

MỤC LỤC

▶ BÀI 2: PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN	2
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức	2
Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản.....	3
♦ Dạng ①: Phương sai và độ lệch chuẩn	3
♦ Dạng ②: Ứng dụng thực tế.....	6
Ⓒ. Dạng toán rèn luyện.....	10
♦ Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	10
♦ Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai	19
♦ Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	41

A. Tóm tắt kiến thức

1. ĐỊNH NGHĨA

- ✍ Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi Bảng 14.
- ✓ Gọi \bar{x} là số trung bình cộng của mẫu số liệu đó. Số
- ✓ $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}$ được gọi là phương sai của mẫu số liệu đó.
- ✓ Căn bậc hai (số học) của phương sai gọi là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu là s , nghĩa là $s = \sqrt{s^2}$.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1 ; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2 ; a_3)$	x_2	n_2
...
$[a_m ; a_{m+1})$	x_m	n_m
		$n = n_1 + n_2 + \dots + n_m$

Bảng 14

2. Ý NGHĨA

- ✓ Phương sai (độ lệch chuẩn) của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ phương sai (độ lệch chuẩn) của mẫu số liệu gốc và được dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm đó.
- ✓ Độ lệch chuẩn có cùng đơn vị với đơn vị của mẫu số liệu.
- ✓ Khi hai mẫu số liệu ghép nhóm có cùng đơn vị đo và có số trung bình cộng bằng nhau (hoặc xấp xỉ nhau), mẫu số liệu nào có độ lệch chuẩn nhỏ hơn thì mức độ phân tán (so với số trung bình cộng) của các số liệu trong mẫu đó sẽ thấp hơn.

B. Phân dạng toán cơ bản

♦ Dạng 1: Phương sai và độ lệch chuẩn

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: a) Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 11 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

b) Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 12 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

c) Trong hai vận động viên đó, kết quả nhảy xa của vận động viên nào đồng đều hơn?

Lời giải

♦ Ta có các bảng thống kê sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6,22 ; 6,46)	6,34	3
[6,46 ; 6,70)	6,58	7
[6,70 ; 6,94)	6,82	5
[6,94 ; 7,18)	7,06	20
[7,18 ; 7,42)	7,30	5
		$n = 40$

Bảng 15

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6,22 ; 6,46)	6,34	2
[6,46 ; 6,70)	6,58	5
[6,70 ; 6,94)	6,82	8
[6,94 ; 7,18)	7,06	19
[7,18 ; 7,42)	7,30	6
		$n = 40$

Bảng 16

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 là: 90

$$\bullet \bar{x}_D = \frac{3 \cdot 6,34 + 7 \cdot 6,58 + 5 \cdot 6,82 + 20 \cdot 7,06 + 5 \cdot 7,30}{40} = \frac{276,88}{40} \approx 6,92 \text{ (m)}.$$

♦ Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:

$$\bullet s_D^2 = \frac{1}{40} [3 \cdot (6,34 - 6,92)^2 + 7 \cdot (6,58 - 6,92)^2 + 5 \cdot (6,82 - 6,92)^2$$

$$+ 20 \cdot (7,06 - 6,92)^2 + 5 \cdot (7,30 - 6,92)^2] = \frac{2,9824}{40} \approx 0,07$$

♦ Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $s_D \approx \sqrt{0,07} \approx 0,26$ (m).

b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 là:

♦ $\bar{x}_H = \frac{2 \cdot 6,34 + 5 \cdot 6,58 + 8 \cdot 6,82 + 19 \cdot 7,06 + 6 \cdot 7,30}{40} = \frac{278,08}{40} \approx 6,95$ (m).

♦ Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:

♦ $s_H^2 = \frac{1}{40} [2 \cdot (6,34 - 6,95)^2 + 5 \cdot (6,58 - 6,95)^2$

$+ 8 \cdot (6,82 - 6,95)^2 + 19 \cdot (7,06 - 6,95)^2$

$+ 6 \cdot (7,30 - 6,95)^2] = \frac{2,5288}{40} \approx 0,06$

♦ Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

♦ $s_H \approx \sqrt{0,06} \approx 0,24$ (m).

c) Do $s_H \approx 0,24 < s_D \approx 0,26$ nên kết quả nhảy xa của vận động viên Huy đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng.

Câu 2: Người ta theo dõi sự thay đổi cân nặng, được tính bằng hiệu cân nặng trước và sau ba tháng áp dụng chế độ ăn kiêng của một số người cho kết quả như sau:

Thay đổi cân nặng (kg)	$[-1; 0)$	$[0; 1)$	$[1; 2)$	$[2; 3)$	$[3; 4)$
Số người nam	2	3	5	3	2
Số người nữ	2	7	12	7	2

Tính số trung bình, phương sai, độ lệch chuẩn và nhận xét về sự thay đổi cân nặng của người nam, người nữ sau ba tháng áp dụng chế độ ăn kiêng.

Lời giải

♦ Chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu, ta có:

Giá trị đại diện	-0,5	0,5	1,5	2,5	3,5
Số người nam	2	3	5	3	2
Số người nữ	2	7	12	7	2

- ♦ Tổng số người nam là: $n_1 = 2 + 3 + 5 + 3 + 2 = 15$.
- ♦ Tổng số người nữ là: $n_2 = 2 + 7 + 12 + 7 + 2 = 30$.
- ♦ Thay đổi cân nặng trung bình của người nam là:
- ♦ $\bar{x}_1 = \frac{1}{15} [2 \cdot (-0,5) + 3 \cdot 0,5 + 5 \cdot 1,5 + 3 \cdot 2,5 + 2 \cdot 3,5] = 1,5$ (kg)
- ♦ Thay đổi cân nặng trung bình của người nữ là:
- ♦ $\bar{x}_2 = \frac{1}{30} [2 \cdot (-0,5) + 7 \cdot 0,5 + 12 \cdot 1,5 + 7 \cdot 2,5 + 2 \cdot 3,5] = 1,5$ (kg)
- ♦ Phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về thay đổi cân nặng của người nam là:
- ♦ $s_1^2 = \frac{1}{15} [2 \cdot (-0,5)^2 + 3 \cdot 0,5^2 + 5 \cdot 1,5^2 + 3 \cdot 2,5^2 + 2 \cdot 3,5^2] - 1,5^2 \approx 1,21^2$; $s_1 \approx 1,21$
- ♦ Phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về thay đổi cân nặng của người nữ là:
- ♦ $s_2^2 = \frac{1}{30} [2 \cdot (-0,5)^2 + 7 \cdot 0,5^2 + 12 \cdot 1,5^2 + 7 \cdot 2,5^2 + 2 \cdot 3,5^2] - 1,5^2 \approx 2,06^2$; $s_2 \approx 2,06$.
- ♦ Như vậy, sau ba tháng áp dụng chế độ ăn kiêng này, về trung bình sự thay đổi cân nặng của nam và nữ là như nhau. Tuy nhiên, sự biến động về thay đổi cân nặng của nữ nhiều hơn so với của nam.

Câu 3: Anh An đầu tư số tiền bằng nhau vào hai lĩnh vực kinh doanh A, B. Anh An thống kê số tiền thu được mỗi tháng trong vòng 60 tháng theo mỗi lĩnh vực cho kết quả như sau:

Số tiền (triệu đồng)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số tháng đầu tư vào lĩnh vực A	5	10	30	10	5
Số tháng đầu tư vào lĩnh vực B	20	5	10	5	20

So sánh giá trị trung bình và độ lệch chuẩn của số tiền thu được mỗi tháng khi đầu tư vào mỗi lĩnh vực A, B. Đầu tư vào lĩnh vực nào "rủi ro" hơn?

Lời giải

- ♦ Chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu ta có:

Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số tháng đầu tư vào lĩnh vực A	5	10	30	10	5
Số tháng đầu tư vào lĩnh vực B	20	5	10	5	20

- ♦ Số tiền trung bình thu được khi đầu tư vào các lĩnh vực A, B tương ứng là:

- ♦ $\bar{x}_A = \frac{1}{60} (5 \cdot 7,5 + \dots + 5 \cdot 27,5) = 17,5$ (triệu đồng);

- ♦ $\bar{x}_B = \frac{1}{60} (20 \cdot 7,5 + \dots + 20 \cdot 27,5) = 17,5$ (triệu đồng).

- ♦ Như vậy, về trung bình đầu tư vào các lĩnh vực A, B số tiền thu được hàng tháng như nhau.

Độ lệch chuẩn của số tiền thu được hàng tháng khi đầu tư vào các lĩnh vực A, B tương ứng là:

- ♦ $s_A = \sqrt{\frac{1}{60} (5 \cdot 7,5^2 + \dots + 5 \cdot 27,5^2) - (17,5)^2} = 5$

- ♦ $s_B = \sqrt{\frac{1}{60} (20 \cdot 7,5^2 + \dots + 20 \cdot 27,5^2) - (17,5)^2} \approx 8,42$.

- ♦ Như vậy, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về số tiền thu được hàng tháng khi đầu tư vào lĩnh vực B cao hơn khi đầu tư vào lĩnh vực A. Người ta nói rằng, đầu tư vào lĩnh vực B là "rủi ro" hơn.

- ♦ Ví dụ sau cho thấy không phải lúc nào ta cũng có thể dùng độ lệch chuẩn của lợi nhuận thu được để so sánh độ rủi ro của các phương án đầu tư.

♦ Dạng 2: Ứng dụng thực tế

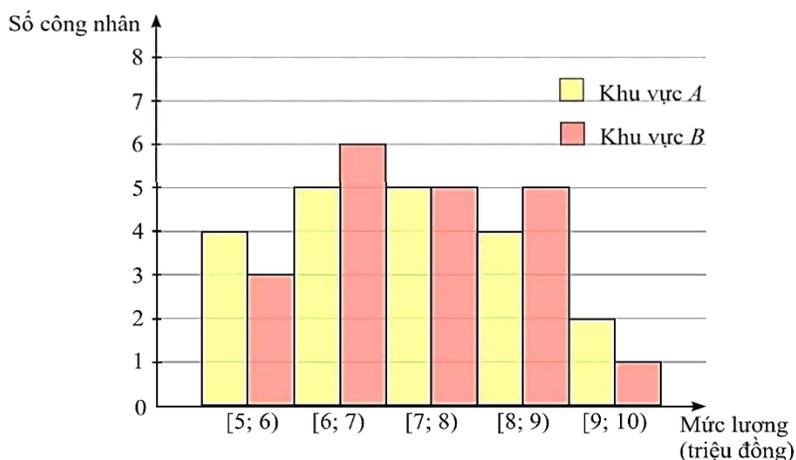
👉 Các ví dụ minh họa

Câu 4: Biểu đồ dưới đây mô tả kết quả điều tra về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của một số công nhân ở hai khu vực A và B.

a) Hãy xác định giá trị đại diện cho mỗi nhóm và lập bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu đó.

b) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì công nhân ở khu vực nào có mức lương khởi điểm đồng đều hơn?

Mức lương khởi điểm của công nhân ở hai khu vực A và B



Lời giải

a) Ta có bảng sau:

Mức lương	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Mức lương đại diện (triệu đồng)	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Khu vực A	4	5	5	4	2
Khu vực B	3	6	5	5	1

b)

♦ Xét mẫu số liệu của khu vực A:

♦ Cỡ mẫu là $n_A = 4 + 5 + 5 + 4 + 2 = 20$.

♦ Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x}_A = \frac{4 \cdot 5,5 + 5 \cdot 6,5 + 5 \cdot 7,5 + 4 \cdot 8,5 + 2 \cdot 9,5}{20} = 7,25$.

♦ Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S_A^2 = \frac{1}{20} (4 \cdot 5,5^2 + 5 \cdot 6,5^2 + 5 \cdot 7,5^2 + 4 \cdot 8,5^2 + 2 \cdot 9,5^2) - (7,25)^2 = 1,5875.$$

♦ Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S_A = \sqrt{1,5875}$.

♦ Xét mẫu số liệu của khu vực B:

♦ Cỡ mẫu là $n_B = 3 + 6 + 5 + 5 + 1 = 20$.

♦ Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x}_B = \frac{3 \cdot 5,5 + 6 \cdot 6,5 + 5 \cdot 7,5 + 5 \cdot 8,5 + 1 \cdot 9,5}{20} = 7,25$.

♦ Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S_B^2 = \frac{1}{20} (3 \cdot 5,5^2 + 6 \cdot 6,5^2 + 5 \cdot 7,5^2 + 5 \cdot 8,5^2 + 1 \cdot 9,5^2) - (7,25)^2 = 1,2875.$$

♦ Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S_B = \sqrt{1,2875}$

♦ Do $S_A > S_B$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì mức lương khởi điểm của công nhân khu vực B đồng đều hơn của công nhân khu vực A.

Câu 5: Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120; 122)	[122; 124)	[124; 126)	[126; 128)	[128; 130)
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn.

Theo quan điểm trên, hãy so sánh độ rủi ro của cổ phiếu A và cổ phiếu B.

Lời giải

♦ Ta có bảng thống kê giá đóng cửa theo giá trị đại diện:

Giá đóng cửa	121	123	125	127	129
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

♦ Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A:

♦ Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x}_1 = \frac{8.121+9.123+12.125+10.127+11.129}{50} = 125,28$.

♦ Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S_1^2 = \frac{1}{50} (8.121^2 + 9.123^2 + 12.125^2 + 10.127^2 + 11.129^2) - (125,28)^2 = 7,5216$$

♦ Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_1 = \sqrt{S_1^2} = \sqrt{7,5216}$.

♦ Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B:

♦ Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x}_2 = \frac{16.121+4.123+3.125+6.127+21.129}{50} = 125,28$.

♦ Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S_2^2 = \frac{1}{50} (16.121^2 + 4.123^2 + 3.125^2 + 6.127^2 + 21.129^2) - (125,48)^2 = 12,4096.$$

♦ Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_2 = \sqrt{S_2^2} = \sqrt{12,4096}$.

♦ Vậy nếu đánh giá độ rủi ro theo phương sai và độ lệch chuẩn thì cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B.

Câu 6 Để xác định độ ổn định của một máy đo độ ẩm không khí, người ta dùng máy này để đo 20 lần. Nếu độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đo lớn hơn 0,15 thì người ta sẽ đưa máy đo đi sửa chữa. Trong một lần lấy mẫu, kĩ thuật viên có được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Độ ẩm (%)	[52; 52,1)	[52,1; 52,2)	[52,2; 52,3)	[52,3; 52,4)	[52,4; 52,5)
Tần số	1	5	8	4	2

Liệu có cần đưa máy đo này đi sửa chữa hay không?

Lời giải

♦ Sau khi học xong bài này, ta giải quyết bài toán này như sau:

♦ Chọn giá trị đại diện cho mẫu số liệu ta có: z

Độ ẩm (%)	[52; 52,1)	[52,1; 52,2)	[52,2; 52,3)	[52,3; 52,4)	[52,4; 52,5)
Giá trị đại diện	52,05	52,15	52,25	52,35	52,45
Tần số	1	5	8	4	2

♦ Độ ẩm trung bình là: $\frac{52,05 \cdot 1 + 52,15 \cdot 5 + 52,25 \cdot 8 + 52,35 \cdot 4 + 52,45 \cdot 2}{20} = 52,255$.

♦ Phương sai: $s^2 = \frac{52,05^2 \cdot 1 + 52,15^2 \cdot 5 + 52,25^2 \cdot 8 + 52,35^2 \cdot 4 + 52,45^2 \cdot 2}{20} - 52,255^2 = 0,010475$.

♦ Độ lệch chuẩn là: $s = \sqrt{0,010475} \approx 0,102$.

♦ Vì $s = 0,102 < 0,15$ do đó không cần đưa máy đo này đi sửa chữa.

©. Dạng toán rèn luyện

♦ Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Sản lượng lúa (đơn vị ha) của 40 thửa ruộng có cùng diện tích được trình bày tròn bảng số liệu sau:

Sản lượng	20	21	22	23	24	
Tần số	5	8	11	10	6	$N = 40$

Bảng (I)

Tính phương sai của bảng số liệu (I)

A. 1,74.

B. 1,73.

C. 1,75.

D. 1,76.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\bar{x} = \frac{20 \cdot 5 + 21 \cdot 8 + 22 \cdot 11 + 23 \cdot 10 + 24 \cdot 6}{40} = 22,1$

$\Rightarrow \delta_x^2 = \frac{5(20-22,1)^2 + 8(21-22,1)^2 + 11(22-22,1)^2 + 10(23-22,1)^2 + 6(24-22,1)^2}{40} = 1,76$.

Câu 2: Tính độ lệch chuẩn của bảng số liệu (I). (Tính chính xác đến chữ số hàng phần trăm)

A. 1,34.

B. 1,33.

C. 1,35.

D. 1,36.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\delta_x = \sqrt{1,76} = 1,33$.

Câu 3: Cho mẫu số liệu thống kê $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Tính (gần đúng) độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên?

A. 2,45.

B. 2,58.

C. 6,67.

D. 6,0.

Lời giải

Chọn B

Ta có giá trị trung bình $\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9}{9} = 5$.

Do đó độ lệch chuẩn

$$s = \sqrt{\frac{(1-5)^2 + (2-5)^2 + (3-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2 + (7-5)^2 + (8-5)^2 + (9-5)^2}{9}}$$

$$s = \frac{2\sqrt{15}}{3} \approx 2,58.$$

Câu 4: Điểm kiểm tra giữa kỳ 2 của một học sinh lớp 10 như sau: 2, 4, 6, 8, 10. Phương sai của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

A. 6.

B. 8.

C. 10.

D. 40.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: TỰ LUẬN: $\bar{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6$.

$$s^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = 8.$$

Cách 2: CASIO:FX-570ES PLUS

Bước 1: Chuyển đổi máy tính về thống kê: *MODE* → 3 → *AC*.

Bước 2: Bật chức năng cột tần số: *SHIFT* → *MODE* →

MŨI TÊN ĐI XUỐNG (∇) → 4 (*START*) → 1 (*ON*).

Bước 3: Nhập dữ liệu: *SHIFT* → 1 → 1 (*Type*) → 1 (*1-VAR*).

	X	$FREQ$
1	2	1
2	4	1
3	6	1
4	8	1
5	10	1

Lưu ý: Nhập dữ liệu xong ấn AC để thoát.

Bước 4:Tính giá trị độ lệch chuẩn:SHIFT \rightarrow 1 \rightarrow 4(Var) \rightarrow 3(σx)

Kết quả:2.828427125

Bước 5:Tính phương sai: x^2 (Ans²)

Kết quả: 8

Câu 5: Tính độ lệch chuẩn của bảng số liệu (I). (Tính chính xác đến chữ số hàng phần trăm).

A. 1,24.

B. 1,23.

C. 1,25.

D. 1,26.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào kết quả của câu 8, ta có độ lệch chuẩn của bảng số liệu (I) là:

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{1,54} \approx 1,24.$$

Câu 6: Theo kết quả thống kê điểm thi giữa kỳ 2 môn toán khối 11 của một trường THPT, người ta tính được phương sai của bảng thống kê đó là $s_x^2 = 0,573$. Độ lệch chuẩn của bảng thống kê đó bằng

A. 0,812.

B. 0,757.

C. 0,936.

D. 0,657.

Lời giải

Chọn B

Ta có công thức tính độ lệch chuẩn là $s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{0,573} \approx 0,757$.

Câu 7: Cho phương sai của các số liệu bằng 4. Tìm độ lệch chuẩn.

A. 4.

B. 2.

C. 16.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có độ lệch chuẩn là căn bậc hai của phương sai

$$\text{Nên } s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{4} = 2.$$

Câu 8: Cho mẫu số liệu $\{10; 7; 8; 5; 4\}$. Phương sai của mẫu là

A. 2,39.

B. 2,14.

C. 4,56.

D. 5,7.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } s_x^2 = \frac{10^2 + 7^2 + 8^2 + 5^2 + 4^2}{5} - \left(\frac{10 + 7 + 8 + 5 + 4}{5} \right)^2 = 4,56.$$

Câu 9: Cho mẫu số liệu thống kê $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Tính (gần đúng) độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.

A. 2,45.

B. 2,58.

C. 6,67.

D. 6,0.

Lời giải

Chọn B

Số trung bình $\bar{x} = 5$.

$$\text{Phương sai } s^2 = \frac{1}{9} \left[(1-5)^2 + (2-5)^2 + \dots + (9-5)^2 \right] = \frac{20}{3}.$$

Độ lệch chuẩn $s \approx 2,58$.

Câu 10: Cho mẫu số liệu thống kê: $\{2, 4, 6, 8, 10\}$. Phương sai của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu?

A. 6.

B. 8.

C. 10.

D. 40.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Số trung bình là: } \bar{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6.$$

Phương sai của mẫu số liệu trên là: $s^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2$. Do đó

$$s^2 = \frac{1}{5} \left[(2-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2 \right] = 8.$$

Câu 11: Cho dãy số liệu thống kê: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Phương sai của mẫu số liệu thống kê đã cho là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4$$

$$\text{Vậy phương sai của mẫu số liệu: } s_x^2 = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 = 4.$$

Câu 12: Cho mẫu số liệu 10, 8, 6, 2, 4. Độ lệch chuẩn của mẫu là

A. 8.

B. 2,4.

C. 6.

D. 2,8.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } s = \sqrt{\frac{1}{5} [(2-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2]} \approx 2,8$$

Câu 13: Bảng số liệu sau cho biết thời gian làm bài tính bằng phút của 50 học sinh.

Thời gian	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Tần số (n)	1	3	4	7	8	9	8	5	3	2	N = 50

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thống kê trên.

A. $\delta \approx 2,15$.

B. $\delta \approx 2,14$.

C. $\delta \approx 2,16$.

D.

$\delta \approx 2,13$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \overline{x^2} = \frac{1}{50} (1.3^2 + 3.4^2 + 4.5^2 + 7.6^2 + 8.7^2 + 9.8^2 + 8.9^2 + 5.10^2 + 3.11^2 + 2.12^2) = 63,52$$

$$\bar{x} = \frac{1}{50} (1.3 + 3.4 + 4.5 + 7.6 + 8.7 + 9.8 + 8.9 + 5.10 + 3.11 + 2.12) = 7,68$$

Suy ra phương sai $s_x^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = 63,52 - 7,68^2 = 4,5376$. Do đó độ lệch chuẩn là

$$s_x \approx 2,13.$$

Câu 14: Cho bảng tần số khối lượng của 30 con tôm:

Khối lượng(gam)	140	150	160	170	180	190	Cộng
Tần số	2	3	5	9	8	3	30

Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.** Số trung bình $\bar{x} = 169$. **B.** Độ lệch chuẩn $s \approx 13,5$.
C. Tần suất của giá trị 160 là $\frac{1}{5}$. **D.** Mỗi con tôm là đơn vị của điều tra

Lời giải

Chọn C

$$\text{Số trung bình } \bar{x} = \frac{140.2 + 150.3 + 160.5 + 170.9 + 180.8 + 190.3}{30} = 169.$$

$$\text{Tần suất của giá trị 160 là } \frac{5}{30} = \frac{1}{6}.$$

Độ lệch chuẩn

$$s = \sqrt{\frac{1}{N} \left[n_1 \cdot (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 \cdot (x_2 - \bar{x})^2 + n_3 \cdot (x_3 - \bar{x})^2 + n_4 \cdot (x_4 - \bar{x})^2 + n_5 \cdot (x_5 - \bar{x})^2 + n_6 \cdot (x_6 - \bar{x})^2 \right]}$$

Câu 15: Cho dãy số liệu thống kê: 1,2,3,4,5,6,7,8. Độ lệch chuẩn của dãy số liệu thống kê này (làm tròn đến 2 chữ số thập phân) là

- A.** 2,30. **B.** 2,63. **C.** 27,56. **D.** 5,25.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \bar{x} = \frac{1 + 2 + \dots + 8}{8} = \frac{9}{2}.$$

$$s^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = 25,5 - 20,25 = 5,25.$$

Do đó độ lệch chuẩn của dãy là 2,30.

Câu 16: Sản lượng lúa (đơn vị tạ) của 40 thửa ruộng có cùng diện tích được trình bày trong bảng số liệu sau. Bảng (I) (Dùng cho câu 8 và câu 9). Tính phương sai của bảng số liệu (I)

A. 1,55.

B. 1,53.

C. 1,52.

D. 1,54.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\sum_{i=1}^5 n_i x_i = 5.20 + 8.21 + 11.22 + 10.23 + 6.24 = 884.$$

$$\sum_{i=1}^5 n_i x_i^2 = 5.20^2 + 8.21^2 + 11.22^2 + 10.23^2 + 6.24^2 = 19598$$

Do đó, phương sai của bảng số liệu (I) là:

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^5 n_i x_i^2 - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^5 n_i x_i \right)^2 = \frac{1}{40} . 19598 - \frac{1}{40^2} . 884^2 = 1,54.$$

Câu 17: Tính phương sai của dãy số liệu: 1,3,3,5,7,9,10,11,11,11.

A. $\frac{71}{10}$.

B. $\frac{1329}{10}$.

C. $\frac{710}{10}$.

D. $\frac{1329}{100}$.

Lời giải

Chọn D

Bảng phân bố tần số của dãy số liệu:

Giá trị	1	3	5	7	9	10	11	Tổng
Tần số	1	2	1	1	1	1	3	10

$$\text{Ta có } \bar{x} = \frac{1}{10} (1.1 + 3.2 + 5.1 + 7.1 + 9.1 + 10.1 + 11.3) = \frac{71}{10}.$$

Phương sai là:

$$s^2 = \frac{1}{10} \left[1. \left(1 - \frac{71}{10} \right)^2 + 2. \left(3 - \frac{71}{10} \right)^2 + 1. \left(5 - \frac{71}{10} \right)^2 + 1. \left(7 - \frac{71}{10} \right)^2 + 1. \left(9 - \frac{71}{10} \right)^2 + 1. \left(10 - \frac{71}{10} \right)^2 + 3. \left(11 - \frac{71}{10} \right)^2 \right] = 13,29$$

Câu 18: Cho dãy số liệu thống kê: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Phương sai của các số liệu thống kê là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Giá trị trung bình của dãy số liệu thống kê đã cho là: } \bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4.$$

Phương sai của các số liệu thống kê là

$$S_x^2 = \frac{(\bar{x}-1)^2 + (\bar{x}-1)^2 + (\bar{x}-2)^2 + (\bar{x}-3)^2 + (\bar{x}-4)^2 + (\bar{x}-5)^2 + (\bar{x}-6)^2 + (\bar{x}-7)^2}{7}$$

$$= \frac{(4-1)^2 + (4-2)^2 + (4-3)^2 + (4-4)^2 + (4-5)^2 + (4-6)^2 + (4-7)^2}{7} = \frac{28}{7} = 4.$$

Câu 19: Số liệu thống kê 100 học sinh tham gia kì thi học sinh giỏi toán (thang điểm 20). Kết quả được thống kê trong bảng sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	$N = 100$

Tính độ lệch chuẩn của bảng số liệu thống kê.

- A.** 2,01. **B.** 1,89. **C.** 1,98. **D.** 1,99.

Lời giải

Chọn D

Điểm số trung bình của các học sinh tham gia thi học sinh giỏi là

$$\bar{x} = \frac{1.9 + 1.10 + 3.11 + 5.12 + 8.13 + 13.14 + 19.15 + 24.16 + 14.17 + 10.18 + 2.19}{100} \approx 15,23.$$

Phương sai của số liệu thống kê là

$$S_x^2 = \frac{(\bar{x}-9)^2 + (\bar{x}-10)^2 + 3(\bar{x}-11)^2 + 5(\bar{x}-12)^2 + \dots + 2(\bar{x}-19)^2}{100} \approx 3,96.$$

Suy ra độ lệch chuẩn của bảng số liệu thống kê là $S_x = \sqrt{S_x^2} \approx 1,99$

Câu 20: Cho mẫu số liệu thống kê $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Tính (gần đúng) độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên?

- A.** 2,45. **B.** 2,58. **C.** 6,67. **D.** 6,0.

Lời giải

Chọn B

Ta có giá trị trung bình $\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9}{9} = 5.$

Do đó độ lệch chuẩn

$$s = \sqrt{\frac{(1-5)^2 + (2-5)^2 + (3-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2 + (7-5)^2 + (8-5)^2 + (9-5)^2}{9}}$$

$$s = \frac{2\sqrt{15}}{3} \approx 2,58.$$

Câu 21: Một cửa hàng bán gạo, thống kê số kg gạo mà cửa hàng bán mỗi ngày trong 30 ngày, được bảng tần số:

Bảng tần số	
<i>Số kg gạo</i>	<i>Tần số</i>
100	7
120	4
130	2
160	8
180	3
200	2
250	4
Tổng	30

Phương sai của bảng số liệu gần đúng với giá trị nào dưới đây nhất?

A. 155.

B. 2318.

C. 3325.

D. 1234.

Lời giải

Chọn B

Ta có số trung bình của bảng số liệu là:

$$\bar{x} = \frac{7 \cdot 100 + 4 \cdot 120 + 2 \cdot 130 + 8 \cdot 160 + 3 \cdot 180 + 2 \cdot 200 + 4 \cdot 250}{30} \approx 155$$

Phương sai của bảng số liệu:

$$s_x^2 \approx \frac{7(100-155)^2 + 4(120-155)^2 + 2(130-155)^2 + 8(160-155)^2 + 3(180-155)^2 + 2(200-155)^2 + 4(250-155)^2}{30}$$

$$\approx 2318.$$

Câu 22: Đo chiều cao (tính bằng *cm*) của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao	[150;154)	[154;158)	[158;162)	[162;166)	[166;170)
Tần số	25	50	200	175	50

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là:

- A. $s_x = 161,4$ B. $s_x = 14,48$ C. $s_x = 8,2$ D. $s_x = 3,85$

Lời giải

Chọn D

Ta có bảng sau

Lớp chiều cao	Giá trị đại diện	Tần số
[150;154)	152	25
[154;158)	156	50
[158;162)	160	200
[162;166)	164	175
[166;170)	168	50

Ta có chiều cao trung bình:

$$\bar{x} = \frac{1}{500}(152 \cdot 25 + 156 \cdot 50 + 160 \cdot 200 + 164 \cdot 175 + 168 \cdot 50) = 161,4$$

Phương sai của mẫu số liệu:

$$s_x^2 = f_1(c_1 - \bar{x})^2 + f_2(c_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(c_k - \bar{x})^2$$

$$= \frac{1}{500}[25(152 - 161,4)^2 + 50(156 - 161,4)^2 + 200(160 - 161,4)^2 + 175(164 - 161,4)^2 + 50(168 - 161,4)^2] = 14,84$$

$$\Rightarrow \text{Độ lệch chuẩn: } s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{14,84} = 3,85$$

♦ **Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai**

Câu 1: Nhiệt độ trung bình ($^{\circ}C$) mỗi tháng trong năm tại một trạm quan trắc được thống kê như sau:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
19,6	19,6	23,2	22,3	29,9	32,1	31,6	29,3	29,2	24,8	23,9	18,6

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Nhiệt độ trung bình trong năm: $25,34^{\circ}C$.
- b) Tháng 7 có nhiệt độ cao nhất là: $32,1^{\circ}C$
- c) Phương sai $s^2 = 21,98$
- d) Độ lệch chuẩn $s = 3,69$.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

Nhiệt độ trung bình trong năm: $25,34^{\circ}C$.

Phương sai $s^2 = 21,98$, độ lệch chuẩn $s = 4,69$.

Câu 2: Số liệu thống kê tỉ lệ (%) tốt nghiệp THPT của một địa phương từ năm học 2009- 2010 đến năm học 2024 - 2025 được cho như sau:

98,82	97,46	99,19	98,90	98,65	79,51	85,06	86,18
98,68	99,23	99,93	99,34	99,74	93,08	97,34	97,82

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tỉ lệ tốt nghiệp trung bình: $95,56\%$.
- b) 99,19 là tỉ lệ (%) tốt nghiệp THPT cao nhất
- c) Phương sai: $s^2 = 36,03$
- d) Độ lệch chuẩn: $s = 6,09$.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

Tỉ lệ tốt nghiệp trung bình: $95,56\%$.

Phương sai: $s^2 = 37,03$, độ lệch chuẩn: $s = 6,09$.

Câu 3: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Độ lệch chuẩn là bình phương của phương sai;
- b) Độ lệch chuẩn là một nửa của phương sai;
- c) Độ lệch chuẩn là căn bậc hai của phương sai;
- d) Độ lệch chuẩn là căn bậc ba của phương sai.

Lời giải

a) S	b) S	c) Đ	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

Căn bậc hai của phương sai được gọi là độ lệch chuẩn, kí hiệu là S.

Câu 4: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Phương sai của mẫu số liệu: 2;3;4;5;6 là $s_x^2 = 2$
- b) Trong một mẫu số liệu, phương sai bằng Bình phương của độ lệch chuẩn.
- c) Điểm kiểm tra giữa kỳ 2 của một học sinh lớp 10 như sau: 2,4,6,8,10 . Phương sai của mẫu số liệu trên bằng 8
- d) Theo kết quả thống kê điểm thi giữa kỳ 1 môn toán khối 10 của một trường THPT Yên Khánh A, người ta tính được phương sai của bảng thống kê đó là 0,58 . Độ lệch chuẩn của bảng thống kê đó bằng 0,76

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Ta có: $\bar{x} = \frac{2+3+4+5+6}{5} = 4 .$

Suy ra: $s_x^2 = \frac{1}{5} \left[(2-4)^2 + (3-4)^2 + (5-4)^2 + (6-4)^2 \right] = 2 .$

b) Nếu s là độ lệch chuẩn thì s^2 là phương sai.

c) Ta có: $\bar{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6 .$

Phương sai: $s^2 = \frac{(2-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2}{5} = 8 .$

d) Ta có công thức tính độ lệch chuẩn là $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0,58} \approx 0,76 .$

Câu 5: Thực hành việc đo chiều cao (cm) của 40 học sinh nữ khối lớp 10 của một trường Trung học phổ thông, ta được kết quả như sau:

154	152	154	151	150	149	153	154	152	152
150	152	150	153	152	156	153	156	105	153
156	154	154	152	152	152	154	155	155	153
156	147	155	154	156	157	149	153	170	154

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Chiều cao trung bình: $\bar{x} =_{152,27} \text{ cm} .$
- b) 170 cm là chiều cao lớn nhất

c) Phương sai: $s^2 = 65,32$;

d) Độ lệch chuẩn: $s = 8,08$.

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

Chiều cao trung bình: $\bar{x} =_{152,27} cm$.

Phương sai: $s^2 = 67,32$; độ lệch chuẩn: $s = 8,20$.

Câu 6: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Phương sai luôn là một số không âm.
- b) Phương sai là bình phương của độ lệch chuẩn.
- c) Phương sai càng lớn thì độ phân tán quanh số trung bình càng lớn.
- d) Phương sai luôn lớn hơn độ lệch chuẩn.

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

Phương sai s_x^2 còn độ lệch chuẩn $s_x = \sqrt{s_x^2}$ nhưng không thể khẳng định phương sai luôn lớn hơn độ lệch chuẩn.

Câu 7: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Phương sai được sử dụng làm đại diện cho các số liệu của mẫu.
- b) Phương sai được sử dụng để đánh giá mức độ phân tán của các số liệu thống kê.
- c) Phương sai được tính bằng tổng số phần tử của một mẫu số liệu.
- d) Phương sai là số liệu xuất hiện nhiều nhất trong bảng các số liệu thống kê.

Lời giải

a) S	b) Đ	c) S	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

Ý nghĩa của phương sai: Phương sai được sử dụng để đánh giá mức độ phân tán của các số liệu thống kê.

Câu 8: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho phương sai của các số liệu bằng 4. độ lệch chuẩn là: 2

b) Cho mẫu số liệu $\{10;7;8;5;4\}$. Phương sai của mẫu là 2,14

c) Cho mẫu số liệu 10,8,6,2,4. Độ lệch chuẩn của mẫu là 6

d) Điểm kiểm tra giữa kỳ 2 của một học sinh lớp 10 như sau: 2,4,6,8,10. Phương sai của mẫu số liệu trên là 8

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Ta có độ lệch chuẩn là căn bậc hai của phương sai

$$\text{Nên } s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{4} = 2.$$

$$\text{b) Ta có } s_x^2 = \frac{10^2 + 7^2 + 8^2 + 5^2 + 4^2}{5} - \left(\frac{10+7+8+5+4}{5}\right)^2 = 4,56.$$

$$\text{c) Số trung bình: } \bar{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } s = \sqrt{\frac{1}{5}[(2-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2]} \approx 2,8$$

$$\text{d) } \bar{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6.$$

$$s^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = 8.$$

Câu 9: Phương sai là đặc trưng dùng để. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đo độ phân tán của mẫu số liệu.

b) Cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu.

c) Phát hiện số liệu bất thường hoặc không chính xác của mẫu số liệu.

d) Là hiệu số giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

Phương sai đặc trưng cho độ phân tán của mẫu số liệu.

Câu 10: Độ lệch chuẩn của một dãy số liệu thống kê được tính là giá trị nào. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Bình phương của phương sai.

- b) Một nửa của phương sai.
- c) Căn bậc hai của phương sai.
- d) Hai lần phương sai.

Lời giải

a) S	b) S	c) Đ	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

Độ lệch chuẩn của một dãy số liệu thống kê được tính bằng căn bậc hai của phương sai.

Câu 11: Bạn Hưng và bạn Thịnh thống kê kết quả chiều cao (đơn vị: xăng-ti-mét) của 5 cây nguyệt quế mà mỗi người trồng sau một thời gian như sau.

Cây của bạn Hưng	35	36	38	36	37
Cây của bạn Thịnh	30	35	38	41	30

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu cây của bạn Hưng là: $\bar{x}_H = 36,4(cm)$.
- b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu cây của bạn Thịnh là: $\bar{x}_T = 32,4(cm)$.
- c) Phương sai của mẫu số liệu cây của bạn Hưng **lớn hơn** Phương sai của mẫu số liệu cây của bạn Thịnh
- d) Các cây nguyệt quế của bạn Hưng phát triển chiều cao đồng đều hơn

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

Mẫu số liệu chiều cao 5 cây do bạn Hưng trồng là: 35 36 38 36 37(1)

Mẫu số liệu chiều cao 5 cây do bạn Thịnh trồng là: 30 35 38 41 30(2)

Số trung bình cộng của mẫu số liệu (1) là: $\bar{x}_H = \frac{35+36+38+36+37}{5} = 36,4(cm)$.

Phương sai của mẫu số liệu (1) là: $s_H^2 = 1,04$.

Số trung bình cộng của mẫu số liệu (2) là: $\bar{x}_T = \frac{30+35+38+41+30}{5} = 35,4(cm)$.

Phương sai của mẫu số liệu (2) là: $s_T^2 = 14,64$.

Vì $s_H^2 < s_T^2$ nên các cây nguyệt quế của bạn Hưng phát triển chiều cao đồng đều hơn.

Câu 12: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho mẫu số liệu thống kê $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là 2,58
- b) Cho dãy số liệu thống kê: 1,2,3,4,5,6,7. Phương sai của mẫu số liệu thống kê đã cho là 4
- c) Sản lượng lúa (đơn vị ha) của 40 thửa ruộng có cùng diện tích được trình bày trong bảng số liệu sau:

Sản lượng	20	21	22	23	24	
Tần số	5	8	11	10	6	$N = 40$

phương sai của bảng số liệu là: 1,52

- d) Cho dãy số liệu thống kê: 1,2,3,4,5,6,7,8. Độ lệch chuẩn của dãy số liệu thống kê này (làm tròn đến 2 chữ số thập phân) là: 2,63

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Số trung bình $\bar{x} = 5$.

$$\text{Phương sai } s^2 = \frac{1}{9}[(1-5)^2 + (2-5)^2 + \dots + (9-5)^2] = \frac{20}{3}.$$

Độ lệch chuẩn $s \approx 2,58$.

$$\text{b) } \bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu: $s_x^2 = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 = 4$.

$$\text{c) Ta có } \bar{x} = \frac{5 \cdot 20 + 8 \cdot 21 + 11 \cdot 22 + 10 \cdot 23 + 6 \cdot 24}{40} = 22,1.$$

$$s_x^2 = \frac{1}{40} [5(20-22,1)^2 + 8(21-22,1)^2 + 11(22-22,1)^2 + 10(23-22,1)^2 + 6(24-22,1)^2] = 1,54.$$

$$\text{d) Ta có } \bar{x} = \frac{1+2+\dots+8}{8} = \frac{9}{2}.$$

$$s^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = 25,5 - 20,25 = 5,25.$$

Do đó độ lệch chuẩn của dãy là: 2,30.

Câu 13: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Sản lượng lúa (tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng phân bố tần số sau đây:

Sản lượng	20	21	22	23	24
Tần số	5	8	11	10	6

Phương sai của mẫu số liệu là: 22,1

b) Cho dãy số liệu thống kê

1 2 3 4 5 6 7

Phương sai của mẫu số liệu thống kê đã cho là 4

c) Sĩ số học sinh của 5 lớp khối 10 là: 40; 43; 45; 41; 46. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là: 2,28

d) Cho dãy số liệu thống kê 1,2,3,4,5,6,7,8. Độ lệch chuẩn của dãy số liệu thống kê gần bằng 3.30

Lời giải

a) S	b) Đ	c) Đ	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Ta có sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng là:

$$\bar{x} = \frac{1}{40}(5.20 + 8.21 + 11.22 + 10.23 + 6.24) = 22,1 \text{ (tạ)}$$

Phương sai:

$$s_x^2 = \frac{1}{n} [n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k(x_k - \bar{x})^2] = 1,54$$

b) Ta có: $\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4.$

Do đó phương sai của mẫu số liệu thống kê đã cho là:

$$s^2 = \frac{(4-1)^2 + (4-2)^2 + (4-3)^2 + (4-4)^2 + (4-5)^2 + (4-6)^2 + (4-7)^2}{7} = \frac{28}{7} = 4.$$

c) Ta có: Số trung bình của mẫu số liệu là: $\bar{x} = \frac{40+43+45+41+46}{5} = 43$

\Rightarrow Phương sai: $s^2 = \frac{(40-43)^2 + (43-43)^2 + (45-43)^2 + (41-43)^2 + (46-43)^2}{5} = \frac{26}{5}.$

\Rightarrow Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{s^2} \approx 2,28$.

$$d) \bar{x} = \frac{1}{8}(1.1 + 2.1 + 3.1 + 4.1 + 5.1 + 6.1 + 7.1 + 8.1) = 4,5$$

$$s^2 = \frac{1}{8}[1.(1-4,5)^2 + 1.(2-4,5)^2 + \dots + 1.(8-4,5)^2] = 5,25$$

$\Rightarrow s = \sqrt{s^2} \approx 2,30$.

Câu 14: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Sản lượng ngô của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng phân bố tần số sau đây:

Sản lượng	20	21	22	23	24
Tần số	5	8	11	10	6

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là: $S \approx 1,24$.

b) Sản lượng lúa của 50 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng phân bố tần số sau đây:

Sản lượng	20	21	22	23	24
Tần số	7	10	13	12	8

Phương sai của mẫu số liệu là: 1,6336

c) Cho mẫu số liệu 10;8;6;2;4 . Độ lệch chuẩn của mẫu là: 28

d) Cho mẫu số liệu thống kê $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là: 2,58.

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Ta có sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng là:

$$\bar{x} = \frac{1}{40}(5.20 + 8.21 + 11.22 + 10.23 + 6.24) = 22,1$$

$$\text{Phương sai } S^2 = \frac{1}{40}(5.20^2 + 8.21^2 + 11.22^2 + 10.23^2 + 6.24^2) - 22,1^2 = 1,54.$$

Vậy độ lệch chuẩn $S = \sqrt{1,54} \approx 1,24$.

b) Ta có sản lượng trung bình của 50 thửa ruộng là:

$$\bar{x} = \frac{1}{50}(7.20 + 10.21 + 13.22 + 12.23 + 8.24) = 22,08$$

$$\text{Phương sai: } s_x^2 = \frac{1}{n} [n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k(x_k - \bar{x})^2] = 1,6336.$$

c) Ta có giá trị trung bình của mẫu số liệu là:

$$\bar{x} = \frac{1}{5}(2 + 4 + 6 + 8 + 10) = 6.$$

$$\text{Phương sai: } s_x^2 = \frac{1}{n} [n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k(x_k - \bar{x})^2] = 8.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn } s_x = \sqrt{8} \approx 2,8.$$

d) Số trung bình $\bar{x} = 5$.

$$\text{Phương sai } s^2 = \frac{1}{9} [(1-5)^2 + (2-5)^2 + \dots + (9-5)^2] = \frac{20}{3}.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn } s \approx 2,58.$$

Câu 15: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Thống kê điểm trắc nghiệm môn Tiếng Anh của 40 học sinh, người ta thu được mẫu số liệu sau

56	42	78	45	55	66	82	34	25	30
90	72	98	62	64	31	45	28	72	88
56	58	62	65	31	74	72	90	92	40
52	56	55	82	22	32	46	60	68	54

Hãy xác định giá trị trung bình, độ lệch chuẩn của bảng số liệu trên là: $s \approx 20,447$

b) Điểm trung bình môn toán của một số học sinh lớp 12A1 được cho trong bảng sau:

STT	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Điểm	7,5	8,6	6,5	9	9,4	7,9	6,8	8,0	8,3

Phương sai của mẫu số liệu trên là $\frac{172}{225}$

c) Điểm kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 10A ở trường X được cho ở bảng sau

Điểm	5	6	7	8	9	10
Tần số	1	5	10	9	7	3

độ lệch chuẩn. $s \approx 1,255$

d) Theo kết quả thống kê điểm thi giữa kỳ 2 môn toán khối 11 của một trường THPT, người ta tính được phương sai của bảng thống kê đó là $s_x^2 = 0,573$. Độ lệch chuẩn của bảng thống kê đó bằng 0,757

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Giá trị trung bình $\bar{x} = 58,25$

Độ lệch chuẩn: $s \approx 20,447$

b) Ta có: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^9 x_i}{9} = \frac{72}{9} = 8 \Rightarrow S^2 = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x})^2 = \frac{184}{225}$

c) Ta có $\bar{x} = \frac{5+6.5+7.10+8.9+9.7+10.3}{35} = 7,714$

$$s^2 = \frac{(5-\bar{x})^2 + 5(6-\bar{x})^2 + 10(7-\bar{x})^2 + 9(8-\bar{x})^2 + 7(9-\bar{x})^2 + 3(10-\bar{x})^2}{35} = 1.5755$$

$\Rightarrow s \approx 1,255$

d) Ta có công thức tính độ lệch chuẩn là $s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{0,573} \approx 0,757$.

Câu 16: Kết quả kiểm tra môn Tiếng Anh (thang điểm 100) của hai lớp 12A và 12B được cho dưới bảng sau:

Lớp 12A

67	69	71	68	68	72
71	69	71	75	73	68
73	72	72	75	74	75
68	72	69	70	70	69
75	76	69	49	73	76
70	71	69	67	68	91
72	73	75	74	76	73

Lớp 12B

74	71	75	63	59	72
55	66	71	69	75	68
73	72	72	75	74	75
54	58	69	58	55	62
75	78	69	51	73	76
86	61	59	79	82	93
76	81	88	67	72	84

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Điểm trung bình Lớp 12A bằng 71,38

b) Phương sai Lớp 12B bằng 28,09

c) Độ lệch chuẩn Lớp 12A bằng 5,30

d) Lớp 10A học đồng đều hơn 12B.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) Đ
------	------	------	------

Thực hiện tính các số đặc trưng:

Lớp 12A		Lớp 12B	
Điểm trung bình	71,38	Điểm trung bình	70,6
Phương sai	28,09	Phương sai	90,19
Độ lệch chuẩn	5,30	Độ lệch chuẩn	9,50

So sánh độ lệch chuẩn thì lớp 12A học đồng đều hơn 12B.

Câu 17: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho mẫu số liệu thống kê: $\{2, 4, 6, 8, 10\}$. Phương sai của mẫu số liệu trên bằng 10
- b) Cho mẫu số liệu thống kê: $\{2, 4, 6, 8, 10\}$. Phương sai của mẫu số liệu trên bằng 8
- c) Cho dãy số liệu thống kê: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Phương sai của mẫu số liệu thống kê đã cho là 1
- d) Sản lượng lúa của 5 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích như sau:

Thửa ruộng	1	2	3	4	5
Sản lượng lúa (đơn vị tạ)	20	21	22	23	24

phương sai và độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu trên là: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{2}$

Lời giải

a) S	b) Đ	c) S	d) Đ
------	------	------	------

a) Số trung bình là : $\bar{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6.$

Phương sai của mẫu số liệu trên là: $s^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2$. Do đó

$$s^2 = \frac{1}{5} \left[(2-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2 \right] = 8.$$

b) Số trung bình là : $\bar{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6.$

Phương sai của mẫu số liệu trên là: $s^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2$. Do đó

$$s^2 = \frac{1}{5} [(2-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2] = 8.$$

c) $\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4$

Vậy phương sai của mẫu số liệu: $s_x^2 = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 = 4$.

d) Sản lượng trung bình của 5 thửa ruộng là: $\bar{x} = \frac{1}{5} (20 + 21 + 22 + 23 + 24) = 22$

Phương sai: $s^2 = \frac{1}{5} [(20-22)^2 + (21-22)^2 + (22-22)^2 + (23-22)^2 + (24-22)^2] = 2$

Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{2}$.

Câu 18: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho mẫu số liệu thống kê $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là: 2,45

b) Sản lượng lúa (đơn vị ha) của 40 thửa ruộng có cùng diện tích được trình bày trong bảng số liệu sau:

Sản lượng	20	21	22	23	24	
Tần số	5	8	11	10	6	$N = 40$

phương sai của bảng số liệu là: 1,54

c) Cho dãy số liệu thống kê: 1,2,3,4,5,6,7,8. Độ lệch chuẩn của dãy số liệu thống kê này (làm tròn đến 2 chữ số thập phân) là: 27,56

d) Xạ thủ A bắn 5 viên đạn vào bia. Điểm số của xạ thủ A như sau

Viên đạn	1	2	3	4	5
Điểm số	6	7	8	9	10

độ lệch chuẩn của các số liệu thống kê ở trên là: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{2}$

Lời giải

a) S	b) Đ	c) S	d) Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Số trung bình $\bar{x} = 5$.

$$\text{Phương sai } s^2 = \frac{1}{9} \left[(1-5)^2 + (2-5)^2 + \dots + (9-5)^2 \right] = \frac{20}{3}.$$

Độ lệch chuẩn $s \approx 2,58$.

b) Ta có $\bar{x} = \frac{5.20 + 8.21 + 11.22 + 10.23 + 6.24}{40} = 22,1$.

$$S_x^2 = \frac{1}{40} \left[5(20-22,1)^2 + 8(21-22,1)^2 + 11(22-22,1)^2 + 10(23-22,1)^2 + 6(24-22,1)^2 \right] = 1,54$$

c) Ta có $\bar{x} = \frac{1+2+\dots+8}{8} = \frac{9}{2}$.

$$s^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = 25,5 - 20,25 = 5,25.$$

Do đó độ lệch chuẩn của dãy là 2,30.

d) Ta có: $\bar{x} = \frac{1}{5}(6+7+8+9+10) = 8$

$$s^2 = \frac{1}{5} \left[(6-8)^2 + (7-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (10-8)^2 \right] = 2$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{2}.$$

Câu 19: Cho hai mẫu số liệu A và B được cho dưới dạng tần số như sau:

Mẫu A:

Giá trị	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Tần số	1	2	3	3	2	4	2	4	1	3	4	2	1	1

Mẫu B:

Giá trị	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Tần số	1	0	1	1	2	2	3	5	10	4	2	1	0	1

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Với mẫu A ta có: giá trị trung bình $\bar{x}_A = 7,27$

b) Với mẫu B ta có phương sai $s_B^2 = 6,21$

c) Với mẫu A ta có độ lệch chuẩn $s_A = 2,5$.

d) Mẫu A có độ phân tán cao hơn mẫu B.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) Đ
------	------	------	------

Với mẫu A ta có: giá trị trung bình $\bar{x}_A = 7,27$, phương sai $s_A^2 = 12,26$ và độ lệch chuẩn $s_A = 3,5$.

Với mẫu B ta có: giá trị trung bình $\bar{x}_B = 8,15$, phương sai $s_B^2 = 6,49$ và độ lệch chuẩn $s_B = 2,55$.

Vì $s_A > s_B$ nên ta có thể khẳng định mẫu A có độ phân tán cao hơn mẫu B.

Câu 20: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Số liệu sau đây ghi lại mức thu nhập hàng tháng làm theo sản phẩm của 20 công nhân trong một tổ sản xuất

Thu nhập (X)	8	9	10	12	15	18	20
Tần số(n)	1	2	6	7	2	1	1

độ lệch chuẩn là: $s \approx 2,96$.

b) Theo dõi thời gian làm một bài toán của 40 học sinh, giáo viên lập được bảng sau:

Thời gian (x)	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Tần số (n)	6	3	4	2	7	5	5	7	1	N = 40

Phương sai của mẫu số liệu trên là: 12

c) Số liệu thống kê 100 học sinh tham gia kì thi học sinh giỏi toán. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	N = 100

Phương sai của mẫu số liệu trên là: 1,98

d) Điểm kiểm tra môn anh của bạn Tuyền được ghi lại như sau:

7	8	9	8	8	10	9	8
---	---	---	---	---	----	---	---

Độ lệch chuẩn của điểm kiểm tra môn anh của bạn Tuyền là $\frac{\sqrt{47}}{8}$

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) Đ
------	------	------	------

a) Ta có $\bar{x} = \frac{8+9.2+10.6+12.7+15.8+18.1+20.1}{20} = 11,9$

$$s^2 = \frac{(8-\bar{x})^2 + 2(9-\bar{x})^2 + 6(10-\bar{x})^2 + 7(12-\bar{x})^2 + 15.(2-\bar{x})^2 + 3(10-\bar{x})^2 + (18-\bar{x})^2 + (20-\bar{x})^2}{20} = 8,79$$

$\Rightarrow s \approx 2,96.$

b) Ta có giá trị trung bình của mẫu số liệu là $\bar{x} = \frac{x_1.n_1 + x_2.n_2 + \dots + x_k.n_k}{N} = \frac{317}{40}.$

Phương sai của mẫu số liệu là $s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{N} = 6.$

c) Điểm số trung bình của các học sinh tham gia thi học sinh giỏi là

$$\bar{x} = \frac{1.9+1.10+3.11+5.12+8.13+13.14+19.15+24.16+14.17+10.18+2.19}{100} \approx 15,23.$$

Phương sai của số liệu thống kê là

$$S_x^2 = \frac{(\bar{x}-9)^2 + (\bar{x}-10)^2 + 3(\bar{x}-11)^2 + 5(\bar{x}-12)^2 + \dots + 2(\bar{x}-19)^2}{100} \approx 3,96.$$

d) Trung bình điểm kiểm tra môn anh của bạn Tuyền là

$$\frac{7+8+9+8+8+10+9+8}{8} = \frac{67}{8}$$

Phương sai của điểm kiểm tra môn anh của bạn Tuyền là $s^2 = \frac{47}{64}$

Độ lệch chuẩn của điểm kiểm tra môn anh của bạn Tuyền là $s = \frac{\sqrt{47}}{8}.$

Câu 21: Kết quả điểm kiểm tra học kì môn Ngữ văn của các em học sinh tổ 1 và tổ 2 lớp 12D một trường Trung học phổ thông được cho như sau:

Điểm Ngữ văn tổ 1: 7 8 7,5 7 6 6,5 8 7.

Điểm Ngữ văn tổ 2: 6 7 8 6,5 8,5 7,7 8 8,5.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Điểm trung bình học sinh tổ 1 : $\bar{x} \approx 4,17$.
- b) Phương sai học sinh tổ 1 : $s^2 \approx 0,49$.
- c) Độ lệch chuẩn học sinh tổ 2: $s \approx 0,87$.
- d) Tổ 1 học Ngữ văn đồng đều hơn tổ 2.

Lời giải

a) S	b) S	c) Đ	d) Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

Xét bảng điểm Ngữ văn học sinh tổ 1:

$$\text{Điểm trung bình: } \bar{x} = \frac{7+8+\dots+7}{9} \approx 7,17.$$

$$\text{Phương sai: } s^2 = \frac{1}{9} \left[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_9 - \bar{x})^2 \right] \approx 0,39.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn : } s = \sqrt{s^2} \approx 0,62.$$

Xét bảng điểm Ngữ văn học sinh tổ 2:

$$\text{Điểm trung bình: } \bar{x} = \frac{6+7+\dots+8,5}{8} = 7,525.$$

$$\text{Phương sai: } s^2 = \frac{1}{8} \left[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_8 - \bar{x})^2 \right] \approx 0,75.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } s = \sqrt{s^2} \approx 0,87.$$

Do độ lệch chuẩn từ điểm số Ngữ văn của tổ 1 nhỏ hơn độ lệch chuẩn từ điểm số Ngữ văn tổ 2 nên tổ 1 học Ngữ văn đồng đều hơn tổ 2.

Câu 22: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong 5 lần nhảy xa, bốn bạn Hùng, Tú, Tường có kết quả lần lượt là

Hùng	2,4	2,6	2,4	2,5	2,6
Tú	2,4	2,5	2,5	2,5	2,6
Tường	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6

Bạn có kết quả nhảy xa ổn định nhất là Tường.

b) Thống kê điểm của 100 học sinh tham gia kì thi học sinh giỏi môn Toán, kết quả được cho trong bảng sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	$N=100$

Độ lệch chuẩn có giá trị là 1,99

c) Theo dõi thời gian làm một bài toán của 40 học sinh, giáo viên lập được bảng sau:

Thời gian (x)	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Tần số (n)	6	3	4	2	7	5	5	7	1	$N=40$

Phương sai của mẫu số liệu trên là: 40

d) Cho dãy số liệu thống kê: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Phương sai của các số liệu thống kê là 1

Lời giải

a) S	b) Đ	c) S	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Trung bình kết quả nhảy xa của bốn bạn Hùng, Tú, Tường lần lượt là: 2,5; 2,5; 2,48.

Phương sai của kết quả nhảy xa của bốn bạn Hùng, Tú, Tường lần lượt là:

$$\frac{1}{125}; \frac{1}{250}; \frac{7}{1250}$$

Độ lệch chuẩn của kết quả nhảy xa của bốn bạn Hùng, Tú, Tường lần lượt là:

$$0,089; 0,063; 0,075$$

Vì 0,063 nhỏ nhất nên kết quả nhảy xa của bạn Tú ổn định nhất.

b) Ta có $\sum_{i=1}^{11} n_i x_i = 1523$ và $\sum_{i=1}^{11} n_i x_i^2 = 23591$ nên phương sai là:

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{11} n_i x_i^2 - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^{11} n_i x_i \right)^2 = \frac{1}{100} \cdot 23591 - \frac{1}{100^2} \cdot 1523^2 \approx 3,96$$

Vậy độ lệch chuẩn $s = \sqrt{s^2} \approx 1,99$.

c) Ta có giá trị trung bình của mẫu số liệu là $\bar{x} = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_k \cdot n_k}{N} = \frac{317}{40}$.

Phương sai của mẫu số liệu là $s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{N} = 6$.

d) Giá trị trung bình của dãy số liệu thống kê đã cho là: $\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4$.

Phương sai của các số liệu thống kê là

$$S_x^2 = \frac{(\bar{x}-1)^2 + (\bar{x}-1)^2 + (\bar{x}-2)^2 + (\bar{x}-3)^2 + (\bar{x}-4)^2 + (\bar{x}-5)^2 + (\bar{x}-6)^2 + (\bar{x}-7)^2}{7}$$

$$= \frac{(4-1)^2 + (4-2)^2 + (4-3)^2 + (4-4)^2 + (4-5)^2 + (4-6)^2 + (4-7)^2}{7} = \frac{28}{7} = 4.$$

Câu 23: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Điểm kiểm tra môn toán của bạn An được ghi lại như sau:

9	3	4	8	7	10	9	8
---	---	---	---	---	----	---	---

Độ lệch chuẩn của điểm kiểm tra môn toán của bạn An là $\frac{\sqrt{101}}{4}$

b) Số liệu thống kê 100 học sinh tham gia kì thi học sinh giỏi toán . Kết quả được thống kê trong bảng sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	$N = 100$

Phương sai của mẫu số liệu trên là: 3,96

c) Bảng sau thống kê sản lượng lúa của 40 thửa ruộng có cùng diện tích

Sản lượng	20	21	22	23	24
Tần số	5	8	11	10	6

Tính phương sai của mẫu số liệu trên là: 22,1

d) Cho mẫu số liệu thống kê $\{2,4,6,8,10\}$. Phương sai của mẫu số liệu trên bằng 40

Lời giải

a) S	b) Đ	c) S	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Trung bình điểm kiểm tra môn toán của bạn An là

$$\bar{x} = \frac{9+3+4+8+7+10+9+8}{8} = \frac{29}{4}$$

Phương sai của điểm kiểm tra môn toán của bạn An là $s^2 = \frac{87}{16}$

Độ lệch chuẩn của điểm kiểm tra môn toán của bạn An là $s = \frac{\sqrt{87}}{4}$.

b) Điểm số trung bình của các học sinh tham gia thi học sinh giỏi là

$$\bar{x} = \frac{1.9+1.10+3.11+5.12+8.13+13.14+19.15+24.16+14.17+10.18+2.19}{100} \approx 15,23.$$

Phương sai của số liệu thống kê là

$$S_x^2 = \frac{(\bar{x}-9)^2 + (\bar{x}-10)^2 + 3(\bar{x}-11)^2 + 5(\bar{x}-12)^2 + \dots + 2(\bar{x}-19)^2}{100} \approx 3,96.$$

c)

$$\bullet \bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3 + n_4x_4 + n_5x_5}{n} = \frac{5.20+8.21+11.22+10.23+6.24}{40} = 22,1$$

$$\bullet s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + n_3(x_3 - \bar{x})^2 + n_4(x_4 - \bar{x})^2 + n_5(x_5 - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{5(20-22,1)^2 + 8(21-22,1)^2 + 11(22-22,1)^2 + 10(23-22,1)^2 + 6(24-22,1)^2}{40} = 1,54$$

d) Số trung bình là : $\bar{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6.$

Phương sai của mẫu số liệu trên là: $s^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2$. Do đó

$$s^2 = \frac{1}{5} [(2-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2] = 8.$$

Câu 24: Mỗi mẫu số liệu sau ghi rõ số bàn thắng của hai đội tuyển Việt Nam và Thái Lan trong một năm dương lịch khi thi đấu với các đội bóng khác ở khu vực.

Số bàn thắng đội tuyển Việt Nam : 4 3 2 1 6 2 3 3 2 2 3 5.

Số bàn thắng đội tuyển Thái Lan: 6 8 0 0 3 4 3 2 3 1 1 5.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Số bàn thắng trung bình của đội tuyển Việt Nam và đội tuyển Thái Lan là không bằng nhau

b) Xét mẫu số liệu về số bàn thắng của đội tuyển Việt Nam có độ lệch chuẩn là: $s_1 \approx 1,354$ (bàn).

c) Xét mẫu số liệu về số bàn thắng của đội tuyển Thái Lan có phương sai là: $s_2^2 = 5,5$

d) Khả năng ghi bàn của đội tuyển Thái Lan có tính ổn định hơn so với đội tuyển Việt Nam

Lời giải

a) S	b) Đ	c) Đ	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

Số bàn thắng trung bình của đội tuyển Việt Nam và đội tuyển Thái Lan là bằng nhau và bằng 3 (bàn).

Xét mẫu số liệu về số bàn thắng của đội tuyển Việt Nam :

Phương sai là: $s_1^2 \approx 1,833$; độ lệch chuẩn là: $s_1 = \sqrt{s_1^2} \approx 1,354$ (bàn).

Xét mẫu số liệu về số bàn thắng của đội tuyển Thái Lan:

Phương sai là: $s_2^2 = 5,5$; độ lệch chuẩn là: $s_2 = \sqrt{s_2^2} \approx 2,345$ (bàn).

Vì số lượng bàn thắng trung bình của hai đội là ngang nhau mà $s_1 < s_2$ nên khả năng ghi bàn của đội tuyển Việt Nam có tính ổn định hơn so với đội tuyển Thái Lan.

Câu 25: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Số điểm thi năng lực của một nhóm học sinh như sau:

83 98 98 77 79 79 83 69 98. Phương sai và độ lệch chuẩn lần lượt là 100,77 và 10,04 .

b) Số học sinh giỏi của 12 lớp trong một trường phổ thông được ghi lại như sau:

0; 2; 5; 3; 4; 5; 4; 6; 1; 2; 5; 4. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là 1,52

c) Mẫu số liệu thống kê chiều cao của 10 học sinh tổ 1 như sau:

170 164 156 158 168 167 173 157 161 174

Phương sai của mẫu số liệu trên là 39,36

d) Kết quả thi học kì I của bạn A được ghi lại trong bảng sau

Toán	Văn	Anh	Lý	Hóa	Địa
7,0	6,0	7,5	7,5	8,5	8,0

Phương sai của mẫu số liệu trên là: 0,52

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Áp dụng công thức

$$\text{Ta có: } \bar{x} = \frac{1}{9}(2.83 + 3.98 + 77 + 2.79 + 69) \approx 84,9.$$

Phương sai:

$$s^2 = \frac{1}{9} \left[2(83 - 84,9)^2 + 3(98 - 84,9)^2 + (77 - 84,9)^2 + 2(79 - 84,9)^2 + (69 - 84,9)^2 \right] \approx 100,77.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } s = \sqrt{s^2} \approx 10,04.$$

$$\text{b) Số học sinh giỏi trung bình của 12 lớp là: } \bar{x} = \frac{0+2+5+3+4+5+4+6+1+2+5+4}{12} = \frac{41}{12}$$

Phương sai của dãy số liệu là:

$$s^2 = \frac{\left(0 - \frac{41}{12}\right)^2 + \left(1 - \frac{41}{12}\right)^2 + 2 \cdot \left(2 - \frac{41}{12}\right)^2 + \left(3 - \frac{41}{12}\right)^2 + 3 \cdot \left(4 - \frac{41}{12}\right)^2 + 3 \cdot \left(5 - \frac{41}{12}\right)^2 + \left(6 - \frac{41}{12}\right)^2}{12}$$

$$= \frac{443}{144}$$

$$\text{Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là: } S = \sqrt{\frac{443}{144}} \approx 1,75.$$

c) Sắp xếp các số liệu của mẫu trên theo thứ tự không giảm

156 157 158 161 164 167 168 170 173 174

Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là

$$\bar{x} = \frac{156 + 157 + 158 + 161 + 164 + 167 + 168 + 170 + 173 + 174}{10} = 164,8.$$

Phương sai của mẫu số liệu trên là

$$s^2 = \frac{(156 - 164,8)^2 + (157 - 164,8)^2 + (158 - 164,8)^2 + \dots + (174 - 164,8)^2}{10} = 39,36.$$

$$\text{d) Ta có: } \bar{x} = \frac{1}{6}(7,0 + 6,0 + 2 \times 7,5 + 8,0 + 8,5) \approx 7,4.$$

Phương sai:

$$s^2 = \frac{1}{6} \left[(7,0 - 7,4)^2 + (6,0 - 7,4)^2 + 2 \cdot (7,5 - 7,4)^2 + (8,0 - 7,4)^2 + (8,5 - 7,4)^2 \right] \approx 0,6.$$

♦ **Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

Câu 1: Thống kê lợi nhuận hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) trong 20 tháng của hai nhà đầu tư được cho như sau:

Lợi nhuận	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số tháng	2	4	8	4	2

Bảng 3.2. Lợi nhuận theo tháng của nhà đầu tư nhỏ

Lợi nhuận	[510; 520)	[520; 530)	[530; 540)	[540; 550)	[550; 560)
Số tháng	4	3	6	3	4

Bảng 3.3. Lợi nhuận theo tháng của nhà đầu tư lớn

Tính độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu ghép nhóm trên. Có nên dựa vào độ lệch chuẩn để so sánh độ rủi ro của hai nhà đầu tư này không?

Lời giải

Chọn điểm đại diện cho các nhóm số liệu ta tính được các số đặc trưng như sau:

Lợi nhuận trung bình một tháng của các nhà đầu tư tương ứng là:

$$\bar{x}_A = \frac{1}{20} (2 \cdot 15 + \dots + 2 \cdot 55) = 35 \text{ (triệu đồng); } \bar{x}_B = \frac{1}{20} (4 \cdot 515 + \dots + 4 \cdot 555) = 535 \text{ (triệu đồng).}$$

Độ lệch chuẩn của lợi nhuận hàng tháng của hai nhà đầu tư tương ứng là:

$$s_A = \sqrt{\frac{1}{20} (2 \cdot 15^2 + \dots + 2 \cdot 55^2) - (35)^2} \approx 10,95$$

$$s_B = \sqrt{\frac{1}{20} (4 \cdot 515^2 + \dots + 4 \cdot 555^2) - (535)^2} \approx 13,78$$

Độ lệch chuẩn cho lợi nhuận hàng tháng của nhà đầu tư lớn cao hơn của nhà đầu tư nhỏ. Lợi nhuận trung bình của hai nhà đầu tư khác nhau rất nhiều, do đó ta không nên dùng độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của hai nhà đầu tư này.

Câu 2: Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm.)

Lời giải

Ta có bảng thống kê cân nặng của các quả mít theo giá trị đại diện:

Cân nặng đại diện (kg)	5	7	9	11	13
Tần số	6	12	19	9	4

Cỡ mẫu $n = 6 + 12 + 19 + 9 + 4 = 50$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 5 + 12 \cdot 7 + 19 \cdot 9 + 9 \cdot 11 + 4 \cdot 13}{50} = 8,72.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{50} (6 \cdot 5^2 + 12 \cdot 7^2 + 19 \cdot 9^2 + 9 \cdot 11^2 + 4 \cdot 13^2) - 8,72^2 \approx 4,80$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S \approx \sqrt{4,80} \approx 2,19$.

Câu 3: Thống kê tổng số giờ nắng trong tháng 9 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau trong các năm từ 2002 đến 2021 được thống kê như sau:

111,6 134,9 130,3 134,2 140,9 109,3 154,4 156,3 116,1 96,7
 105,2 80,8 80,8 110 109 139 145 161 126 114

a) Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.

b) Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với nhóm đầu tiên là [80; 98) và độ dài mỗi nhóm bằng 18. Tính phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.

c) Hãy tính sai số tương đối của độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm so với độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc.

(Kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần nghìn.)

Lời giải

a) Cỡ mẫu là $n = 20$.

Số trung bình của mẫu số liệu trên là

$$\bar{x}_1 = \frac{111,6 + 134,9 + \dots + 114}{20} = 122,755.$$

Phương sai của mẫu số liệu trên là

$$S_1^2 = \frac{1}{20} (111,6^2 + 134,9^2 + \dots + 114^2) - 122,755^2 \approx 515,453.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là

$$S_1 \approx \sqrt{515,453} \approx 22,704.$$

b) Ta có bảng sau:

Số giờ nắng	[80; 98)	[98; 116)	[116; 134)	[134; 152)	[152; 170)
Giá trị đại diện	89	107	125	143	161
Số năm	3	6	3	5	3

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{3.89 + 6.107 + 3.125 + 5.143 + 3.161}{20} = 124,1.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2^2 = \frac{1}{20} (3.89^2 + 6.107^2 + 3.125^2 + 5.143^2 + 3.161^2) - 124,1^2 = 566,19.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2 = \sqrt{566,19} \approx 23,795.$$

c) Sai số tương đối của độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm so với độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc là: $\frac{|S_2 - S_1|}{S_1} = \frac{|23,795 - 22,704|}{22,704} \cdot 100\% \approx 4,805\%$.

Câu 4: Thầy Tuấn thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11 A và 11B ở bảng sau:

Lớp \ Điểm trung bình	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
	11A	1	0	11	22
11B	0	6	8	14	12

a) Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?

b) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?

Lời giải

a) Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11 A là: $10 - 5 = 5$.

Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11B là: $10 - 6 = 4$.

Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì điểm trung bình của các học sinh lớp 11B ít phân tán hơn điểm trung bình của các học sinh lớp 11A.

b) Ta có bảng thống kê điểm trung bình theo giá trị đại diện:

Lớp \ Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
	11A	1	0	11	22
11B	0	6	8	14	12

Xét mẫu số liệu của lớp 11A:

Cỡ mẫu là $n_1 = 1 + 11 + 22 + 6 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_1 = \frac{1 \cdot 5,5 + 11 \cdot 7,5 + 22 \cdot 8,5 + 6 \cdot 9,5}{40} = 8,3.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S_1^2 = \frac{1}{40} (1 \cdot 5,5^2 + 11 \cdot 7,5^2 + 22 \cdot 8,5^2 + 6 \cdot 9,5^2) - 8,3^2 = 0,61.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_1 = \sqrt{0,61}$.

Xét mẫu số liệu của lớp 11B:

Cỡ mẫu là $n_2 = 6 + 8 + 14 + 12 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_2 = \frac{6 \cdot 6,5 + 8 \cdot 7,5 + 14 \cdot 8,5 + 12 \cdot 9,5}{40} = 8,3.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2^2 = \frac{1}{40} (6 \cdot 6,5^2 + 8 \cdot 7,5^2 + 14 \cdot 8,5^2 + 12 \cdot 9,5^2) - 8,3^2 = 1,06.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_2 = \sqrt{1,06}$.

Do $S_1 < S_2$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11 A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B.

Câu 5: Điều tra thời gian phải làm thêm trung bình hằng tuần của các bác sĩ ở một bệnh viện, người ta thu được số liệu sau:

Bảng 3.14. Thời gian làm thêm hằng tuần của một số bác sĩ (đơn vị: giờ)

5	6	7	8	8	8	9	9	9
9	9	10	10	10	10	11	11	11
12	12	12	13	13	14	14		

a) Chuyển mẫu số liệu đã cho về mẫu số liệu ghép nhóm với độ dài các nhóm ghép bằng 2 và nhóm đầu tiên là $[5; 7)$.

b) Tính số trung bình, phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm lập ở câu a (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

c) So sánh và nêu ý nghĩa các kết quả tìm được ở câu b với các kết quả tương ứng của mẫu số liệu gốc.

Lời giải

a) Căn cứ vào giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của mẫu số liệu, ta thấy khoảng biến thiên là $R = 9$ nên nếu muốn mỗi nhóm có độ dài bằng 2 và nhóm đầu tiên là $[5; 7)$ thì phải chia số liệu thành 5 nhóm, với 4 nhóm ghép tiếp theo là $[7; 9)$, $[9; 11)$, $[11; 13)$, $[13; 15)$. Đếm số lần xuất hiện các giá trị trong mỗi nhóm, ta lập được bảng sau:

Bảng 3.15a. Thời gian làm thêm hàng tuần của một số bác sĩ (đơn vị: giờ)

Nhóm	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Tần số	2	4	9	6	4

b) Bổ sung thêm giá trị đại diện của mỗi nhóm vào bảng lập ở trên, ta có Bảng 3.15b:

Bảng 3.15b

Nhóm	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)	
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14	
Tần số	2	4	9	6	4	$N = 25$

Sử dụng Bảng 3.15b để tính số trung bình \bar{x}_N của mẫu số liệu ghép nhóm:

$$\bar{x}_N = \frac{2 \cdot 6 + 4 \cdot 8 + 9 \cdot 10 + 6 \cdot 12 + 4 \cdot 14}{25} = \frac{262}{25} = 10,48 \text{ (giờ)}.$$

Suy ra phương sai s_N^2 của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s_N^2 = \frac{2(6 - 10,48)^2 + 4(8 - 10,48)^2 + 9(10 - 10,48)^2 + 6(12 - 10,48)^2 + 4(14 - 10,48)^2}{25}$$

$$= \frac{130,24}{25} = 5,2096 \approx 5,21.$$

Độ lệch chuẩn s_N của mẫu số liệu ghép nhóm là $s_N = \sqrt{s_N^2} \approx 2,28$.

c) Gọi \bar{x}_G, s_G^2, s_G tương ứng là trung bình, phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc. Để tính giá trị của các số đặc trưng này, ta lập bảng tần số:

Thời gian (giờ)	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
Tần số	1	1	1	3	5	4	3	3	2	2	$N=25$

Sử dụng các công thức tính trung bình, phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu không ghép nhóm, ta có:

$$\bar{x}_G = \frac{5 + 6 + 7 + 3 \cdot 8 + 5 \cdot 9 + 4 \cdot 10 + 3 \cdot 11 + 3 \cdot 12 + 2 \cdot 13 + 2 \cdot 14}{25} = 10.$$

Phương sai:

$$s_G^2 = \frac{1(5 - 10)^2 + 1(6 - 10)^2 + 1(7 - 10)^2 + \dots + 3(12 - 10)^2 + 2(13 - 10)^2 + 2(14 - 10)^2}{25}$$

$$= \frac{132}{25} = 5,28.$$

Độ lệch chuẩn: $s_G = \sqrt{s_G^2} = \sqrt{5,28} \approx 2,30.$

Quan sát kết quả tìm được ở hai câu b và c, ta thấy $\bar{x}_N \approx \bar{x}_G; s_N^2 \approx s_G^2; s_N \approx s_G.$ Như vậy số trung bình, phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm tương ứng xấp xỉ với số trung bình, phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ban đầu, khi chưa ghép nhóm. Nếu chỉ có mẫu số liệu ghép nhóm thì ta có thể kết luận là thời gian làm thêm trung bình hằng tuần của 25 bác sĩ được điều tra là 10,48 giờ và so với số này thì thời gian làm thêm của các bác sĩ chênh lệch trung bình khoảng 2,28 giờ.

Câu 6: Chiều dài của 40 bé trai sơ sinh 12 ngày tuổi chọn ngẫu nhiên ở một bệnh viện được nhà nghiên cứu thống kê trong Bảng 3.17 dưới đây:

Bảng 3.17. Chiều dài của 40 bé trai sơ sinh

Chiều dài (cm)	[44; 46)	[46; 48)	[48; 50)	[50; 52)	[52; 54)	[54; 56)
Số trẻ	3	3	10	15	7	2

Tính số trung bình và độ lệch chuẩn của chiều dài nhóm 40 bé trai sơ sinh

(làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

Lời giải

Bổ sung thêm các giá trị đại diện vào Bảng 3.17, ta lập được bảng sau:

Chiều dài của 40 bé trai sơ sinh (đơn vị: cm)

Nhóm	c_i	n_i
[44; 46)	45	3
[46; 48)	47	3
[48; 50)	49	10
[50; 52)	51	15
[52; 54)	53	7
[54; 56)	55	2
		$N = 40$

Từ mẫu số liệu đã cho, ta tính được số trung bình là:

$$\bar{x} = \frac{3.45 + 3.47 + 10.49 + 15.51 + 7.53 + 2.55}{40} = \frac{2012}{40} = 50,3.$$

\bar{x} không phải là số nguyên nên ta chọn công thức (*) để tính phương sai:

$$\overline{x^2} = \frac{3.45^2 + 3.47^2 + 10.49^2 + 15.51^2 + 7.53^2 + 2.55^2}{40} = 2536.$$

$$\text{Do đó } s^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = 2536 - 50,3^2 = 2536 - 2530,09 = 5,91.$$

Vậy mẫu số liệu về chiều dài của 40 trẻ sơ sinh có độ lệch chuẩn là $s = \sqrt{5,91} \approx 2,43$.

Câu 7: Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mỗi mẫu số liệu ghi kết quả các lần bắn của từng cung thủ trong bảng sau

Hai cung thủ A và B đã ghi lại kết quả từng lần bắn của mình ở bảng sau:

Cung thủ A	8	9	10	7	6	10	6	7	9	8
Cung thủ B	10	6	8	7	9	9	8	7	8	8

Lời giải

Số trung bình của kết quả các lần bắn của cung thủ A là:

$$(8 + 9 + 10 + 7 + 6 + 10 + 6 + 7 + 9 + 8) : 10 = 8.$$

Số trung bình của kết quả các lần bắn của cung thủ B là:

$$(10 + 6 + 8 + 7 + 9 + 9 + 8 + 7 + 8 + 8) : 10 = 8.$$

Phương sai mẫu số liệu của cung thủ A là:

$$S_A^2 = \frac{1}{10}(8^2 + 9^2 + 10^2 + 7^2 + 6^2 + 10^2 + 6^2 + 7^2 + 9^2 + 8^2) - 8^2 = 2.$$

Độ lệch chuẩn mẫu số liệu của cung thủ A là: $S_A = \sqrt{S_A^2} = \sqrt{2} \approx 1,41$

Phương sai mẫu số liệu của cung thủ B là

$$S_B^2 = \frac{1}{10}(10^2 + 6^2 + 8^2 + 7^2 + 9^2 + 9^2 + 8^2 + 7^2 + 8^2 + 8^2) - 8^2 = 1,2$$

Độ lệch chuẩn mẫu số liệu của cung thủ B là: $S_B = \sqrt{S_B^2} = \sqrt{1,2} \approx 1,10$

Câu 8: Điều tra một số học sinh về số cái bánh chưng mà gia đình mỗi bạn tiêu thụ trong dịp Tết Nguyên đán, kết quả được ghi lại ở bảng sau:

Số cái bánh chưng	6	7	8	9	10	11	12
Số gia đình	5	7	10	8	5	4	1

Tính Số trung bình; Phương sai; Độ lệch chuẩn

Lời giải

Số trung bình của mẫu số liệu trên là:

$$\bar{x} = \frac{1}{40}(5 \cdot 6 + 7 \cdot 7 + 8 \cdot 10 + 9 \cdot 8 + 10 \cdot 5 + 11 \cdot 4 + 12 \cdot 1) = 8,5$$

Phương sai của mẫu số liệu trên là:

$$S^2 = \frac{1}{40}(5 \cdot 6^2 + 7 \cdot 7^2 + 8 \cdot 10^2 + 9 \cdot 8^2 + 10 \cdot 5^2 + 11 \cdot 4^2 + 12 \cdot 1^2) - 8,5^2 = 3,25$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là:

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{3,25} \approx 1,80.$$

Câu 9: Bảng dưới đây thông kê tổng số giờ nắng trong năm 2019 theo từng tháng được đo bởi hai trạm quan sát khí tượng đặt ở Tuyên Quang và Cà Mau.

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tuyên quang	25	89	72	117	106	177	156	203	227	146	117	145
Cà mau	180	223	257	245	191	111	141	134	130	122	157	173

a) Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của dữ liệu từng tỉnh.

b) Nêu nhận xét về sự thay đổi tổng số giờ nắng theo từng tháng ở mỗi tỉnh.

Lời giải

Tuyên Quang:

$$\text{Số giờ nắng trung bình } \bar{x} = \frac{25+89+72+117+106+177+156+203+227+146+117+145}{12} = 131,67$$

$$\text{Phương sai: } S^2 = \frac{1}{12} (25^2 + 89^2 + \dots + 145^2) - 131,67^2 \approx 2921,2$$

$$\text{Độ lệch chuẩn } S = \sqrt{2921,2} \approx 54$$

Cà Mau:

$$\text{Số giờ nắng trung bình } \bar{x} = \frac{180+223+257+245+191+111+141+134+130+122+157+173}{12} = 172$$

$$\text{Phương sai: } S^2 = \frac{1}{12} [(180^2 + 223^2 + \dots + 173^2) - 172^2] = 2183$$

$$\text{Độ lệch chuẩn } S = \sqrt{2183} = 46,7$$

=> Nhận xét: ở Tuyên Quang tổng số giờ nắng theo từng tháng thay đổi nhiều hơn so với ở Cà Mau.

Câu 10: Mẫu số liệu sau đây cho biết sĩ số của 5 lớp khối 10 tại một trường Trung học: 43 45 46
41 40

Tìm phương sai và độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu này.

Lời giải

$$\text{Số trung bình của mẫu số liệu là } \bar{x} = \frac{43+45+46+41+40}{5} = 43.$$

Ta có bảng sau:

Giá trị	Độ lệch	Bình phương độ lệch
43	$43 - 43 = 0$	0
45	$45 - 43 = 2$	4
46	$46 - 43 = 3$	9
41	$41 - 43 = -2$	4
10	$40 - 43 = -3$	9
Tổng		26

Mẫu số liệu gồm 5 giá trị nên $n = 5$. Do đó phương sai là $s^2 = \frac{26}{5} = 5,2$.

Độ lệch chuẩn là: $s = \sqrt{5,2} \approx 2,28$.

Câu 11: Dùng đồng hồ đo thời gian có độ chia nhỏ nhất đến 0,001 giây để đo 7 lần thời gian rơi tự do của một vật bắt đầu từ điểm $A(v_A = 0)$ đến điểm B . Kết quả đo như sau:

0,398 0,399 0,408 0,410 0,406 0,405 0,402

Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu này. Qua các đại lượng này, em có nhận xét gì về độ chính xác của phép đo trên?

Lời giải

Số trung bình của mẫu số liệu là $\bar{x} = \frac{0,398 + 0,399 + 0,408 + 0,410 + 0,406 + 0,405 + 0,402}{7} = 0,404$

Ta có bảng sau:

Giá trị	Độ lệch	Bình phương độ lệch
0,398	-0,006	$3,6 \cdot 10^{-5}$
0,399	-0,005	$2,5 \cdot 10^{-5}$
0,408	0,004	$1,6 \cdot 10^{-5}$
0,410	0,006	$3,6 \cdot 10^{-5}$
0,406	0,002	$4 \cdot 10^{-6}$
0,405	0,001	10^{-6}
0,402	-0,002	$4 \cdot 10^{-6}$
Tổng		$1,22 \cdot 10^{-4}$

Mẫu số liệu gồm 7 giá trị nên $n = 7$. Do đó phương sai là $s^2 = \frac{1,22 \cdot 10^{-4}}{7} \approx 1,74 \cdot 10^{-5}$

Độ lệch chuẩn là: $s = \sqrt{1,74 \cdot 10^{-5}} \approx 4,17 \cdot 10^{-3}$.

Câu 12: Một vận động viên luyện tập chạy cự li 100 m đã ghi lại kết quả luyện tập như sau:

Thời gian (giây)	[10,2; 10,4)	[10,4; 10,6)	[10,6; 10,8)	[10,8; 11)
Số vận động viên	3	7	8	2

Tìm phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm này. Phương sai và độ lệch chuẩn cho biết điều gì?

Lời giải

Chọn giá trị đại diện cho mẫu số liệu ta có:

Thời gian (giây)	[10,2; 10,4)	[10,4; 10,6)	[10,6; 10,8)	[10,8; 11)
Giá trị đại diện	10,3	10,5	10,7	10,9
Số vận động viên	3	7	8	2

Tổng số vận động viên là: $3 + 7 + 8 + 2 = 20$.

Thời gian chạy trung bình là: $\frac{10,3 \cdot 3 + 10,5 \cdot 7 + 10,7 \cdot 8 + 10,9 \cdot 2}{20} = 10,59$.

Phương sai của mẫu số liệu là

$$s^2 = \frac{10,3^2 \cdot 3 + 10,5^2 \cdot 7 + 10,7^2 \cdot 8 + 10,9^2 \cdot 2}{20} - 10,59^2 = 0,0299.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là: $s = \sqrt{0,0299} \approx 0,17$.

Dựa vào phương sai và độ lệch chuẩn ta có kết luận rằng mẫu số liệu kết quả luyện tập có tính đồng đều, dữ liệu có xu hướng gần giá trị trung bình và ít bị phân tán.

Câu 13: Tuổi thọ của một số linh kiện điện tử (đơn vị: năm) được sản xuất bởi hai phân xưởng được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	[1,5; 2)	[2; 2,5)	[2,5; 3)	[3; 3,5)	[3,5; 4)
Số linh kiện của phân xưởng 1	4	9	13	8	6
Số linh kiện của phân xưởng 2	2	8	20	7	3

Tìm phương sai và độ lệch chuẩn của mỗi mẫu số liệu ghép nhóm và nhận xét về độ phân tán của tuổi thọ các linh kiện điện tử được sản xuất bởi mỗi phân xưởng.

Lời giải

Chọn giá trị đại diện cho mẫu số liệu ta có:

Tuổi thọ (năm)	[1,5; 2)	[2; 2,5)	[2,5; 3)	[3; 3,5)	[3,5; 4)
Giá trị đại diện	1,75	2,25	2,75	3,25	3,75
Số linh kiện của phân xưởng 1	4	9	13	8	6
Số linh kiện của phân xưởng 2	2	8	20	7	3

Tuổi thọ trung bình của các linh kiện của phân xưởng 1 là:

$$\bar{x}_1 = \frac{4 \cdot 1,75 + 9 \cdot 2,25 + 13 \cdot 2,75 + 8 \cdot 3,25 + 6 \cdot 3,75}{4 + 9 + 13 + 8 + 6} = 2,7875.$$

Tuổi thọ trung bình của các linh kiện của phân xưởng 2 là:

$$\bar{x}_2 = \frac{2 \cdot 1,75 + 8 \cdot 2,25 + 20 \cdot 2,75 + 7 \cdot 3,25 + 3 \cdot 3,75}{2 + 8 + 20 + 7 + 3} = 2,7625.$$

Phương sai và độ lệch chuẩn của các linh kiện của phân xưởng 1 là:

$$\text{Suy ra } s_1^2 = \frac{4 \cdot 1,75^2 + 9 \cdot 2,25^2 + 13 \cdot 2,75^2 + 8 \cdot 3,25^2 + 6 \cdot 3,75^2}{40} - (2,7875)^2 \approx 0,355.$$

Phương sai và độ lệch chuẩn của các linh kiện của phân xưởng 2 là:

$$s_2^2 = \frac{2 \cdot 1,75^2 + 8 \cdot 2,25^2 + 20 \cdot 2,75^2 + 7 \cdot 3,25^2 + 3 \cdot 3,75^2}{40} - (2,7625)^2 \approx 0,219.$$

$$\text{Suy ra } s_2 = \sqrt{0,219} \approx 0,47.$$

Đối với mẫu số liệu này thì phương sai và độ lệch chuẩn nhỏ nên độ phân tán của số liệu thấp. Do đó các giá trị của mẫu số liệu tập trung quanh giá trị trung bình.

Câu 14: Một nhóm 20 học sinh dùng một thiết bị đo đường kính của một nhân tế bào cho kết quả như sau:

Kết quả đo (μm)	[4,5; 5)	[5; 5,5)	[5,5; 6)	[6; 6,5)
Số học sinh	3	8	7	2

a) Tính số trung bình và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Số trung bình và độ lệch chuẩn cho biết thông tin gì?

Lời giải

Chọn giá trị đại diện cho mẫu số liệu ta có:

Kết quả đo (μm)	[4,5; 5)	[5; 5,5)	[5,5; 6)	[6; 6,5)
Giá trị đại diện	4,75	5,25	5,75	6,25
Số học sinh	3	8	7	2

$$a) \bar{x} = \frac{4,75 \cdot 3 + 5,25 \cdot 8 + 5,75 \cdot 7 + 6,25 \cdot 2}{20} = 5,45.$$

$$s^2 = \frac{4,75^2 \cdot 3 + 5,25^2 \cdot 8 + 5,75^2 \cdot 7 + 6,25^2 \cdot 2}{20} - 5,45^2 = 0,185.$$

$$s = \sqrt{0,185} \approx 0,43.$$

b) Dữ liệu cho thấy đường kính của các nhân tế bào có mức độ biến động nhỏ và gần giá trị trung bình. Điều này có thể thấy được mức độ đồng đều trong kích thước của các nhân tế bào hoặc quy trình đo lường được thực hiện một cách chính xác.

Câu 15: Thời gian chạy tập luyện cự li 100m của hai vận động viên được cho trong bảng sau:

Thời gian (giây)	[10; 10,3)	[10,3; 10,6)	[10,6; 10,9)	[10,9; 11,2)
Số lần chạy của A	2	10	5	3
Số lần chạy của B	3	7	9	6

Dựa trên độ lệch chuẩn của các mẫu số liệu ghép nhóm, hãy cho biết vận động viên nào có thành tích luyện tập ổn định hơn.

Lời giải

Chọn giá trị đại diện cho mẫu số liệu ta có:

Thời gian (giây)	[10; 10,3)	[10,3; 10,6)	[10,6; 10,9)	[10,9; 11,2)
Giá trị đại diện	10,15	10,45	10,75	11,05
Số lần chạy của A	2	10	5	3
Số lần chạy của B	3	7	9	6

Thời gian chạy trung bình của A là:

$$\bar{x}_A = \frac{10,15 \cdot 2 + 10,45 \cdot 10 + 10,75 \cdot 5 + 11,05 \cdot 3}{20} = 10,585.$$

Thời gian chạy trung bình của B là:

$$\bar{x}_B = \frac{10,15 \cdot 3 + 10,45 \cdot 7 + 10,75 \cdot 9 + 11,05 \cdot 6}{25} = 10,666.$$

Phương sai và độ lệch chuẩn của A là

$$s_A^2 = \frac{10,15^2 \cdot 2 + 10,45^2 \cdot 10 + 10,75^2 \cdot 5 + 11,05^2 \cdot 3}{20} - 10,585^2 \approx 0,067.$$

Suy ra $s_A = \sqrt{0,067} \approx 0,26$.

Phương sai và độ lệch chuẩn của B là

$$s_B^2 = \frac{10,15^2 \cdot 3 + 10,45^2 \cdot 7 + 10,75^2 \cdot 9 + 11,05^2 \cdot 6}{25} - 10,666^2 \approx 0,083.$$

Suy ra $s_B = \sqrt{0,083} \approx 0,29$.

Vận động viên A có độ lệch chuẩn nhỏ hơn so với vận động viên B. Điều này cho thấy thời gian chạy tập luyện của vận động viên A ít biến động hơn so với vận động viên B. Do đó vận động viên A có thành tích luyện tập ổn định hơn so với vận động viên B.

Câu 16: Có nên dùng phương sai (hoặc độ lệch chuẩn) để so sánh độ phân tán của hai mẫu số liệu ghép nhóm trong mỗi trường hợp sau không? Tại sao?

- a) Các mẫu số liệu ghép nhóm về điểm thi tốt nghiệp môn Toán của học sinh hai trường trung học phổ thông có chất lượng tương đương.
- b) Các mẫu số liệu ghép nhóm về doanh thu của 100 cửa hàng bán lẻ và doanh thu của 100 siêu thị.

Lời giải

- a) Trong trường hợp các mẫu số liệu ghép nhóm về điểm thi tốt nghiệp môn Toán của học sinh hai trường trung học phổ thông có chất lượng tương đương, phương sai hoặc độ lệch chuẩn có thể được sử dụng để so sánh độ phân tán của hai mẫu số liệu vì chất lượng hai trường là tương đương. Dùng phương sai hoặc độ lệch chuẩn giúp đánh giá mức độ biến động của điểm thi từ đó so sánh độ phân tán giữa hai trường.
- b) Trong trường hợp này việc sử dụng phương sai hoặc độ lệch chuẩn để so sánh độ phân tán có thể không phản ánh đúng bản chất của dữ liệu. Vì doanh thu thường có phân phối không đồng đều, có nhiều yếu tố ảnh hưởng đến doanh thu của từng cửa hàng hoặc siêu thị. Do đó việc sử dụng phương sai hoặc độ lệch chuẩn không phải là phương pháp phù hợp để so sánh độ phân tán của doanh thu của hai nhóm này.

Câu 17:

- a) Trong biểu đồ ở Khởi động, cột thứ nhất biểu diễn số lượng học sinh có chiều cao từ 160cm đến dưới 164cm; cột thứ hai biểu diễn số lượng học sinh có chiều cao từ 164cm đến dưới 168cm,

Hãy lập bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu ở, xác định giá trị đại diện của mỗi nhóm và tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm.

- b) Xét mẫu số liệu mới gồm các giá trị đại diện của các nhóm, tần số của mỗi giá trị đại diện bằng tần số của nhóm tương ứng. Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu mới.

Lời giải

- a)

Chiều cao (cm)	[160; 164)	[164; 168)	[168; 172)	[172; 176)	[176; 180)
Số học sinh	3	5	8	4	1
Giá trị đại diện	162	166	170	174	178

b)

Giá trị đại diện	162	166	170	174	178
Số học sinh	3	5	8	4	1

Cỡ mẫu: $n = 21$

Giá trị trung bình của mẫu số liệu mới:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(n_1c_1 + n_2c_2 + \dots + n_kc_k) = \frac{1}{21}(3 \cdot 162 + 5 \cdot 166 + 8 \cdot 170 + 4 \cdot 174 + 1 \cdot 178) = \frac{3550}{21}$$

Phương sai của mẫu số liệu mới:

$$S^2 = \frac{1}{n}[n_1(c_1 - \bar{x})^2 + n_2(c_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k(c_k - \bar{x})^2]$$

$$= \frac{1}{21} \left[3 \left(162 - \frac{3550}{21} \right)^2 + 5 \left(166 - \frac{3550}{21} \right)^2 + \dots \right.$$

$$\left. + 1 \left(178 - \frac{3550}{21} \right)^2 \right] = \frac{8000}{441}$$

$$\text{Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu mới: } \sigma = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{8000}{441}} = \frac{40\sqrt{5}}{21}$$

Câu 18: Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ở Khởi động

Chiều cao (cm)	[160;164)	[164;168)	[168;172)	[172;176)	[176;180)
Số học sinh	3	5	8	4	1

Lời giải

Giá trị đại diện	162	166	170	174	178
Số học sinh	3	5	8	4	1

Cỡ mẫu: $n = 21$

Giá trị trung bình của mẫu số liệu mới:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(n_1c_1 + n_2c_2 + \dots + n_kc_k) = \frac{1}{21}(3 \cdot 162 + 5 \cdot 166 + 8 \cdot 170 + 4 \cdot 174 + 1 \cdot 178) = \frac{3550}{21}$$

Phương sai của mẫu số liệu mới:

$$S^2 = \frac{1}{n}[n_1(c_1 - \bar{x})^2 + n_2(c_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k(c_k - \bar{x})^2]$$

$$= \frac{1}{21} \left[3 \left(162 - \frac{3550}{21} \right)^2 + 5 \left(166 - \frac{3550}{21} \right)^2 + \dots \right.$$

$$\left. + 1 \left(178 - \frac{3550}{21} \right)^2 \right] = \frac{8000}{441}$$

$$\text{Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu mới: } \sigma = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{8000}{441}} = \frac{40\sqrt{5}}{21}$$

Câu 19: Mai và Ngọc cùng sử dụng vòng đeo tay thông minh để ghi lại số bước chân hai bạn đi mỗi ngày trong một tháng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

a) Hãy tính số trung bình và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì bạn nào có số lượng bước chân đi mỗi ngày đều đặn hơn?

Lời giải

Giá trị đại diện	4	6	8	10	12
Mai	6	7	6	6	5
Ngọc	2	5	13	8	2

a) Cỡ mẫu: $n = 30$

Xét mẫu số liệu của Mai:

$$\text{Số trung bình: } \bar{x}_1 = \frac{6.4+7.6+6.8+6.10+5.12}{30} = 7,8$$

$$\text{Phương sai: } S_1^2 = \frac{(6.4^2+7.6^2+6.8^2+6.10^2+5.12^2)}{30} - 7,8^2 = 7,56$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } \sigma_1 = \sqrt{7,56} \approx 2,75$$

Xét mẫu số liệu của Ngọc:

$$\text{Số trung bình: } \bar{x}_2 = \frac{2.4+5.6+13.8+8.10+2.12}{30} = 8,2$$

$$\text{Phương sai: } S_2^2 = \frac{(2.4^2+5.6^2+13.8^2+8.10^2+2.12^2)}{30} - 8,2^2 \approx 3,83$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } \sigma_2 = \sqrt{3,83} \approx 1,96$$

b) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì bạn Ngọc có số lượng bước chân đi mỗi ngày đều đặn hơn

Câu 20: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Giá trị đại diện	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25
Tần số	13	45	24	12	6

Cỡ mẫu: $n = 100$

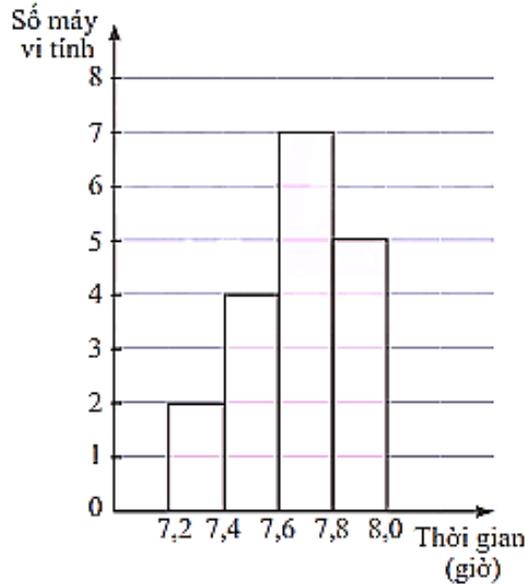
Số trung bình: $\bar{x} = \frac{13.19,25+45.19,75+24.20,25+12.20,75+6.21,25}{100} = 20,015$

Phương sai: $S^2 = \frac{13.19,25^2+45.19,75^2+24.20,25^2+12.20,75^2+6.21,25^2}{100} - 20,015^2 \approx 0,28$

Độ lệch chuẩn: $\sigma = \sqrt{0,28} \approx 0,53$

Câu 21:

Thời gian sử dụng pin của một số máy vi tính



Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.

- a) Hãy cho biết có bao nhiêu máy vi tính có thời gian sử dụng pin từ 7,2 đến dưới 7,4 giờ?
- b) Hãy xác định số trung bình và độ lệch chuẩn của thời gian sử dụng pin.

Lời giải

a) Có 2 máy vi tính có thời gian sử dụng pin từ 7,2 đến dưới 7,4 giờ

b)

Giá trị đại diện	7,3	7,5	7,7	7,9
Số máy	2	4	7	5

Cỡ mẫu: $n = 18$

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{2.7,3+4.7,5+7.7,7+5.7,9}{18} \approx 7,67$$

$$\text{Phương sai: } S^2 = \frac{2.7,3^2+4.7,5^2+7.7,7^2+5.7,9^2}{18} - 7,67^2 \approx 0,04$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } \sigma = \sqrt{0,04} \approx 0,19$$

Câu 22: Tốc độ của 20 xe hơi khi đi qua một trạm kiểm tra tốc độ (đơn vị: km/h) được thống kê lại như sau:

42	43,4	43,4	46,5	46,7	46,8	47,5	47,7	48,1	48,4
50,8	52,1	52,7	53,9	54,8	55,6	57,5	59,6	60,3	61,1

- Hãy tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.
- Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với nhóm đầu tiên là [42; 46) và độ dài mỗi nhóm bằng 4.
- Hãy tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.

Lời giải

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu: $61,1 - 42 = 19,1$ (km/h)

Cỡ mẫu: $n = 20$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ là mẫu số liệu gốc về tốc độ của 20 xe hơi khi đi qua một trạm kiểm tra tốc độ được xếp theo thứ tự không giảm.

$$\text{Trung vị } Q_2 = \frac{1}{2}(x_{10} + x_{11}) = \frac{1}{2}(48,4 + 50,8) = 49,6$$

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của nửa số liệu bên trái

$$Q_2 Q_1 = \frac{1}{2}(x_5 + x_6) = \frac{1}{2}(46,7 + 46,8) = 46,75$$

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của nửa số liệu bên phải

$$Q_2: Q_3 = \frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) = \frac{1}{2}(54,8 + 55,6) = 55,2$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 8,45$

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{42+43,4+\dots+61,1}{20} = 50,945$$

$$\text{Phương sai: } S^2 = \frac{42^2 + 43,4^2 + \dots + 61,1^2}{20} - 50,945^2 \approx 32,2$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } \sigma = \sqrt{32,2} \approx 5,67$$

b)

Tốc độ	[42;46)	[46;50)	[50;54)	[54;58)	[58;62)
Số xe	3	7	4	3	3

c) Ta có: $x_1; \dots; x_3 \in [42; 46)$; $x_4; \dots; x_{10} \in [46; 50)$; $x_{11}; \dots; x_{14} \in [50; 54)$; $x_{15}; \dots; x_{17} \in [54; 58)$; $x_{18}; \dots; x_{20} \in [58; 62)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_5 + x_6) \in [46; 50)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1' = 46 + \frac{20-3}{7}(50 - 46) = \frac{330}{7}$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [54; 58)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3' = 54 + \frac{3 \cdot 20 - (3+7+4)}{3}(58 - 54) = \frac{166}{3}$ Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q' = Q_3' - Q_1' = \frac{172}{21}$

Giá trị đại diện	44	48	52	56	60
Số xe	3	7	4	3	3

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{3 \cdot 44 + 7 \cdot 48 + 4 \cdot 52 + 3 \cdot 56 + 3 \cdot 60}{20} = 41,8$$

$$\text{Phương sai: } S^2 = \frac{3 \cdot 44^2 + 7 \cdot 48^2 + 4 \cdot 52^2 + 3 \cdot 56^2 + 3 \cdot 60^2}{20} - 41,8^2 = 364,96$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } \sigma = \sqrt{364,96} = 19,1$$

Câu 23: Một giống cây xoan đào được trồng tại hai địa điểm A và B. Người ta thống kê đường kính thân của một số cây xoan đào 5 năm tuổi ở bảng sau:

Đường kính (cm)	[30; 32)	[32; 34)	[34; 36)	[36; 38)	[38; 40)
Số cây trồng ở địa điểm A	25	38	20	10	7
Số cây trồng ở địa điểm B	22	27	19	18	14

- a) Hãy so sánh đường kính trung bình của thân cây xoan đào trồng tại địa điểm A và địa điểm B.
 b) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì cây trồng tại địa điểm nào có đường kính đồng đều hơn?

Lời giải

Giá trị đại diện	31	33	35	37	39
Số cây trồng ở địa điểm A	25	38	20	10	7
Số cây trồng ở địa điểm B	22	27	19	18	14

Xét mẫu số liệu của địa điểm A:

$$\text{Số trung bình: } \bar{x}_A = \frac{25.31+38.33+20.35+10.37+7.39}{100} = 33,72$$

Xét mẫu số liệu của địa điểm B:

$$\bar{x}_B = \frac{22.31 + 27.33 + 19.35 + 18.37 + 14.39}{100} = 34,5$$

Đường kính trung bình của thân cây xoan đào trồng tại địa điểm A nhỏ hơn tại địa điểm B.

b) - Xét mẫu số liệu của địa điểm A:

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{25.31^2 + 38.33^2 + 20.35^2 + 10.37^2 + 7.39^2}{100} - 33,72^2} = 2,32$$

Xét mẫu số liệu của địa điểm B:

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{22.31^2 + 27.33^2 + 19.35^2 + 18.37^2 + 14.39^2}{100}} = 2,7$$

Vậy cây trồng tại địa điểm A có đường kính đồng đều hơn

