

CHƯƠNG

HỆ THỨC LƯỢNG
TRONG TAM GIÁC

BÀI 6. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. ĐỊNH LÝ COSIN, ỨNG DỤNG ĐỊNH LÝ COSIN ĐỂ GIẢI TOÁN

Câu 1: Cho tam giác ABC , mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$.

B. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

C. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos C$.

D. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos B$.

Câu 2: Cho tam giác ABC , có độ dài ba cạnh là $BC = a, AC = b, AB = c$. Gọi m_a là độ dài đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A , R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác và S là diện tích tam giác đó. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$.

B. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$.

C. $S = \frac{abc}{4R}$.

D. $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

Câu 3: Cho tam giác ABC có $a=8, b=10$, góc C bằng 60° . Độ dài cạnh c là?

A. $c = 3\sqrt{21}$.

B. $c = 7\sqrt{2}$.

C. $c = 2\sqrt{11}$.

D. $c = 2\sqrt{21}$.

Câu 4: Cho $\triangle ABC$ có $b=6, c=8, A=60^\circ$. Độ dài cạnh a là:

A. $2\sqrt{13}$.

B. $3\sqrt{12}$.

C. $2\sqrt{37}$.

D. $\sqrt{20}$.

Câu 5: Cho $\triangle ABC$ có $B=60^\circ, a=8, c=5$. Độ dài cạnh b bằng:

A. 7.

B. 129.

C. 49.

D. $\sqrt{129}$.

Câu 6: Cho $\triangle ABC$ có $AB=9, BC=8, B=60^\circ$. Tính độ dài AC .

A. $\sqrt{73}$.

B. $\sqrt{217}$.

C. 8.

D. $\sqrt{113}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC có $AB=2, AC=1$ và $A=60^\circ$. Tính độ dài cạnh BC .

A. $BC = \sqrt{2}$.

B. $BC = 1$.

C. $BC = \sqrt{3}$.

D. $BC = 2$.

Câu 8: Tam giác ABC có $a=8, c=3, B=60^\circ$. Độ dài cạnh b bằng bao nhiêu?

A. 49.

B. $\sqrt{97}$

C. 7.

D. $\sqrt{61}$.

Câu 9: Tam giác ABC có $C=150^\circ, BC=\sqrt{3}, AC=2$. Tính cạnh AB ?

A. $\sqrt{13}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. 10.

D. 1.

- Câu 10:** Cho $a; b; c$ là độ dài 3 cạnh của tam giác ABC . Biết $b = 7; c = 5; \cos A = \frac{4}{5}$. Tính độ dài của a .
- A. $3\sqrt{2}$. B. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{23}{8}$. D. 6.
- Câu 11:** Cho $xOy = 30^\circ$. Gọi A, B là 2 điểm di động lần lượt trên Ox, Oy sao cho $AB = 2$. Độ dài lớn nhất của OB bằng bao nhiêu?
- A. 4. B. 3. C. 6. D. 2.
- Câu 12:** Cho $a; b; c$ là độ dài 3 cạnh của một tam giác. Mệnh đề nào sau đây không đúng?
- A. $a^2 < ab + ac$. B. $a^2 + c^2 < b^2 + 2ac$. C. $b^2 + c^2 > a^2 + 2bc$. D. $ab + bc > b^2$.
- Câu 13:** Cho tam giác ABC có $AB = 4$ cm, $BC = 7$ cm, $AC = 9$ cm. Tính $\cos A$.
- A. $\cos A = -\frac{2}{3}$. B. $\cos A = \frac{1}{2}$. C. $\cos A = \frac{1}{3}$. D. $\cos A = \frac{2}{3}$.
- Câu 14:** Cho tam giác ABC có $a^2 + b^2 - c^2 > 0$. Khi đó:
- A. Góc $C > 90^\circ$ B. Góc $C < 90^\circ$
 C. Góc $C = 90^\circ$ D. Không thể kết luận được gì về góc C .
- Câu 15:** Cho tam giác ABC thỏa mãn: $b^2 + c^2 - a^2 = \sqrt{3}bc$. Khi đó:
- A. $A = 30^\circ$. B. $A = 45^\circ$. C. $A = 60^\circ$. D. $A = 75^\circ$.
- Câu 16:** Cho các điểm $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Góc BAC bằng bao nhiêu?
- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .
- Câu 17:** Cho tam giác ABC , biết $a = 24, b = 13, c = 15$. Tính góc A ?
- A. $33^\circ 34'$. B. $117^\circ 49'$. C. $28^\circ 37'$. D. $58^\circ 24'$.
- Câu 18:** Cho tam giác ABC , biết $a = 13, b = 14, c = 15$. Tính góc B ?
- A. $59^\circ 49'$. B. $53^\circ 7'$. C. $59^\circ 29'$. D. $62^\circ 22'$.
- Câu 19:** Cho tam giác ABC biết độ dài ba cạnh BC, CA, AB lần lượt là a, b, c và thỏa mãn hệ thức $b(b^2 - a^2) = c(c^2 - a^2)$ với $b \neq c$. Khi đó, góc BAC bằng
- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 120° .
- Câu 20:** Tam giác ABC có $AB = c, BC = a, CA = b$. Các cạnh a, b, c liên hệ với nhau bởi đẳng thức $b(b^2 - a^2) = c(a^2 - c^2)$. Khi đó góc BAC bằng bao nhiêu độ.
- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .
- Câu 21:** Cho tam giác ABC vuông cân tại A và M là điểm nằm trong tam giác ABC sao cho $MA:MB:MC = 1:2:3$ khi đó góc AMB bằng bao nhiêu?
- A. 135° . B. 90° . C. 150° . D. 120° .
- Câu 22:** Cho tam giác ABC , chọn công thức đúng trong các đáp án sau:
- A. $m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} + \frac{a^2}{4}$. B. $m_a^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$.
 C. $m_a^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$. D. $m_a^2 = \frac{2c^2 + 2b^2 - a^2}{4}$.
- Câu 23:** Tam giác ABC có $AB = 9$ cm, $BC = 15$ cm, $AC = 12$ cm. Khi đó đường trung tuyến AM của tam giác có độ dài là
- A. 10 cm. B. 9 cm. C. 7,5 cm. D. 8 cm.

- Câu 24:** Cho tam giác ABC có $AB = 3$, $BC = 5$ và độ dài đường trung tuyến $BM = \sqrt{13}$. Tính độ dài AC .
- A. $\sqrt{11}$. B. 4. C. $\frac{9}{2}$. D. $\sqrt{10}$.
- Câu 25:** Cho $\triangle ABC$ vuông ở A , biết $C = 30^\circ$, $AB = 3$. Tính độ dài trung tuyến AM ?
- A. 3 B. 4 C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{7}{2}$
- Câu 26:** Tam giác ABC có $a = 6, b = 4\sqrt{2}, c = 2$. M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 3$. Độ dài đoạn AM bằng bao nhiêu?
- A. $\sqrt{9}$. B. 9. C. 3. D. $\frac{1}{2}\sqrt{108}$.
- Câu 27:** Gọi $S = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2$ là tổng bình phương độ dài ba trung tuyến của tam giác ABC . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?
- A. $S = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$. B. $S = a^2 + b^2 + c^2$. C. $S = \frac{3}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$. D. $S = 3(a^2 + b^2 + c^2)$.
- Câu 28:** Cho $\triangle ABC$ có $AB = 2$; $AC = 3$; $A = 60^\circ$. Tính độ dài đường phân giác trong góc A của tam giác ABC .
- A. $\frac{12}{5}$. B. $\frac{6\sqrt{2}}{5}$. C. $\frac{6\sqrt{3}}{5}$. D. $\frac{6}{5}$.
- DẠNG 2. ĐỊNH LÝ SIN, ỨNG DỤNG ĐỊNH LÝ SIN ĐỂ GIẢI TOÁN**
- Câu 29:** Cho tam giác ABC . Tìm công thức sai:
- A. $\frac{a}{\sin A} = 2R$. B. $\sin A = \frac{a}{2R}$. C. $b \sin B = 2R$. D. $\sin C = \frac{c \sin A}{a}$.
- Câu 30:** Cho $\triangle ABC$ với các cạnh $AB = c, AC = b, BC = a$. Gọi R, r, S lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp và diện tích của tam giác ABC . Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?
- A. $S = \frac{abc}{4R}$. B. $R = \frac{a}{\sin A}$.
 C. $S = \frac{1}{2}ab \sin C$. D. $a^2 + b^2 - c^2 = 2ab \cos C$.
- Câu 31:** Cho tam giác ABC có góc $BAC = 60^\circ$ và cạnh $BC = \sqrt{3}$. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- A. $R = 4$. B. $R = 1$. C. $R = 2$. D. $R = 3$.
- Câu 32:** Trong mặt phẳng, cho tam giác ABC có $AC = 4$ cm, góc $A = 60^\circ$, $B = 45^\circ$. Độ dài cạnh BC là
- A. $2\sqrt{6}$. B. $2 + 2\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3} - 2$. D. $\sqrt{6}$.
- Câu 33:** Cho $\triangle ABC$ có $AB = 5$; $A = 40^\circ$; $B = 60^\circ$. Độ dài BC gần nhất với kết quả nào?
- A. 3,7. B. 3,3. C. 3,5. D. 3,1.
- Câu 34:** Cho tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $b + c = 2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
- A. $\cos B + \cos C = 2 \cos A$. B. $\sin B + \sin C = 2 \sin A$.
 C. $\sin B + \sin C = \frac{1}{2} \sin A$. D. $\sin B + \cos C = 2 \sin A$.
- Câu 35:** Tam giác ABC có $a = 16,8$; $B = 56^\circ 13'$; $C = 71^\circ$. Cạnh c bằng bao nhiêu?

- A.** 29,9. **B.** 14,1. **C.** 17,5. **D.** 19,9.

Câu 36: Tam giác ABC có $A = 68^{\circ}12'$, $B = 34^{\circ}44'$, $AB = 117$. Tính AC ?

- A.** 68. **B.** 168. **C.** 118. **D.** 200.

DẠNG 3. DIỆN TÍCH TAM GIÁC, BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN

Câu 37: Chọn công thức đúng trong các đáp án sau:

- A.** $S = \frac{1}{2}bc \sin A$. **B.** $S = \frac{1}{2}ac \sin A$. **C.** $S = \frac{1}{2}bc \sin B$. **D.** $S = \frac{1}{2}bc \sin B$.

Câu 38: Cho hình thoi ABCD có cạnh bằng a . Góc $BAD = 30^{\circ}$. Diện tích hình thoi ABCD là

- A.** $\frac{a^2}{4}$. **B.** $\frac{a^2}{2}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** a^2 .

Câu 39: Tính diện tích tam giác ABC biết $AB = 3$, $BC = 5$, $CA = 6$.

- A.** $\sqrt{56}$. **B.** $\sqrt{48}$. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 40: Cho $\triangle ABC$ có $a = 6$, $b = 8$, $c = 10$. Diện tích S của tam giác trên là:

- A.** 48. **B.** 24. **C.** 12. **D.** 30.

Câu 41: Cho $\triangle ABC$ có $a = 4$, $c = 5$, $B = 150^{\circ}$. Diện tích của tam giác là:

- A.** $5\sqrt{3}$. **B.** 5. **C.** 10. **D.** $10\sqrt{3}$.

Câu 42: Một tam giác có ba cạnh là 13,14,15. Diện tích tam giác bằng bao nhiêu?

- A.** 84. **B.** $\sqrt{84}$. **C.** 42. **D.** $\sqrt{168}$.

Câu 43: Cho các điểm $A(1;-2)$, $B(-2;3)$, $C(0;4)$. Diện tích $\triangle ABC$ bằng bao nhiêu?

- A.** $\frac{13}{2}$. **B.** 13. **C.** 26. **D.** $\frac{13}{4}$.

Câu 44: Cho tam giác ABC có $A(1;-1)$, $B(3;-3)$, $C(6;0)$. Diện tích $\triangle ABC$ là

- A.** 12. **B.** 6. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** 9.

Câu 45: Cho tam giác ABC có $a = 4$, $b = 6$, $c = 8$. Khi đó diện tích của tam giác là:

- A.** $9\sqrt{15}$. **B.** $3\sqrt{15}$. **C.** 105. **D.** $\frac{2}{3}\sqrt{15}$.

Câu 46: Cho tam giác ABC. Biết $AB = 2$; $BC = 3$ và $\angle ABC = 60^{\circ}$. Tính chu vi và diện tích tam giác ABC.

- A.** $5 + \sqrt{7}$ và $\frac{3}{2}$. **B.** $5 + \sqrt{7}$ và $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $5\sqrt{7}$ và $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $5 + \sqrt{19}$ và $\frac{3}{2}$.

Câu 47: Tam giác ABC có các trung tuyến $m_a = 15$, $m_b = 12$, $m_c = 9$. Diện tích S của tam giác ABC bằng

- A.** 72. **B.** 144. **C.** 54. **D.** 108.

Câu 48: Cho tam giác $\triangle ABC$ có $b = 7$; $c = 5$; $\cos A = \frac{3}{5}$. Độ dài đường cao h_a của tam giác $\triangle ABC$ là.

- A.** $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. **B.** 8. **C.** $8\sqrt{3}$ **D.** $80\sqrt{3}$

Câu 49: Cho tam giác ABC có $AB = 2a$; $AC = 4a$ và $\angle BAC = 120^{\circ}$. Tính diện tích tam giác ABC ?

- A.** $S = 8a^2$. **B.** $S = 2a^2\sqrt{3}$. **C.** $S = a^2\sqrt{3}$. **D.** $S = 4a^2$.

Câu 50: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 51: Cho tam giác ABC có chu vi bằng 12 và bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Diện tích của tam giác ABC bằng

A. 12. B. 3. C. 6. D. 24.

Câu 52: Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{4a}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{8a}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{6a}{\sqrt{3}}$.

Câu 53: Cho tam giác ABC có $BC = \sqrt{6}$, $AC = 2$ và $AB = \sqrt{3} + 1$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng:

A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. 2.

Câu 54: Cho tam giác ABC có $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng

A. 1. B. $\frac{8}{9}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 55: Cho $\triangle ABC$ có $S = 84$, $a = 13$, $b = 14$, $c = 15$. Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác trên là:

A. 8,125. B. 130. C. 8. D. 8,5.

Câu 56: Cho $\triangle ABC$ có $S = 10\sqrt{3}$, nửa chu vi $p = 10$. Độ dài bán kính đường tròn nội tiếp r của tam giác trên là:

A. 3. B. 2. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 57: Một tam giác có ba cạnh là 26, 28, 30. Bán kính đường tròn nội tiếp là:

A. 16. B. 8. C. 4. D. $4\sqrt{2}$.

Câu 58: Một tam giác có ba cạnh là 52, 56, 60. Bán kính đường tròn ngoại tiếp là:

A. $\frac{65}{8}$. B. 40. C. 32,5. D. $\frac{65}{4}$.

Câu 59: Tam giác với ba cạnh là 5; 12; 13 có bán kính đường tròn ngoại tiếp là?

A. 6. B. 8. C. $\frac{13}{2}$. D. $\frac{11}{2}$.

Câu 60: Tam giác với ba cạnh là 5; 12; 13 có bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó bằng bao nhiêu?

A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. 3.

Câu 61: Tam giác với ba cạnh là 6; 8; 10 có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng bao nhiêu?

A. 5. B. $4\sqrt{2}$. C. $5\sqrt{2}$. D. 6.

Câu 62: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB = 4$, $BC = 6$, M là trung điểm của BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $ND = 3NC$. Khi đó bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN bằng

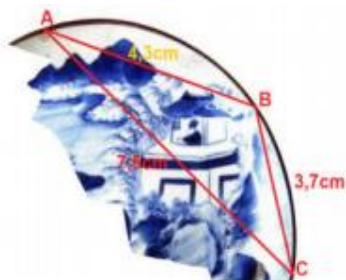
A. $3\sqrt{5}$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. C. $5\sqrt{2}$. D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 63: Cho tam giác đều ABC ; gọi D là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{BD}$. Gọi R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác ADC . Tính tỉ số $\frac{R}{r}$.

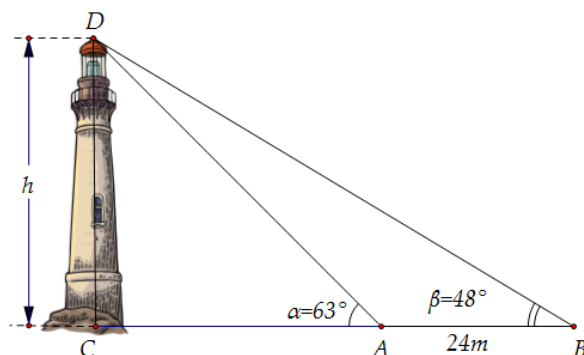
A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{5+7\sqrt{7}}{9}$. C. $\frac{7+5\sqrt{5}}{9}$. D. $\frac{7+5\sqrt{7}}{9}$.

DẠNG 4. ỨNG DỤNG THỰC TẾ

- Câu 64:** Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $78^{\circ}24'$. Biết $CA=250m, CB=120m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?
- A. 266m. B. 255m. C. 166m. D. 298m.
- Câu 65:** Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ $30km/h$, tàu thứ hai chạy với tốc độ $40km/h$. Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km ?
- A. 13. B. $20\sqrt{13}$. C. $10\sqrt{13}$. D. 15.
- Câu 66:** Từ một đỉnh tháp chiều cao $CD=80m$, người ta nhìn hai điểm A và B trên mặt đất dưới các góc nhìn là $72^{\circ}12'$ và $34^{\circ}26'$. Ba điểm A, B, D thẳng hàng. Tính khoảng cách AB ?
- A. 71m. B. 91m. C. 79m. D. 40m.
- Câu 67:** Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $56^{\circ}16'$. Biết $CA=200m, CB=180m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?
- A. 180m. B. 224m. C. 112m. D. 168m.
- Câu 68:** Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học đã tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ muốn khôi phục lại hình dạng chiếc đĩa này. Để xác định bán kính của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như hình vẽ ($AB=4,3cm; BC=3,7cm; CA=7,5cm$). Bán kính của chiếc đĩa này bằng.



- A. 5,73 cm. B. 6,01cm. C. 5,85cm. D. 4,57cm.
- Câu 69:** Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Ta đo được $AB=24m, CAD=63^{\circ}; CBD=48^{\circ}$. Chiều cao h của khối tháp gần với giá trị nào sau đây?



- A. 61,4 m. B. 18,5 m. C. 60 m. D. 18 m.