìm tọa độ điểm  $M'$  là điểm đối xứng của điểm  $M(1;2;3)$  qua gốc tọa độ  $O$ .

- A.  $M'(-1;2;3)$ .      B.  $M'(-1;-2;3)$ .  
 C.  $M'(-1;-2;-3)$ .      D.  $M'(1;2;-3)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Tọa độ điểm  $M'$  là điểm đối xứng của điểm  $M(1;2;3)$  qua gốc tọa độ  $O$  là  $M'(-1;-2;-3)$ .

**Phương án nhiều A:** Học sinh nhầm:

Điểm  $M'$  là điểm đối xứng của điểm  $M(3;2;1)$  qua mặt phẳng  $(Oyz) \Rightarrow M'(-1;2;3)$ .

**Phương án nhiều B:** Học sinh nhầm:

Điểm  $M'$  là điểm đối xứng của điểm  $M(3;2;1)$  qua trục  $Oz \Rightarrow M'(-1;-2;3)$ .

**Phương án nhiều D:** Học sinh nhầm:

Điểm  $M'$  là điểm đối xứng của điểm  $M(3;2;1)$  qua mặt phẳng  $(Oxy) \Rightarrow M'(1;2;-3)$ .

- Câu 36:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các vectơ  $\vec{a} = (1; 3; 3)$ , vectơ  $\vec{b} = (-2; 2; 1)$  và vectơ  $\vec{c} = (-1; 2; 3)$ . Tìm vectơ  $\vec{x}$  biết  $\vec{x} + \vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$ .
- A.  $\vec{x} = (4; -1; -1)$ .      B.  $\vec{x} = (-4; 1; 1)$ .      C.  $\vec{x} = (2; 3; 5)$ .      D.  $\vec{x} = (-2; 7; 7)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ bài toán ta có  $\vec{x} = \vec{c} + \vec{b} - \vec{a}$  hay  $\vec{c} + \vec{b} - \vec{a} = (-4; 1; 1)$ .

Vậy  $\vec{x} = \vec{c} + \vec{b} - \vec{a} = (-4; 1; 1)$ .

- Câu 37:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(1;2;3)$ . Tọa độ điểm  $M$  thỏa  $\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{AO} = \vec{0}$  là
- A.  $M(-1;-2;-3)$ .      B.  $M(2;4;6)$ .      C.  $M(-2;-4;-6)$ .      D.  $M(2;-4;-6)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



A.  $M(1;1;0)$ .

B.  $M(3;-5;7)$ .

C.  $M(-3;5;0)$ .

D.  $M(-2;1;0)$ .

**Lời giải****Chọn D**Ta có:  $M \in (Oxy) \Rightarrow M(x; y; 0)$ 

$$\overline{AB} = (1; -1; 1); \overline{AM} = (x-1; y+2; -3)$$

$$A, B, M \text{ thẳng hàng} \Rightarrow \overline{AB}, \overline{AM} \text{ cùng phương} \Rightarrow \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{-3}{1} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow M(-2; 1; 0).$$

**♦ Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai****Câu 1:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; -4; 3)$  và  $B(2; 2; 7)$ . Trung điểm của đoạn  $AB$  có tọa độ là  $(2; -1; 5)$
- b) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -2)$  và  $B(2; 2; 1)$ . Vectơ  $\overline{AB}$  có tọa độ là  $(3; 1; 1)$
- c) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -1)$  và  $B(2; 3; 2)$ . Vectơ  $\overline{AB}$  có tọa độ là  $(1; 2; 3)$
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho véc-tơ  $\overline{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$ . Tọa độ của điểm  $A$  là  $(3; 17; -2)$

**Lời giải****a) Đ****b) S****c) Đ****d) S**

$$a) \text{ Gọi } M \text{ là trung điểm của } AB. \text{ Khi đó } \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow M(2; -1; 5).$$

b) Chọn Sai

c) Ta có  $\overline{AB} = (1; 2; 3)$ .

d) Chọn Sai

**Câu 2:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-1; 2; -2)$  trên trục  $Oz$  là điểm  $G(0; 0; 2)$
- b) Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(-1; 0; 1)$  và  $B(1; -1; 2)$  tọa độ véc-tơ  $\overline{AB}$  là  $(2; -1; 1)$







b) Cho hai điểm  $M(1; -2; 3)$  và  $N(3; 0; -1)$ . Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $MN$  là  $I(2; -1; 1)$

c) Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(3; 1; -2)$ ,  $C(2; 3; -3)$  và  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Vectơ chỉ phương của đường thẳng  $OG$  là  $\vec{u} = (2; 2; -2)$

d) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 3; -5)$ ,  $B(-3; 1; -1)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $OAB$  là  $G\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; -2\right)$

### Lời giải

**a) S**

**b) Đ**

**c) Đ**

**d) S**

a) Ta có:  $G\left(\frac{1+2+1}{3}; \frac{0+1-2}{3}; \frac{-2-1+2}{3}\right) = G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ .

b) Trung điểm  $I$  có tọa độ là  $I\left(\frac{1+3}{2}; \frac{-2+0}{2}; \frac{3-1}{2}\right) \Leftrightarrow I(2; -1; 1)$ .

c) Vì  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên  $\vec{OG}(2; 2; -2)$ .

d) Tọa độ trọng tâm của tam giác  $OAB$  là  $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; -2\right)$ .

**Câu 9:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  biết  $A(1; 0; -2)$ ,  $B(2; 1; -1)$ ,  $C(1; -2; 2)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác là  $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$

b) Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  biết  $A(1; -2; 2)$ ,  $B(0; 4; 1)$  và  $C(2; 1; -3)$ . Trọng tâm tam giác  $ABC$  có tọa độ là  $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -2\right)$

c) Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-2; 1; 3)$ ,  $B(5; 0; 2)$  và  $C(0; 2; 4)$ . Trọng tâm của tam giác  $ABC$  có tọa độ là  $(3; 3; 9)$

d) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3; -2; 3)$ ,  $B(-1; 2; 5)$ ,  $C(1; 0; 1)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là  $G(1; 0; 3)$

### Lời giải

**a) Đ**

**b) S**

**c) S**

**d) Đ**

a) Áp dụng công thức tìm tọa độ trọng tâm.

$$\text{b) } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC: \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 1 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 0 \end{cases} \Rightarrow G(1;1;0)$$

$$\text{c) Trọng tâm } G \text{ của tam giác } ABC \text{ có tọa độ: } G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right).$$

Vậy  $G(1;1;3)$ .

d) Theo công thức tính tọa độ trọng tâm của tam giác.

**Câu 10:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Tọa độ của véc tơ  $\vec{a}$  là  $\vec{a} = (2; -3; -1)$

b) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho các điểm  $M(1;2;3)$ ;  $N(3;4;7)$ . Tọa độ của vectơ  $\overline{MN}$  là  $\overline{MN}(2;2;4)$

c) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1;2;-4)$ . Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  là  $(1;2;-4)$

d) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;-3)$  và  $B(3;-2;-1)$ . Tọa độ trung điểm đoạn thẳng  $AB$  là điểm  $I(2;0;-2)$

### Lời giải

**a) S**

**b) Đ**

**c) S**

**d) Đ**

a) Ta có:  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (-1; 2; -3)$ .

b) Ta có:  $\overline{MN}(2;2;4)$ .

c) Tọa độ hình chiếu của điểm  $M$  trên mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  là  $(1;2;0)$ .

(Hoành độ, tung độ giữ nguyên, cao độ bằng không)

$$\text{d) Tọa độ trung điểm } AB \text{ là điểm } I \text{ ta có: } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{3} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{3} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{3} \end{cases} \Rightarrow I(2;0;-2).$$

**Câu 11:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G(-3;1;4)$  và  $A(1;0;-1)$ ,  $B(2;3;5)$ . Tọa độ điểm  $C$  là  $C(4;2;-1)$
- b) Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2;1;3)$ ,  $B(1;-2;2)$ ,  $C(x;y;5)$  thẳng hàng. Khi đó  $x+y$  bằng  $x+y=11$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các vectơ  $\vec{a}=(2;-1;3)$ ,  $\vec{b}=(1;3;-2)$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{c}=\vec{a}-2\vec{b}$  là  $\vec{c}=(0;-7;-7)$
- d) Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba vectơ  $\vec{a}(2;-5;3)$ ,  $\vec{b}(0;2;-1)$ ,  $\vec{c}(1;7;2)$ . Tọa độ vectơ  $\vec{d}=\vec{a}-4\vec{b}+2\vec{c}$  là  $(-3;5;7)$

**Lời giải**

**a) S**

**b) Đ**

**c) S**

**d) S**

a) Gọi  $C(x;y;z)$ .

$$\text{Do } G(-3;1;4) \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} -3 = \frac{1+2+x}{3} \\ 1 = \frac{0+3+y}{3} \\ 4 = \frac{-1+5+z}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -12 \\ y = 0 \\ z = 8 \end{cases} \text{ hay}$$

$C(-12;0;8)$ .

b) Ta có  $\vec{AB}=(-1;-3;-1)$ ,  $\vec{AC}=(x-2;y-1;2)$ .

Ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng  $\Leftrightarrow \vec{AB}, \vec{AC}$  cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{2}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases} \Rightarrow x+y=11.$$

c) Ta có  $-2\vec{b}=(-2;-6;4)$  mà  $\vec{a}=(2;-1;3) \Rightarrow \vec{c}=(0;-7;7)$ .

d) Ta có:  $\vec{d}=\vec{a}-4\vec{b}+2\vec{c}=(2-4.0+2.1;-5-4.2+2.7;3-4.(-1)+2.2)=(4;1;11)$ .

**Câu 12:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho các vectơ  $\vec{AB}=(3;-2;5)$  và  $\vec{AC}=(1;4;-1)$ . Độ dài trung tuyến  $AM$  của tam giác  $ABC$  là  $AM=3$
- b) Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;-3;2)$ . Tọa độ điểm  $A'$  đối xứng với  $A$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  là  $A'(-1;-3;2)$

- c) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;3;-1), B(3;-1;5)$ . Tọa độ của điểm  $M$  thỏa mãn hệ thức  $\overline{MA} = 3\overline{MB}$  là  $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; -3\right)$
- d) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;1;1), B(0;3;-1)$  và điểm  $C$  nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng. Điểm  $C$  có tọa độ là  $(1;2;1)$

### Lời giải

**a) Đ**

**b) Đ**

**c) S**

**d) S**

a) Ta có  $\overline{CB} = \overline{AB} - \overline{AC}$  suy ra  $\overline{CB} = (2; -6; 6)$ .

$$AB = |\overline{AB}| = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 5^2} = \sqrt{38}, \quad AC = |\overline{AC}| = \sqrt{1^2 + 4^2 + (-1)^2} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{và } CB = |\overline{CB}| = \sqrt{2^2 + (-6)^2 + 6^2} = 2\sqrt{19}.$$

$$\begin{aligned} \text{Độ dài đường trung tuyến } AM \text{ của tam giác } ABC \text{ là } AM^2 &= \frac{AC^2 + AB^2}{2} - \frac{BC^2}{4} \\ &= \frac{(3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{38})^2}{2} - \frac{(2\sqrt{19})^2}{4} = 9. \text{ Suy ra } AM = 3. \end{aligned}$$

b) Vì đối xứng qua mặt phẳng  $(Oyz)$  nên tọa độ sẽ được giữ lại biến  $y$ , biến  $z$  và đổi dấu biến  $x$ .  
Suy ra tọa độ điểm  $A'(-1; -3; 2)$ .

c) Gọi điểm  $M(x; y; z)$ , theo đề bài  $\overline{MA} = 3\overline{MB}$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x = 3(3-x) \\ 3-y = 3(-1-y) \\ -1-z = 3(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \\ z = 8 \end{cases}$$

d) Do  $C$  nằm trên  $Oxy$  nên  $C(x; y; 0)$

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overline{AC} \text{ cùng phương } \overline{AB} \Leftrightarrow \frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{2} = \frac{0-1}{-2}$$

Suy ra  $x=1, y=2$

**Câu 13:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , tập hợp các điểm có tọa độ  $(x; y; z)$  sao cho  $-1 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 3, -1 \leq z \leq 3$  là tập các điểm của một khối đa diện (lồi) có một tâm đối xứng. Tọa độ của tâm đối xứng đó là  $(1;1;1)$
- b) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1;2;-3)$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  $(-1;2;-3)$

- c) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba vectơ  $\vec{a}(5;7;2)$ ,  $\vec{b}(3;0;4)$ ,  $\vec{c}(-6;1;-1)$ .  
Tọa độ của vectơ  $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$  là  $\vec{m}(3;22;-3)$
- d) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;0)$ ,  $B(-1;3;5)$ . Gọi  $I(a;b;c)$  là điểm thỏa mãn  $\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$ . Khi đó, giá trị của biểu thức  $a + 2b + 2c$  bằng 50

### Lời giải

**a) Đ**

**b) S**

**c) Đ**

**d) S**

a) Dễ thấy khối đa diện đó là một khối lập phương có các mặt song song với các mặt phẳng tọa độ, tâm có tọa độ là  $\left(\frac{3+(-1)}{2}; \frac{3+(-1)}{2}; \frac{3+(-1)}{2}\right) = (1;1;1)$ .

b) Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1;2;-3)$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  $(0;2;-3)$ .

c)  $\vec{a}(5;7;2) \Rightarrow 3\vec{a}(15;21;6)$ ;  $\vec{b}(3;0;4) \Rightarrow 2\vec{b}(6;0;8)$ . Vậy  $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c} = (15 - 6 - 6; 21 + 1; 6 - 8 - 1) = (3;22;-3)$ .

d) Ta có:

$$\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow (1-a; 2-b; -c) = (3+3a; 3b-9; 3c-15)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-a = 3+3a \\ 2-b = 3b-9 \\ -c = 3c-15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{11}{4} \\ c = \frac{15}{4} \end{cases} . \text{ Khi đó } a + 2b + 2c = \frac{25}{2}$$

**Câu 14:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , hình chiếu của điểm  $M(1;-3;-5)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  $(0;-3;0)$
- b) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $\vec{AB} = (-3;0;4)$ ,  $\vec{AC} = (5;-2;4)$ . Độ dài đường trung tuyến  $AM$  là  $3\sqrt{2}$
- c) Trong không gian, cho hai điểm  $A(-2;2;-1)$ ,  $B(0;-1;-2)$ . Tọa độ điểm  $M$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho ba điểm  $A, B, M$  thẳng hàng là  $M(-4;5;0)$
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho các vectơ  $\vec{a} = (1;2;1)$ ,  $\vec{b} = (-2;3;4)$ ,  $\vec{c} = (0;1;2)$  và  $\vec{d} = (4;2;0)$ . Biết rằng  $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$ . Giá trị  $x + y + z$  là 1

### Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Cho điểm  $M(x_M; y_M; z_M)$ . Khi đó:

Hình chiếu vuông góc  $H$  của  $M$  trên mặt phẳng  $Oxy$  là  $H(x_M; y_M; 0)$

Hình chiếu vuông góc  $H$  của  $M$  trên mặt phẳng  $Oxz$  là  $H(x_M; 0; z_M)$

Hình chiếu vuông góc  $H$  của  $M$  trên mặt phẳng  $Oyz$  là  $H(0; y_M; z_M)$

b) Ta có:  $\overline{AB} + \overline{AC} = (2; -2; 8)$ .

Vì  $AM$  là đường trung tuyến của tam giác  $ABC$  nên:

Ta có:  $\overline{AM} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC}) = (1; -1; 4) \Rightarrow AM = |\overline{AM}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 4^2} = 3\sqrt{2}$ .

c) Gọi  $M(a; b; 0) \in (Oxy)$ .

$\overline{AM} = (a+2; b-2; 1)$ ,  $\overline{AB} = (2; -3; -1)$ .

Điều kiện cần và đủ để ba điểm  $A, B, M$  thẳng hàng hay  $\overline{AM}$ ,  $\overline{AB}$  cùng phương là

$$\frac{a+2}{2} = \frac{b-2}{-3} = \frac{1}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 5 \end{cases}.$$

Vậy  $M(-4; 5; 0)$ .

$$d) \vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + 3y + z = 2 \\ x + 4y + 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}.$$

**Câu 15:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(5; -6; 2)$  lên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là  $(5; 0; 2)$

b) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -1; 2)$  và  $B(3; 1; 0)$ . Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn  $AB$  là  $I(2; 0; 1)$

c) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , điểm thuộc trục  $Oy$  và cách đều hai điểm  $A(3; 4; 1)$  và  $B(1; 2; 1)$  là  $M(0; 5; 0)$

d) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(-2; -4; 9)$ . Điểm  $M$  thuộc đoạn thẳng  $AB$  sao cho  $MA = 2MB$ . Độ dài đoạn thẳng  $OM$  là  $\sqrt{17}$

### Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Mặt phẳng  $(Oxz)$  có phương trình  $y = 0$

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm  $M(5; -6; 2)$  lên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là  $(5; 0; 2)$ .

b) Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  là  $I\left(\frac{1+3}{2}; \frac{-1+1}{2}; \frac{2+0}{2}\right)$  hay  $I(2; 0; 1)$

c) Gọi  $M(0; b; 0) \in Oy$ .

Theo đề:  $MA = MB \Leftrightarrow \sqrt{10 + (4-b)^2} = \sqrt{2 + (2-b)^2} \Leftrightarrow 4b = 20 \Leftrightarrow b = 5$ .

Vậy  $M(0; 5; 0)$ .

d) Điểm  $M$  thuộc đoạn thẳng  $AB$  và  $MA = 2MB$

Nên  $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = -2(x_B - x_M) \\ y_A - y_M = -2(y_B - y_M) \\ z_A - z_M = -2(z_B - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_M = -2(-2 - x_M) \\ 2 - y_M = -2(-4 - y_M) \\ 3 - z_M = -2(9 - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_M = -3 \\ 3y_M = -6 \\ 3z_M = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = -2 \\ z_M = 7 \end{cases}$$

$\Rightarrow M(-1; -2; 7)$ .

Độ dài đoạn thẳng  $OM = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 7^2} = 3\sqrt{6}$ .

**Câu 16:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian  $Oxyz$  cho  $A(x; y; -3); B(6; -2; 4); C(-3; 7; -5)$ . Giá trị của  $x, y$  để  $A, B, C$  thẳng hàng là  $x = 1; y = -5$ .

b) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , điểm thuộc trục  $Ox$  và cách đều hai điểm  $A(4; 2; -1)$  và  $B(2; 1; 0)$  là  $M(4; 0; 0)$

c) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1; 2; -3)$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  $(0; 2; -3)$

d) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(0; -1; 1), B(-2; 1; -1), C(-1; 3; 2)$ . Biết rằng  $ABCD$  là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm  $D$  là  $D(-1; -3; -2)$ .

**Lời giải**

**a) S**

**b) Đ**

**c) Đ**

**d) S**

a) Ta có:  $\overrightarrow{BA} = (x - 6; y + 2; -7); \overrightarrow{BC} = (-9; 9; -9)$ .

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x-6}{-9} = \frac{y+2}{9} = \frac{7}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases}$$

b) Gọi  $M \in Ox: M(x; 0; 0)$ ,  $M$  cách đều  $A, B$  nên  $MA = MB$ , do đó:

$$\sqrt{(4-x)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{(2-x)^2 + 1^2} \Leftrightarrow x^2 - 8x + 21 = x^2 - 4x + 5 \Leftrightarrow x = 4.$$

c) Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1;2;-3)$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  là điểm  $M'(0;2;-3)$ .

d) Gọi  $D(x; y; z)$ , ta có  $ABCD$  là hình bình hành nên  $\overline{BA} = \overline{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ y-3=-2 \\ z-2=2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases}$ . Vậy  $D(1;1;4)$ .

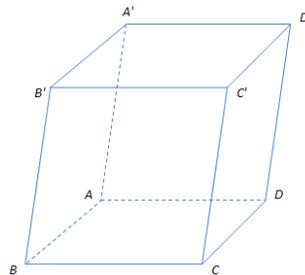
**Câu 17:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $((S):x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 17$  cắt trục  $Oz$  tại hai điểm  $A, B$ . Độ dài đoạn  $AB$  bằng  $2\sqrt{17}$

b) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hai điểm  $A(3;1;0), B(1;5;2)$ . Gọi  $A'$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$ ,  $B'$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$ . Khi đó  $A'B'$  bằng  $2\sqrt{6}$ .

c) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A, B, C$  có tọa độ thỏa mãn  $\overline{OA} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\overline{OB} = 5\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ ,  $\overline{BC} = 2\vec{i} + 8\vec{j} + 3\vec{k}$ . Tọa độ điểm  $D$  để tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành là  $D(3;9;4)$

d) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(0;0;1)$ ,  $B'(1;0;0)$ ,  $C'(1;1;0)$  (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tọa độ của điểm  $D$  là  $D(0;1;1)$



**Lời giải**

**a) Đ**

**b) S**

**c) Đ**

**d) Đ**

a) Gọi  $M$  là giao điểm của  $(S)$  với trục  $Oz$ .

Ta có  $M \in Oz \Rightarrow M(0;0;t)$ .

Mà  $M \in (S)$  nên:

$$0^2 + 0^2 + (t+2)^2 = 17 \Leftrightarrow (t+2)^2 = 17 \Leftrightarrow |t+2| = \sqrt{17} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 - \sqrt{17} \\ t = -2 + \sqrt{17} \end{cases}$$

Suy ra tọa độ các giao điểm là:  $A(0;0;-2-\sqrt{17})$ ,  $B(0;0;-2+\sqrt{17}) \Rightarrow AB = 2\sqrt{17}$ .

b) Ta có:  $A'(3;1;0)$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$ .

Và  $B'(0;5;2)$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$

$$A'B' = \sqrt{(0-3)^2 + (5-1)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{29}.$$

c) Ta có:  $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \Rightarrow A(1;1;1)$ .

$$\overrightarrow{OB} = 5\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \Rightarrow B(5;1;-1).$$

$$\overrightarrow{BC} = 2\vec{i} + 8\vec{j} + 3\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (2;8;3).$$

$$\overrightarrow{AD} = (x_D - 1; y_D - 1; z_D - 1).$$

$$\text{Để } ABCD \text{ là hình bình hành thì } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x_D - 1 = 2 \\ y_D - 1 = 8 \\ z_D - 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = 9 \\ z_D = 4 \end{cases} \Rightarrow D(3;9;4).$$

Ta có:  $\overrightarrow{AD} = (2;8;3)$ ,  $\overrightarrow{AB} = (4;0;-2)$ .

Do đó  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AB}$  không cùng phương nên  $A$ ,  $B$ ,  $D$  không thẳng hàng.

Vậy điểm  $D(3;9;4)$  là điểm cần tìm.

d) Gọi tọa độ điểm  $D(a;b;c)$ .

Suy ra  $\overrightarrow{C'D} = (a-1; b-1; c)$  và  $\overrightarrow{B'A} = (-1; 0; 1)$ .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{C'D} = \overrightarrow{B'A} \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 = -1 \\ b-1 = 0 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}.$$

Vậy tọa độ điểm  $D(0;1;1)$ .

**Câu 18:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho tam giác  $ABC$  biết  $A(2;-1;3)$  và trọng tâm  $G$  của tam giác có tọa độ là  $G(2;1;0)$ .

Khi đó  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$  có tọa độ là  $(0;6;-9)$

b) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(1;0;2)$ ,  $B(-2;1;3)$ ,  $C(3;2;4)$ ,

$D(6;9;-5)$ . Tọa độ trọng tâm của tứ diện  $ABCD$  là  $(2;3;1)$

c) Cho ba điểm  $A(1;0;-2)$ ,  $B(2;1;-1)$ ,  $C(1;-2;2)$  và điểm  $E$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ABCE$  thì tọa độ của  $E$  là  $(0;-1;3)$

d) Cho tam giác  $ABC$  có  $A(1;1;1)$ ,  $B(-1;2;3)$  và  $C(3;2;1)$ . Gọi  $M$  là điểm thuộc đường thẳng  $BC$  sao cho  $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC}$ . Để  $BMDA$  là hình bình hành thì tọa độ  $D$  là  $D(5;-1;-1)$

**Lời giải**

**a) Đ**

**b) Đ**

**c) S**

**d) S**

a) Ta có:  $\overline{AB} + \overline{AC} = 3\overline{AG} = 3(0; 2; -3) = (0; 6; -9)$ .

b) Gọi  $G(x; y; z)$  là tọa độ trọng tâm của tứ diện  $ABCD$  ta có:

$$\begin{cases} x = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} \\ y = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} \\ z = \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1-2+3+6}{4} \\ y = \frac{0+1+2+9}{4} \\ z = \frac{2+3+4-5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 1 \end{cases}$$

c) Giả sử  $E(x_E; y_E; z_E)$ .

$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_E \\ y_A + y_C = y_B + y_E \\ z_A + z_C = z_B + z_E \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 0 \\ y_E = -3 \\ z_E = 1 \end{cases}$$

Vậy  $E(0; -3; 1)$ .

d)  $\overline{BC} = (4; 0; -2)$ . Gọi  $D(x; y; z)$  suy ra  $\overline{AD} = (x-1; y-1; z-1)$ .

$BMDA$  là hình bình hành khi và chỉ khi  $\overline{AD} = \overline{BM} \rightarrow D(5; 1; -1)$

**Câu 19:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCE$  với

$A(3; 1; 2), B(1; 0; 1), C(2; 3; 0)$ . Tọa độ đỉnh  $E$  là  $E(4; 4; 1)$ .

b) Cho 3 điểm  $M(2; 0; 0), N(0; -3; 0), P(0; 0; 4)$ . Nếu  $MNPQ$  là hình bình hành thì tọa độ

của điểm  $Q$  là  $(2; 3; 4)$

c) Trong không gian  $Oxyz$  cho điểm  $G(1; -2; 3)$  và ba điểm  $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$

. Biết  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  thì  $a+b+c$  bằng 6

d) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCD$  với  $A(1; 2; 3), B(5; 0; -1), C(4; 3; 6)$

và  $D(a; b; c)$ . Giá trị của  $a+b+c$  bằng 15

**Lời giải**

**a) Đ**

**b) Đ**

**c) Đ**

**d) Đ**

a) Cần nhớ: Nếu  $ABCD$  là hình bình hành thì  $\overline{AB} = \overline{DC}$  hoặc  $\overline{AD} = \overline{BC}$ .

Áp dụng:

Gọi  $E(x; y; z)$ . Ta có  $\overline{AB} = (-2; -1; -1)$  và  $\overline{EC} = (2-x; 3-y; -z)$ .

$$\text{Vì } ABCE \text{ là hình bình hành nên } \overline{AB} = \overline{EC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x = -2 \\ 3-y = -1 \\ -z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \\ z = 1 \end{cases} \text{ . Vậy } E(4; 4; 1) \text{ .}$$

b) Ta có:  $\overline{NP} = (0; 3; 4)$ ;  $\overline{MQ} = (x_Q - 2; y_Q; z_Q)$

$$MNPQ \text{ là hình bình hành khi } \overline{MQ} = \overline{NP} \Rightarrow \begin{cases} x_Q = 2 \\ y_Q = 3 \\ z_Q = 4 \end{cases}$$

Vậy tọa độ của điểm  $Q(2; 3; 4)$ .

$$c) \text{ Vì } G \text{ là trọng tâm của } \Delta ABC \Rightarrow \begin{cases} 1 = \frac{a+0+0}{3} \\ -2 = \frac{0+b+0}{3} \\ 3 = \frac{0+0+c}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -6 \\ c = 9 \end{cases}$$

Do đó  $a + b + c = 3 + (-6) + 9 = 6$ .

d)  $ABCD$  là hình bình hành

$$\Rightarrow \overline{AB} = \overline{DC} \Rightarrow D(x_A + x_C - x_B; y_A + y_C - y_B; z_A + z_C - z_B) = (0; 5; 10).$$

Vậy  $a + b + c = 0 + 5 + 10 = 15$ .

**Câu 20:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 0)$ ,  $B(-1; 3; 5)$ . Gọi  $I(a; b; c)$  là điểm thỏa mãn  $\overline{IA} + 3\overline{IB} = \vec{0}$ . Khi đó, giá trị của biểu thức  $a + 2b + 2c$  bằng  $\frac{25}{2}$

b) Trong không gian  $Oxyz$  cho điểm  $A(3; -4; 3)$ . Tổng khoảng cách từ  $A$  đến ba trục tọa độ bằng  $\frac{\sqrt{34}}{2}$

c) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , để hai vec tơ  $\vec{a} = (m; 2; 3)$  và  $\vec{b} = (1; n; 2)$  cùng phương thì  $2m + 3n$  bằng 9

d) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(0; -2; -5)$ ,  $B(3; 4; 4)$ ,  $C(x; y + 1; 1)$  thẳng hàng. Khi đó  $3x - y$  bằng 5

**Lời giải**

**a) Đ**

**b) S**

**c) S**

**d) Đ**

a) Ta có:

$$\overline{IA} + 3\overline{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow (1 - a; 2 - b; -c) = (3 + 3a; 3b - 9; 3c - 15)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-a=3+3a \\ 2-b=3b-9 \\ -c=3c-15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{11}{4} \\ c=\frac{15}{4} \end{cases} . \text{ Khi đó } a+2b+2c=\frac{25}{2}$$

b) Hình chiếu của  $A$  lên trục  $Ox$  là  $A_1(3;0;0)$  nên  $d(A, Ox) = AA_1 = 5$ .

Hình chiếu của  $A$  lên trục  $Oy$  là  $A_2(0;-4;0)$  nên  $d(A, Oy) = AA_2 = 3\sqrt{2}$ .

Hình chiếu của  $A$  lên trục  $Oz$  là  $A_3(0;0;3)$  nên  $d(A, Oz) = AA_3 = 5$ .

Tổng khoảng cách từ  $A$  đến ba trục tọa độ bằng  $10+3\sqrt{2}$ .

c)  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương  $\Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} (k \neq 0)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = k \cdot 1 \\ 2 = k \cdot n \\ 3 = 2 \cdot k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{3}{2} \\ n = \frac{4}{3} \\ m = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow 2m + 3n = 2 \cdot \frac{3}{2} + 3 \cdot \frac{4}{3} = 7$$

d) Ta có  $\vec{AB} = (3; 6; 9)$ ,  $\vec{AC} = (x; y+3; 6)$ .

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \vec{AB}, \vec{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{y+3}{6} = \frac{6}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3x - y = 3 \cdot 2 - 1 = 5.$$

Vậy  $3x - y = 5$ .

**Câu 21:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(6; -3; 4)$ ,  $B(a; b; c)$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là giao điểm của đường thẳng  $AB$  với các mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$ ,  $(Oxz)$  và  $(Oyz)$ . Biết rằng  $M, N, P$  nằm trên đoạn  $AB$  sao cho  $AM = MN = NP = PB$ . Giá trị của tổng  $a + b + c$  là  $-11$

b) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho 4 điểm  $A(2; 4; -1)$ ,  $B(1; 4; -1)$ ,  $C(2; 4; 3)$ ,  $D(2; 2; -1)$ , biết  $M(x; y; z)$  để  $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$  đạt giá trị nhỏ nhất thì  $x + y + z$  bằng  $\frac{21}{4}$

c) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(2; -1; 3)$ ,  $C(-4; 7; 5)$   
Tọa độ chân đường phân giác trong góc  $B$  của tam giác  $ABC$  là  $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$

d) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; -2; 2)$ ,  $B(-5; 6; 4)$  và  $C(0; 1; -2)$   
Độ dài đường phân giác trong của góc  $A$  của  $\Delta ABC$  là  $\frac{2\sqrt{64}}{3}$

## Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) S

a) Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (a-6; b+3; c-4)$ .

Vì  $M, N, P$  lần lượt là giao điểm của  $AB$  với các mặt phẳng  $(Oxy)$ ,  $(Oxz)$  và  $(Oyz)$  nên  $M(x_M; y_M; 0)$ ,  $N(x_N; 0; z_N)$ ,  $P(0; y_P; z_P)$ .

Vì  $M, N, P$  nằm trên đoạn  $AB$  sao cho  $AM = MN = NP = PB$  nên ta có:

$$4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x_M - 6) = a - 6 \\ 4(y_M + 3) = b + 3 \Rightarrow c = -12 \\ 4(0 - 4) = c - 4 \end{cases}$$

$$2\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x_N - 6) = a - 6 \\ 2(0 + 3) = b + 3 \Rightarrow b = 3 \\ 2(z_N - 4) = c - 4 \end{cases}$$

$$\frac{4}{3}\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{3}(0 - 6) = a - 6 \\ \frac{4}{3}(y_P + 3) = b + 3 \Rightarrow a = -2 \\ \frac{4}{3}(z_P - 4) = c - 4 \end{cases}$$

Vậy  $a + b + c = -11$ .

b) Xét điểm  $I(a; b; c)$  thỏa mãn  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$ . Khi đó  $I\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{2}; 0\right)$ .

$$\begin{aligned} \text{Ta có } MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{ID})^2 \\ &= 4MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}) + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \\ &= 4MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \geq IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \text{ (vì } MI^2 \geq 0 \text{ với mọi điểm } M) \end{aligned}$$

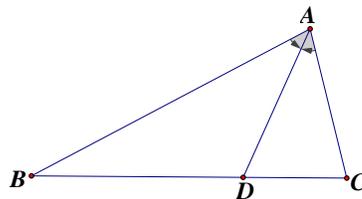
$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow M \equiv I \text{ tức là } M\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{2}; 0\right) \Rightarrow x + y + z = \frac{7}{4} + \frac{7}{2} = \frac{21}{4}.$$

c) Ta có:  $\overrightarrow{BA} = (-1; -3; 4) \Rightarrow |\overrightarrow{BA}| = \sqrt{26}$ ;  $\overrightarrow{BC} = (-6; 8; 2) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = 2\sqrt{26}$ .

Gọi  $D$  là chân đường phân giác trong kẻ từ  $B$  lên  $AC$  của tam giác  $ABC$

$$\text{Suy ra: } \frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DA} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right).$$

d)



Gọi  $D$  là chân đường phân giác trong của góc  $BAC$ , ta có  $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ . Ta có  $AB = 2\sqrt{26}$  ;

$AC = \sqrt{26}$ . Suy ra  $\overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{DC}$ . Gọi  $D(x; y; z)$ .

$$\text{Từ } \overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{DC} \Rightarrow \begin{cases} -5-x = -2(-x) \\ 6-y = -2(1-y) \\ 4-z = -2(-2-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{3} \\ y = \frac{8}{3} \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; 0\right).$$

Vậy  $AD = \frac{2\sqrt{74}}{3}$ .

**Câu 22:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1;2;-1)$ ,

$B(2;-1;3), C(-4;7;5)$ . Gọi  $D(a;b;c)$  là chân đường phân giác trong của góc  $B$  của tam giác  $ABC$ . Giá trị  $a+b+2c$  bằng 5

b) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình thang  $ABCD$  có  $AB$  song song với  $CD$ . Biết  $A(1;2;1)$ ,  $B(2;0;-1)$ ,  $C(6;1;0)$  và diện tích hình thang  $ABCD$  bằng  $6\sqrt{2}$ . Gọi  $D(a;b;c)$ , khi đó biểu thức  $T = a - 2b + 4c$  là  $T = 3$

c) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(3;1;0)$ ,  $B$  nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$  và có hoành độ dương,  $C$  nằm trên trục  $Oz$  và  $H(2;1;1)$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ . Tọa độ các điểm  $B, C$  thỏa mãn yêu cầu bài toán là  $B(3;1;0), C(0;0;-3)$

d) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-4;7;5)$ .

Tọa độ chân đường phân giác trong góc  $B$  của tam giác  $ABC$  là  $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$

**Lời giải**

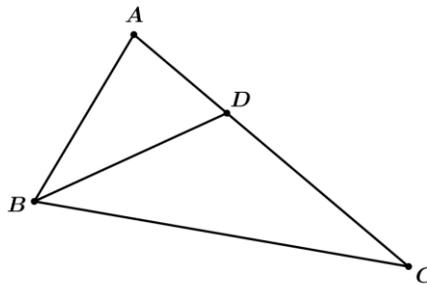
**a) Đ**

**b) Đ**

**c) Đ**

**d) S**

a)



Vì  $BD$  là phân giác trong của góc  $B$  nên  $D$  nằm giữa  $A$  và  $C$ .

Ta có  $BA = \sqrt{1+9+16} = \sqrt{26}$ ;  $BC = \sqrt{36+64+4} = 2\sqrt{26}$ .

Ta có  $\frac{CD}{DA} = \frac{BC}{BA} = 2 \Rightarrow CD = 2DA \Rightarrow \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{DA}$ . Do đó ta có hệ

$$\begin{cases} a+4=2(1-a) \\ b-7=2(2-b) \\ c-5=2(-1-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{2}{3} \\ b=\frac{11}{3} \\ c=1 \end{cases}. \text{ Vậy } a+b+2c=-\frac{2}{3}+\frac{11}{3}+2=5.$$

b) Ta có  $\overline{BA}(-1;2;2); \overline{BC}(4;1;1)$ . Suy ra  $ABCD$  vuông tại  $A$  và  $B$  và có diện tích bằng  $6\sqrt{2}$

$$\text{Suy ra } AD = \sqrt{2} \Rightarrow \overline{AD} = \frac{1}{3}\overline{BC} \text{ và } \overline{AD}(a-1;b-2;c-1) \Rightarrow D\left(\frac{7}{3}; \frac{7}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

c) Giả sử  $B(x; y; 0) \in (Oxy), (x > 0), C(0; 0; z) \in Oz$

$$\begin{cases} \overline{AH} \perp \overline{BC} \\ \overline{CH} \perp \overline{AB} \end{cases} \text{ và } \overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AH} \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AH} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{CH} \cdot \overline{AB} = 0 \\ [\overline{AB}, \overline{AH}] \cdot \overline{AC} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+z=0 \\ 2x+y-7=0 \\ x-3y+yz-z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=-3 \end{cases} \text{ ( } \forall x > 0 \text{)}. \text{ Vậy } B(3;1;0), C(0;0;-3).$$

d) Ta có:  $\overline{BA}=(-1;-3;4) \Rightarrow |\overline{BA}|=\sqrt{26}; \overline{BC}=(-6;8;2) \Rightarrow |\overline{BC}|=2\sqrt{26}$ .

Gọi  $D$  là chân đường phân giác trong kẻ từ  $B$  lên  $AC$  của tam giác  $ABC$

$$\text{Suy ra: } \frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \overline{DC} = -2\overline{DA} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right).$$

**Câu 23:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2;1;3), B(1;-2;2), C(x;y;5)$  thẳng hàng. Khi đó  $x+y$  bằng  $x+y=11$

b) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(2;0;-1), B(0;3;-2), C(-4;-5;0)$ . Tọa độ điểm  $M$  sao cho  $\overline{MA}+2\overline{MB}+3\overline{MC}=\vec{0}$  là  $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right)$

c) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(1;1;1), N(2;3;4), P(7;7;5)$ . Để tứ giác  $MNPQ$  là hình bình hành thì tọa độ điểm  $Q$  là  $(6;5;2)$

d) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  biết  $A(1;0;1), B(2;1;2), D(1;-1;1), C'(4;5;-5)$ . Tọa độ của đỉnh  $A'$  là  $A'=(3;4;-1)$

**Lời giải**

**a) Đ**

**b) Đ**

**c) Đ**

**d) S**

a) Ta có  $\overline{AB}=(-1;-3;-1), \overline{AC}=(x-2;y-1;2)$ .

Ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng  $\Leftrightarrow \overline{AB}, \overline{AC}$  cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{2}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases} \Rightarrow x+y=11.$$

b) Gọi  $M(a; b; c)$ . Khi đó:

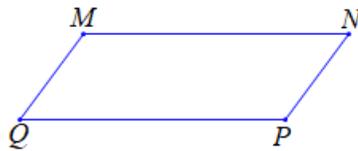
$$\overline{MA} = (2-a; -b; -1-c), \quad 2\overline{MB} = (-2a; 6-2b; -4-2c), \quad 3\overline{MC} = (-12-3a; -15-3b; -3c)$$

$$\text{Do đó } \overline{MA} + 2\overline{MB} + 3\overline{MC} = (-6a-10; -6b-9; -6c-5).$$

$$\text{Theo giả thiết } \overline{MA} + 2\overline{MB} + 3\overline{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -6a-10=0 \\ -6b-9=0 \\ -6c-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{5}{3} \\ b=-\frac{3}{2} \\ c=-\frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right).$$

$$\text{Vậy } M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right).$$

c)



$$\text{Gọi } Q(x; y; z) \Rightarrow \overline{MQ} = (x-1; y-1; z-1), \quad \overline{NP} = (5; 4; 1).$$

$$\text{Ta có: tứ giác } MNPQ \text{ là hình bình hành } \overline{MQ} = \overline{NP} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=5 \\ x-1=4 \\ z-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=5 \\ z=2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy tọa độ điểm } Q \text{ là: } Q(6; 5; 2).$$

d) Giả sử tọa độ các đỉnh lần lượt là  $C = (x_C; y_C; z_C), A' = (x_{A'}; y_{A'}; z_{A'})$ . Tứ giác  $AA'CD$  là hình bình hành nên ta có:

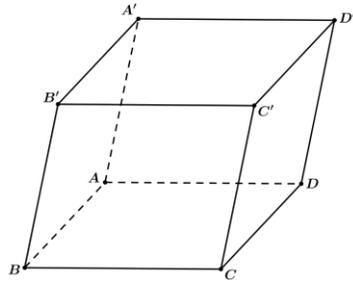
$$\overline{DC} = \overline{AA'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - 1 = 1 \\ y_C + 1 = 1 \\ z_C - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow C = (2; 0; 2)$$

Tứ giác  $AA'C'D$  là hình bình hành nên ta có

$$\overline{AA'} = \overline{C'D} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} - 1 = 2 \\ y_{A'} = 5 \\ z_{A'} - 1 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow A' = (3; 5; -6).$$

**Câu 24:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(0;0;1)$ ,  $B'(1;0;0)$ ,  $C'(1;1;0)$  (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tọa độ của điểm  $D$  là  $D(0;1;1)$



b) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(0;0;0)$ ,  $B(3;0;0)$ ,  $D(0;3;0)$ ,  $D'(0;3;-3)$ . Tọa độ trọng tâm tam giác  $A'B'C$  là  $(2;1;-2)$

c) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  biết  $A(1;0;1)$ ,  $B(2;1;2)$ ,  $D(1;-1;1)$ ,  $C'(4;5;-5)$ . Tọa độ của điểm  $A'$  là  $A'(-3;4;-1)$

d) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (m; -2; 1)$  và  $\vec{v} = (3; n; -2)$ , với  $m$  và  $n$  là hai số thực. Để vectơ  $\vec{u}$  cùng phương với  $\vec{v}$  thì biểu thức  $T = 2m + n$  có giá trị bằng 4

### Lời giải

**a) Đ**

**b) Đ**

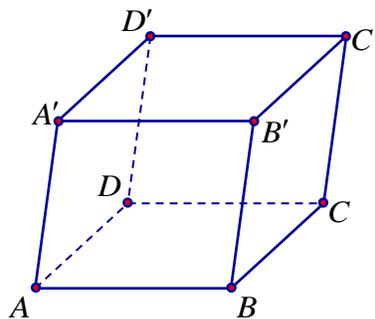
**c) S**

**d) S**

a) Gọi tọa độ điểm  $D(a;b;c)$ . Suy ra  $\overrightarrow{C'D} = (a-1; b-1; c)$  và  $\overrightarrow{B'A} = (-1; 0; 1)$ .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{C'D} = \overrightarrow{B'A} \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 = -1 \\ b-1 = 0 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}. \text{ Vậy tọa độ điểm } D(0;1;1).$$

b)



Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BD'$ . Ta có  $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ . Gọi  $G(a;b;c)$  là trọng tâm tam giác

$$\text{Ta có: } \overline{DI} = 3\overline{IG} \text{ với } \begin{cases} \overline{DI} = \left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right) \\ \overline{IG} = \left(a - \frac{3}{2}; b - \frac{3}{2}; c + \frac{3}{2}\right) \end{cases} . \text{ Do đó: } \begin{cases} \frac{3}{2} = 3\left(a - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(b - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(c + \frac{3}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -2 \end{cases} .$$

Vậy  $G(2; 1; -2)$ .

c) Gọi  $A'(a; b; c)$

$$ABCD.A'B'C'D' \text{ là hình hộp } \Rightarrow \overline{AC'} = \overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} \Leftrightarrow \overline{AA'} = \overline{AC'} - \overline{AB} - \overline{AD} \quad (1)$$

$$\overline{AB} = (1; 1; 1), \overline{AD} = (0; -1; 0), \overline{AC'} = (3; 5; -6) \Rightarrow \overline{AC'} - \overline{AB} - \overline{AD} = (2; 5; -7)$$

$$\overline{AA'} = (a-1; b; c-1)$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} a-1=2 \\ b=5 \\ c-1=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=5 \\ c=-6 \end{cases}$$

Vậy:  $A'(3; 5; -6)$ .

$$\text{d) Ta có vec tơ } \vec{u} \text{ cùng phương với } \vec{v} \text{ khi có số } k \text{ sao cho } \vec{u} = k.\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} m=3k \\ -2=k.n \\ 1=-2.k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{-1}{2} \\ m = \frac{-3}{2} \\ n = 4 \end{cases} .$$

Khi đó  $T = 2m + n = 1$ .

**Câu 25:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\overline{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$ . Điểm  $M$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  thỏa mãn độ dài  $AM$  nhỏ nhất. Tọa độ của điểm  $M$  là  $(2; 3; 0)$ .

b) Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; -2; 4)$ . Khoảng cách từ điểm  $M$  đến trục  $Ox$  bằng  $2\sqrt{3}$

c) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  biết  $A(2; -1; 2)$ ,  $B'(1; 2; 1)$ ,  $C(-2; 3; 2)$ ,  $D'(3; 0; 1)$ . Tọa độ điểm  $B$  là  $B(-1; 2; 2)$

d) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(2; -1; 3)$ ,  $C(-4; 7; 5)$ . Tọa độ chân đường phân giác trong góc  $B$  của tam giác  $ABC$  là  $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$

**Lời giải**

**a) Đ**

**b) S**

**c) Đ**

**d) S**

a) Theo giả thiết ta có  $A(2; 3; 5)$ .

Điểm  $M$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$ .

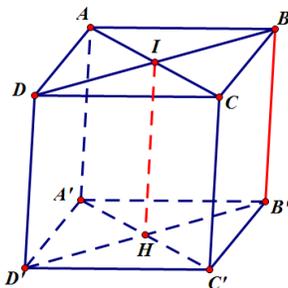
Độ dài  $AM$  nhỏ nhất khi và chỉ khi  $M$  là hình chiếu của  $A$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$ .

Vậy  $M(2; 3; 0)$ .

b) Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1; -2; 4)$  xuống trục  $Ox$  suy ra  $H(1; 0; 0)$ .

Vậy khoảng cách từ  $M$  đến trục  $Ox$  bằng độ dài  $MH = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + (4)^2} = 2\sqrt{5}$ .

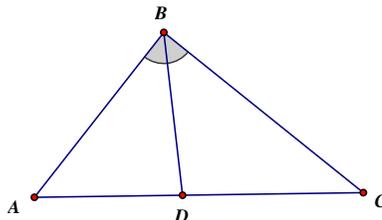
c)



Gọi  $B(x; y; z)$ ;  $I, H$  lần lượt là trung điểm của  $AC, B'D'$ . Suy ra  $I(0; 1; 2), H(2; 1; 1)$ .

Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp nên  $\overline{BB'} = \overline{IH} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x=2-0 \\ 2-y=1-1 \\ 1-z=1-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=2 \end{cases}$ .

d)



Ta có  $BA = \sqrt{26}, BC = 2\sqrt{26}$ .

Gọi  $D(x; y; z)$ , theo tính chất phân giác ta có  $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2}$ . Suy ra  $\overline{DA} = -\frac{1}{2}\overline{DC}$  \*

Ta có  $\overline{DA} = 1-x; 2-y; -1-z$  và  $\overline{DC} = -4-x; 7-y; 5-z$

$$* \Rightarrow \begin{cases} 1-x = -\frac{1}{2}(-4-x) \\ 2-y = -\frac{1}{2}(7-y) \\ -1-z = -\frac{1}{2}(5-z) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$$

♦Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Trong không gian Oxyz, hãy xác định tọa độ của vectơ  $\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$ .

**Lời giải**

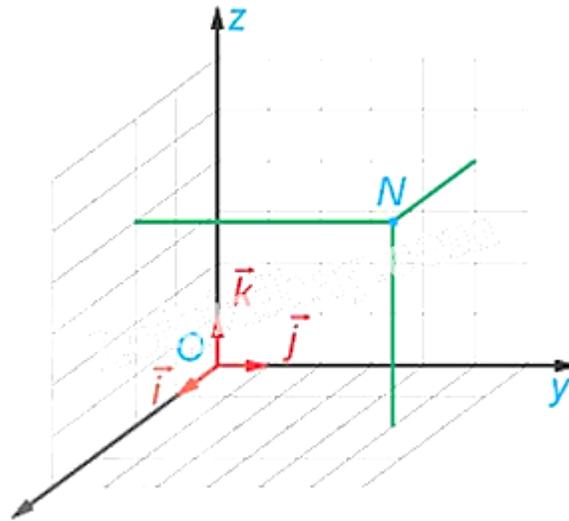
Tọa độ của vectơ  $\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$  là (1; 2; 5).

**Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm  $M(-4; 3; -1)$  và  $N(2; -1; -3)$ .  
Tìm tọa độ của các vectơ  $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $M(-4; 3; -1)$  và  $N(2; -1; -3)$ . Do đó,  $\overrightarrow{OM} = (-4; 3; -1), \overrightarrow{ON} = (2; -1; -3)$ .

**Câu 3:** Tìm tọa độ của điểm N trong Hình 2.39.



Hình 2.39

**Lời giải**

Ta có:  $\overrightarrow{ON} = 2\vec{i} + 5\vec{j} + 4\vec{k}$ . Do đó,  $N(2;5;4)$ .

**Câu 4:** Trong không gian Oxyz, xác định tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  trong mỗi trường hợp sau:

- a)  $A(0; 0; 0)$  và  $B(4; 2; -5)$ ;      b)  $A(1; -3; 7)$  và  $B(1; -3; 7)$ ;      c)  $A(5; 4; 9)$  và  $B(-5; 7; 2)$ .

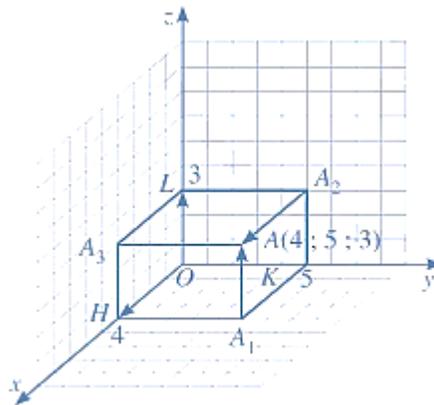
**Lời giải**

a)  $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (4; 2; -5)$

b)  $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (0; 0; 0)$

c)  $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (-10; 3; -7)$

**Câu 5:** Tìm tọa độ của các vectơ  $\overrightarrow{A_1A}, \overrightarrow{A_2A}$  ở Hình 30.



Hình 30

### Lời giải

Trong Hình 30, ta có:  $\overrightarrow{A_1A} = \overrightarrow{OL}, \overrightarrow{A_2A} = \overrightarrow{OH}$  mà  $L(0; 0; 3)$  và  $H(4; 0; 0)$ .

Do đó,  $\overrightarrow{A_1A} = (0; 0; 3)$  và  $\overrightarrow{A_2A} = (4; 0; 0)$ .

**Câu 6:** Trong không gian Oxyz, xác định tọa độ của điểm A trong mỗi trường hợp sau:

- A trùng với gốc tọa độ;
- A nằm trên tia  $Ox$  và  $OA = 2$ ;
- A nằm trên tia đối của tia  $Oy$  và  $OA = 3$ .

### Lời giải

a) A trùng với gốc tọa độ nên  $A(0; 0; 0)$ .

b) Vì A nằm trên tia  $Ox$  và  $OA = 2$  nên  $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i}$ . Do đó,  $A(2; 0; 0)$ .

c) vì A nằm trên tia đối của tia  $Oy$  và  $OA = 3$  nên  $\overrightarrow{OA} = -3\vec{j}$ . Do đó,  $A(0; -3; 0)$ .

**Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm  $A(1; 2; -3)$  và vectơ  $\vec{u} = (3; -4; 2)$ .

Hãy biểu diễn theo các vectơ  $\vec{i}, \vec{j}$  và  $\vec{k}$  mỗi vectơ sau:

- $\overrightarrow{OA}$ ;
- $\vec{u}$ .

### Lời giải

a) Vì điểm  $A$  có tọa độ là  $(1; 2; -3)$  nên

$$\overrightarrow{OA} = (1; 2; -3).$$

$$\text{Do đó, } \overrightarrow{OA} = 1\vec{i} + 2\vec{j} + (-3)\vec{k} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}.$$

b) Vì  $\vec{u} = (3; -4; 2)$  nên

$$\vec{u} = 3\vec{i} + (-4)\vec{j} + 2\vec{k} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}.$$

**Câu 8:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đều khác  $\vec{0}$  và có giá đôi một vuông góc. Những mệnh đề nào sau đây là đúng?

a) Có thể lập được một hệ tọa độ  $Oxyz$  có các trục tọa độ lần lượt song song với giá của các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

b) Có thể lập được một hệ tọa độ  $Oxyz$  có các trục tọa độ lần lượt trùng với giá của các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

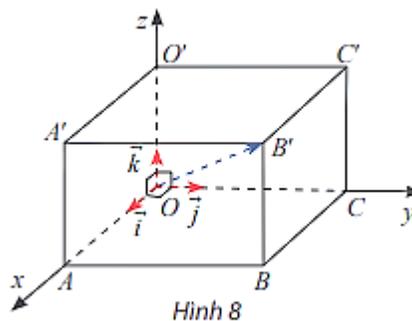
c) Có thể lập được một hệ tọa độ  $Oxyz$  có các vectơ  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  lần lượt bằng các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

d) Có thể lập được một hệ tọa độ  $Oxyz$  có các vectơ  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  lần lượt cùng phương các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

### Lời giải

Cả 4 câu đều đúng.

**Câu 9:** Cho hình hộp chữ nhật  $OABC \cdot O'A'B'C'$  có cạnh  $OA = 4, OC = 6, OO' = 3$ . Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  có gốc tọa độ  $O$ ; các điểm  $A, C, O'$  lần lượt nằm trên các tia  $Ox, Oy, Oz$ . Xác định tọa độ các điểm  $A, B, B'$ .



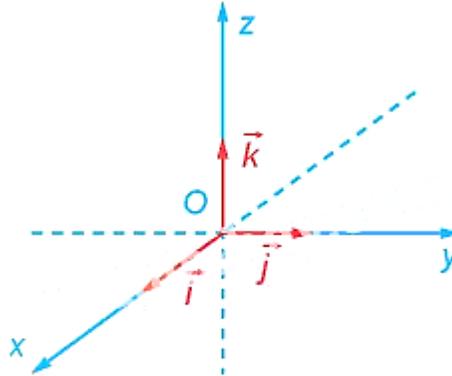
### Lời giải

Ta có:  $\overrightarrow{OA} = 4\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$ , suy ra  $A(4; 0; 0)$ ;

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 0\vec{k}, \text{ suy ra } B(4; 6; 0)$$

$$\overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OO'} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 3\vec{k}, \text{ suy ra } B'(4; 6; 3)$$

**Câu 10:** Trong không gian, xét ba trục  $Ox, Oy, Oz$  có chung gốc  $O$  và đôi một vuông góc với nhau. Gọi  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  là các vectơ đơn vị trên các trục đó (H.2.35).



Hình 2.35

- Gọi tên các mặt phẳng tọa độ có trong Hình 2.35.
- Các mặt phẳng tọa độ trong Hình 2.35 có đôi một vuông góc với nhau không?

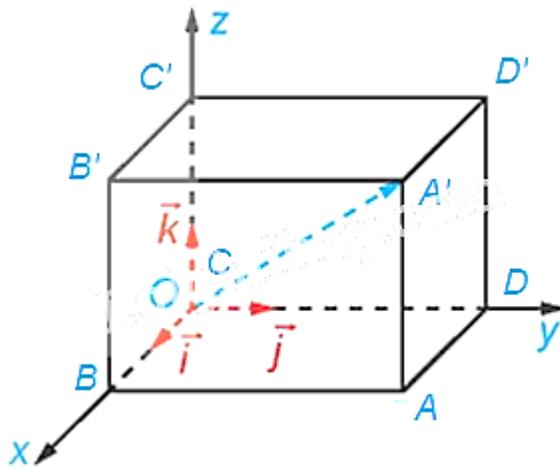
### Lời giải

- Các mặt phẳng có trong hình vẽ là: Mặt phẳng  $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$ .
- vì  $Ox \perp Oy, Oy \perp Oz, Ox$  và  $Oz$  cắt nhau tại  $O$  và nằm trong mặt phẳng  $(Oxz)$  nên  $Oy \perp (Oxz)$ . Mà  $Oy \subset (Oxy) \Rightarrow (Oxz) \perp (Oxy), Oy \subset (Oyz) \Rightarrow (Oyz) \perp (Oxz)$

Chúng minh tương tự ta có:  $(Oyz) \perp (Oxy)$

Vậy ba mặt phẳng  $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$  đôi một vuông góc với nhau.

**Câu 11:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Có thể lập một hệ tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với đỉnh  $C$  và các vectơ  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  lần lượt cùng hướng với các vectơ  $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CC'}$  không? Vì sao?



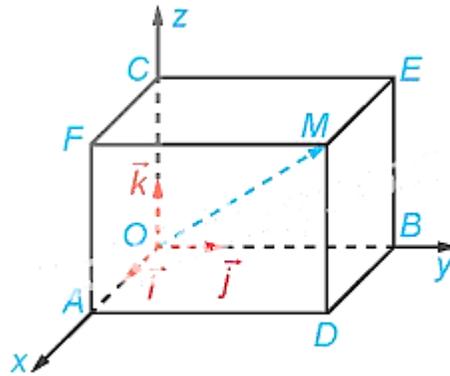
**Lời giải**

Vì  $ABCD, A'B'C'D'$  là hình hộp chữ nhật nên các cạnh  $CC', CB$  và  $CD$  đôi một vuông góc với nhau.

Các vectơ  $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CC'}$  cùng có điểm đầu là  $C$ .

Do đó, suy ra có thể lập một hệ tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với đỉnh  $C$  và các vectơ  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  lần lượt cùng hướng với các vectơ  $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CC'}$ .

**Câu 12:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho một điểm  $M$  không thuộc các mặt phẳng tọa độ. Vẽ hình hộp chữ nhật  $OADB.CFME$  có ba đỉnh  $A, B, C$  lần lượt thuộc các tia  $Ox, Oy, Oz$  (H.2.37).



Hình 2.37

- a) Hai vectơ  $\overrightarrow{OM}$  và  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$  có bằng nhau hay không?
- b) Giải thích vì sao có thể viết  $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  với  $x, y, z$  là các số thực.

**Lời giải**

a) Vì  $OADB.CFME$  là hình hộp chữ nhật nên theo quy tắc hình hộp ta có:  $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$

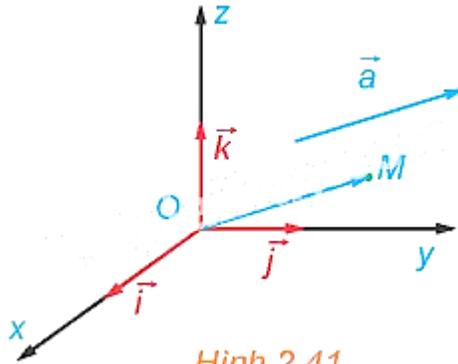
b) vì  $\vec{i}$  là vectơ đơn vị trên trục Ox nên  $\overrightarrow{OA} = x\vec{i}$  với x là số thực.

vì  $\vec{j}$  là vectơ đơn vị trên trục Oy nên  $\overrightarrow{OB} = y\vec{j}$  với y là số thực.

vì  $\vec{k}$  là vectơ đơn vị trên trục Oz nên  $\overrightarrow{OC} = z\vec{k}$  với z là số thực.

Do đó,  $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  với x,y, z là các số thực.

**Câu 13:** Trong không gian Oxyz, cho vectơ  $\vec{a}$  tùy ý (H.2.41). Lấy điểm M sao cho  $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$  và giải thích vì sao có bộ ba số ( x; y; z ) sao cho  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ .

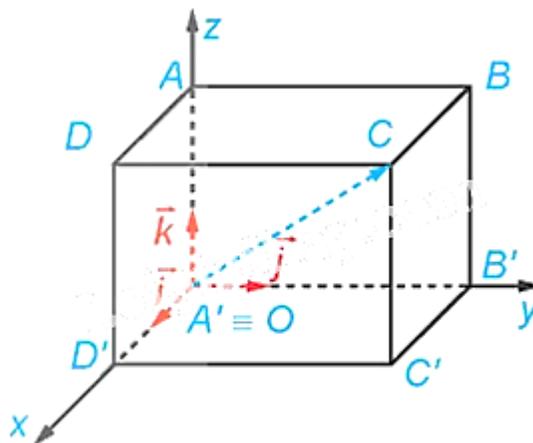


Hình 2.41

### Lời giải

Theo khái niệm tọa độ trong không gian ta có:  $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ . Mà  $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$  nên  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ . Do đó, có bộ ba số ( x; y; z ) sao cho  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ .

**Câu 14:** Trong Ví dụ 3, hãy xác định tọa độ của các điểm B, D và C'.



Hình 2.40

### Lời giải

Theo Ví dụ 3 ta có:  $m = 2, n = 3, p = 5$ .



b) Gọi tọa độ của điểm  $D$  là  $(x_D; y_D; z_D)$ , ta có:

$$\overrightarrow{DC} = (-1 - x_D; -2 - y_D; 2 - z_D).$$

Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - x_D = 3 \\ -2 - y_D = 2 \\ 2 - z_D = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -4 \\ y_D = -4 \\ z_D = -1. \end{cases}$$

Vậy  $D(-4; -4; -1)$ .

**Câu 17:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm không thẳng hàng

$$A(2; -1; 4), B(3; 5; -1), C(-1; 1; 2).$$

a) Tìm tọa độ của  $\overrightarrow{AB}$ .

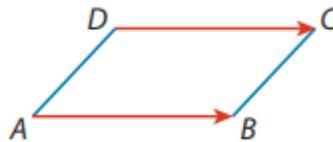
b) Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình bình hành.

### Lời giải

a) Vì  $A(2; -1; 4)$  và  $B(3; 5; -1)$  nên  $\overrightarrow{AB} = (3 - 2; 5 - (-1); -1 - 4)$ .

Vậy  $\overrightarrow{AB} = (1; 6; -5)$ .

b)  $A, B, C$  không thẳng hàng nên để  $ABCD$  là hình bình hành thì điểm  $D$  phải thỏa mãn điều kiện  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .



Hình 2.37

Gọi  $(x_D; y_D; z_D)$  là tọa độ điểm  $D$ . Ta có  $\overrightarrow{DC} = (-1 - x_D; 1 - y_D; 2 - z_D)$ .

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - x_D = 1 \\ 1 - y_D = 6 \\ 2 - z_D = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -2 \\ y_D = -5 \\ z_D = 7 \end{cases}$$

Vậy  $D(-2; -5; 7)$ .

**Câu 18:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vector  $\vec{u} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \frac{3}{4}\vec{k}$  và vector  $\vec{v} = (3; -\frac{5}{4}; 2)$ .

a) Tìm tọa độ của  $\vec{u}$ .

b) Biểu diễn  $\vec{v}$  theo các vector đơn vị  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ .

c) Tìm tọa độ của  $\vec{a} = 2\vec{u} +$

$\frac{1}{3}\vec{v}$ .

### Lời giải

a) Vì  $\vec{u} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \frac{3}{4}\vec{k}$  nên  $\vec{u} = \left(-2; 3; \frac{3}{4}\right)$ .

b) Vì  $\vec{v} = \left(3; -\frac{5}{4}; 2\right)$  nên  $\vec{v} = 3\vec{i} - \frac{5}{4}\vec{j} + 2\vec{k}$ .

c) Biểu diễn  $\vec{a}$  qua các vectơ đơn vị:

$$\vec{a} = 2\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v} = 2\left(-2\vec{i} + 3\vec{j} + \frac{3}{4}\vec{k}\right) + \frac{1}{3}\left(3\vec{i} - \frac{5}{4}\vec{j} + 2\vec{k}\right)$$

$$= -3\vec{i} + \frac{67}{12}\vec{j} + \frac{13}{6}\vec{k}$$

Vậy  $\vec{a} = \left(-3; \frac{67}{12}; \frac{13}{6}\right)$

**Câu 19:** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm  $M(x; y; z)$  và  $N(x'; y'; z')$ .

a) Hãy biểu diễn hai vectơ  $\vec{OM}$  và  $\vec{ON}$  qua các vectơ  $\vec{i}, \vec{j}$  và  $\vec{k}$

b) Xác định tọa độ của vectơ  $\vec{MN}$ .

### Lời giải

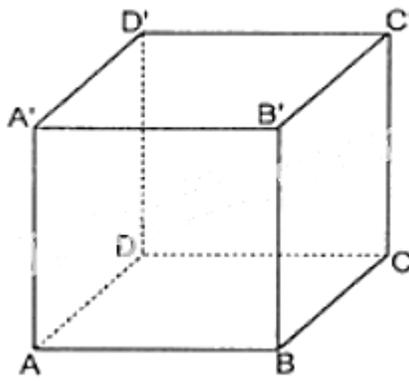
a) Ta có:  $\vec{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}, \vec{ON} = x' \cdot \vec{i} + y' \cdot \vec{j} + z' \cdot \vec{k}$

b) Ta có:  $\vec{MN} = \vec{ON} - \vec{OM} = (x' \cdot \vec{i} + y' \cdot \vec{j} + z' \cdot \vec{k}) - (x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k})$

$$= (x' - x) \cdot \vec{i} + (y' - y) \cdot \vec{j} + (z' - z) \cdot \vec{k}$$

Do đó,  $\vec{MN} = (x' - x; y' - y; z' - z)$ .

**Câu 20:** Trong Ví dụ 5, xác định tọa độ của các điểm  $D$  và  $D'$  sao cho  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  là hình hộp.



### Lời giải

Gọi tọa độ của điểm D là  $(x; y; z)$ , tọa độ của  $D'$  là  $(x'; y'; z')$

khi đó  $\overrightarrow{AD} = (x - 1; y; z - 2)$  và  $\overrightarrow{A'D'} = (x - 5; y; z - 1)$ .

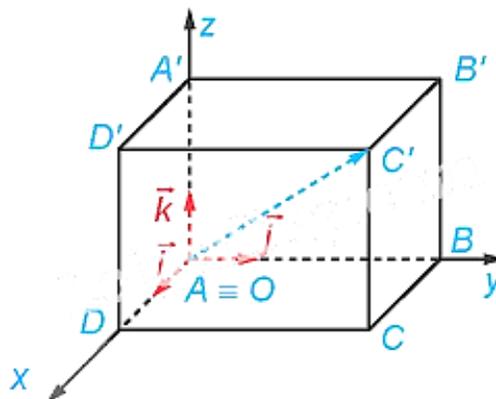
Để  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  là hình hộp thì  $ABCD$  là hình bình hành.

$$\text{Do đó, } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 4 \\ y = -5 \\ z - 2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -5 \\ z = 6 \end{cases}. \text{ Suy ra } D(5; -5; 6)$$

Để  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  là hình hộp thì  $A'B'C'D'$  là hình bình hành.

$$\text{Do đó, } \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{B'C'} \Rightarrow \begin{cases} x - 5 = 4 \\ y = -5 \\ z - 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = -5 \\ z = 5 \end{cases}. \text{ Suy ra } D'(9; -5; 5)$$

**Câu 21:** Trong không gian Oxyz, cho hình hộp chữ nhật  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có đỉnh A trùng với gốc O và các đỉnh D, B, A' có tọa độ lần lượt là  $(2; 0; 0)$ ,  $(0; 4; 0)$ ,  $(0; 0; 3)$  (H.2.45). Xác định tọa độ của các đỉnh còn lại của hình hộp chữ nhật.



Hình 2.45

### Lời giải

Vì A trùng gốc O nên  $A(0; 0; 0)$ .

Vì D thuộc tia Ox nên hai vectơ  $\overrightarrow{OD}$  và  $\vec{i}$  cùng hướng. Do đó, tồn tại số thực m sao cho  $\overrightarrow{OD} = m\vec{i}$ . Mà  $D(2; 0; 0)$  nên  $m = 2$ .

Vì B thuộc tia Oy nên hai vectơ  $\overrightarrow{OB}$  và  $\vec{j}$  cùng hướng. Do đó, tồn tại số thực n sao cho  $\overrightarrow{OB} = n\vec{j}$ . Mà  $B(0; 4; 0)$  nên  $n = 4$ .

Vì A' thuộc tia Oz nên hai vectơ  $\overrightarrow{OA'}$  và  $\vec{k}$  cùng hướng. Do đó, tồn tại số thực p sao cho  $\overrightarrow{OA'} = p\vec{k}$ .

Mà  $A'(0; 0; 3)$  nên  $p = 3$ .

Vì ODCB là hình bình hành nên  $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB} = m\vec{i} + n\vec{j} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$ . Do đó,  $C(2; 4; 0)$ .

Vì OA'B'B là hình bình hành nên  $\overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB} = p\vec{k} + n\vec{j} = 3\vec{k} + 4\vec{j}$ . Do đó,  $B'(0; 4; 3)$ .

Vì OA'D'D là hình bình hành nên  $\overrightarrow{OD'} = \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OD} = m\vec{i} + p\vec{k} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ . Do đó,  $D'(2; 0; 3)$ .

Vì ABCD, A'B'C'D' là hình hộp chữ nhật nên theo quy tắc hình hộp ta có:

$\overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA'} = m\vec{i} + n\vec{j} + p\vec{k} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$ . Do đó,  $C'(2; 4; 3)$ .

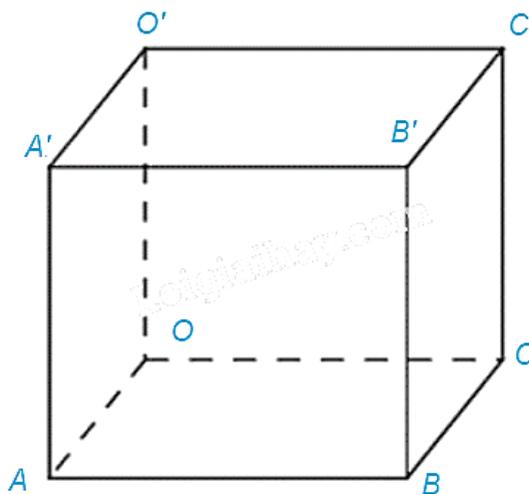
**Câu 22:** Trong không gian Oxyz, cho hình hộp OABC. O' A'B'C' có

$A(1; 1; -1), B(0; 3; 0), C'(2; -3; 6)$ .

a) Xác định tọa độ của điểm C.

b) Xác định các tọa độ đỉnh còn lại của hình hộp.

**Lời giải**



a) Ta có:  $O(0;0;0)$

vì  $OABC \cdot O'A'B'C'$  là hình hộp nên  $AOBC$  là hình bình hành. Do đó:

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CB} \Rightarrow \begin{cases} x_A = x_B - x_C \\ y_A = y_B - y_C \\ z_A = z_B - z_C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = x_A - x_B = 1 \\ y_C = y_A - y_B = -2 \\ z_C = z_A - z_B = -1 \end{cases} \Rightarrow C(1; -2; -1)$$

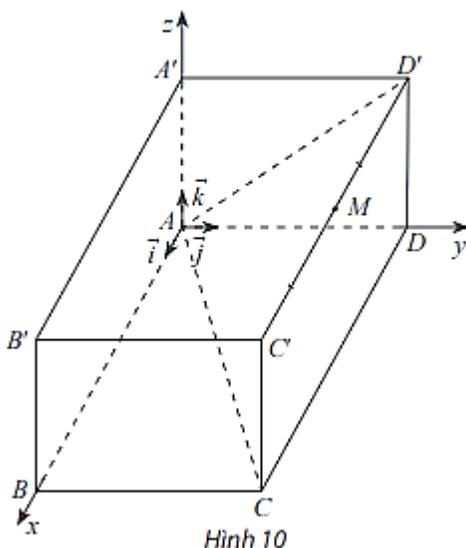
b) Vì  $OABC \cdot O'A'B'C'$  là hình hộp nên

$$\overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{CC'} \Rightarrow \begin{cases} x_{O'} = x_{C'} - x_C = 1 \\ y_{O'} = y_{C'} - y_C = -1 \\ z_{O'} = z_{C'} - z_C = 7 \end{cases} \Rightarrow O'(1; -1; 7)$$

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'} \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} - x_A = x_{C'} - x_C = 1 \\ y_{A'} - y_A = y_{C'} - y_C = -1 \\ z_{A'} - z_A = z_{C'} - z_C = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2 \\ y_{A'} = 0 \\ z_{A'} = 6 \end{cases} \Rightarrow A'(2; 0; 6)$$

$$\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} \Rightarrow \begin{cases} x_{B'} - x_B = (x_{C'} - x_C) = 1 \\ y_{B'} - y_B = (y_{C'} - y_C) = -1 \\ z_{B'} - z_B = (z_{C'} - z_C) = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{B'} = 1 \\ y_{B'} = 2 \\ z_{B'} = 7 \end{cases}$$

**Câu 23:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp chữ nhật  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có đỉnh  $A$  trùng với gốc  $O$ , các vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$  theo thứ tự cùng hướng với  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  và có  $AB = 8, AD = 6, AA' = 4$ . Tìm tọa độ các vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}$  và  $\overrightarrow{AM}$  với  $M$  là trung điểm của cạnh  $C'D'$ .



### Lời giải

Để tìm tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{AB}$ , ta cần biểu diễn  $\overrightarrow{AB}$  theo ba vectơ  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ .

Do  $\vec{AB}$  cùng hướng với  $\vec{i}$  và  $|\vec{AB}| = AB = 8 = 8|\vec{i}|$  nên  $\vec{AB} = 8\vec{i}$  hay  $\vec{AB} = 8\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$ .

Tương tự, ta cũng có:  $\vec{AD} = 0\vec{i} + 6\vec{j} + 0\vec{k}$ ,  $\vec{AA'} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 4\vec{k}$ .

Trong hình bình hành  $ABCD$ , ta có:  $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD} = 8\vec{i} + 6\vec{j} + 0\vec{k}$ .

Trong hình bình hành  $AA'C'C$ , ta có:  $\vec{AC'} = \vec{AC} + \vec{AA'} = 8\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k}$ .

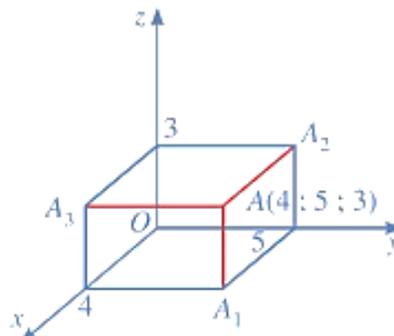
Suy ra  $\vec{AB} = (8; 0; 0)$ ;  $\vec{AC} = (8; 6; 0)$ ;  $\vec{AC'} = (8; 6; 4)$ .

$$\text{Vì } \vec{AM} = \frac{1}{2}(\vec{AC'} + \vec{AD'}) = \frac{1}{2}(\vec{AC'} + \vec{AD} + \vec{AA'})$$

$$= \frac{1}{2}(8\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k} + 6\vec{j} + 4\vec{k}) = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k}$$

nên  $\vec{AM} = (4; 6; 4)$ .

**Câu 24:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(4; 5; 3)$ . Gọi  $A_1, A_2, A_3$  lần lượt là hình chiếu của điểm  $A$  trên các mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$ ,  $(Oyz)$ ,  $(Ozx)$  (Hình 25). Tìm tọa độ của các điểm  $A_1, A_2, A_3$ .



Hình 25

### Lời giải

Gọi  $A_1(x_1; y_1; z_1)$ ,  $A_2(x_2; y_2; z_2)$ ,  $A_3(x_3; y_3; z_3)$ .

Với  $A(4; 5; 3)$ , đặt  $x_A = 4, y_A = 5, z_A = 3$ . Ta có:

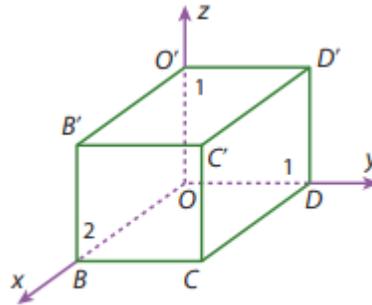
$x_1 = x_A = 4; y_1 = y_A = 5$  và  $z_1 = 0$  (vì  $A_1$  nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$ ). Do đó  $A_1(4; 5; 0)$ .

$y_2 = y_A = 5; z_2 = z_A = 3$  và  $x_2 = 0$  (vì  $A_2$  nằm trên mặt phẳng  $(Oyz)$ ). Do đó  $A_2(0; 5; 3)$ .

$x_3 = x_A = 4; z_3 = z_A = 3$  và  $y_3 = 0$  (vì  $A_3$  nằm trên mặt phẳng  $(Ozx)$ ). Do đó  $A_3(4; 0; 3)$ .

**Câu 25:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp chữ nhật  $OB'CD'$ .  $O'B'C'D'$  có  $B(2; 0; 0), D(0; 1; 0), O'(0; 0; 1)$ . Tìm tọa độ các đỉnh còn lại.

**Lời giải**



Hình 2.33

Ta cần tìm tọa độ các đỉnh  $O, C, B', C', D'$ .

Tọa độ đỉnh  $O$  là  $(0; 0; 0)$ .

Theo giả thiết, ta có  $\overrightarrow{OB} = 2\vec{i}, \overrightarrow{OD} = \vec{j}, \overrightarrow{OO'} = \vec{k}$ .

Suy ra:

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = 2\vec{i} + \vec{j};$$

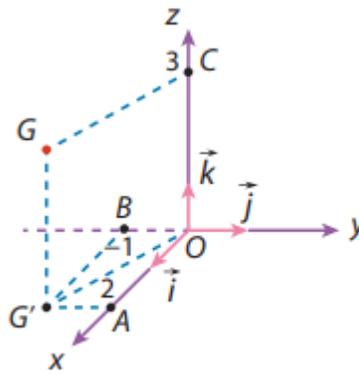
$$\overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OO'} = 2\vec{i} + \vec{k};$$

$$\overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OO'} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k};$$

$$\overrightarrow{OD'} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OO'} = \vec{j} + \vec{k}.$$

Vậy  $C(2; 1; 0), B'(2; 0; 1), C'(2; 1; 1), D'(0; 1; 1)$ .

**Câu 26:** Trong không gian  $Oxyz$ , xác định vị trí điểm  $G(2; -1; 3)$ .



Hình 2.35

### Lời giải

Vì  $G(2; -1; 3)$  nên  $\overrightarrow{OG} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ .

Trên các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt lấy ba điểm  $A, B, C$  sao cho:

$$\overrightarrow{OA} = 2\vec{i}, \overrightarrow{OB} = -\vec{j}, \overrightarrow{OC} = 3\vec{k} \text{ (Hình 2.35).}$$

Trong mặt phẳng tọa độ ( $Oxy$ ), vẽ hình chữ nhật  $OAG'B$ . Nối  $G'$  với  $O$ . Ta có  $\overrightarrow{OG'} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$

Trong mặt phẳng ( $COG'$ ), vẽ hình chữ nhật  $COG'G$ . Khi đó  $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OG'} + \overrightarrow{OC}$ .

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}, \text{ nghĩa là } G(2; -1; 3).$$

Vậy vị trí của điểm cần tìm chính là đỉnh  $G$  của hình chữ nhật  $COG'G$ .