

MỤC LỤC

► BÀI ②. CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN - BAYES	2
①. Tóm tắt kiến thức	2
②. Phân dạng toán cơ bản	3
♦ Dạng ①: Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes.	3
♦ Dạng ②: Các bài toán liên quan đến công thức xác suất toàn phần.	4
♦ Dạng ③: Các bài toán liên quan đến công thức Bayes.	5
③. Dạng toán rèn luyện	8
♦ Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn	8
♦ Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai	15
♦ Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn	23

A. Tóm tắt kiến thức

1. Công thức xác suất toàn phần

 **Định nghĩa:**

• Cho hai biến cố A và B với $0 < P(B) < 1$, ta có:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) \\ &= P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) \end{aligned}$$

2. Công thức Bayes

• Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0, P(B) > 0$, ta có:

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)}$$

 **Nhận xét**

• Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0, P(B) > 0$, d

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$$

• Nên công thức Bayes còn có dạng: $P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})}$

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

• Công thức xác suất toàn phần: $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$

• Công thức Bayes:

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} \text{ hoặc } P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})}$$

 **Chú ý 1:** Các công thức cần nhớ

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

$$P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$$

$$P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(B)$$

$$P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(A)$$

 **Chú ý 2:**

• Công thức xác suất toàn phần và Công thức Bayes được áp dụng trong các trường hợp sự việc bài toán đề cập đến gồm **nhiều giai đoạn** có sự **liên đối nhau** trong quá trình xảy ra.

♦Dạng 1: Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes.

✍ **Phương pháp**

🌐 **Công thức xác suất toàn phần:** Cho hai biến cố A và B với $0 < P(B) < 1$.

🌐 Khi đó: $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$

✍ **Chú ý:** Công thức xác suất toàn phần cũng đúng với biến cố B bất kì.

🌐 **Công thức Bayes:** Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thoả mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$.

🌐 Khi đó $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$

✍ **Chú ý:** Với $P(A) > 0$, $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$ cũng được gọi là công thức Bayes.

👉 **Các ví dụ minh họa**

Câu 1: Cho hai biến cố A và B với $0 < P(A) < 1$.

(1) Viết công thức xác suất toàn phần tính $P(B)$.

(2) Với $P(A) = 0,1$; $P(\bar{A}) = 0,9$; $P(B|A) = 0,3$; $P(B|\bar{A}) = 0,6$. Tính $P(B)$?

Lời giải

(1) Viết công thức xác suất toàn phần tính $P(B)$.

Ta có: $P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})$.

(2) Với $P(A) = 0,1$; $P(\bar{A}) = 0,9$; $P(B|A) = 0,3$; $P(B|\bar{A}) = 0,6$. Tính $P(B)$?

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,1 \cdot 0,3 + 0,9 \cdot 0,6 = 0,57.$$

Câu 2: Cho hai biến cố A và B với $P(B) = 0,2$; $P(A|B) = 0,5$; $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Tính $P(B|A)$?

Lời giải

Ta có $P(B) = 0,2 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,2 = 0,8$.

Áp dụng công thức Bayes:

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})} = \frac{0,2.0,5}{0,2.0,5 + 0,8.0,4} = \frac{5}{21} \approx 0,238.$$

Câu 3: Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$

(1) Tính $P(A)$. (2) Tính $P(B|A)$.

Lời giải

(1) Tính $P(A)$.

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2$$

Công thức xác suất toàn phần

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,8.0,7 + 0,2.0,45 = 0,65$$

(2) Tính $P(B|A)$.

$$\text{Công thức Bayes } P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,8.0,7}{0,65} = \frac{56}{65}$$

♦ **Dạng 2:** Các bài toán liên quan đến công thức xác suất toàn phần.

 **Phương pháp**

 **Công thức xác suất toàn phần:** Cho hai biến cố A và B với $0 < P(B) < 1$

 Khi đó: $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$

 **Chú ý:** Công thức xác suất toàn phần cũng đúng với biến cố B bất kì.

 **Các ví dụ minh họa**

Câu 1: Người ta khảo sát khả năng chơi nhạc cụ của một nhóm học sinh nam nữ tại một trường phổ thông H. Xét phép thử chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong nhóm đó.

gọi A là biến cố “học sinh được chọn biết chơi ít nhất một nhạc cụ”,

và B là biến cố “học sinh được chọn là nam”.

Biết xác suất học sinh được chọn là nam bằng 0,6; xác suất học sinh được chọn là nam và biết chơi ít nhất một nhạc cụ là 0,3; xác suất học sinh được chọn là nữ và biết chơi ít nhất một nhạc cụ là 0,15. Tính $P(A)$.

Lời giải

$$\text{Từ giả thiết ta có } P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - 0,6 = 0,4; P(A|B) = 0,3; P(A|\bar{B}) = 0,15.$$

Theo công thức xác suất từng phần, ta có:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,6.0,3 + 0,4.0,15 = 0,24.$$

Câu 2: Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 53%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X lần lượt là 21% và 17%. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Tính xác suất học sinh đó có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X.

Lời giải

Gọi A : “Học sinh được chọn là nữ”,

$\Rightarrow \bar{A}$: “Học sinh được chọn là nam”;

B : “học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X”.

Từ giả thiết ta có $P(A) = 0,53 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0,53 = 0,47$; $P(B|A) = 0,21$; $P(B|\bar{A}) = 0,17$

Theo công thức xác suất từng phần, ta có xác suất học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X là:

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,53 \cdot 0,21 + 0,47 \cdot 0,17 = 0,1912.$$

♦Dạng ③: Các bài toán liên quan đến công thức Bayes.

 **Phương pháp**

 **Công thức Bayes:** Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thoả mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$.

 Khi đó
$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$$

 **Chú ý:** Với $P(A) > 0$, $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$ cũng được gọi là công thức Bayes.

 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Một hộp có 4 viên bi, mỗi viên có thể là màu đen hoặc trắng. Lấy ngẫu nhiên ra 2 viên bi. Tính xác suất để lấy được 2 bi trắng.

Lời giải

* Số lượng bi trắng và đen trong hộp chỉ có thể xảy ra 1 trong 5 trường hợp sau:

$$H_4 : 4 \text{ bi trắng} \Rightarrow P(H_4) = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$H_3 : 3 \text{ bi trắng, 1 đen} \Rightarrow P(H_3) = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$H_2 : 2 \text{ bi trắng, 2 đen} \Rightarrow P(H_2) = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$H_1 : 1 \text{ bi trắng, 3 đen} \Rightarrow P(H_1) = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$H_0 : 0 \text{ bi trắng, 4 đen} \Rightarrow P(H_0) = \frac{1}{5} = 0.2$$

Gọi biến cố A là biến cố lấy được 2 bi trắng.

$$P(A|H_4)=1, P(A|H_3)=\frac{C_3^2}{C_4^2}=\frac{1}{2}, P(A|H_2)=\frac{C_2^2}{C_4^2}=\frac{1}{6}, P(A|H_1)=0, P(A|H_0)=0$$

$$P(A)=P(H_0).P(A|H_0)+P(H_1).P(A|H_1)+P(H_2).P(A|H_2)+P(H_3).P(A|H_3)+P(H_4).P(A|H_4)$$

$$\Leftrightarrow P(A)=0.2 \times 0 + 0.2 \times 0 + 0.2 \times \frac{1}{6} + 0.2 \times \frac{1}{2} + 0.2 \times 1 \Leftrightarrow P(A)=\frac{1}{3}.$$

Câu 2: Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi A : “người đó mắc bệnh”

Và B : “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(A)=1\%=0,01$.

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(\bar{A})=1-0,01=0,99$.

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $P(B|A)=99\%=0,99$.

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: $P(B|\bar{A})=1-0,99=0,01$

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}=\frac{0,01.0,99}{0,01.0,99+0,99.0,01}=0,5.$$

Xác suất kết để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 0,5

Câu 3: Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%.

- (1) Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?
- (2) Tính xác suất mà người đó là nghiện huốc lá khi biết bị bệnh phổi.

Lời giải

(1) Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?

Gọi A : “người nghiện thuốc lá”,

$\Rightarrow \bar{A}$: “người không nghiện thuốc lá”

và B : “người bị bệnh phổi”

Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá

Ta cần tính $P(B)$

$$\text{Với } P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$$

Ta có

$$P(A) = 0,2 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,8$$

$$P(B|A) = 0,7$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,15$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,15 = 0,26$$

Do đó, tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh X là 26%

(2) Tính xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi.

xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $P(A|B)$

$$\text{Theo công thức Bayes, ta có } P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,7}{0,26} = \frac{7}{13}$$

Như vậy trong số người bị bệnh phổi của tỉnh X, có khoảng $\frac{7}{13}$ số người nghiện thuốc lá.

Câu 4: Một trạm chỉ phát hai tín hiệu A và B với xác suất tương ứng 0,85 và 0,15. do có nhiễu trên đường truyền nên $\frac{1}{7}$ tín hiệu A bị méo và thu được như tín hiệu B còn $\frac{1}{8}$ tín hiệu B bị méo và thu được như A .

(1) Xác suất thu được tín hiệu A là bao nhiêu?

(2) Giả sử đã thu được tín hiệu A . Tìm xác suất thu được đúng tín hiệu lúc phát.

Lời giải

(1) Xác suất thu được tín hiệu A là bao nhiêu?

Gọi A là biến cố "Phát tín hiệu A "

B là biến cố "Phát tín hiệu A "

T_A là biến cố "Phát được tín hiệu A "

T_B là biến cố "Phát được tín hiệu B "

Ta cần tính $P(T_A)$

$$\text{Với } P(T_A) = P(A) \cdot P(T_A|A) + P(B) \cdot P(T_A|B)$$

Ta có

$$P(A) = 0,85$$

$$P(T_B | A) = \frac{1}{7} \Rightarrow P(T_A | A) = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

$$P(B) = 0,15$$

$$P(T_A | B) = \frac{1}{8}$$

$$\text{Do đó } P(T_A) = P(A).P(T_A | A) + P(B).P(T_A | B) = 0,85 \cdot \frac{6}{7} + 0,15 \cdot \frac{1}{8} = \frac{837}{1120}$$

(2) Giả sử đã thu được tín hiệu A. Tìm xác suất thu được đúng tín hiệu lúc phát.

$$\text{Theo công thức Bayes, ta có } P(A | T_A) = \frac{P(A).P(T_A | A)}{P(T_A)} = \frac{0,85 \cdot \frac{6}{7}}{\frac{837}{1120}} = \frac{272}{279}$$

©. Dạng toán rèn luyện

♦ Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $0 < P(B) < 1$, xác suất của biến cố A được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$. **B.** $P(A) = P(B).P(B|A) + P(\bar{B}).P(B|\bar{A})$.
C. $P(A) = P(A).P(A|B) + P(\bar{A}).P(A|\bar{B})$. **D.** $P(A) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$.

Câu 2: Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $0 < P(A) < 1$, xác suất của biến cố B được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $P(B) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$. **B.** $P(B) = P(B).P(B|A) + P(\bar{B}).P(B|\bar{A})$.
C. $P(B) = P(A).P(A|B) + P(\bar{A}).P(A|\bar{B})$. **D.** $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$.

Lời giải

Chọn D

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$.

Câu 3: Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $P(B) > 0$, xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

A. $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}.$

B. $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}.$

C. $P(A|B) = \frac{P(B).P(B|A)}{P(A)}.$

D. $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A)}.$

Lời giải

Chọn B

Theo công thức Bayes, ta có $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}.$

Câu 4: Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Xác suất của biến cố B với điều kiện biến cố A đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

A. $P(B|A) = \frac{P(A).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}.$

B. $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}.$

C. $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}.$

D. $P(B|A) = \frac{P(A).P(A|B)}{P(A).P(B|A) + P(B|\bar{A})}.$

Lời giải

Chọn C

Theo công thức Bayes, ta có $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}.$

Câu 5: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,3, P(B) = 0,6$ và $P(A|B) = 0,4$ thì $P(B|A)$ bằng

A. 0,5.

B. 0,6.

C. 0,8.

D. 0,2.

Lời giải

Chọn C

Theo công thức Bayes, ta có $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,6.0,4}{0,3} = 0,8.$

Câu 6: Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4; P(B) = 0,3; P(A|B) = 0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng

A. 0,1875.

B. 0,48.

C. 0,333.

D. 0,95.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức Bayes, ta có: $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,3.0,25}{0,4} = 0,1875$.

Câu 7: Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,6$; $P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$ Khi đó, $P(A)$ bằng
A. 0,7. **B.** 0,4. **C.** 0,58. **D.** 0,52.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,6.0,7 + 0,4.0,4 = 0,58.$$

Câu 8: Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng
A. $\frac{15}{35}$. **B.** $\frac{16}{35}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{5}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Xét các biến cố:

A: "Bạn An lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên";

B: "Bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội".

$$\text{Khi đó, } P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}.$$

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội $\Rightarrow P(B|A) = \frac{16}{35}$.

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 15 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội $\Rightarrow P(B|\bar{A}) = \frac{15}{35}$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là: $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{16}{35} + \frac{4}{9} \cdot \frac{15}{35} = \frac{4}{9}$.

Câu 9: Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính.

Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

- A. 0,3. B. 0,03. C. 0,04. D. 0,4.

Lời giải

Chọn B

Xét các biến cố:

A : "Người được chọn mắc bệnh X";

B : "Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y".

Theo giả thiết ta có: $P(A) = 0,002$; $P(\bar{A}) = 1 - 0,002 = 0,998$;

$P(B|A) = 1$; $P(B|\bar{A}) = 0,06$.

Theo công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,002.1}{0,002.1 + 0,998.0,06} \approx 0,03.$$

Câu 10: Một cửa hàng có hai loại bóng đèn Led, trong đó có 65% bóng đèn Led là màu trắng và 35% bóng đèn Led là màu xanh, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn Led màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn Led màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn Led từ cửa hàng. Xác suất để khách hàng chọn được bóng đèn Led không hỏng bằng

- A. 0,7956. B. 0,7965. C. 0,9756. D. 0,9765.

Lời giải

Chọn D

Xét các biến cố:

A : "Khách hàng chọn được bóng đèn Led màu trắng";

B : "Khách hàng chọn được bóng đèn Led không hỏng".

Ta có: $P(A) = 0,65$; $P(\bar{A}) = 0,35$; $P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - 0,02 = 0,98$;

$P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,03 = 0,97$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,65.0,98 + 0,35.0,97 = 0,9765.$$

Câu 11: Một hộp bút bi Thiên Long có 15 chiếc bút trong đó có 9 chiếc bút mới. Người ta lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút để sử dụng sau đó trả lại vào hộp. Lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 2 chiếc bút, tính xác suất cả hai chiếc bút lấy ra đều là chiếc mới.

A. $\frac{52}{175}$.

B. $\frac{52}{177}$.

C. $\frac{53}{175}$.

D. $\frac{25}{175}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A "Hai chiếc bút lấy ra đều là chiếc mới"

B_0 "Lấy ra một chiếc bút cũ" và B_1 "Lấy ra một chiếc bút mới"

Nên B_0, B_1 là hệ biến cố đầy đủ.

Từ 15 chiếc bút có 9 chiếc bút mới và 6 chiếc bút cũ

$$\text{Ta có: } P(B_0) = \frac{C_6^1}{C_{15}^1} = \frac{2}{5}, \quad P(B_1) = \frac{C_9^1}{C_{15}^1} = \frac{3}{5}$$

$$P(A|B_0) = \frac{C_9^2}{C_{15}^2} = \frac{12}{35} \text{ và } P(A|B_1) = \frac{C_8^2}{C_{15}^2} = \frac{4}{15}$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(A) = P(A|B_0) \cdot P(B_0) + P(A|B_1) \cdot P(B_1) = \frac{12}{35} \cdot \frac{2}{5} + \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{5} = \frac{52}{175}$$

Câu 12: Một công ty du lịch bố trí chỗ cho đoàn khách tại ba khách sạn A, B, C theo tỉ lệ 20%; 50%; 30%. Tỉ lệ hỏng điều hòa ở ba khách sạn lần lượt là 5%; 4%; 8%. Tính xác suất để một khách nghỉ ở phòng điều hòa bị hỏng.

A. $\frac{2}{500}$

B. $\frac{27}{500}$

C. $\frac{7}{500}$

D. $\frac{23}{500}$

Lời giải

Chọn B

Gọi B "Để một khách ở phòng điều hòa bị hỏng"

Gọi A, B, C lần lượt là các biến cố Khách nghỉ tại ba khách sạn A, B, C

$$\text{Ta có: } P(A) = 20\% = 0,2, \quad P(B) = 50\% = 0,5, \quad P(C) = 30\% = 0,3, \quad P(H|A) = 5\% = 0,05, \\ P(H|B) = 4\% = 0,04, \quad P(H|C) = 8\% = 0,08$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(H) = P(H|A) \cdot P(A) + P(H|B) \cdot P(B) + P(H|C) \cdot P(C) \\ = 0,05 \cdot 0,2 + 0,04 \cdot 0,5 + 0,08 \cdot 0,3 = \frac{27}{500}$$

Câu 13: Có 10 sinh viên thi Xác suất – Thống kê; trong đó có 2 sinh viên giỏi (trả lời 100% các câu hỏi), 3 sinh viên khá (trả lời 80% các câu hỏi), 5 sinh viên trung bình (trả lời 50% các câu hỏi). Gọi ngẫu nhiên một sinh viên vào thi và phát đề có 4 câu hỏi (được lấy ngẫu

nhiên từ 20 câu). Thấy sinh viên này trả lời được cả 4 câu, tính xác suất để sinh viên đó là sinh viên khá? Xác suất gần bằng số nào sau đây

A. 0,336.

B. 0,3344.

C. 0,337.

D. 0,335.

Lời giải

Chọn C

Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là các biến cố gọi một sinh viên Giỏi, Khá, Trung Bình

Nên A_1, A_2, A_3 là hệ biến cố đầy đủ

Gọi B “ Sinh viên đó trả lời được 4 câu hỏi”

$$\text{Ta có: } P(A_1) = \frac{C_2^1}{C_{10}^1} = \frac{1}{5}; P(A_2) = \frac{C_3^1}{C_{10}^1} = \frac{3}{10}; P(A_3) = \frac{C_5^1}{C_{10}^1} = \frac{1}{2}$$

Ta lại có:

2 sinh viên Giỏi (trả lời 100% các câu hỏi) $\Rightarrow$ Trả lời 20 câu hỏi

3 sinh viên Khá (trả lời 80% các câu hỏi) $\Rightarrow$ Trả lời $20.80\% = 16$ câu hỏi.

5 sinh viên Trung Bình (trả lời 50% các câu hỏi) $\Rightarrow$ Trả lời $20.50\% = 10$ câu hỏi.

$$\text{Từ đó } P(B|A_1) = \frac{C_{20}^4}{C_{20}^4} = 1, P(B|A_2) = \frac{C_{16}^4}{C_{20}^4} = \frac{364}{969}, P(B|A_3) = \frac{C_{10}^4}{C_{20}^4} = \frac{14}{323}$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$\begin{aligned} P(B) &= P(B|A_1).P(A_1) + P(B|A_2).P(A_2) + P(B|A_3).P(A_3) \\ &= 1 \cdot \frac{1}{5} + \frac{364}{969} \cdot \frac{3}{10} + \frac{14}{323} \cdot \frac{1}{2} = \frac{108}{323} \end{aligned}$$

Xác suất để sinh viên đó là sinh viên khá là $P(A_2|B)$

$$\text{Áp dụng công thức Bayes } P(A_2|B) = \frac{P(B|A_2).P(A_2)}{P(B)} = \frac{\frac{364}{969} \cdot \frac{3}{10}}{\frac{108}{323}} = \frac{91}{270} \approx 0,337$$

Câu 14: Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên vi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên vi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên từ hộp thứ hai, biết rằng hai bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi màu đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi màu đỏ.

A. $\frac{8}{11}$

B. $\frac{7}{15}$

C. $\frac{8}{15}$

D. $\frac{7}{13}$

Lời giải

Chọn A

Gọi A_1 : “Lấy ra một bi một màu xanh ở hộp thứ nhất”

Và A_2 : “Lấy ra một bi một màu đỏ ở hộp thứ nhất”

Nên A_1, A_2 là hệ biến cố đầy đủ

Gọi B : “Hai bi lấy ra từ hộp thứ hai là màu đỏ”

$$\text{Ta có: } P(A_1) = \frac{C_3^1}{C_9^1} = \frac{1}{3}; P(A_2) = \frac{C_6^1}{C_9^1} = \frac{2}{3}$$

$$P(B|A_1) = \frac{C_7^2}{C_{11}^2} = \frac{21}{55}; P(B|A_2) = \frac{C_8^2}{C_{11}^2} = \frac{28}{55}$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(B) = P(B|A_1).P(A_1) + P(B|A_2).P(A_2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{21}{55} + \frac{2}{3} \cdot \frac{28}{55} = \frac{7}{15}$$

Xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất màu đỏ, biết rằng hai bi lấy ra từ hộp thứ hai màu đỏ, ta áp dụng công thức Bayes

$$P(A_2|B) = \frac{P(B|A_2).P(A_2)}{P(B)} = \frac{\frac{28}{55} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{7}{15}} = \frac{8}{11}$$

Câu 15: Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

A. 0,4.

B. 0,35.

C. 0,5.

D. 0,65.

Lời giải

Chọn C

Gọi A là biến cố “người đó mắc bệnh”

Gọi B là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Ta cần tính $P(A|B)$

$$\text{Với } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$$

Ta có:

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(A) = 1\% = 0,01$

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $P(B|A) = 99\% = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,01.0,99}{0,01.0,99 + 0,99.0,01} = 0,5$$

Xác suất kết để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 0,5

Câu 16: Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 52%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Tính xác suất học sinh đó là nam

A. $\frac{207}{1230}$

B. $\frac{207}{1250}$

C. $\frac{10}{27}$

D. $\frac{10}{23}$

Lời giải

Chọn D

Gọi A_1, A_2 lần lượt là các biến cố gặp được một học sinh nữ, một học sinh nam

Nên A_1, A_2 là hệ biến cố đầy đủ.

Gọi B “ Học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật ”

$$P(A_1) = 52\% = 0,52, P(A_2) = 1 - 0,52 = 0,48.$$

$$P(B|A_1) = 18\% = 0,18; P(B|A_2) = 15\% = 0,15$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(B) = P(B|A_1).P(A_1) + P(B|A_2).P(A_2) = 0,18.0,52 + 0,15.0,48 = \frac{207}{1250} = 0,1656$$

Xác suất để học sinh đó là nam, biết rằng học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật, ta áp dụng công thức Bayes

$$P(A_2|B) = \frac{P(B|A_2).P(A_2)}{P(B)} = \frac{0,15.0,48}{0,1656} = \frac{10}{23}$$

♦Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ”, B là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ”

Các khẳng định sau đúng hay sai?

(a) Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,5$.

(b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì khi đó

$$P(A|B) = \frac{7}{11}.$$

(c) Gọi $\bar{B}$: “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh” thì $P(A|\bar{B}) = \frac{7}{11}$.

(d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P(A) = \frac{13}{22}$.

Lời giải

(a) Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,5$.

Ta có: B là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ”
nên $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{5}{10} = 0,5$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì khi đó $P(A|B) = \frac{7}{11}$.

Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì sau khi chuyển, hộp thứ hai có 7 bi đỏ và 4 bi xanh nên $P(A|B) = \frac{7}{11}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Gọi $\bar{B}$: “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh” thì $P(A|\bar{B}) = \frac{7}{11}$

Gọi $\bar{B}$: “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh”

Nếu viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh thì sau khi chuyển, hộp thứ hai có 6 bi đỏ và 5 bi xanh. Khi đó $P(A|\bar{B}) = \frac{6}{11}$.

» **Chọn SAI.**

(d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P(A) = \frac{13}{22}$.

Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = 0,5$.

Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là:

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,5 \cdot \frac{7}{11} + 0,5 \cdot \frac{6}{11} = \frac{13}{22}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

Câu 2: Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

(a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

(b) Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.

(c) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $\frac{3}{5}$.

(d) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số $\frac{7}{16}$.

Lời giải

(a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

Số viên bi màu đỏ có đánh số là $60\%.50 = 30$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.

Số viên bi màu vàng không đánh số là $50\%.30 = 15$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $\frac{3}{5}$.

Gọi A là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”

và B là biến cố “viên bi được lấy ra có màu đỏ”,

$\Rightarrow \bar{B}$ là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”,

Lúc này ta đi tính $P(A)$ theo công thức: $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

Ta có:

$$P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}$$

$$P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}$$

$$P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}$$

$$P(A|\bar{B}) = 100\% - 50\% = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$$

» **Chọn SAI.**

(d) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số $\frac{7}{16}$.

A là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố “viên bi được lấy ra không có đánh số”

$$\text{Ta có: } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

Câu 3: Cho 2 lô sản phẩm. Lô **I** có 20 sản phẩm, trong đó có 15 sản phẩm tốt và 5 sản phẩm lỗi. Lô **II** có 20 sản phẩm, trong đó có 10 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm lỗi. Lấy ngẫu nhiên 1 lô và từ lô này lấy ngẫu nhiên ra 1 sản phẩm.

Các khẳng định sau đúng hay sai?

(a) Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt bằng $\frac{5}{8}$.

(b) Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm lỗi bằng $\frac{3}{8}$.

(c) Giả sử sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ **II** bằng $\frac{2}{5}$.

(d) Giả sử sản phẩm lấy ra là phế phẩm. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ **I** bằng $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Gọi B_1 là biến cố: “Lô lấy ra là lô **I**”

Gọi B_2 là biến cố: “Lô lấy ra là lô **II**”

(a) Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt bằng $\frac{5}{8}$.

Gọi A là biến cố: “Sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt”

$$\text{Ta có: } P(A) = P(B_1) \cdot P(A | B_1) + P(B_2) \cdot P(A | B_2)$$

$$\text{Mà } P(B_1) = \frac{1}{2}, P(B_2) = \frac{1}{2}, P(A | B_1) = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}, P(A | B_2) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{8}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm lỗi bằng $\frac{3}{8}$.

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{5}{8} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Giả sử sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ II bằng $\frac{2}{5}$.

$$\text{Ta có: } P(B_2) = \frac{1}{2}, P(A|B_2) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}, P(A) = \frac{5}{8}$$

$$\text{Vậy } P(B_2|A) = \frac{P(B_2) \cdot P(A|B_2)}{P(A)} = \frac{0,5 \cdot 0,5}{\frac{5}{8}} = \frac{2}{5}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Giả sử sản phẩm lấy ra là phế phẩm. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ I bằng $\frac{1}{2}$.

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{5}{8} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8} \quad P(B_1) = \frac{1}{2}, P(\bar{A}|B_1) = \frac{1}{4}$$

$$P(B_1|\bar{A}) = \frac{P(B_1) \cdot P(\bar{A}|B_1)}{P(\bar{A})} = \frac{0,5 \cdot 0,25}{\frac{3}{8}} = \frac{1}{3}.$$

» **Chọn SAI.**

Câu 4: Một thùng có các hộp loại I và loại II, trong đó có 2 hộp loại I, mỗi hộp có 13 sản phẩm tốt và 2 phế phẩm và có 3 hộp loại II, mỗi hộp có 6 sản phẩm tốt và 4 phế phẩm.

(a) Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là 78 cách.

(b) Xác suất chọn được 2 phế phẩm trong hộp loại II là $\frac{12}{15}$.

(c) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là $\frac{87}{175}$.

(d) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là $\frac{52}{87}$.

Lời giải

(a) Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là 78 cách.

Chọn 2 sản phẩm tốt từ 13 sản phẩm tốt trong hộp loại I là $C_{13}^2 = 78$ cách.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Xác suất chọn được 2 phế phẩm trong hộp loại II là $\frac{12}{15}$.

Số cách chọn 2 phế phẩm từ 4 phế phẩm trong hộp loại II là $C_4^2 = 6$ cách.

Tổng số cách chọn 2 sản phẩm từ 10 sản phẩm (6 tốt và 4 phế phẩm) trong hộp II là $C_{10}^2 = 45$ cách.

Vậy xác suất chọn được 2 phế phẩm là $\frac{6}{45} = \frac{2}{15}$.

» **Chọn SAI.**

(c) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là $\frac{87}{175}$.

Gọi A : “Chọn được trong thùng một hộp loại I”.

Và B : “Chọn được trong thùng một hộp loại II”.

Xác suất chọn hộp loại I là $P(A) = \frac{2}{5}$ và xác suất chọn hộp loại II là $P(B) = \frac{3}{5}$.

Gọi C là biến cố “Cả 2 sản phẩm lấy ra đều tốt”.

Xác suất lấy được 2 sản phẩm tốt từ hộp loại I là $P(C|A) = \frac{C_{13}^2}{C_{15}^2} = \frac{26}{35}$.

Xác suất lấy được 2 sản phẩm tốt từ hộp II là $P(C|B) = \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}$.

Vậy xác suất hai sản phẩm lấy ra từ một hộp trong thùng đều tốt là

$$P(C) = P(C|A).P(A) + P(C|B).P(B) = \frac{26}{35} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{87}{175}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là $\frac{52}{87}$.

Xác suất lấy ra hai sản phẩm đều tốt thuộc hộp loại I là

$$\text{Công thức Bayes: } P(A|C) = \frac{P(C|A).P(A)}{P(C)} = \frac{\frac{26}{35} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{87}{175}} = \frac{52}{87}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

Câu 5: Giả sử 5% email của bạn nhận được là email rác. Bạn sử dụng một hệ thống lọc email rác mà khả năng lọc đúng email rác của hệ thống này là 95% và có 10% những email không phải là email rác nhưng vẫn bị lọc.

(a) Xác suất email nhận được một email rác là 0,05.

(b) Xác suất bị lọc của email rác là 0,93.

(c) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc bất kể có là rác hay không là 0,1425.

(d) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là $\frac{7}{19}$.

Lời giải

(a) Xác suất email nhận được một email rác là 0,05.

Gọi A : “Email nhận được là email rác”.

Và B : “Email bị lọc đúng email rác của hệ thống lọc email rác”.

Vì 5% email nhận được là rác nên xác suất nhận được một email rác là $P(A) = 5\% = 0,05$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Xác suất bị lọc của email rác là 0,93.

Xác suất email bị lọc của email rác là $P(B|A) = 95\% = 0,95$.

» **Chọn SAI.**

(c) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc bất kể có là rác hay không là 0,1425.

Xác suất email nhận được không phải rác là $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,05 = 0,95$.

Xác suất email bị lọc của email không phải rác là $P(B|\bar{A}) = 0,1$.

Vậy xác suất chọn một email bị lọc bất kể là rác hay không là

$$P(B) = P(B|A).P(A) + P(B|\bar{A}).P(\bar{A}) = 0,95.0,05 + 0,1.0,95 = 0,1425.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là $\frac{7}{19}$.

Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là

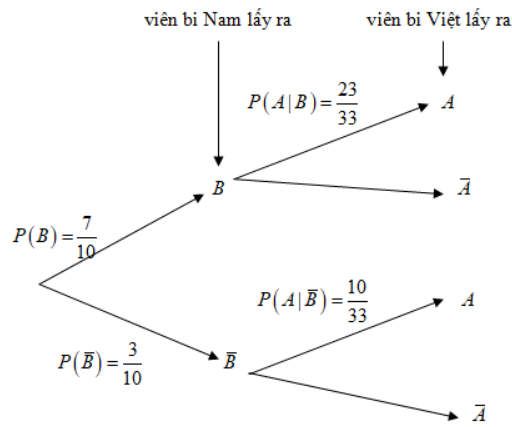
$$\text{Công thức Bayes: } P(A|B) = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B)} = \frac{0,95.0,05}{0,1425} = \frac{1}{3}.$$

» **Chọn SAI.**

Câu 6: Một chiếc hộp có 100 viên bi, trong đó có 70 viên bi có tô màu và 30 viên bi không tô màu; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Nam lấy ra viên bi đầu tiên, sau đó bạn Việt lấy ra viên bi thứ 2.

(a) Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{3}{7}$.

(b) Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là



(c) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{191}{330}$.

(d) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu là $\frac{139}{330}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu”
 và B là biến cố “bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu”,
 $\Rightarrow \bar{B}$ là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu”

(a) Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{3}{7}$.

Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $P(B) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$

» Chọn ĐÚNG.

(b) Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là

Ta có:

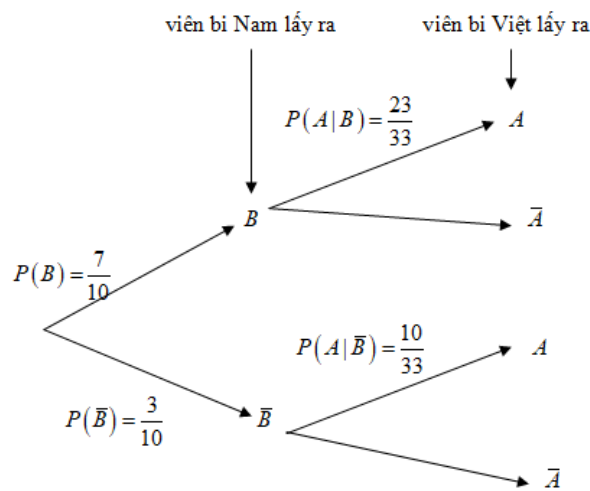
$$P(B) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$$

$$P(\bar{B}) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{70.69}{70.99} = \frac{23}{33}$$

$$P(A|\bar{B}) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{23}{33} = \frac{10}{33}$$

Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là



» Chọn ĐÚNG.

(c) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{191}{330}$.

Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{7}{10} \cdot \frac{23}{33} + \frac{3}{10} \cdot \frac{10}{33} = \frac{191}{330}$$

» Chọn ĐÚNG.

(d) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu là $\frac{139}{330}$.

Gọi A là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu”

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu”

$$\text{Ta có: } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{191}{330} = \frac{139}{330}$$

» Chọn ĐÚNG.

♦Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0, P(B) > 0$. Cho các khẳng định sau:

(1) $P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$

(2) $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)}$

(3) $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$

(4) $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

(5) Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8, P(A|B) = 0,7, P(A|\bar{B}) = 0,45$. Khi đó $P(A) = 0,5$

Trong các khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

Lời giải

Trả lời: 4

Các khẳng định **(1) (2) (3) (4)** là các khẳng định đúng

Khẳng định **(5)** sai.

Thật vậy ta có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,8.0,7 + 0,2.0,45 = 0,65$$

Câu 2: Giả sử tỉ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu? (kết quả là tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,26

Gọi A : “người nghiện thuốc lá”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người không nghiện thuốc lá”

Và B : “người bị bệnh phổi”

Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá

Ta cần tính $P(B)$

$$\text{Với } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$$

$$\text{Ta có } P(A) = 0,2, P(B|A) = 0,7, P(\bar{A}) = 0,8, P(B|\bar{A}) = 0,15.$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26$$

Câu 3: Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là bao nhiêu? (kết quả là tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,56

Gọi A : “viên bi được lấy ra có đánh số”

Và B : “viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”,

$$\text{Lúc này ta đi tính } P(A) \text{ theo công thức: } P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$$

Ta có:

$$P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}, P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}, P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}, P(A|\bar{B}) = 100\% - 50\% = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16} \approx 0,56$$

Câu 4: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2

Lời giải

Trả lời: 0,77

Gọi A: “Học sinh đó chọn tổ hợp A00”;

Và B: “Học sinh đó đỗ đại học”.

Ta cần tính $P(A|B)$.

Theo công thức Bayes, ta cần biết: $P(A), P(\bar{A}), P(B|A), P(B|\bar{A})$.

Ta có: $P(A) = 0,8; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,8 = 0,2$.

$P(B|A)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp A00

$$\Rightarrow P(B|A) = 0,6.$$

$P(B|\bar{A})$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp A00 $\Rightarrow P(B|\bar{A}) = 0,7$.

Thay vào công thức Bayes ta được:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,8.0,6}{0,8.0,6 + 0,2.0,7} \approx 0,77.$$

Câu 5: Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng. Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2

Lời giải

Trả lời: 0,64

Xét A : “Con thỏ được lấy ra từ chuồng II để cho vào chuồng I là con thỏ trắng”.

Và B : “Con thỏ được lấy ra từ chuồng I là con thỏ trắng”.

$$\text{Ta có } P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}).$$

» Tính $P(A)$: Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào chuồng I. Có $n(\Omega) = C_{10}^1$, $n(A) = C_3^1$. Vậy $P(A) = \frac{3}{10}$.

$$\text{» Tính } P(\bar{A}): P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{7}{10}.$$

» Tính $P(B|A)$: Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng I với điều kiện đã chọn ra 1 con thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào chuồng I, tức là có 5 con thỏ đen và 11 con thỏ trắng ở trong chuồng I.

$$\text{Tương tự như trên ta có } P(B|A) = \frac{11}{16}.$$

» Tính $P(B|\bar{A})$: Đây là để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng I với điều kiện đã chọn ra 1 con thỏ đen từ chuồng II rồi cho vào chuồng I.

Tức là có 6 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng ở trong chuồng I. Tương tự như trên ta có $P(B|\bar{A}) = \frac{10}{16}$.

$$\text{Vậy } P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{11}{16} + \frac{7}{10} \cdot \frac{10}{16} = \frac{103}{160} \approx 0,64375$$

Vậy xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng là 0,64375.

Câu 6: Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất 0,55. Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí X thì nó xuất hiện ở vị trí Y . Để phòng thủ, các bộ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí X và Y . Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X hoặc Y thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó. Xét phương án tác chiến sau: Nếu máy bay xuất hiện tại X thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại Y thì bắn 1 quả tên lửa.

Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8 và các bộ phóng tên lửa hoạt động độc lập. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Tính xác suất bắn hạ máy bay đối phương trong phương án tác chiến nêu trên?

Lời giải

Trả lời: 0,888

Xét biến cố A : “Máy bay xuất hiện ở vị trí X ”, điều đó có nghĩa là biến cố $\bar{A}$: “Máy bay xuất hiện ở vị trí Y ”. Xét biến cố B : “Máy bay bị bắn hạ”.

$$\text{Ta có } P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}).$$

» Tính $P(A)$, $P(\bar{A})$: $P(A) = 0,55$ và $P(\bar{A}) = 0,45$.

» Tính $P(B|A)$: Đây là xác suất để máy bay bị bắn hạ tại vị trí X .

Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất một 1 quả tên lửa (trong 2 quả tên lửa đối với máy bay ở vị trí X), mà xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8, vậy:

$$P(B|A) = 1 - (1 - 0,8)(1 - 0,8) = 0,96.$$

» Tính $P(B|\bar{A})$: Đây là xác suất để máy bay bị bắn hạ tại vị trí Y .

Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất một 1 quả tên lửa (trong 1 quả tên lửa đối với máy bay ở vị trí Y), mà xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8, vậy:

$$P(B|\bar{A}) = 0,8.$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,55 \cdot 0,96 + 0,45 \cdot 0,8 = 0,888.$$

Vậy xác suất để máy bay bị bắn hạ là 0,888.