
CHỦ ĐỀ 2: PHƯƠNG TRÌNH BẬC 2 VÀ HỆ THỨC VIET (ý 3 bài 3 các đề)

Bài 1.

Cho phương trình $x^2 - 4\sqrt{3}x + 8 = 0$ có 2 nghiệm $x_1; x_2$, không giải phương trình hãy tính giá trị biểu thức: $Q = x_1^3 + x_2^3$

Bài 2.

Cho phương trình: $4x^2 - 5x - 3 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $S = x_1 + x_2$; $P = x_1x_2$; $F = (x_1 + 1)(x_2 + 1) - (x_1 - x_2)^2$.

Bài 3.

Cho phương trình $3x^2 + 5x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 .

Không giải phương trình, tính: $P = \frac{2x_2^2}{x_1 + x_2} + 2x_1$

Bài 4.

a). Hãy tìm một phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ với các hệ số a, b, c là số nguyên nhận

$$x = \frac{\sqrt{5} - 2}{3} \text{ làm nghiệm.}$$

b). Tính tổng lập phương hai nghiệm của phương trình vừa tìm được ở câu a)

Bài 5.

Cho phương trình $x^2 - 5x + a = 0$. Biết phương trình có một nghiệm là $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$. Tính giá trị của biểu thức $A = x_1^3 - x_1 + x_2^3 - x_2 - 285$

Bài 6.

Biết phương trình $x^2 + ax + 5 = 0$ có một nghiệm là $x = 4 - \sqrt{11}$. Tính tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Bài 7.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $3x^2 + 5x - 6 = 0$. Không giải phương trình, tính các giá

trị của các biểu thức $D = \frac{x_1}{x_2 + 2} + \frac{x_2}{x_1 + 2}$.

Bài 8.

Cho phương trình: $x^2 + 5x + m = 0$ (*) có một nghiệm là $-\frac{\sqrt{13} - 5}{2}$

Tìm tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Bài 9.

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 6x + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = 2x_2$. Tính giá trị biểu thức $S = x_1^3 + x_2^3 + 3x_1x_2(x_1 + x_2)$.

Bài 10.

Chứng minh rằng phương trình bậc hai: $x^2 - mx - 8 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 và biểu thức $M = \frac{2x_1^2 + 5x_1 - 16}{3x_1} - \frac{2x_2^2 + 5x_2 - 16}{3x_2}$ có giá trị không phụ thuộc vào tham số m .

Bài 11.

Cho phương trình $x^2 + 5x - 7 = 0$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$.

Bài 12.

Cho phương trình $mx^2 + 2(m-2)x + m-3 = 0$ (m là tham số). Khi phương trình có nghiệm, tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình đã cho không phụ thuộc vào m .

Bài 13.

Biết phương trình $2x^2 + 4x + m = 0$ (m là tham số) có 1 nghiệm bằng 1. Tính tổng bình phương hai nghiệm của phương trình.

Bài 14.

Cho phương trình $x^2 - (m+1)x - 1 = 0$ có nghiệm $x = 1 - \sqrt{2}$. Tính bình phương của hiệu hai nghiệm trong phương trình trên.

Bài 15.

Biết rằng phương trình $x^2 - 5x + a = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 , biết $x_1 = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}$.

Tính giá trị của biểu thức $x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$.

Bài 16.

Cho phương trình $3x^2 - 12x - 5 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $T = \frac{x_1^2 + 4x_2 - x_1x_2}{4x_1 + x_2^2 + x_1x_2}$

Bài 17.

Cho phương trình $x^2 - 12x + 4 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $T = \frac{x_1^2 + x_2^2}{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}}$.

Bài 18.

Cho phương trình $x^2 - 6x - 2m + 3 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 20$.

Bài 19.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$.

Bài 20.

Cho phương trình $x^2 - x - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = 3x_1x_2^2 + x_1 + x_2(3x_1^2 + 1)$

Bài 21.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , biết rằng parabol $y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = x - m$ có một hoành độ giao điểm là $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$. Giả sử x_1, x_2 là các hoành độ giao điểm của hai hàm số trên.

Không giải phương trình, hãy tính **giá trị biểu thức**: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} - \frac{2025}{x_1 + x_2 - 2}$.

Bài 22.

Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m = 0$ có một nghiệm là $x = \frac{2}{\sqrt{3} - 1}$. Tính tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Bài 23.

Cho phương trình $-\sqrt{2}x^2 + 2x + 3 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x_2 + 1}{1 - x_1} + \frac{x_1 + 1}{1 - x_2}$

Bài 24.

Cho phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{5x_1 - x_2}{x_1} - \frac{x_1 - 5x_2}{x_2}$.

Bài 25.

Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 + 6x + a = 0$ có một nghiệm là $x = -3 + \sqrt{14}$. Tìm tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Bài 26.

Cho phương trình $-x^2 + mx + m + 1 = 0$. Chứng minh phương trình luôn có một nghiệm không phụ thuộc vào m . Tìm nghiệm còn lại.

Bài 27.

Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 - 5x + m = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt sao cho tổng các bình phương của hai nghiệm bằng 13.

Bài 28.

Cho phương trình $x^2 - 12x + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức $T = \frac{|x_1| + |x_2|}{2x_1^2 + 24x_2 - 4}$

Bài 29.

Tìm hai số x và y biết $x + y = 13$ và $xy = 42$.

Bài 30.

Phương trình $x^2 - 2x - m + 1 = 0$ (m là tham số) có một nghiệm là $x = 1 + \sqrt{7}$. Tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1$.

Bài 31.

Phương trình $x^2 + mx + 2m - 4 = 0$ có x_1, x_2 hai nghiệm và $x_1 = -1$, tính giá trị của biểu thức

$$N = \frac{1}{x_1 + 3} + \frac{1}{x_2 + 3}$$

Bài 32.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - 4x - 7 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $T = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - 2$.

Bài 33.

Cho phương trình $2x^2 - 3x - 1 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 , không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x_1 - 1}{x_2 + 1} + \frac{x_2 - 1}{x_1 + 1}$

Bài 34.

Cho phương trình: $x^2 - 5x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Hãy tính giá trị của biểu thức sau: $A = \frac{x_1}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1}$

Bài 35.

Cho phương trình: $x^2 + 3x - 10 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức $A = \frac{x_1 + 2}{x_2} + \frac{x_2 + 2}{x_1}$

Bài 36.

Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 + 4x + m = 0$ có một nghiệm là $x = -\sqrt{3}$. Tìm tổng các nghịch đảo hai nghiệm của phương trình trên.

Bài 37.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - x - 1 = 0$. Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $\frac{x_2 + 1}{x_1}; \frac{x_1 + 1}{x_2}$

Bài 38.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - x - 1 = 0$. Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $\frac{x_2 + 1}{x_1}; \frac{x_1 + 1}{x_2}$

Bài 39.

Giải phương trình sau: $x^2 + 2\sqrt{2}x = 6$

Bài 40.

Cho phương trình: $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ (1) với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_1 x_2 - 1 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

Bài 41.

Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x - m - 3 = 0$. Tìm m để biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 42.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - 4x - 7 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - 2$$

Bài 43.

Cho phương trình $3x^2 - 2x - 4 = 0$ (1). Biết phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$. Tính giá trị biểu thức: $A = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$

Bài 44.

Cho phương trình $3x^2 - 11x - 15 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{3x_1}{x_2} + \frac{3x_2}{x_1}$$

Bài 45.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 - 3x - 4 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = (x_1 + x_2)^2 + x_1 x_2$.

Bài 46.

Cho phương trình: $2x^2 - 4x - 3 = 0$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = (x_1 - x_2)^2$.

Bài 47.

Biết rằng phương trình bậc hai $2x^2 - 4x + m = 0$ có một nghiệm $x = \frac{2 + \sqrt{10}}{2}$. Tính tổng nghịch đảo hai nghiệm của phương trình trên.

Bài 48.

Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 + x + m = 0$ có hai nghiệm là $x_1 = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}$ và x_2 . Tính giá trị của biểu thức $A = 2024x_1 + 2025x_2$.

Bài 49.

Cho phương trình $3x^2 - 6x + 2 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$.

Bài 50.

Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{x_1 + 1}{x_2} + \frac{x_2 + 1}{x_1}$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1.

Phương trình $x^2 - 4\sqrt{3}x + 8 = 0$

$\Delta' = (2\sqrt{3})^2 - 8 = 4 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = 4\sqrt{3}$ và $x_1x_2 = 8$

Ta có: $Q = x_1^3 + x_2^3$

$$Q = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2)$$

$$Q = (x_1 + x_2)(x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 3x_1x_2)$$

$$Q = (x_1 + x_2)\left[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2\right]$$

$$Q = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$$

Thay $x_1 + x_2 = 4\sqrt{3}$ và $x_1x_2 = 8$ vào Q ta được:

$$Q = (4\sqrt{3})^3 - 3 \cdot 8 \cdot 4\sqrt{3} = 96\sqrt{3}$$

Bài 2.

Theo định lí Viète, ta có: $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{5}{4}$; $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{4}$.

$$\text{Ta có: } F = (x_1 + 1)(x_2 + 1) - (x_1 - x_2)^2$$

$$F = x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 - x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2$$

$$F = x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 - x_1^2 - 2x_1x_2 - x_2^2 + 4x_1x_2$$

$$F = 5x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 - (x_1 + x_2)^2$$

$$F = 5 \cdot \frac{-3}{4} + \frac{5}{4} + 1 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{-49}{16}.$$

Bài 3.

Chứng minh PT có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

$$\text{Theo định lý Viet ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-5}{3} \\ x_1x_2 = -2 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có :

$$\frac{2x_2^2}{x_1 + x_2} + 2x_1 = \frac{2x_2^2 + 2x_1^2 + 2x_1x_2}{x_1 + x_2} = \frac{2(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_2}{x_1 + x_2}$$

$$= \frac{-86}{15}$$

Bài 4.

a). Ta có $x = \frac{\sqrt{5} - 2}{3}$

$$3x = \sqrt{5} - 2$$

$$3x + 2 = \sqrt{5}$$

$$(3x + 2)^2 = 5$$

$$9x^2 + 12x + 4 = 5$$

$$9x^2 + 12x - 1 = 0$$

Vậy phương trình bậc hai cần tìm là: $9x^2 + 12x - 1 = 0$

b). Theo hệ thức Vi-ét, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{4}{3} \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{9} \end{cases}$$

Ta có $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = \frac{4^3}{3} - 3 \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{4}{3} = \frac{76}{27}$

Bài 5.

Ta có $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1$

Vì phương trình có một nghiệm là $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$ nên thay $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$ vào phương trình ta có $a = -11 + 7\sqrt{5}$

Áp dụng hệ thức Viets ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = a \end{cases}$

Ta có

$$A = x_1^3 - x_1 + x_2^3 - x_2 - 285$$

$$= x_1^3 + x_2^3 - (x_1 + x_2) - 185$$

$$= (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2) - 5 - 285$$

$$= (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2] - 290$$

$$= 5 \cdot [5^2 - 3(-11 + 7\sqrt{5})]$$

$$= -105\sqrt{5}$$

Vậy giá trị của biểu thức A là $-105\sqrt{5}$

Bài 6.

Phương trình đã cho có 2 nghiệm khi $\Delta = a^2 - 20 \geq 0$ hay $a^2 \geq 20$

Theo định lý Viète ta có $x_1 \cdot x_2 = 5$ mà $x_1 = 4 - \sqrt{11}$ nên $x_2 = 4 + \sqrt{11}$

Ta có $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 8^2 - 2 \cdot 5 = 54$

Bài 7.

Phương trình có tích $ac = 3 \cdot (-6) = -18 < 0$ nên có nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Theo định lý Viète, ta

có $x_1 + x_2 = \frac{-5}{3}$ và $x_1 x_2 = -2$.

$$x_1, x_2 \neq -2$$

$$D = \frac{x_1}{x_2 + 2} + \frac{x_2}{x_1 + 2} = \frac{x_1(x_1 + 2) + x_2(x_2 + 2)}{(x_1 + 2)(x_2 + 2)}$$

$$D = \frac{(x_1^2 + x_2^2) + 2(x_1 + x_2)}{x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4}$$

$$D = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2)}{x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4}$$

$$D = \frac{\left(\frac{-5}{3}\right)^2 - 2 \cdot (-2) + 2 \cdot \left(\frac{-5}{3}\right)}{(-2) + 2 \cdot \left(\frac{-5}{3}\right) + 4} = \frac{-31}{12}$$

Bài 8.

Thay $x = \frac{-\sqrt{13} - 5}{2}$ vào phương trình (*) ta được:

$$\frac{-\sqrt{13} - 5}{2} - 5 \cdot \frac{-\sqrt{13} - 5}{2} + m = 0$$

$$m = 3$$

Phương trình (*): $x^2 + 5x + 3 = 0$

Theo định lý Viète ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 x_2 = 3 \end{cases}$

Tổng bình phương hai nghiệm là:

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = (-5)^2 - 2 \cdot 3 = 19$$

Bài 9.

Áp dụng định lý Vi - ét ta có:

$$S = x_1 + x_2 = \frac{6}{1} = 6.$$

$$P = x_1 x_2 = c$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_1 - 2x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 6 \end{cases}$$

$$\text{Nên } \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 4 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } S = x_1^3 + x_2^3 + 3x_1x_2(x_1 + x_2) = (x_1 + x_2)^3 = (2 + 4)^3 = 216.$$

Bài 10.

Phương trình có $a = 1, c = -8$ trái dấu nên có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

$$\text{Áp dụng định lý Vi-et, chứng minh được: } M = \frac{2(x_1 - x_2)(x_1x_2 + 8)}{3x_1x_2} = \frac{2(x_1 - x_2)(-8 + 8)}{3x_1x_2} = 0$$

không phụ thuộc vào m

Bài 11.

$\Delta = 25 + 28 = 53 > 0$ nên pt có 2 nghiệm x_1, x_2 . Theo Vi-et ta có

$$x_1 \cdot x_2 = -7; x_1 + x_2 = -5$$

$$A = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$$

$$= (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$$

$$= (-5)^2 - 4 \cdot (-7) = 53$$

Vậy $A = 53$

Bài 12.

$$\text{Ta có } \Delta' = (m-2)^2 - m(m-3) = m^2 - 4m + 4 - m^2 + 3m = -m + 4$$

Để phương trình có hai nghiệm thì $\Delta' \geq 0$ hay $-m + 4 > 0$ suy ra $m < 4$.

Khi đó theo Viète ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-2(m-2)}{m} \\ x_1x_2 = \frac{m-3}{m} \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2 + \frac{4}{m} \\ x_1x_2 = 1 - \frac{3}{m} \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} 3(x_1 + x_2) = -6 + \frac{12}{m} \quad (1) \\ 4x_1x_2 = 4 - \frac{12}{m} \quad (2) \end{cases}$$

Cộng hai vế của (1) và (2) ta có $3(x_1 + x_2) + 4x_1x_2 = -2$

Đây là hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc vào m .

Bài 13.

Vì phương trình có một nghiệm bằng 1 nên ta có: $2 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + m = 0$ suy ra $m = -6$

Với $m = -6$ phương trình (*) có dạng: $2x^2 + 4x - 6 = 0$

Ta có $a + b + c = 2 + 4 - 6 = 0$

Suy ra phương trình có 2 nghiệm: $x_1 = 1, x_2 = -6$

Vậy tổng bình phương 2 nghiệm là: $1^2 + (-6)^2 = 1 + 36 = 37$

Bài 14.

Ta có $ac = -1 < 0$ nên PT có 2 nghiệm phân biệt trái dấu hay PT có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .

Ta có $x_1 \cdot x_2 = -1 \Rightarrow (1 - \sqrt{2})x_2 = -1 \Rightarrow x_2 = \sqrt{2} + 1$

$$(x_1 - x_2)^2 = \left[(\sqrt{2} + 1) - (1 - \sqrt{2}) \right]^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$$

Bài 15.

Thay $x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}$ vào phương trình đã cho ta có:

$$\left(\frac{5 - \sqrt{13}}{2} \right)^2 - 5 \cdot \frac{5 - \sqrt{13}}{2} + a = 0, \text{ tìm được } a = 3$$

Với $a = 3$, pt đã cho là $x^2 - 5x + 3 = 0$. Theo Viet có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = 3 \end{cases}$

Biến đổi: $x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = 5^2 - 3 \cdot 3 = 16$

Bài 16.

Phương trình đã cho là phương trình bậc hai của x có: $ac = 3 \cdot (-5) < 0$

Nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$

- Theo định lý Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{12}{3} = 4 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-5}{3} \end{cases}$

$$\text{Do đó: } T = \frac{x_1^2 + 4x_2 - x_1 x_2}{4x_1 + x_2^2 + x_1 x_2} = \frac{x_1^2 + x_1 x_2 + 4x_2 - 2x_1 x_2}{4x_1 + x_2^2 + x_1 x_2} = \frac{x_1(x_1 + x_2) + 4x_2 - 2x_1 x_2}{4x_1 + x_2(x_1 + x_2)}$$

$$= \frac{4x_1 + 4x_2 - 2x_1 x_2}{4x_1 + 4x_2} = \frac{4(x_1 + x_2) - 2x_1 x_2}{4(x_1 + x_2)} = \frac{4 \cdot 4 - 2 \cdot \left(\frac{-5}{3} \right)}{4 \cdot 4} = \frac{29}{24}$$

Vậy giá trị của biểu thức $T = \frac{29}{24}$

Bài 17.

$$x^2 - 12x + 4 = 0$$

Xét $\Delta' = b'^2 - ac = (-6)^2 - 1.4 = 32 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Áp dụng hệ thức Viète ta có: $x_1 + x_2 = 12; x_1 x_2 = 4 \Rightarrow x_1 > 0, x_2 > 0$

Ta có:

$$T^2 = \left(\frac{x_1^2 + x_2^2}{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}} \right)^2 = \frac{(x_1^2 + x_2^2)^2}{(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2} = \frac{[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2]^2}{x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2}} = \frac{(12^2 - 2.4)^2}{12 + 2\sqrt{4}} = 1156$$

Nhận xét $x_1^2 + x_2^2 > 0$ và $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} > 0$ với mọi $x_1, x_2 > 0$ suy ra $T > 0$

$$\Rightarrow T = \sqrt{T^2} = \sqrt{1156} = 34$$

Vậy $T = 34$.

Bài 18.

Điều kiện để phương trình có 2 nghiệm là: $\Delta' = 2m + 6 \geq 0$ hay $m \geq -3$.

Theo hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \cdot x_2 = -2m + 3 \end{cases}$ nên

$$x_1^2 + x_2^2 = 20$$

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 20$$

$$4m = 10$$

$$m = \frac{5}{2} \text{ (TM)}$$

Vậy $m = \frac{5}{2}$.

Bài 19.

Xét phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 khi

$$\Delta' > 0$$

$$m^2 - 4m + 4 > 0$$

$$(m - 2)^2 > 0$$

$$m - 2 \neq 0$$

$$m \neq 2$$

Với $m \neq 2$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2

$$\text{Áp dụng hệ thức Viète ta có: } x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 2m; x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 4m - 4$$

Theo đề bài ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$$

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 8 = 0$$

$$(2m)^2 - 2.(4m - 4) - 8 = 0$$

$$4m^2 - 8m + 8 - 8 = 0$$

$$4m^2 - 8m = 0$$

$$4m(m - 2) = 0$$

$$4m = 0 \text{ hoặc } m - 2 = 0$$

$$m = 0 \text{ (thỏa mãn điều kiện) hoặc } m = 2 \text{ (không thỏa mãn điều kiện)}$$

$$\text{Vậy } m = 0.$$

Bài 20.

Xét phương trình $x^2 - x - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2

$$\text{Theo định lí Vi-et ta có: } x_1 + x_2 = 1; x_1 x_2 = -3$$

$$\text{Khi đó } A = 3x_1 x_2^2 + x_1 + x_2 (3x_1^2 + 1)$$

$$= 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) + (x_1 + x_2)$$

$$= (3x_1 x_2 + 1)(x_1 + x_2)$$

$$= [3.(-3) + 1].1 = -8$$

Bài 21.

Hoành độ giao điểm của parabol và đường thẳng (d) là nghiệm của phương trình:

$$x^2 = x - m$$

$$x^2 - x + m = 0$$

Hai đồ thị hàm số có một giao điểm là $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ nên ta có:

$$\left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^2 - \frac{1 - \sqrt{5}}{2} + m = 0$$

$$m = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^2$$

$$= \frac{1-\sqrt{5}}{2} - \frac{6-2\sqrt{5}}{4} = \frac{1-\sqrt{5}-3+\sqrt{5}}{2} = -1$$

Với $m = -1$ ta có phương trình: $x^2 - x - 1 = 0$

Theo định lí Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases} \quad (1)$$

Theo bài ra:
$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} - \frac{2025}{x_1 + x_2 - 2}$$

$$\frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} - \frac{2025}{x_1 + x_2 - 2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có:
$$\frac{1}{-1} - \frac{2025}{1-2} = -1 + 2025 = 2024$$

Vậy
$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} - \frac{2025}{x_1 + x_2 - 2} = 2024 \text{ với } m = -1.$$

Bài 22.

Ta có
$$x = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{3-1} = \sqrt{3}+1, \text{ thay vào phương trình ta được}$$

$$(\sqrt{3}+1)^2 - 2(\sqrt{3}+1) + m = 0$$

$$4 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2 + m = 0$$

$$2 + m = 0$$

$$m = -2$$

Mà theo hệ thức Viète ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m = -2 \end{cases}$$

Do đó
$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 \cdot x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{(x_1 x_2)^2} = \frac{2^2 - 2 \cdot (-2)}{(-2)^2} = \frac{8}{4} = 2$$

Bài 23.

Vì
$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot (-\sqrt{2}) \cdot 3 = 4 + 12\sqrt{2} > 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo định lí Viète, ta có:
$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-2}{-\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}; P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{-\sqrt{2}} = -\frac{3}{\sqrt{2}}$$

Do đó
$$A = \frac{x_2+1}{1-x_1} + \frac{x_1+1}{1-x_2} = \frac{(x_2+1)(1-x_2)}{(1-x_1)(1-x_2)} + \frac{(x_1+1)(1-x_1)}{(1-x_2)(1-x_1)} = \frac{x_2 - x_2^2 + 1 - x_2 + x_1 - x_1^2 + 1 - x_1}{1 - x_2 - x_1 + x_1 x_2}$$

$$= \frac{2 - (x_1^2 + x_2^2)}{1 - (x_1 + x_2) + x_1 x_2} = \frac{2 - [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2]}{1 - (x_1 + x_2) + x_1 x_2} = \frac{2 - (S^2 - 2P)}{1 - S + P} = \frac{2 - \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{3}{\sqrt{2}} \right) \right]}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \left(-\frac{3}{\sqrt{2}} \right)} = \frac{3}{2}$$

Bài 24.

Ta có: $x^2 - 4x + 3 = 0$.

Vì $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4.1.3 = 4 > 0$.

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo định lí Vi-et, ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 4 \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 3 \end{cases}$$

$$A = \frac{5x_1 - x_2}{x_1} - \frac{x_1 - 5x_2}{x_2} = \frac{(5x_1 - x_2) \cdot x_2 - (x_1 - 5x_2) \cdot x_1}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{5x_1 \cdot x_2 - x_2^2 - x_1^2 + 5x_1 \cdot x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{10x_1 \cdot x_2 - (x_1^2 + x_2^2)}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{10 \cdot P - (S^2 - 2P)}{P} = \frac{10 \cdot 3 - (4^2 - 2 \cdot 3)}{3} = \frac{20}{3}$$

Bài 25.

Vì phương trình bậc hai $x^2 + 6x + a = 0$ có một nghiệm là $x = -3 + \sqrt{14}$ nên tổng hai nghiệm của phương trình $x^2 + 6x + a = 0$ là $S = \frac{-b}{a} = -6$. Suy ra nghiệm còn lại là

$x = -6 - (-3 + \sqrt{14}) = -3 - \sqrt{14}$. Khi đó, tổng bình phương hai nghiệm của phương trình

$$x^2 + 6x + a = 0 \text{ là: } (-3 + \sqrt{14})^2 + (-3 - \sqrt{14})^2 = 9 - 6\sqrt{14} + 14 + 9 + 6\sqrt{14} + 14 = 46$$

Vậy tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên là 46.

Bài 26.

Nhận thấy phương trình có: $a - b + c = -1 - m + (m + 1) = 0$

Vậy phương trình luôn có một nghiệm $x_1 = -1$ không phụ thuộc vào m

và nghiệm còn lại là: $x_2 = m + 1$

Bài 27.

Xét phương trình: $x^2 - 5x + m = 0$ (m là tham số)

Ta có: $a = 1; b = -5; c = m$

$$\Delta = (-5)^2 - 4.1.m$$

$$= 25 - 4m$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì: $\Delta > 0$

$$25 - 4m > 0$$

$$m < \frac{25}{4}$$

Với $m < \frac{25}{4}$ phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$, theo định lí Viète ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = m \end{cases}$$

Mặt khác: $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$

Nên: $5^2 - 2m = 13$

$$2m = 12$$

$$m = 6 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy với $m = 6$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn tổng các bình phương của hai nghiệm bằng 13.

Bài 28.

Theo hệ thức Viet có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 12 \\ x_1 \cdot x_2 = 4 \end{cases}$

Nên $x_1 > 0, x_2 > 0$

Suy ra $|x_1| + |x_2| = x_1 + x_2 = 12$

x_1 là nghiệm của PT đã cho nên $x_1^2 - 12x_1 + 4 = 0$ hay $x_1^2 = 12x_1 - 4$ hay $2x_1^2 = 24x_1 - 8$

Suy ra

$$\begin{aligned} 2x_1^2 + 24x_2 - 4 &= 24x_1 - 8 + 24x_2 - 4 \\ &= 24(x_1 + x_2) - 12 = 24 \cdot 12 - 12 = 276 \end{aligned}$$

Vậy $T = \frac{12}{276} = \frac{1}{24}$

Bài 29.

Vì $x + y = 13$ và $xy = 42$ nên $x; y$ là nghiệm của phương trình: $t^2 - 13t + 42 = 0$

Giải phương trình được: $t = 6; t = 7$

Vậy hai số $x; y$ cần tìm là $(x; y) = (6; 7)$ hoặc $(x; y) = (7; 6)$

Bài 30.

Thay $x = 1 + \sqrt{7}$ vào phương trình ta có:

$$\begin{aligned}(1 + \sqrt{7})^2 - 2(1 + \sqrt{7}) - m + 1 &= 0 \\ 8 + 2\sqrt{7} - 2 - 2\sqrt{7} - m + 1 &= 0 \\ m &= 7\end{aligned}$$

Phương trình có dạng $x^2 - 2x - 6 = 0$

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -6 \end{cases}$

Ta có $A = x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 = x_1 x_2 (x_1 + x_2) = -6 \cdot 2 = -12$

Vậy $A = -12$

Bài 31.

Thay $x_1 = -1$ vào phương trình đã cho ta có

$$\begin{aligned}(-1)^2 + m \cdot (-1) + 2m - 4 &= 0 \\ m &= 3\end{aligned}$$

Ta có $N = \frac{1}{x_1 + 3} + \frac{1}{x_2 + 3} = \frac{x_1 + x_2 + 6}{(x_1 + 3)(x_2 + 3)}$ (điều kiện $x_1 \neq -3, x_2 \neq -3$)

$$N = \frac{x_1 + x_2 + 6}{x_1 x_2 + 3(x_1 + x_2) + 9}$$

$$N = \frac{-m + 6}{2m - 4 + 3(-m) + 9} = \frac{6 - m}{5 - m} = \frac{6 - 3}{5 - 3} = \frac{3}{2}.$$

Bài 32.

Phương trình có $ac = -7 < 0$ nên luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Áp dụng hệ thức Viète ta có: $x_1 + x_2 = 4; x_1 x_2 = -7$.

$$\text{Khi đó ta có: } T = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - 2 = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} - 2 = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} - 2 = \frac{4^2 - 2 \cdot (-7)}{-7} - 2 = \frac{-44}{7}$$

$$\text{Vậy } T = -\frac{44}{7}$$

Bài 33.

Xét phương trình $2x^2 - 3x - 1 = 0$ (1) có $a = 2, b = -3, c = -1$

Do $a \cdot c = -2 < 0$ nên pt(1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Áp dụng hệ thức viete có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{3}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

Do đó
$$A = \frac{x_1 - 1}{x_2 + 1} + \frac{x_2 - 1}{x_1 + 1} = \frac{x_1^2 + x_2^2 - 2}{x_1 \cdot x_2 + (x_1 + x_2) + 1}$$

$$= \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 2}{x_1x_2 + (x_1 + x_2) + 1} = \frac{\left(\frac{-3}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 2}{\frac{-1}{2} + \frac{3}{2} + 1} = \frac{\frac{9}{4} + 1 - 2}{1 + 1} = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$$

Bài 34.

PT: $x^2 - 5x - 6 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = -6 \end{cases}$$

Khi đó:
$$A = \frac{x_1}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1} = \frac{x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1)}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)}$$

$$A = \frac{x_1^2 + x_2^2 - (x_1 + x_2)}{x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - (x_1 + x_2)}{x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1}$$

Vậy:
$$A = \frac{5^2 - 2 \cdot (-6) - 5}{-6 - 5 + 1} = \frac{-16}{5}$$

Bài 35.

Phương trình $x^2 + 3x - 10 = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2 . Theo định lý Viete, ta có

$$x_1 + x_2 = -3; x_1 \cdot x_2 = -10$$

$$A = \frac{x_1 + 2}{x_2} + \frac{x_2 + 2}{x_1} = \frac{x_1(x_1 + 2) + x_2(x_2 + 2)}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 + 2x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{(x_1^2 + x_2^2) + (2x_1 + 2x_2)}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 + 2(x_1 + x_2)}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{(-3)^2 - 2(-10) + 2(-3)}{-10}$$

$$A = \frac{-23}{10}$$

Bài 36.

Vì $x = -\sqrt{3}$ là nghiệm của phương trình $x^2 + 4x + m = 0$ nên ta có:

$$(-\sqrt{3})^2 + 4(-\sqrt{3}) + m = 0$$

$$\Rightarrow m = 4\sqrt{3} - 3$$

Với $m = 3$ phương trình đã cho trở thành: $x^2 + 4x + 4\sqrt{3} - 3 = 0$

$$\Delta' = (b')^2 - ac = 2^2 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3} > 0$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 + x_2 = -4$; $x_1 \cdot x_2 = 4\sqrt{3} - 3$

Vậy tổng các nghịch đảo hai nghiệm của phương trình là:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-4}{4\sqrt{3} - 3} = \frac{-1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}.$$

Bài 37.

Xét phương trình $x^2 - x - 1 = 0$ (1)

Ta có: $ac = -1 < 0$ nên PT (1) luôn có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2

Theo hệ thức Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$$

$$\text{Xét } \frac{x_2 + 1}{x_1} + \frac{x_1 + 1}{x_2} = \frac{x_2^2 + x_2 + x_1^2 + x_1}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{1^2 + 2 - 1}{-1} = -2$$

$$\frac{x_2 + 1}{x_1} \cdot \frac{x_1 + 1}{x_2} = \frac{x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 + 1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-1 + 1 + 1}{-1} = -1$$

Do đó: $\frac{x_2 + 1}{x_1}$; $\frac{x_1 + 1}{x_2}$ là nghiệm của phương trình bậc hai ẩn t sau: $t^2 + 2t - 1 = 0$.

Bài 38.

Xét phương trình $x^2 - x - 1 = 0$ (1)

Ta có: $ac = -1 < 0$ nên PT (1) luôn có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2

Theo hệ thức Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$$

$$\text{Xét } \frac{x_2 + 1}{x_1} + \frac{x_1 + 1}{x_2} = \frac{x_2^2 + x_2 + x_1^2 + x_1}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{1^2 + 2 - 1}{-1} = -2$$

$$\frac{x_2 + 1}{x_1} \cdot \frac{x_1 + 1}{x_2} = \frac{x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 + 1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-1 + 1 + 1}{-1} = -1$$

Do đó: $\frac{x_2 + 1}{x_1}$; $\frac{x_1 + 1}{x_2}$ là nghiệm của phương trình bậc hai ẩn t sau: $t^2 + 2t - 1 = 0$.

Bài 39.

Ta có $x^2 + 2\sqrt{2}x = 6$ đưa về $x^2 + 2\sqrt{2}x - 6 = 0$

Tính được $\Delta' = 2 + 6 = 8 > 0$.

Khi đó, phương trình có 2 nghiệm phân biệt là:

$$x_1 = \frac{-\sqrt{2} + \sqrt{8}}{1} = \sqrt{2} \text{ và } x_2 = \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{8}}{1} = -3\sqrt{2}$$

Bài 40.

Cho phương trình: $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ (1) với m là tham số.

$$\Delta' = 1 - m + 1 = 2 - m$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$

Áp dụng Định lý Vi-et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 1 \end{cases}$$

$$\text{Có: } x_1 x_2 - 1 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$$

$$x_1 x_2 - 1 = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2}$$

$$m - 1 - 1 = \frac{2}{m - 1} \quad (\text{Điều kiện: } m \neq 1)$$

$$(m - 2)(m - 1) = 2$$

$$m^2 - 3m = 0$$

$$m = 0(\text{TM}); m = 3(\text{KTM})$$

Vậy $m = 0$

Bài 41.

Xét phương trình: $x^2 - 2(m-1)x - m - 3 = 0$ (1).

$$(1) \text{ có } \Delta' = [-(m-1)]^2 - 1 \cdot (-m-3) = m^2 - 2m + 1 + m + 3 = m^2 - m + 4 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0 \text{ với mọi } m$$

Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

Với mọi m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo hệ thức Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = -m-3 \end{cases}$.

$$\Rightarrow A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = [2(m-1)]^2 - 2(-m-3) = 4m^2 - 8m + 4 + 2m + 6 = 4m^2 - 6m + 10$$
$$= \left(2m - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 10 = \left(2m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{31}{4} \geq \frac{31}{4} \text{ với mọi } m.$$

Vậy $\min A = \frac{31}{4}$ khi $m = \frac{3}{4}$.

Bài 42.

Phương trình có $ac = -7 < 0$ nên luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Áp dụng hệ thức Vi et ta có : $x_1 + x_2 = 4; x_1 x_2 = -7$.

$$\text{Khi đó ta có : } T = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - 2 = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} - 2 = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} - 2 = \frac{4^2 - 2 \cdot (-7)}{-7} - 2 = \frac{-44}{7}$$

$$\text{Vậy } T = -\frac{44}{7}$$

Bài 43.

1) Phương trình $3x^2 - 2x - 4 = 0$ (1)

Ta có: $a.c = 3 \cdot (-4) = -12 < 0$

Suy ra phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 trái dấu

Áp dụng hệ thức Ta-lét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-(-2)}{3} = \frac{2}{3} \\ x_1 x_2 = \frac{-4}{3} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } A = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$$

$$A = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 \cdot x_2^2}$$

$$A = \frac{x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 \cdot x_2 - 2x_1 \cdot x_2}{x_1^2 \cdot x_2^2}$$

$$A = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2}{x_1^2 \cdot x_2^2}$$

$$A = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{-4}{3}\right)}{\left(\frac{-4}{3}\right)^2} = \frac{7}{4}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{7}{4}$$

Bài 44.

Ta có

$$3x_1 + 4x_2 = 3$$

$$\hat{U} (x_1 + x_2) + x_2 = 6$$

$$\text{Đ } x_2 = -9$$

Vì $x = -9$ là nghiệm của phương trình nên ta có $(-9)^2 - 5(-9) + m + 4 = 0$.

Tìm được $m = -3 \pm \sqrt{13}$

Bài 45.

Áp dụng định lí Vi-ét cho phương trình $2x^2 - 3x - 4 = 0$, ta có :

$$x_1 + x_2 = \frac{3}{2}, x_1 x_2 = -2.$$

$$\text{Suy ra : } A = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + (-2) = \frac{1}{4}.$$

Bài 46.

Phương trình có $ac = -6 < 0$ nên luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Theo hệ thức Viète, ta có: $x_1 + x_2 = 2$; $x_1 x_2 = -\frac{3}{2}$

Ta có:

$$A = (x_1 - x_2)^2$$

$$A = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2$$

$$A = 2^2 - 4 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$A = 10$$

Vậy $A = 10$.

Bài 47.

$2x^2 - 4x + m = 0$ có nghiệm $x = \frac{2 + \sqrt{10}}{2}$ nên ta thay $x = \frac{2 + \sqrt{10}}{2}$ vào phương trình:

$$2\left(\frac{2 + \sqrt{10}}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{2 + \sqrt{10}}{2} + m = 0$$

$$7 + 2\sqrt{10} - 4 - 2\sqrt{10} + m = 0$$

$$m = -3$$

Phương trình: $2x^2 - 4x - 3 = 0$

Theo định lí Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Tổng nghịch đảo 2 nghiệm: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{2}{\frac{-3}{2}} = \frac{-4}{3}$

Bài 48.

Ta có $x_1 = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{(\sqrt{2} + 1)^2}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} = 3 + 2\sqrt{2}$

Xét phương trình bậc hai $x^2 + x + m = 0$. Theo định lý Viet, ta có

$$x_1 + x_2 = -1$$

$$3 + 2\sqrt{2} + x_2 = -1$$

$$x_2 = -4 - 2\sqrt{2}$$

Vậy $A = 2024x_1 + 2025x_2 = 2024(3 + 2\sqrt{2}) + 2025(-4 - 2\sqrt{2}) = -2028 - 2\sqrt{2}$

Bài 49.

Phương trình $3x^2 - 6x + 2 = 0$ có $\Delta = 6^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 12 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 .

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

Ta có $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = 2^2 - 3 \cdot \frac{2}{3} = 2$.

Vậy $A = 2$.

Bài 50.

Xét phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$.

Ta có: $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot (-10) = 49 > 0$. Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo hệ thức Viète:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 \cdot x_2 = -10 \end{cases}.$$

Ta có $A = \frac{x_1 + 1}{x_2} + \frac{x_2 + 1}{x_1}$

$$= \frac{x_1^2 + x_1 + x_2^2 + x_2}{x_1 \cdot x_2}$$

$$= \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2}$$

$$= \frac{3^2 - 2 \cdot (-10) + 3}{-10} = -\frac{16}{5}$$

$$\text{Vậy } A = -\frac{16}{5}.$$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>
