

MỤC LỤC

♦ CHƯƠNG ⑥. XÁC SUẤT.....	2
► BÀI ①. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN	2
Ⓐ. Tóm tắt kiến thức	2
Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản.....	3
♦ Dạng ①: Tính xác suất có điều kiện không sử dụng công thức.....	3
♦ Dạng ②: Tính xác suất có điều kiện sử dụng công thức.....	4
♦ Dạng ③: Tính xác suất có điều kiện sử dụng sơ đồ hình cây.....	7
Ⓒ. Dạng toán rèn luyện.....	9
♦ Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	9
♦ Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai	23
♦ Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	32

▶ BÀI 1. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Ⓐ. Tóm tắt kiến thức

1. Định nghĩa xác suất có điều kiện

 Định nghĩa:

- Cho hai biến cố A và B .
- Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B .
- Kí hiệu $P(A|B)$.

2. Công thức tính xác suất có điều kiện

 Định nghĩa:

- Cho hai biến cố A và B trong đó $P(B) > 0$ khi đó $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

 Chú ý

- Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$
- Nếu A và B là hai biến cố bất kì thì: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A|B) = P(B) \cdot P(A|B)$.
- Cho A và B là hai biến cố với $P(B) > 0$. Khi đó, ta có: $P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$
- Trong đó $n(A \cap B)$ là số các trường hợp thuận lợi của $(A \cap B)$; $n(B)$ là số các trường hợp thuận lợi của B .
- Nếu A và B là hai biến cố bất kì, với $P(B) > 0$ thì: $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B)$
- Cho A và B là hai biến cố với $0 < P(A) < 1$; $0 < P(B) < 1$.
- Khi đó, A và B là hai biến cố độc lập khi và chỉ khi: $P(A) = P(A|B) = P(A|\bar{B})$ và $P(B) = P(B|A) = P(B|\bar{A})$
- Nếu A và B là hai biến cố bất kì, với $P(B) > 0$ thì: $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B)$

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- ✔ Xác suất điều kiện: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$
- ✔ Công thức nhân xác suất: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A|B) = P(B) \cdot P(B|A)$
- ✍ **Chú ý 1:** Cho hai biến cố độc lập A và B , với $0 < P(A) < 1$; $0 < P(B) < 1$.
 - ✔ $P(A) = P(A|B) = P(A|\bar{B})$
 - ✔ $P(B) = P(B|A) = P(B|\bar{A})$
- ✍ **Chú ý 2:**
 - ✔ $P(A) + P(\bar{A}) = 1$
 - ✔ $P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$
 - ✔ $P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$
 - ✔ $P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(B)$
 - ✔ Cách ghi $P(A \cap B)$ với $P(AB)$ hoàn toàn như nhau.
- ✍ **Chú ý 3:**
 - ✔ Những bài toán xảy ra xác suất điều kiện thường đi kèm với việc sử dụng quy tắc nhân xác suất, khi gặp bài toán này ta cần lưu ý đến sự độc lập của biến cố để vận dụng công thức đúng.

B. Phân dạng toán cơ bản

♦ Dạng 1: Tính xác suất có điều kiện không sử dụng công thức.

- ✍ **Phương pháp**
- ✔ **Mô tả không gian mẫu**
- ✔ **Cách 1:** Liệt kê các phần tử của không gian mẫu và biến cố rồi đếm.
- ✔ **Cách 2:** Sử dụng quy tắc đếm, hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp để đếm số phần tử của không gian mẫu và biến cố.
- ✍ **Chú ý:**
 - ✔ 1. $\overline{abc}$ chia hết cho 2 (hay là số chẵn) thì chữ số $c \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$.
 - ✔ 2. $\overline{abc}$ chia hết cho 5 thì chữ số $c \in \{0; 5\}$.
 - ✔ 3. $\overline{abc}$ chia hết cho 3 thì chữ số $a + b + c$ chia hết cho 3.
 - ✔ 4. $\overline{abc}$ chia hết cho 9 thì chữ số $a + b + c$ chia hết cho 9.

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Lấy ngẫu nhiên ba chữ số và sắp xếp theo một thứ tự. Xét biến cố A : “Ba số lập thành một số chia hết cho 2”. Kết quả thuận lợi của biến cố A bằng?

Lời giải

Gọi số cần lập có dạng $n = \overline{abc}$.

Số n chia hết cho 2 nên c có 3 cách chọn.

Tương ứng với mỗi cách chọn chữ số cho c , sẽ có 5 cách chọn cho a .

Tương ứng với mỗi cách chọn chữ số cho $c; a$, sẽ có 4 cách chọn cho b .

Theo quy tắc nhân, có $3 \cdot 5 \cdot 4 = 60$ số.

Vậy kết quả thuận lợi cho biến cố A bằng 60.

Câu 2: Một nhóm các nhà khoa học gồm 4 nhà toán học nam; 3 nhà toán học nữ và 4 nhà vật lý học nam. Lấy ngẫu nhiên ba người. Xác suất trong ba người có cả nam và nữ, cả toán và lý bằng?

Lời giải

Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{11}^3$.

Gọi biến cố A : “ba người có cả nam và nữ, cả toán và lý”.

Ta có các trường hợp sau cho biến cố A

Trường hợp 1: 1 nữ toán học; 1 nam toán học và 1 nam vật lý $\Rightarrow C_3^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1 = 48$

Trường hợp 2: 1 nữ toán học; 0 nam toán học và 2 nam vật lý $\Rightarrow C_3^1 \cdot C_4^0 \cdot C_4^2 = 18$.

Trường hợp 3: 2 nữ toán học; 0 nam toán học và 1 nam vật lý $\Rightarrow C_3^2 \cdot C_4^0 \cdot C_4^1 = 12$.

Theo qui tắc cộng thì $n(A) = 48 + 18 + 12 = 78$ cách.

Vậy xác suất của biến cố A bằng $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{78}{165}$.

♦ Dạng ②: Tính xác suất có điều kiện sử dụng công thức.

Phương pháp

 Cho hai biến cố A và B .

 Xác suất của biến cố A , tính trong điều kiện biết rằng biến cố B đã xảy ra, được gọi là xác suất của biến A với điều kiện B và kí hiệu là $P(A|B)$.

 Cho hai biến cố A và B bất kỳ, với $P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Một hộp chứa 8 bi trắng, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi trắng. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.

Lời giải

Gọi A: “lần 1 bốc được bi trắng”

và B: “lần 2 bốc được bi đỏ”

Xác suất lần 2 bốc được bi đỏ khi lần 1 đã bốc được bi trắng là $P(B|A)$

$$\text{ta có: } P(A) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}; \quad P(A \cap B) = \frac{8 \cdot 2}{10 \cdot 9} = \frac{8}{45}$$

$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{8}{45}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{9}$$

Câu 2: Một bình đựng 5 viên bi kích thước và chất liệu giống nhau, chỉ khác nhau về màu sắc. Trong đó có 3 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ bình ra một viên bi ta được viên bi màu xanh, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ ở lần thứ hai.

Lời giải

Gọi A: “lấy viên bi thứ nhất là màu xanh”

và B: “lấy viên bi thứ hai là màu đỏ”,

Ta đi tính $P(B|A)$

$$\text{ta có: } P(A) = \frac{3}{5} = \frac{3}{5}; \quad P(A \cap B) = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 4} = \frac{3}{10}$$

$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{2}$$

Câu 3: Một hộp có 30 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó, lần thứ 2 lấy ngẫu nhiên thêm một viên bi trong hộp đó.

Gọi A là biến cố: “Lần thứ hai lấy được viên bi trắng”;

và B là biến cố: “Lần thứ nhất lấy được viên bi đen”.

Tính $P(A|B)$.

Lời giải

$$n(\Omega) = 40.$$

Lần thứ nhất có 10 cách chọn một viên bi đen,

Lần thứ hai có 39 cách chọn từ 39 viên bi còn lại.

$$\text{Do đó } n(B) = 10.39 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4}.$$

Lần thứ nhất có 10 cách chọn một viên bi đen,

Lần thứ hai có 30 cách chọn bi trắng từ 30 viên bi trắng.

$$\text{Do đó } n(AB) = 10.30 \Rightarrow P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)}.$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{n(AB)}{n(B)} = \frac{10.30}{10.39} = \frac{30}{39} = \frac{10}{13}.$$

Câu 4: Trong cơ quan có 100 người. Trong đó có 60 người gần cơ quan (trong đó có 40 người là nam), có tổng cộng 30 nữ nhân viên. Theo quy định của cơ quan thì người nào hoặc là nam hoặc gần cơ quan sẽ phải tham gia trực. Tính xác suất để chọn ngẫu nhiên một người trong danh sách mà người đó lại là nữ trực cơ quan?

Lời giải

Gọi A: “Người được chọn là nam”.

và B: “Người được chọn là người phải trực”.

$$\text{Ta có: } \bar{A}: \text{“Người được chọn là nữ”} \Rightarrow n(\bar{A}) = 30 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{3}{10}.$$

$$\bar{B}\bar{A}: \text{“Người được chọn là nữ gần cơ quan”} \Rightarrow n(\bar{B}\bar{A}) = 20 \Rightarrow P(\bar{B}\bar{A}) = \frac{n(\bar{B}\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{2}{10}.$$

Xác suất người được chọn là nữ và là người trực cơ quan là:

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = \frac{P(\bar{B}\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{3}.$$

Câu 5: Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu? Cho biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau.

Lời giải

Giới tính cả 2 đứa trẻ là ngẫu nhiên và không liên quan đến nhau.

Do gia đình có 2 đứa trẻ nên sẽ có thể xảy ra 4 khả năng:

(trai, trai), (gái, gái), (gái, trai), (trai, gái).

Gọi A: “Cả hai đứa trẻ đều là con gái”

và B: “Có ít nhất một đứa trẻ là con gái”

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{1}{4}; P(B) = \frac{3}{4}$$

Do nếu xảy ra A thì đương nhiên sẽ xảy ra B nên ta có:

$$P(A \cap B) = P(A) = \frac{1}{4}$$

Suy ra, xác suất để cả hai đứa trẻ đều là con gái khi biết ít nhất có một đứa trẻ là gái là

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

Câu 6: Ba khẩu súng độc lập bắn vào một mục tiêu. Xác suất để khẩu thứ nhất bắn trúng bằng 0,7, để khẩu thứ hai bắn trúng bằng 0,8, để khẩu thứ ba bắn trúng bằng 0,5. Mỗi khẩu bắn 1 viên. Tính xác suất để khẩu thứ nhất bắn trúng biết rằng chỉ có 2 viên trúng mục tiêu.

Lời giải

Gọi A_i là biến cố khẩu thứ i bắn trúng ($i = 1, 2, 3$)

Gọi B là biến cố có đúng hai khẩu bắn trúng.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P(B) &= P(A_1 A_2 \bar{A}_3 \cup A_1 \bar{A}_2 A_3 \cup \bar{A}_1 A_2 A_3) = P(A_1 A_2 \bar{A}_3) + P(A_1 \bar{A}_2 A_3) + P(\bar{A}_1 A_2 A_3) \\ &= P(A_1)P(A_2)P(\bar{A}_3) + P(A_1)P(\bar{A}_2)P(A_3) + P(\bar{A}_1)P(A_2)P(A_3) \\ &= 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,5 + 0,7 \cdot 0,2 \cdot 0,5 + 0,3 \cdot 0,8 \cdot 0,5 = 0,47. \end{aligned}$$

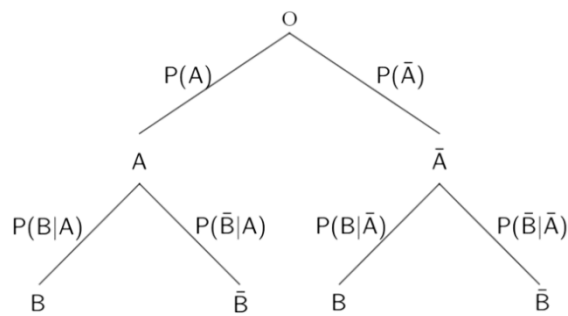
Xác suất để khẩu thứ nhất bắn trúng khi chỉ có 2 viên trúng mục tiêu:

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1 B)}{P(B)} = \frac{P(A_1 A_2 \bar{A}_3 \cup A_1 \bar{A}_2 A_3)}{P(B)} = \frac{0,35}{0,47} = \frac{35}{47}.$$

♦ Dạng 3: Tính xác suất có điều kiện sử dụng sơ đồ hình cây.

Phương pháp

-  Xây dựng sơ đồ cây theo mẫu (hình bên dưới) và xác định xác suất trên mỗi nhánh.
-  Tính $P(A \cap B)$ bằng xác suất của lộ trình $(O - A - B)$
-  Tính $P(B)$ bằng tổng xác suất của 2 lộ trình dẫn đến B là $(O - A - B)$ và $(O - \bar{A} - B)$.



Các ví dụ minh họa

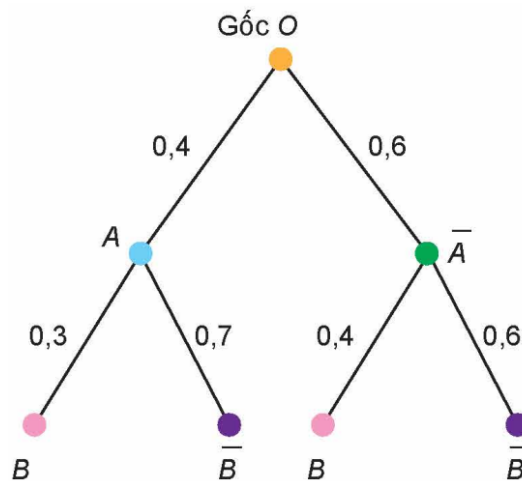
Câu 1: Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0,7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt. Tính xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy

Lời giải

Kí hiệu A là biến cố: "Thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy";

Và B là biến cố: "Thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy".

Ta vẽ sơ đồ hình cây như sau:



Trên nhánh cây OA và $OA\bar{}$ tương ứng ghi $P(A)$ và $P(\bar{A})$;

Trên nhánh cây AB và $A\bar{B}$ tương ứng ghi $P(B|A)$ và $P(\bar{B}|A)$;

Trên nhánh cây $\bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$ tương ứng ghi $P(B|\bar{A})$ và $P(\bar{B}|\bar{A})$.

Có hai nhánh cây đi tới B là OAB và $O\bar{A}B$.

Vậy: $P(B) = 0,4 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,4 = 0,36$.

Câu 2: Tại một nhà máy sản xuất linh kiện điện tử tỉ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất xưởng ra thị trường, các linh kiện điện tử đều phải qua khâu kiểm tra chất lượng để đóng dấu OTK. Vì sự kiểm tra không tuyệt đối hoàn hảo nên

- » Nếu một linh kiện điện tử đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất 0,99 được đóng dấu OTK;
- » Nếu một linh kiện điện tử không đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất 0,95 không được đóng dấu OTK.

Chọn ngẫu nhiên một linh kiện điện tử của nhà máy này trên thị trường. Dùng sơ đồ hình cây, hãy mô tả cách tính xác suất để linh kiện điện tử được chọn không được đóng dấu OTK.

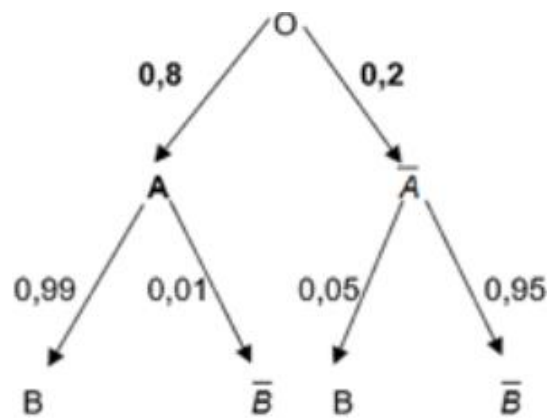
Lời giải

Với A là biến cố: "Linh kiện điện tử được chọn đạt tiêu chuẩn";

Và $\bar{A}$ là biến cố: "Linh kiện điện tử được chọn không đạt tiêu chuẩn".

Khi đó, $\bar{B}$ là biến cố: "Linh kiện điện tử được chọn không được đóng dấu OTK".

Ta vẽ sơ đồ hình cây như sau:



Có hai nhánh cây đi tới $\bar{B}$ là $O\bar{A}\bar{B}$ và $OA\bar{B}$.

Vậy: $P(\bar{B}) = 0,8 \cdot 0,01 + 0,2 \cdot 0,95 = 0,198$.

©. Dạng toán rèn luyện

♦ Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Một hộp chứa 4 quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. An lấy ngẫu nhiên một quả bóng, bỏ ra ngoài, rồi lấy tiếp một quả bóng nữa. Xét các biến cố:

A : "Quả bóng lấy ra lần đầu có số chẵn"

B : "Quả bóng lấy ra lần hai có số lẻ".

Xác định biến cố $C = B | A$: "biến cố B với điều kiện biết A đã xảy ra".

A. $B | A = \{(2,1), (2,3), (4,1), (4,3)\}$

B. $B | A = \{(2,1), (2,3), (2,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$

C. $B|A = \{(1,1), (1,3), (2,1), (2,3), (3,1), (3,3), (4,1), (4,3)\}$

D. $B|A = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$

Lời giải

Chọn A

$\square A = \{(2,1), (2,3), (2,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}.$

$\square B = \{(1,1), (1,3), (2,1), (2,3), (3,1), (3,3), (4,1), (4,3)\}.$

Khi biến cố B xảy ra, thì không gian mẫu mới là B . Khi đó, biến cố

$C = B|A = A \cap B = \{(2,1), (2,3), (4,1), (4,3)\}.$

Câu 2: Một con xúc xắc cân đối, đánh số từ 1 đến 6, được gieo 2 lần liên tiếp. Xét các biến cố:

A : "Tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn",

B : "Số chấm ở lần gieo thứ nhất là số lẻ",

Xác định biến cố A khi biết B đã xảy ra.

A. $A|B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$

B. $A|B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5),$
 $(1,2), (1,4), (1,6), (3,2), (3,4), (3,6), (5,2), (5,4), (5,6)\}$

C. $A|B = \{(1,2), (1,4), (1,6), (3,2), (3,4), (3,6), (5,2), (5,4), (5,6)\}$

D. $A|B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$

Lời giải

Chọn A

Khi B đã xảy ra, nghĩa là lần gieo đầu tiên ra số lẻ (1, 3 hoặc 5).

Do đó, không gian mẫu mới là

$B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6),$
 $(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)\}$

Khi đó, biến cố A khi biết B đã xảy ra là

$A|B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$

Câu 3: Một hộp chứa 5 quả bóng: 2 quả màu đỏ (đánh số 1 và 2), 2 quả màu xanh (đánh số 3 và 4) và 1 quả màu vàng (đánh số 5). Lấy ngẫu nhiên 2 quả bóng liên tiếp không hoàn lại. Xét các biến cố:

A : "Quả bóng lấy ra đầu tiên có màu đỏ"

B : "Tổng số của hai quả bóng lấy ra là số lẻ"

Xác định $B|A$ là biến cố B khi biết A đã xảy ra.

A. $B|A = \{(1,2), (1,4), (2,1), (2,3), (2,5)\}.$

B. $B|A = \{(1,2), (1,4), (2,1), (2,3)\}.$

C. $B|A = \{(1,3), (1,5), (2,3), (2,5)\}.$

D. $B|A = \{(1,3), (1,5), (2,1), (2,3), (2,5)\}.$

Lời giải

Chọn A

Khi A đã xảy ra, nghĩa là quả bóng đầu tiên lấy ra có màu đỏ (số 1 hoặc 2). Do đó, không gian mẫu mới là $\Omega' = A = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,3), (2,4), (2,5)\}.$

Biến cố B khi biết A đã xảy ra là $B|A = A \cap B = \{(1,2), (1,4), (2,1), (2,3), (2,5)\}.$

Câu 4: Trong một kỳ thi, có 60% học sinh đã làm đúng bài toán đầu tiên và 40% học sinh đã làm đúng bài toán thứ hai. Biết rằng có 20% học sinh làm đúng cả hai bài toán. Xác suất để một học sinh làm đúng bài toán thứ hai biết rằng học sinh đó đã làm đúng bài toán đầu tiên là bao nhiêu?

A. 0,5

B. 0,333

C. 0,2

D. 0,667

Lời giải

Chọn B

A : "học sinh đã làm đúng bài toán đầu tiên", thì $P(A) = 60\% = 0,6.$

B : "học sinh đã làm đúng bài toán thứ hai", thì $P(B) = 40\% = 0,4.$

$A \cap B$: "học sinh làm đúng cả hai bài toán", thì $P(A \cap B) = 20\% = 0,2.$

Xác suất để một học sinh làm đúng bài toán thứ hai biết rằng học sinh đó đã làm đúng bài toán đầu tiên là $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3} \approx 0.333.$

Câu 5: Một hộp chứa 4 quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. An lấy ngẫu nhiên một quả bóng, bỏ ra ngoài, rồi lấy tiếp một quả bóng nữa. Xét các biến cố:

A : "Quả bóng lấy ra lần đầu có số chẵn"

B : "Quả bóng lấy ra lần hai có số lẻ".

Tính xác suất có điều kiện $P(B|A).$

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{4}$

Lời giải

Chọn C

Xác định không gian mẫu Ω và các biến cố.

$$\Omega = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$$

$$A = \{(2,1), (2,3), (2,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$$

$$B = \{(1,1), (2,1), (3,1), (4,1), (1,3), (2,3), (3,3), (4,3)\}$$

$$A \cap B = \{(2,1), (2,3), (4,1), (4,3)\}$$

Ta có $n(\Omega) = 12$.

$$n(A) = 6 \Rightarrow P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}; n(A \cap B) = 4 \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}.$$

Câu 6: Một lô sản phẩm có 30 sản phẩm, trong đó có 4 chất lượng thấp. Lấy liên tiếp hai sản phẩm trong lô sản phẩm trên, trong đó sản phẩm lấy ra ở lần thứ nhất không được bỏ lại vào lô sản phẩm. Tính xác suất để cả hai sản phẩm được lấy ra đều có chất lượng thấp.

A. $\frac{3}{29}$.

B. $\frac{1}{10}$.

C. $\frac{4}{30}$.

D. $\frac{2}{15}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A: “Sản phẩm lấy ra ở lần thứ nhất có chất lượng thấp”,

Và B: “Sản phẩm lấy ra ở lần thứ hai có chất lượng thấp”.

Khi đó, xác suất để cả hai sản phẩm được lấy ra đều có chất lượng thấp chính là $P(B|A)$.

Từ bài ra ta có: $n(\Omega) = 30 \cdot 29 = 870; n(B) = 4 \cdot 29 = 116 \Rightarrow P(B) = \frac{116}{870} = \frac{2}{15}$

$$n(AB) = 4 \cdot 3 = 12 \Rightarrow P(AB) = \frac{12}{870} = \frac{2}{145}.$$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{2}{145} : \frac{2}{15} = \frac{3}{29}.$$

Câu 7: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,2; P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,3$. Tính $P(\overline{AB})$.

A. 0,18.

B. 0,42.

C. 0,24.

D. 0,02.

Lời giải

Chọn B

Theo công thức tính xác suất có điều kiện ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \Rightarrow P(AB) = P(A|B) \cdot P(B) = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18.$$

Vì $\overline{AB}$ và AB là hai biến cố xung khắc và $\overline{AB} \cup AB = B$ nên theo tính chất của xác suất, ta có: $P(\overline{AB}) + P(AB) = P(B) \Rightarrow P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = 0,6 - 0,18 = 0,42$.

Câu 8: Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,2024$, $P(B) = 0,2025$. Tính $P(A|B)$.

- A. 0,7976. B. 0,7975. C. 0,2025. D. 0,2024.

Lời giải

Chọn D

A và B là hai biến cố độc lập nên: $P(A|B) = P(A) = 0,2024$

Câu 9: Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,2024$, $P(B) = 0,2025$. Tính $P(B|\overline{A})$.

- A. 0,7976. B. 0,7975. C. 0,2025. D. 0,2024.

Lời giải

Chọn C

$\overline{A}$ và B là hai biến cố độc lập nên: $P(B|\overline{A}) = P(B) = 0,2025$

Câu 10: Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(A|B)$.

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,7} = \frac{3}{7}$

Câu 11: Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(\overline{B}|A)$.

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $P(\overline{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 1 - \frac{0,3}{0,6} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Câu 12: Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(\overline{A} \cap B)$.

A. $\frac{4}{7}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta có: $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A} | B) \cdot P(B)$.

Mà $P(\bar{A} | B) = 1 - P(A | B) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{0,3}{0,7} = \frac{4}{7}$

Do đó $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A} | B) \cdot P(B) = \frac{4}{7} \cdot 0,7 = 0,4 = \frac{2}{5}$

Cách 2: $P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B) = P(B) \Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,7 - 0,3 = \frac{2}{5}$

Câu 13: Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,65$, $P(A \cap \bar{B}) = 0,55$. Tính $P(\bar{A} \cap B)$.

A. 0,25.

B. 0,4.

C. 0,3.

D. 0,35.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $P(A \cap \bar{B}) + P(A \cap B) = P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \bar{B}) = 0,8 - 0,55 = 0,25$

Và $P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B) = P(B) \Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,65 - 0,25 = 0,4$

Câu 14: Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6. Biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.

A. $\frac{2}{6}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi A là biến cố “con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm”Gọi B là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc bằng 6”.

Khi con xúc xắc thứ nhất đã xuất hiện mặt 4 chấm thì lần thứ hai xuất hiện 2 chấm thì

tổng hai lần xuất hiện là 6 chấm thì $P(B | A) = \frac{1}{6}$

Câu 15: Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đỏ là

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{2}{7}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là biến cố “viên bi lấy lần thứ nhất là màu đỏ”.

Gọi B là biến cố “viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ”.

$$\text{Ta đi tính } P(B|A) \text{ với } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Không gian mẫu $n(\Omega) = 10.9$ cách chọn

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi trong 9 viên còn lại có cách 9 chọn, do đó $P(A) = \frac{7.9}{10.9} = \frac{7}{10}$

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi màu đỏ trong 6 viên bi còn lại có 6 cách chọn, do đó $P(A \cap B) = \frac{7.6}{10.9} = \frac{7}{15}$

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất

$$\text{cũng là màu đỏ là } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{7}{15}}{\frac{7}{10}} = \frac{2}{3}$$

Cách 2:

Sau khi biết viên bi lấy lần thứ nhất là màu đỏ.

Khi đó trong hộp còn lại 9 viên: gồm 3 viên bi màu trắng và 6 viên bi màu đỏ.

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất

$$\text{cũng màu đỏ là } P(B|A) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Câu 16: Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất là màu trắng là:

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{7}{9}$.

D. $\frac{5}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Gọi C : “viên bi lấy lần thứ nhất là màu trắng”.

và D : “viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ”.

$$\text{Ta đi tính } P(D|C) \text{ với } P(D|C) = \frac{P(C \cap D)}{P(C)}$$

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu trắng có 3 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi trong 9 viên còn lại có 9 cách chọn, do đó $P(C) = \frac{3.9}{10.9} = \frac{3}{10}$

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu trắng có 3 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, do đó $P(A \cap B) = \frac{3 \cdot 7}{10 \cdot 9} = \frac{7}{30}$

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu trắng nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất

$$\text{cũng là màu đỏ là } P(D|C) = \frac{P(C \cap D)}{P(C)} = \frac{\frac{7}{30}}{\frac{3}{10}} = \frac{7}{9}$$

Cách 2:

Giả sử viên bi lấy lần thứ nhất là màu trắng.

Khi đó trong hộp còn lại 9 viên, gồm 2 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ.

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất màu trắng là $P(B|A) = \frac{7}{9}$

Câu 17: Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,65$, $P(A \cap \bar{B}) = 0,55$. Tính $P(A \cap B)$.

- A. 0,25. B. 0,1. C. 0,15. D. 0,35.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P(A \cap \bar{B}) + P(A \cap B) = P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \bar{B}) = 0,8 - 0,55 = 0,25$

Câu 18: Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án độc lập. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,6 và dự án 2 là 0,7.

(a) Tìm xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án.

- A. 0,28. B. 0,7. C. 0,46. D. 0,18.

(b) Biết công ty thắng thầu dự án 1, tìm xác suất công ty thắng thầu dự án 2.

- A. 0,6. B. 0,7. C. 0,46. D. 0,3.

(c) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, tìm xác suất công ty thắng thầu dự án 2.

- A. 0,4. B. 0,7. C. 0,28. D. 0,6.

Lời giải

(a) Tìm xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án.

Chọn C

Gọi A là biến cố "thắng thầu dự án 1"

Gọi B là biến cố "thắng thầu dự án 2"

theo đề bài $P(A) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,4$; $P(B) = 0,7 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,3$ với 2 biến cố A, B độc lập

Gọi C là biến cố "thắng thầu đúng 1 dự án"

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A \cap \bar{B} + \bar{A} \cap B) = P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) \\ &= 0,6 \cdot 0,3 + 0,4 \cdot 0,7 = 0,46 \end{aligned}$$

(b) Biết công ty thắng thầu dự án 1, tìm xác suất công ty thắng thầu dự án 2.

Chọn B

Gọi D là biến cố “thắng thầu dự án thứ 2 biết thắng thầu dự án 1”

do A, B là hai biến cố độc lập nên: $P(D) = P(B|A) = P(B) = 0,7$

(c) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, tìm xác suất công ty thắng thầu dự án 2.

Chọn B

Gọi E là biến cố “thắng thầu dự án 2 biết không thắng thầu dự án 1”

do A, B là hai biến cố độc lập nên: $P(E) = P(B|\bar{A}) = P(B) = 0,7$

Câu 19: Cho một hộp kín có 6 thẻ ATM của BIDV và 4 thẻ ATM của Vietcombank. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ (lấy không hoàn lại). Tìm xác suất để lần thứ hai lấy được thẻ ATM của Vietcombank nếu biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của BIDV.

A. $\frac{5}{9}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{7}{9}$.

D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A là biến cố “lần thứ hai lấy được thẻ ATM Vietcombank”,

B là biến cố “lần thứ nhất lấy được thẻ ATM của BIDV”.

Ta cần tìm $P(A|B)$

Sau khi lấy lần thứ nhất (biến cố B đã xảy ra) trong hộp còn lại 9 thẻ (trong đó 4 thẻ Vietcombank) nên $P(A|B) = \frac{4}{9}$

Câu 20: Một bình đựng 9 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 2 bi, mỗi lần lấy 1 bi không hoàn lại. Tính xác suất để bi thứ 2 màu xanh nếu biết bi thứ nhất màu đỏ?

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{9}{16}$.

C. $\frac{9}{17}$.

D. $\frac{21}{80}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là biến cố “lần thứ nhất lấy được bi màu đỏ”.

Gọi B là biến cố “lần thứ hai lấy được bi màu xanh”.

Ta cần tìm $P(B|A)$

Không gian mẫu $n(\Omega) = 16.15$ cách chọn

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi màu xanh còn lại có 15 cách chọn, do đó $P(A) = \frac{7.15}{16.15} = \frac{7}{16}$

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi màu xanh có 9 cách chọn, do đó $P(A \cap B) = \frac{7.9}{16.15} = \frac{21}{80}$

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu xanh nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất

$$\text{là màu đỏ là } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{21}{80}}{\frac{7}{16}} = \frac{3}{5}$$

Câu 21: Trong hộp có 20 nắp khoen bia Tiger, trong đó có 2 nắp ghi “Chúc mừng bạn đã trúng thưởng xe Camry”. Bạn Minh Hiền được chọn lên rút thăm lần lượt hai nắp khoen, xác suất để cả hai nắp đều trúng thưởng là:

A. $\frac{1}{20}$.

B. $\frac{1}{19}$.

C. $\frac{1}{190}$.

D. $\frac{1}{10}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi A là biến cố “nắp khoen đầu trúng thưởng”

Gọi B là biến cố “nắp khoen thứ hai trúng thưởng”.

Ta đi tính $P(A \cap B)$

Khi bạn rút thăm lần đầu thì trong hộp có 20 nắp trong đó có 2 nắp trúng do đó

$$P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

Khi biến cố A đã xảy ra thì còn lại 19 nắp trong đó có 1 nắp trúng thưởng, do đó:

$$P(B|A) = \frac{1}{19}$$

$$\text{Ta có } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = \frac{1}{19} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{190}$$

Câu 22: Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?

A. $\frac{95}{98}$.

B. $\frac{931}{1000}$.

C. $\frac{95}{100}$.

D. $\frac{98}{100}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là biến cố “qua được lần kiểm tra đầu tiên” $\Rightarrow P(A) = 0,98$

Gọi B là biến cố “qua được lần kiểm tra thứ 2” $\Rightarrow P(B|A) = 0,95$

chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải thỏa mãn 2 điều kiện trên hay ta đi tính

$P(A \cap B)$

$$\text{ta có } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = 0,95 \cdot 0,98 = \frac{931}{1000}$$

Câu 23: Lớp Toán Sư Phạm có 95 Sinh viên, trong đó có 40 nam và 55 nữ. Trong kỳ thi môn Xác suất thống kê có 23 sinh viên đạt điểm giỏi (trong đó có 12 nam và 11 nữ). Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp. Tìm xác suất gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê, biết rằng sinh viên đó là nữ?

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{11}{23}$.

C. $\frac{12}{23}$.

D. $\frac{11}{19}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là biến cố “gọi được sinh viên nữ”

Gọi B là biến cố “gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê”,

Ta đi tính $P(B|A)$

$$\text{ta có: } n(A) = \frac{55}{95}; n(A \cap B) = \frac{11}{95}$$

$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{11}{95} : \frac{55}{95} = \frac{11}{55} = \frac{1}{5}$$

Câu 24: Một nhóm học sinh có 30 học sinh, trong đó có 16 em học khá môn Toán, 25 em học khá môn Hóa học, 12 em học khá cả hai môn Toán và Hóa học. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong số đó. Tính xác suất để học sinh đó học khá môn Toán biết rằng học sinh đó học khá môn Hóa học.

A. 0,53.

B. 0,75.

C. 0,48.

D. 0,84.

Lời giải

Chọn C

Gọi A: “Học sinh đó học khá môn Toán”,

Và B: “Học sinh đó học khá môn Hóa học”.

$$\text{Từ bài ra ta có } P(A) = \frac{16}{30}, P(B) = \frac{25}{30}; P(AB) = \frac{12}{30}.$$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{12}{25} = 0,48.$$

Câu 25: Giả sử trong một nhóm người có 91% người là không nhiễm bệnh. Để phát hiện ra người nhiễm bệnh, người ta tiến hành xét nghiệm tất cả mọi người của nhóm đó. Biết rằng đối với người nhiễm bệnh thì xác suất xét nghiệm có kết quả dương tính là 85%, nhưng đối với người không nhiễm bệnh thì xác suất xét nghiệm có phản ứng dương tính là 7%. Tính xác suất để người được chọn ra không nhiễm bệnh và không có phản ứng dương tính.

A. 0,93.

B. 0,0637.

C. 0,8463.

D. 0,7735.

Lời giải

Chọn C

Gọi A: “Người được chọn ra không nhiễm bệnh”.

Và B : “Người được chọn ra có phản ứng dương tính”

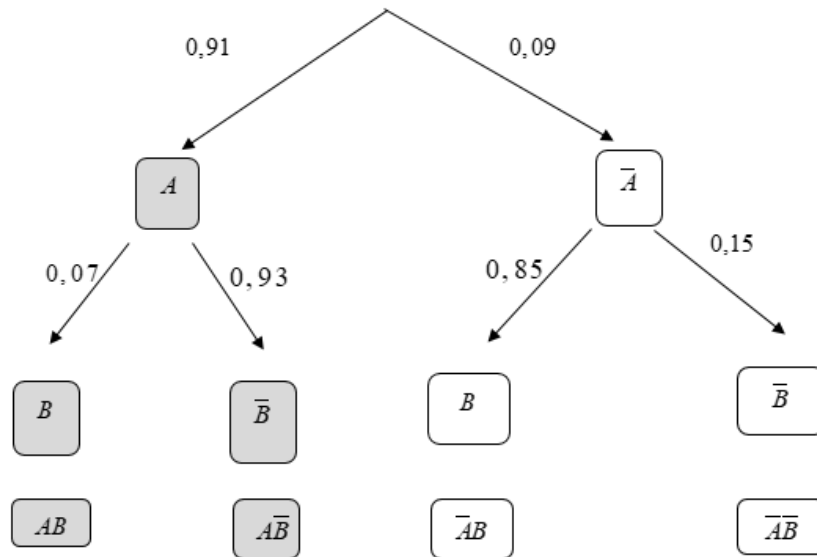
Theo bài ta có: $P(A) = 0,91; P(B|A) = 0,07; P(B|\bar{A}) = 0,85$

Do đó:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,91 = 0,09; P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0,07 = 0,93$$

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 1 - 0,85 = 0,15$$

Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Vậy: $P(A\bar{B}) = 0,91 \cdot 0,93 = 0,8463$.

Câu 26: Một học sinh làm 2 bài tập kế tiếp. Xác suất làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8. Nhưng nếu làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất học sinh đó làm đúng cả hai bài?

A. 0,56.

B. 0,14.

C. 0,16.

D. 0,65.

Lời giải

Chọn A

Gọi A : “Làm đúng bài thứ nhất”.

Và B : “Làm đúng bài thứ hai”

Khi đó biến cố: “làm đúng cả hai bài” là AB

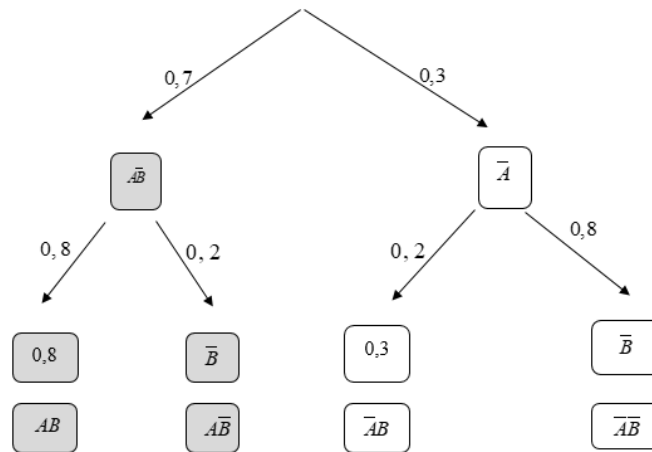
Theo bài ta có: $P(A) = 0,7; P(B|A) = 0,8; P(B|\bar{A}) = 0,2$

Do đó:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,7 = 0,3; P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0,8 = 0,2$$

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 1 - 0,2 = 0,8$$

Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Vậy: $P(AB) = 0,8.0,7 = 0,56$.

Câu 27: Cho một hộp kín có 6 thẻ ATM của BIDV và 4 thẻ ATM của Vietcombank. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ (lấy không hoàn lại). Không gian mẫu rút lần lượt 2 thẻ biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của BIDV là

- A. 54. B. 90. C. 100. D. 50.

Lời giải

Chọn A

Không gian mẫu rút lần lượt 2 thẻ biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của BIDV là $n(\Omega) = 6.9 = 54$.

Câu 28: Trong hộp có 20 nắp khoen bia Tiger, trong đó có 2 nắp ghi “Chúc mừng bạn đã trúng thưởng xe Camry”. Bạn Minh Hiền được chọn lên rút thăm lần lượt hai nắp khoen, xác suất để cả hai nắp đều trúng thưởng là:

- A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{1}{19}$. C. $\frac{1}{190}$. D. $\frac{1}{10}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi A : “Bạn Minh Hiền rút thăm lần lượt hai nắp khoen mà cả hai nắp đều trúng thưởng”

Không gian mẫu $n(\Omega) = 20.19 = 380$.

Số cách thỏa mãn biến cố A là $n(A) = 2.1 = 2$.

Xác suất biến cố A là $P(A) = \frac{2}{380} = \frac{1}{190}$.

Câu 29: Một bình đựng 5 viên bi kích thước và chất liệu giống nhau, chỉ khác nhau về màu sắc. Trong đó có 3 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ bình ra một viên bi ta được viên bi màu xanh, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ ở lần thứ hai.

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A : "lấy viên bi thứ nhất là màu xanh".

Và B : "lấy viên bi thứ hai là màu đỏ".

Ta có: $P(A) = \frac{3.4}{5.4} = \frac{3}{5}$; $P(A \cap B) = \frac{3.2}{5.4} = \frac{3}{10}$.

Do đó: $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{2}$.

Câu 30: Danh sách một lớp đại học Quốc Gia có 95 sinh viên gồm 40 nam và 55 nữ. Có 23 sinh viên quốc tịch nước ngoài (trong đó có 12 nam và 11 nữ), số sinh viên còn lại có quốc tịch Việt Nam. Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp đó lên bảng. Tính xác suất sinh viên gọi tên có quốc tịch nước ngoài, biết rằng sinh viên đó là nữ?

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{11}{23}$.

C. $\frac{12}{23}$.

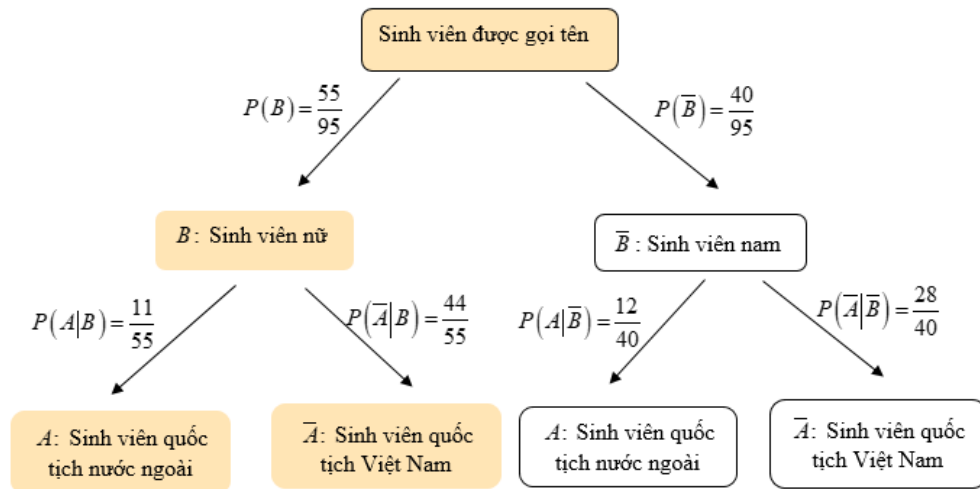
D. $\frac{11}{19}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A : "sinh viên được gọi tên có quốc tịch nước ngoài",

Và B : "sinh viên được gọi tên là nữ"



Vậy $P(A|B) = \frac{11}{55} = \frac{1}{5}$

Câu 31: Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn 10, biết rằng có ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm.

A. $\frac{6}{11}$.

B. $\frac{4}{11}$.

C. $\frac{5}{11}$.

D. $\frac{3}{11}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A : "ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm".

Và B : "tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10".

Ta có:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}.$$

Biến cố B có các trường hợp $(4;6), (6;4), (5;5), (5;6), (6;5), (6;6)$.

Biến cố $A \cap B$ có 3 trường hợp xảy ra: $(5;5), (5;6), (6;5)$ có xác suất là: $P(A \cap B) = \frac{3}{36}$.

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{11}{36}} = \frac{3}{11}.$$

♦Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,7$, $P(\bar{B}) = 0,6$.

(a) $P(A|B) = 0,6$

(b) $P(B|\bar{A}) = 0,4$

(c) $P(B|\bar{A}) = 0,4$

(d) $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,6$

Lời giải

$$P(A) = 0,7 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0,7 = 0,3$$

$$P(\bar{B}) = 0,6 \Rightarrow P(B) = 1 - 0,6 = 0,4.$$

Do A và B độc lập nên A và $\bar{B}$ độc lập, B và $\bar{A}$ độc lập, $\bar{B}$ và $\bar{A}$ độc lập.

(a) $P(A|B) = 0,6$

A và B là hai biến cố độc lập nên: $P(A|B) = P(A) = 0,7 \neq 0,6$

Chọn SAI.

(b) $P(B|\bar{A}) = 0,4$

$\bar{A}$ và B là hai biến cố độc lập nên: $P(B|\bar{A}) = P(B) = 0,4$

Chọn ĐÚNG.

(c) $P(B|\bar{A}) = 0,4$

$\bar{A}$ và B là hai biến cố độc lập nên: $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A}) = 0,3$

Chọn ĐÚNG.

(d) $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,6$

$\bar{A}$ và $\bar{B}$ là hai biến cố độc lập nên: $P(\bar{B}|\bar{A}) = P(\bar{B}) = 0,6$

Chọn ĐÚNG.

Câu 2: Cho hai biến cố A và B , với $P(\bar{A}) = 0,4$, $P(B) = 0,8$, $P(A \cap B) = 0,4$.

(a) $P(A) = 0,6$ và $P(\bar{B}) = 0,2$.

(b) $P(A|B) = \frac{1}{2}$

(c) $P(\bar{B}|A) = \frac{2}{3}$

(d) $P(\bar{A} \cap B) = \frac{3}{5}$

Lời giải

(a) $P(A) = 0,6$ và $P(\bar{B}) = 0,2$.

Ta có:

$$P(\bar{A}) = 0,4 \Rightarrow P(A) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(B) = 0,8 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - 0,8 = 0,2.$$

$$P(A \cap B) = 0,4$$

Chọn ĐÚNG.

(b) $P(A|B) = \frac{1}{2}$

$$\text{Ta có: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,4}{0,8} = \frac{1}{2}$$

Chọn ĐÚNG.

(c) $P(\bar{B}|A) = \frac{2}{3}$

Ta có: $P(\bar{B} | A) = 1 - P(B | A) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 1 - \frac{0,4}{0,6} = \frac{1}{3}$

Chọn SAI.

(d) $P(\bar{A} \cap B) = \frac{3}{5}$

Cách 1:

Ta có: $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A} | B) \cdot P(B)$.

Mà $P(\bar{A} | B) = 1 - P(A | B) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{0,4}{0,8} = \frac{1}{2}$

Do đó $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A} | B) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot 0,8 = \frac{2}{5}$

Cách 2: $P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B) = P(B) \Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,8 - 0,4 = \frac{2}{5}$

Chọn SAI.

Câu 3: Một hộp chứa bốn tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Lan lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, xem số trên thẻ rồi bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa.

(a) Không gian mẫu của phép thử có 10 phần tử.

(b) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ” bằng 2.

(c) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 4.

(d) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 5.

Lời giải

(a) Không gian mẫu của phép thử có 10 phần tử.

Không gian mẫu của phép thử:

$$\Omega = \{(1;2);(1;3);(1;4);(2;1);(2;3);(2;4);(3;1);(3;2);(3;4);(4;1);(4;2);(4;3)\}$$

Vậy $n(\Omega) = 12$.

Chọn SAI.

(b) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ” bằng 2.

Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ” gồm: $(1;3);(3;1)$. Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

Chọn ĐÚNG.

(c) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 4.

Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” gồm $(2;1);(4;1);(2;3);(4;3)$.

Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

Chọn ĐÚNG.

(d) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 5.

Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” gồm $(2;3);(2;4);(4;2);(4;3)$. Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

Chọn SAI.

Câu 4: Lớp 10A có 35 học sinh, mỗi học sinh đều giỏi ít nhất một trong hai môn Toán hoặc Văn. Biết rằng có 23 học sinh giỏi môn Toán và 20 học sinh giỏi môn Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 10A.

(a) Xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn bằng $\frac{2}{5}$.

(b) Xác suất để học sinh được chọn "giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán" bằng $\frac{8}{23}$.

(c) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" bằng $\frac{15}{23}$.

(d) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" bằng $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Gọi A : “Học sinh được chọn giỏi môn Toán”

và B : “Học sinh được chọn giỏi môn Văn”

Gọi C : “Học sinh được chọn không giỏi môn Toán”

và D : “Học sinh được chọn không giỏi môn Văn”

Số học sinh giỏi cả 2 môn là: $23 + 20 - 35 = 8$

(a) Xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn bằng $\frac{2}{5}$.

Trong số 23 học sinh giỏi Toán, chỉ có đúng 8 học sinh giỏi Văn nên xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn là:

$$P(A|B) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

Chọn ĐÚNG.

(b) Xác suất để học sinh được chọn "giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán" bằng $\frac{8}{23}$.

Trong số 20 học sinh giỏi Văn, chỉ có đúng 8 học sinh giỏi Toán nên xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán là:

$$P(B|A) = \frac{8}{23}$$

Chọn ĐÚNG.

(c) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" bằng $\frac{15}{23}$

Trong số 20 học sinh giỏi Văn, có đúng 8 học sinh giỏi cả Văn và Toán, nên số học sinh giỏi Văn mà không giỏi Toán là 12.

Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" là:

$$P(C|B) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

Chọn SAI.

(d) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" bằng $\frac{3}{5}$.

Trong số 23 học sinh giỏi Toán, có đúng 8 học sinh giỏi cả Toán và Văn nên số học sinh không giỏi Văn mà giỏi Toán là $23 - 8 = 15$.

Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" là

$$P(D|A) = \frac{15}{23}$$

Chọn SAI.

Câu 5: Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

(a) A và B là hai biến độc lập.

(b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.

(c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.

(d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 0,8.

Lời giải

(a) A và B là hai biến độc lập.

$$\text{Đề bài: } P(A) = 0,5 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,5; P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,4$$

$$P(A \cap B) = 0,4$$

$$\text{a) } A, B \text{ độc lập} \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

mà $0,4 \neq 0,5 \cdot 0,6$ nên A, B không độc lập

Chọn ĐÚNG.

(b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.

Gọi C là biến cố “thắng thầu đúng 1 dự án”

$$P(C) = P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0,5 + 0,6 - 2 \cdot 0,4 = 0,3$$

Chọn ĐÚNG.

(c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.

Gọi D là biến cố “thắng dự 2 biết thắng dự án 1”

$$P(D) = P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,5} = 0,8$$

Chọn SAI.

(d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 0,8.

Gọi E là biến cố “thắng dự án 2 biết không thắng dự án 1”

$$P(E) = P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,6 - 0,4}{0,5} = 0,4$$

Chọn SAI.

Câu 6: Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

(a) Xác suất để gọi một bạn tên Hiền là $\frac{1}{10}$.

(b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nữ là $\frac{3}{17}$.

(c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nam là $\frac{2}{13}$.

(d) Nếu thầy giáo gọi một bạn tên Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó mang giới tính nữ là $\frac{3}{17}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố "Học sinh được gọi lên bảng tên là Hiền"

Gọi B là biến cố "Học sinh được chọn mang giới tính nữ".

(a) Xác suất để gọi một bạn tên Hiền là $\frac{1}{10}$.

Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là: $P(A) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$.

Chọn ĐÚNG.

(b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nữ là $\frac{3}{17}$.

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $P(A|B)$

Ta có: $P(B) = \frac{17}{30}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{30}$

Do đó: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}$

Chọn SAI.

(c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nam là $\frac{2}{13}$.

Gọi C là biến cố " Học sinh được chọn mang giới tính nam".

Xác suất thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, với điều kiện bạn đó nam là $P(A|C)$

Ta có: $P(C) = \frac{13}{30}$, $P(A \cap C) = \frac{2}{30}$. Do đó: $P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}} = \frac{2}{13}$

Chọn ĐÚNG.

(d) Nếu thầy giáo gọi một bạn tên Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó mang giới tính nữ là $\frac{3}{17}$

Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $P(B|A)$

$$\text{Ta có: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{3}{30}} = \frac{1}{3}$$

Chọn SAI.

Câu 7: Trong một cửa hàng có 18 bóng đèn loại I và 2 bóng đèn loại II, các bóng đèn có hình dạng và kích thước như nhau. Một người mua hàng lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 bóng đèn (lấy không hoàn lại) trong cửa hàng.

(a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{10}$.

(b) Xác suất để lần thứ hai lấy được bóng đèn loại II, biết lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II, là $\frac{1}{19}$.

(c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{190}$.

(d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được bóng đèn loại I là $\frac{189}{190}$.

Lời giải

Xét các biến cố:

A: "Lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II";

B: "Lần thứ hai lấy được bóng đèn loại II".

(a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{10}$.

Xác suất để lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II là: $P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

Chọn SAI.

(b) Xác suất để lần thứ hai lấy được bóng đèn loại II, biết lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II, là $\frac{1}{19}$.

Sau khi lấy 1 bóng đèn loại II thì chỉ còn 1 bóng đèn loại II trong hộp.

Suy ra xác suất để lần thứ hai lấy được bóng đèn loại II, biết lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II, là $P(B|A) = \frac{1}{19}$.

Chọn ĐÚNG.

(c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{190}$.

Khi đó, xác suất để cả hai lần đều lấy được bóng đèn loại II là:

$$P(C) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{190}.$$

Chọn SAI.

(d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được bóng đèn loại I là $\frac{189}{190}$.

Vậy để ít nhất 1 lần lấy được bóng đèn loại I là: $P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{190} = \frac{189}{190}$.

Chọn ĐÚNG.

Câu 8: Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0,7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt.

Gọi A là biến cố: “Thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy”

và B là biến cố: “Thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy”.

(a) Xác suất để thứ Ba, ông An đi làm bằng xe buýt là 0,7.

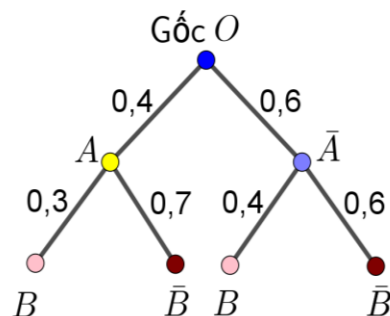
(b) Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy là 0,3.

(c) Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba ông An đi làm bằng xe buýt 0,4.

(d) Xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt là 0,36.

Lời giải

Từ giả thiết của bài toán ta có sơ đồ hình cây như sau:



(a) Xác suất để thứ Ba, ông An đi làm bằng xe buýt là 0,7.

Dựa vào sơ đồ cây ta có xác suất để thứ Ba, ông An đi làm bằng xe buýt là 0,6 (nhánh $O\bar{A}$)

Chọn SAI.

(b) Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy là 0,3.

Dựa vào sơ đồ cây ta có xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy là 0,3 (nhánh AB)

Chọn ĐÚNG.

(c) Xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba ông An đi làm bằng xe buýt 0,4

Dựa vào sơ đồ cây ta có xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba ông An đi làm bằng xe buýt 0,4 (nhánh $\overline{AB}$)

Chọn ĐÚNG.

(d) Xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt là 0,36

Xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt là

$$P(B) = 0,4 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,4 = 0,36 \text{ (nhánh } OAB \text{ và nhánh } O\overline{AB} \text{)}$$

Chọn ĐÚNG.

♦Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Cho hai biến cố A: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn 6" và B: "Con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm". Tính số kết quả thuận lợi cho biến cố A khi biến cố B xảy ra.

Lời giải

Trả lời: 4

Tập hợp các kết quả làm cho biến cố B xảy ra là:

$$B = \{(4;1);(4;2);(4;3);(4;4);(4;5);(4;6)\}$$

Trong 6 kết quả đồng khả năng xảy ra này thì có 4 kết quả $(4;3);(4;4);(4;5);(4;6)$ là thuận lợi cho biến cố A.

Câu 2: Hộp thứ nhất chứa 3 viên bi đen và 2 viên bi trắng. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đen và 5 viên bi trắng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai.

Gọi A: "Viên bi lấy ra lần thứ nhất là bi đen";

Và B: "Viên bi lấy ra lần thứ hai là bi trắng".

Biết rằng biến cố A xảy ra, tính xác suất của biến cố B

Lời giải

Trả lời: 0,5

Nếu biến cố A xảy ra thì bạn An lấy viên bi đen từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai. Khi đó hộp thứ hai có 5 viên bi đen và 5 viên bi trắng.

Do đó, xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{1}{2} = 0,5$.

Câu 3: Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai. Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.

Lời giải

Trả lời: 0,41

Gọi A: “Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất”,

và B: “Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai”.

ta cần tính xác suất $P(A \cap B)$

Theo công thức nhân xác suất $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A)$

Vì có 30 viên bi xanh trong tổng số 50 viên bi nên $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất, thì còn lại trong bình 49 viên bi trong đó số viên bi trắng là 20, do đó $P(B | A) = \frac{20}{49}$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{49} \approx 0,41$

Câu 4: Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết khó. Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.

Lời giải

Trả lời: 0,29

Gọi A: “rút ra được câu hỏi lý thuyết”

và B: “rút ra được câu khó”

Nếu biết B đã xảy ra (nghĩa là câu hỏi rút ra là một câu trong số 17 câu khó) thì xác suất để câu hỏi đó là lý thuyết (nghĩa là câu hỏi đó là một câu trong số 5 câu hỏi lý thuyết khó) chính là xác suất A có điều kiện B đã xảy ra. Ta đi tính $P(A | B)$

Ta có:

$$P(A) = \frac{13}{40}$$

$$P(B) = \frac{17}{40}$$

$$P(A \cap B) = \frac{5}{40}$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{40}}{\frac{17}{40}} = \frac{5}{17} \approx 0,29$$

Câu 5: Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10, nếu biết rằng có ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm. Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.

Lời giải

Trả lời: 0,27

Gọi A: “ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm”

và B: “tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10”

Ta có:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}$$

Biến cố B có các trường hợp $\{(4;6), (6;4), (5;5), (5;6), (6;5), (6;6)\}$

Biến cố $A \cap B$ có 3 trường hợp xảy ra: $\{(5;5), (5;6), (6;5)\}$ có xác suất là: $P(A \cap B) = \frac{3}{36}$

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{11}{36}} = \frac{3}{11} \approx 0,27$$

Câu 6: Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu? Cho biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,33

Giới tính cả 2 đứa trẻ là ngẫu nhiên và không liên quan đến nhau.

Do gia đình có 2 đứa trẻ nên sẽ có thể xảy ra 4 khả năng:

(trai, trai), (gái, gái), (gái, trai), (trai, gái).

Gọi A là biến cố “Cả hai đứa trẻ đều là con gái”;

B là biến cố “Có ít nhất một đứa trẻ là con gái”.

$$P(A) = \frac{1}{4}; P(B) = \frac{3}{4}.$$

Do nếu xảy ra A thì đương nhiên sẽ xảy ra B nên ta có:

$$P(A \cap B) = P(A) = \frac{1}{4}.$$

Suy ra, xác suất để cả hai đứa trẻ đều là con gái khi biết ít nhất có một đứa trẻ là gái là:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3} \approx 0,33.$$

Câu 7: Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất của biến cố C : “Hai viên bi lấy ra khác màu”.

Lời giải

Trả lời: 0,46

Gọi A là biến cố “Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh”

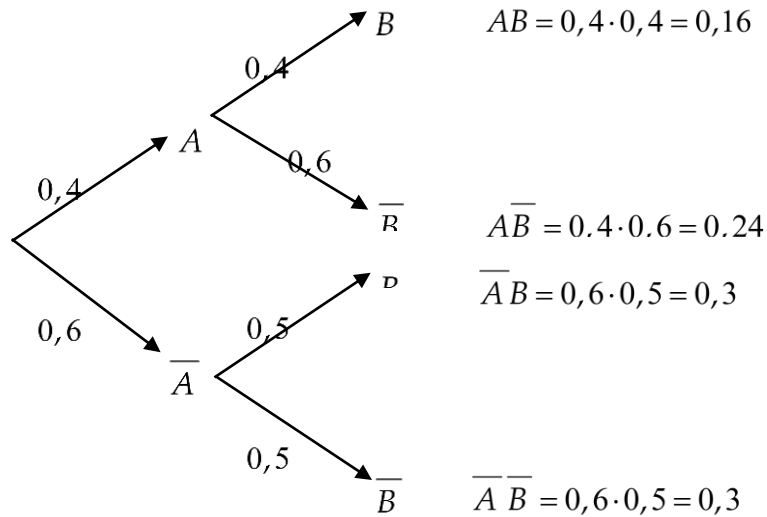
Gọi B là biến cố “Viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ”

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{4}{10} = 0,4; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(B|A) = \frac{4}{10} = 0,4; P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(B|\bar{A}) = \frac{5}{10} = 0,5; P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 1 - 0,5 = 0,5$$

Ta có sơ đồ cây



Dựa vào sơ đồ cây, ta có $P(C) = P(AB) + P(\bar{A}\bar{B}) = 0,16 + 0,3 = 0,46$.

Câu 8: Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Lời giải

Trả lời: 10

Gọi A là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ nhất”

Gọi B là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ hai”

Ta có: xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$, suy ra $P(AB) = \frac{1}{3}$

Gọi n là số viên kẹo ban đầu trong túi ($n \in \mathbb{N}^*, n \neq 1$)

$$P(A) = \frac{6}{n}; P(B|A) = \frac{5}{n-1}$$

Theo công thức nhân xác suất, ta có:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{6}{n} \cdot \frac{5}{n-1} = \frac{30}{n^2 - n} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow n^2 - n = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -9 \\ n = 10 \end{cases}$$

Ta được $n = -9$ (loại) hoặc $n = 10$ (nhận).

Vậy ban đầu trong túi có 10 viên kẹo.

Câu 9: Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách $20m$ với xác suất trúng thỏ là $0,5$; nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ hai ở khoảng cách $30m$; nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ ba ở khoảng cách $40m$. Tính xác suất để người thợ săn bắn được thỏ.

Lời giải

Trả lời: 0,75

Gọi A là biến cố “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ nhất”

Gọi B là biến cố “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ hai”

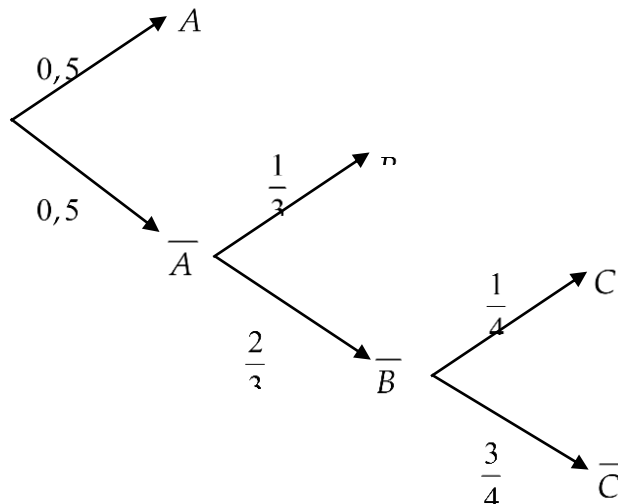
Gọi C là biến cố “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ ba”

Ta có: $P(A) = 0,5$

Vì xác suất bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn nên ta có

$$P(B|\bar{A}) = \frac{20 \cdot 0,5}{30} = \frac{1}{3}; \quad P(C|\bar{A} \cdot \bar{B}) = \frac{20 \cdot 0,5}{40} = \frac{1}{4}$$

Ta có sơ đồ cây



Xác suất để người thợ săn bắn được thỏ là

$$P(A) + P(\bar{A}B) + P(\bar{A}\bar{B}C) = 0,5 + 0,5 \cdot \frac{1}{3} + 0,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = 0,75.$$