

CHƯƠNG

HỆ THỨC LƯỢNG
TRONG TAM GIÁC

BÀI 6. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC



LÝ THUYẾT.

Cho tam giác ABC , $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$, S là diện tích tam giác. Giả sử h_a, h_b, h_c lần lượt là độ dài các đường cao đi qua ba đỉnh A, B, C ; m_a, m_b, m_c lần lượt là các đường trung tuyến đi qua ba đỉnh A, B, C . R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác ABC . Ta có kết quả sau đây:

1. Định lý côsin

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A, \quad b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cdot \cos B, \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C.$$

*Hệ quả của định lý côsin

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}, \quad \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}, \quad \cos C = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ab}.$$

2. Định lý sin trong tam giác: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

3. Công thức diện tích:

$$\text{a) } S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c.$$

$$\text{b) } S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$$

$$\text{c) } S = \frac{abc}{4R}$$

$$\text{d) } S = pr \text{ với } p = \frac{1}{2}(a + b + c)$$

$$\text{e) Công thức Hê- Rông } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

4. Công thức trung tuyến (bổ sung)

$$m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}, \quad m_b^2 = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4}, \quad m_c^2 = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$$



BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

3.5. Cho tam giác ABC có $a = 6, b = 5, c = 8$. Tính $\cos A, S, r$.

3.6. Cho tam giác ABC có $a = 10, A = 45^\circ, B = 70^\circ$. Tính R, b, c .

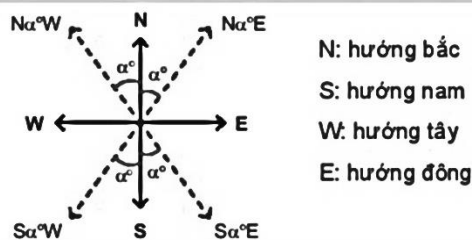
3.7. Giải tam giác ABC và tính diện tích của tam giác đó, biết $A = 15^\circ, B = 130^\circ, c = 6$.

3.8. Một tàu đánh cá xuất phát từ cảng A , đi theo hướng $S70^\circ E$ với vận tốc 70 km/h . Đi được 90 phút thì động cơ của tàu bị hỏng nên tàu trôi tự do theo hướng nam với vận tốc 8 km/h . Sau 2 giờ kể từ khi động cơ bị hỏng, tàu neo đậu được vào một hòn đảo.

a) Tính khoảng cách từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

b) Xác định hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

Hướng $S\alpha^\circ E$ là hướng tạo với hướng nam góc α° và tạo với hướng đông góc $90^\circ - \alpha^\circ$. Các hướng $S\alpha^\circ W, N\alpha^\circ E, N\alpha^\circ W$ cũng được định nghĩa một cách tương tự.



3.9. Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten

cao 5 m . Từ một vị trí quan sát A cao 7 m so

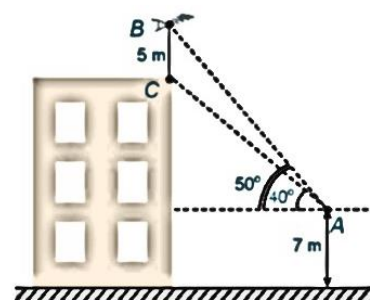
với mặt đất có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten, với các góc tương ứng

là 50° và 40° so với phương nằm ngang

(H.3.18).

a) Tính các góc của tam giác ABC .

b) Tính chiều cao của tòa nhà.

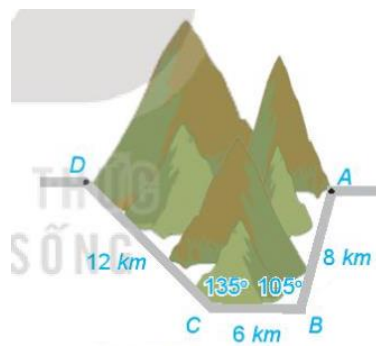


Hình 3.18

3.10. Từ bãi biển Vũng Chùa, Quảng Bình, ta có thể ngắm được Đảo Yến. Hãy đề xuất một cách xác định bề rộng của hòn đảo (theo chiều ta ngắm được). Đảo Yến nhìn từ bãi biển Vũng Chùa, Quảng Bình



3.11. Để tránh núi, đường giao thông hiện tại phải đi vòng như mô hình trong Hình 3.19.



Hình 3.19

Để rút ngắn khoảng cách và tránh sạt lở núi, người ta dự định làm đường hầm xuyên núi, nối thẳng từ A tới D. Hỏi độ dài đường mới sẽ giảm bao nhiêu kilômét so với đường cũ?

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: GIẢI TAM GIÁC

{Tìm một số yếu tố của tam giác khi cho biết các yếu tố khác.}

1 PHƯƠNG PHÁP.

+ Áp dụng các công thức sách giáo khoa như: định lí cosin, hệ quả của định lí cosin, định lí sin, các công thức liên quan đến diện tích để vận dụng vào làm bài.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho tam giác ABC có $AB = 4, AC = 6, A = 120^\circ$. Tính độ dài cạnh BC

Câu 2. Cho tam giác ABC có $a = 7; b = 8; c = 5$. Tính A, S, h_a, R .

Câu 3. Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là $AB = 2, BC = 5, CA = 6$. Tính độ dài đường trung tuyến MA , với M là trung điểm của BC .

Câu 4. Tam giác ABC vuông tại A có $AC = 6 \text{ cm}, BC = 10 \text{ cm}$. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Câu 5. Cho tam giác ABC có $b = 7, c = 5, \cos A = \frac{3}{5}$. Tính độ dài đường cao h_a của tam giác ABC .

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho $\triangle ABC$ có $BC = a, BAC = 120^\circ$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là

- A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $R = \frac{a}{2}$. C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $R = a$.

Câu 2: Tam giác ABC có $a = 8, c = 3, B = 60^\circ$. Độ dài cạnh b bằng bao nhiêu?

- A. 49. B. $\sqrt{97}$. C. 7. D. $\sqrt{61}$.

Câu 3: Cho $\triangle ABC$ có $a = 4, c = 5, B = 150^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC .

- A. $S = 10$. B. $S = 10\sqrt{3}$. C. $S = 5$. D. $S = 5\sqrt{3}$.

Câu 4: Một tam giác có ba cạnh là 52, 56, 60. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đó là

- A. $\frac{65}{4}$. B. 40. C. 32,5. D. 65,8.

Câu 5: Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc 60° . Biết $CA=200(\text{m})$, $CB=180(\text{m})$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?

- A. 228(m). B. $20\sqrt{91}(\text{m})$. C. 112(m). D. 168(m).

Câu 6: Tam giác ABC có góc A nhọn, $AB=5$, $AC=8$, diện tích bằng 12. Tính độ dài cạnh BC .

- A. $2\sqrt{3}$. B. 4. C. 5. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 7: Tam giác ABC có $AB=4$, $AC=6$ và trung tuyến $BM=3$. Tính độ dài cạnh BC .

- A. $\sqrt{17}$. B. $2\sqrt{5}$. C. 4. D. 8.

Câu 8: Tam giác ABC có $AB=4$, $AC=10$ và đường trung tuyến $AM=6$. Tính độ dài cạnh BC .

- A. $2\sqrt{6}$. B. 5. C. $\sqrt{22}$. D. $2\sqrt{22}$.

Câu 9: Tam giác ABC có $A=75^\circ$, $B=45^\circ$, $AC=2$. Tính cạnh AB .

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 10: Tam giác ABC có $B=60^\circ$, $C=45^\circ$, $AB=3$. Tính cạnh AC .

- A. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $\sqrt{6}$. D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Câu 11: Tam giác ABC có các góc $A=75^\circ$, $B=45^\circ$. Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. 1,2.

Câu 12: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB=c$ và $\cos(A+B)=\frac{1}{3}$.

- A. $\frac{c\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{3c\sqrt{2}}{8}$. C. $\frac{9c\sqrt{2}}{8}$. D. $\frac{3c}{2}$.

Câu 13: Tam giác ABC có các góc $A=105^\circ$, $B=45^\circ$. Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 14: Tam giác ABC có $AB=4$, $AC=5$, $BC=6$. Tính $\cos(B+C)$.

- A. $\frac{1}{8}$. B. $-\frac{1}{4}$. C. $-0,125$. D. 0,75.

Câu 15: Tam giác có ba cạnh lần lượt là 2,3,4. Góc bé nhất của tam giác có sin bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{\sqrt{15}}{8}$. B. $\frac{7}{8}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{14}}{8}$.

Câu 16: Tam giác có ba cạnh lần lượt là 3, 8, 9. Góc lớn nhất của tam giác có cosin bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{6}$. B. $-\frac{1}{6}$. C. $\frac{\sqrt{17}}{4}$. D. $-\frac{4}{25}$.

Câu 17: Hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi E là trung điểm cạnh BC , F là trung điểm cạnh AE . Tìm độ dài đoạn thẳng DF .

A. $\frac{a\sqrt{13}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{3a}{4}$.

Câu 18: Tam giác ABC có $BC=12$, $CA=9$, $AB=6$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM=4$. Tính độ dài đoạn thẳng AM

A. $2\sqrt{5}$. B. $3\sqrt{2}$. C. $\sqrt{20}$. D. $\sqrt{19}$.

Câu 19: Tam giác ABC vuông tại A có $AB=AC=a$. Điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $BM=\frac{BC}{3}$. Độ dài AM bằng bao nhiêu?

A. $\frac{a\sqrt{17}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 20: Tam giác ABC có $\cos(A+B)=-\frac{1}{8}$, $AC=4$, $BC=5$. Tính cạnh AB

A. $\sqrt{46}$. B. 11. C. $5\sqrt{2}$. D. 6.

Câu 21: Tam giác ABC có $AB=7$, $AC=5$ và $\cos(B+C)=-\frac{1}{5}$. Tính BC

A. $2\sqrt{15}$. B. $4\sqrt{22}$. C. $4\sqrt{15}$. D. $2\sqrt{22}$.

Câu 22: Tam giác ABC có $BC=\sqrt{5}$, $AC=3$ và $\cot C=2$. Tính cạnh AB

A. 6. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{9}{5}$. D. $2\sqrt{10}$.

Câu 23: Tam giác ABC có $AB=3$, $AC=4$ và $\tan A=-2\sqrt{2}$. Tính cạnh BC

A. $3\sqrt{2}$. B. $4\sqrt{3}$. C. $\sqrt{33}$. D. 7.

Câu 24: Cho tam giác ABC có cạnh $BC=a$, cạnh $CA=b$. Tam giác ABC có diện tích lớn nhất khi góc C bằng:

A. 60° . B. 90° . C. 150° . D. 120° .

Câu 25: Cho tam giác MPQ vuông tại P . Trên cạnh MQ lấy hai điểm E, F sao cho các góc MPE , EPF , FPQ bằng nhau. Đặt $MP=q$, $PQ=m$, $PE=x$, $PF=y$. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào đúng?

A. $ME=EF=FQ$. B. $ME^2=q^2+x^2-xq$.
C. $MF^2=q^2+y^2-yq$. D. $MQ^2=q^2+m^2-2qm$.

Câu 26: Tính góc C của tam giác ABC biết $a \neq b$ và $a(a^2-c^2)=b(b^2-c^2)$.

A. $C=150^\circ$. B. $C=120^\circ$. C. $C=60^\circ$. D. $C=30^\circ$.

Câu 27: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB=12$ và $\cot(A+B)=\frac{1}{3}$.

A. $2\sqrt{10}$. B. $\frac{9\sqrt{10}}{5}$. C. $5\sqrt{10}$. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 28: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB=10$ và $\tan(A+B)=\frac{1}{3}$.

A. $\frac{5\sqrt{10}}{9}$. B. $\frac{10}{3}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. D. $5\sqrt{10}$.

Câu 29: Tam giác ABC có $AB = 4$, $AC = 6$, $\cos B = \frac{1}{8}$, $\cos C = \frac{3}{4}$. Tính cạnh BC .

- A. 7. B. 5. C. $3\sqrt{3}$. D. 2.

Câu 30: Cho tam giác cân ABC có $A = 120^\circ$ và $AB = AC = a$. Lấy điểm M trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{2BC}{5}$. Tính độ dài AM

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{11a}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{7}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

DẠNG 2: HỆ THỨC LIÊN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC, NHẬN DẠNG TAM GIÁC

1 PHƯƠNG PHÁP.

Áp dụng các công thức sách giáo khoa như: định lí cosin, hệ quả của định lí cosin, định lí sin, các công thức liên quan đến diện tích để vận dụng vào làm bài.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. Cho tam giác ABC thỏa $\frac{\sin A}{\sin B} = 2 \cos C$. Tam giác ABC là tam giác gì?

Câu 2. Chứng minh trong tam giác ABC ta có: $h_a = 2R \cdot \sin B \cdot \sin C$

Câu 3. Cho tam giác ABC . Chứng minh $S = R \cdot r \cdot (\sin A + \sin B + \sin C)$.

Câu 4. Cho tam giác ABC thỏa $\begin{cases} \frac{b^3 + c^3 - a^3}{b + c - a} = a^2 \\ a = 2b \cdot \cos C \end{cases}$. Chứng minh tam giác ABC là tam giác đều.

Câu 5. Chứng minh trong tam giác ABC ta có: $\sin B \cdot \cos C + \sin C \cdot \cos B = \sin A$

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho tam giác ABC , chọn công thức đúng trong các đáp án sau:

- A. $m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} + \frac{a^2}{4}$. B. $m_a^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$.
C. $m_a^2 = \frac{2c^2 + 2b^2 - a^2}{4}$. D. $m_a^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$.

Câu 2: Trong tam giác ABC , câu nào sau đây đúng?

- A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos A$. B. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$.
C. $a^2 = b^2 + c^2 + bc \cdot \cos A$. D. $a^2 = b^2 + c^2 - bc \cdot \cos A$.

Câu 3: Nếu tam giác ABC có $a^2 < b^2 + c^2$ thì:

- A. A là góc tù. B. A là góc vuông. C. A là góc nhọn. D. A là góc nhỏ nhất.

Câu 4: Tam giác ABC có ba cạnh thỏa mãn điều kiện $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$. Khi đó số đo của C là

- A. 120° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 5: Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{2}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$. B. $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{4}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$.
C. $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$. D. $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$.

Câu 6: Cho tam giác ABC thỏa mãn $c = a \cdot \cos B$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Tam giác ABC là tam giác cân. B. Tam giác ABC là tam giác nhọn.
C. Tam giác ABC là tam giác vuông. D. Tam giác ABC là tam giác tù.

Câu 7: Diện tích S của tam giác sẽ thỏa mãn hệ thức nào trong hai hệ thức sau đây?

I. $S^2 = p(p-a)(p-b)(p-c)$.

II. $16S^2 = (a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)$.

- A. Chỉ I. B. Chỉ II. C. Cả I và II. D. Không có.

Câu 8: Cho tam giác ABC , các đường cao h_a, h_b, h_c thỏa mãn hệ thức $3h_a = 2h_b + h_c$. Tìm hệ thức giữa a, b, c .

- A. $\frac{3}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{c}$. B. $3a = 2b + c$. C. $3a = 2b - c$. D. $\frac{3}{a} = \frac{2}{b} + \frac{1}{c}$.

Câu 9: Trong tam giác ABC , hệ thức nào sau đây sai?

- A. $a = \frac{b \cdot \sin A}{\sin B}$. B. $\sin C = \frac{c \cdot \sin A}{a}$. C. $a = 2R \cdot \sin A$. D. $b = R \cdot \tan B$.

Câu 10: Cho tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $b+c=2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\cos B + \cos C = 2 \cos A$. B. $\sin B + \sin C = 2 \sin A$.
C. $\sin B + \sin C = \frac{1}{2} \sin A$. D. $\sin B + \cos C = 2 \sin A$.

Câu 11: Tam giác ABC có $A=120^\circ$ thì câu nào sau đây đúng?

- A. $a^2 = b^2 + c^2 - 3bc$. B. $a^2 = b^2 + c^2 + bc$. C. $a^2 = b^2 + c^2 + 3bc$. D. $a^2 = b^2 + c^2 - bc$.

Câu 12: Trong tam giác ABC , điều kiện để hai trung tuyến vẽ từ A và B vuông góc với nhau là:

- A. $2a^2 + 2b^2 = 5c^2$. B. $3a^2 + 3b^2 = 5c^2$. C. $2a^2 + 2b^2 = 3c^2$. D. $a^2 + b^2 = 5c^2$.

Câu 13: Trong tam giác ABC , nếu có $a^2 = b \cdot c$ thì:

- A. $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b} - \frac{1}{h_c}$. B. $h_a^2 = h_b \cdot h_c$. C. $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$. D. $\frac{1}{h_a^2} = \frac{2}{h_b} + \frac{2}{h_c}$.

Câu 14: Trong tam giác ABC , nếu có $2h_a = h_b + h_c$ thì:

- A. $\frac{2}{\sin A} = \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C}$. B. $2 \sin A = \sin B + \sin C$.
C. $\sin A = 2 \sin B + 2 \sin C$. D. $\frac{2}{\sin A} = \frac{1}{\sin B} - \frac{1}{\sin C}$.

Câu 15: Trong tam giác ABC , câu nào sau đây **đúng**?

- A. $m_a = \frac{b+c}{2}$. B. $m_a > \frac{b+c}{2}$. C. $m_a < \frac{b+c}{2}$. D. $m_a = b+c$.

Câu 16: Tam giác ABC có các cạnh a, b, c thỏa mãn điều kiện $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$. Tính số đo của góc C .

- A. 45° . B. 60° . C. 120° . D. 30° .

Câu 17: Cho tam giác ABC , xét các bất đẳng thức sau:

I. $|a-b| < c$.

II. $a < b+c$.

III. $m_a + m_b + m_c < a+b+c$.

Hỏi khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Chỉ I, II.

B. Chỉ II, III.

C. Chỉ I, III.

D. Cả I, II, III.

Câu 18: Tam giác ABC có các cạnh a, b, c thỏa mãn điều kiện $b^2 + c^2 - a^2 = \sqrt{3}bc$. Tính số đo của góc A .

A. 45° .

B. 60° .

C. 120° .

D. 30° .

Câu 19: Tam giác ABC $a \cdot \cos B = b \cdot \cos A$. Tam giác ABC là tam giác gì?

A. Tam giác vuông.

B. Tam giác đều.

C. Tam giác vuông cân.

D. Tam giác cân.

Câu 20: Cho tam giác ABC vuông tại A , $AC = b$, $AB = c$. Lấy điểm M trên cạnh BC sao cho góc $BAM = 30^\circ$. Tính tỉ số $\frac{MB}{MC}$.

A. $\frac{b\sqrt{3}}{3c}$.

B. $\frac{\sqrt{3}c}{3b}$.

C. $\frac{\sqrt{3}c}{b}$.

D. $\frac{b-c}{b+c}$.

Câu 21: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Nếu $a^2 > b^2 + c^2$ thì A là góc tù.

B. Nếu tam giác ABC có một góc tù thì $a^2 > b^2 + c^2$.

C. Nếu $a^2 < b^2 + c^2$ thì A là góc nhọn.

D. Nếu $a^2 = b^2 + c^2$ thì A là góc vuông.

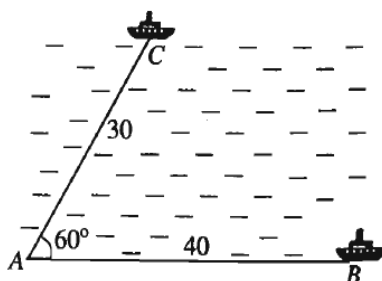
DẠNG 3: ỨNG DỤNG THỰC TẾ

1 PHƯƠNG PHÁP.

Áp dụng các công thức sách giáo khoa như: định lí cosin, hệ quả của định lí cosin, định lí sin, các công thức liên quan đến diện tích để vận dụng vào làm bài.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h , tàu thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h . Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km ?



Câu 2: Từ một đỉnh tháp chiều cao $CD = 80 \text{ m}$, người ta nhìn hai điểm A và B trên mặt đất dưới các góc nhìn là $72^\circ 12'$ và $34^\circ 26'$ so với phương nằm ngang. Ba điểm A, B, D thẳng hàng. Tính khoảng cách AB (chính xác đến hàng đơn vị)?

BÀI TẬP TỰ LUẬN TỔNG HỢP.

- Câu 3:** Cho tam giác ABC có $a=13, b=8, c=7$. Tính góc A, suy ra S, h_a , R, r, m_a .
- Câu 4:** Cho tam giác ABC có $AB=4, AC=5$ và $\cos A = \frac{3}{5}$. Tính cạnh BC, và độ dài đường cao kẻ từ A.
- Câu 5:** Cho tam giác ABC có $AB=10, AC=4$ và $\hat{A}=60^\circ$.
 a) Tính chu vi của tam giác
 b) Tính $\tan C$
- Câu 6:** Giải tam giác ABC biết $\hat{A}=60^\circ, \hat{B}=40^\circ$ và $c=14$.
- Câu 7:** Giải tam giác ABC, biết:
 $b=4,5; \hat{A}=30^\circ; \hat{C}=75^\circ$
- Câu 8:** Cho tam giác ABC cân tại A biết $a=\sqrt{3}; B=C=30^\circ$. Tính R, r, cạnh c, b, suy ra S
- Câu 9:** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn bán kính bằng 3, biết $\hat{A}=30^\circ, \hat{B}=45^\circ$. Tính độ dài trung tuyến kẻ từ A và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác.
- Câu 10:** Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin^2 A = \sin B \cdot \sin C$. Chứng minh rằng
 a) $a^2 = bc$
 b) $\cos A \geq \frac{1}{2}$
- Câu 11:** Tam giác ABC có $BC=a, CA=b, AB=c$ và trung tuyến $AM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}c$ chứng minh rằng:
 a) $a^2 = 2(b^2 - c^2)$
 b) $\sin^2 A = 2(\sin^2 B - \sin^2 C)$
- Câu 12:** Cho tam giác ABC. Chứng minh rằng điều kiện cần và đủ để hai trung tuyến kẻ từ B và C vuông góc với nhau là $b^2 + c^2 = 5a^2$.
- Câu 13:** Chứng minh rằng trong mọi tam giác ABC ta có;
 a) $a = b \cdot \cos C + c \cdot \cos B$
 b) $\sin A = \sin B \cos C + \sin C \cos B$
- Câu 14:** Chứng minh rằng trong mọi tam giác ABC ta có: $h_a = 2R \sin B \sin C$
- Câu 15:** Tìm tính chất đặc biệt của tam giác ABC biết: $2a \cos A = b \cdot \cos C + c \cdot \cos B$
- Nhận dạng tam giác ABC biết:
$$\begin{cases} a = 2b \cos C & (1) \\ a^2 = \frac{a^3 - b^3 - c^3}{a - b - c} & (2) \end{cases}$$
- Câu 16:**
- Câu 17:** Nhận dạng tam giác ABC biết: $a \cdot \sin A + b \sin B + c \sin C = h_a + h_b + h_c$
- Câu 18:** Cho tam giác ABC. Chứng minh tam giác ABC cân nếu $h_a = c \cdot \sin A$