

CHƯƠNG

VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ
TRONG MẶT PHẪNGBÀI 20. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG
THẲNG, GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

I LÝ THUYẾT.

I. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $d_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$. Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng này ta xét số nghiệm của hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \quad (0.1)$$

+ Nếu hệ (1.1) có duy nhất 1 nghiệm ta nói hai đường thẳng trên cắt nhau tọa độ giao điểm chính là nghiệm của hệ phương trình nói trên.

+ Nếu hệ (1.1) vô nghiệm ta nói hai đường thẳng nói trên song song với nhau.

+ Nếu hệ (1.1) nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì hai đường thẳng trên trùng nhau.

+ Tuy nhiên để thuận tiện cho việc xét nhanh vị trí tương đối của hai đường thẳng ta chú ý nhận xét sau

Nhận xét. Nếu $a_2b_2c_2 \neq 0$ ta có

$$\text{a) } \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Leftrightarrow d_1 \cap d_2 = \{I\}$$

$$\text{b) } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \Leftrightarrow d_1 // d_2$$

$$\text{c) } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Leftrightarrow d_1 \equiv d_2$$

II. GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $d_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng được tính theo công thức.

$$\cos(d_1; d_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

III. KHOẢNG CÁCH

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ và điểm $M_0(x_0; y_0)$.

Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến đường thẳng Δ được tính theo công thức:

$$d(M_0; \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

7.7 Xét vị trí tương đối giữa các cặp đường thẳng sau:

a) $\Delta_1: 3\sqrt{2}x + \sqrt{2}y - \sqrt{3} = 0$ và $\Delta_2: 6x + 2y - \sqrt{6} = 0$.

b) $d_1: x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ và $d_2: \sqrt{3}x - 3y + 2 = 0$.

c) $m_1: x - 2y + 1 = 0$ và $m_2: 3x + y - 2 = 0$.

7.8 Tính góc giữa các cặp đường thẳng sau:

a) $\Delta_1: \sqrt{3}x + y - 4 = 0$ và $\Delta_2: x + \sqrt{3}y + 3 = 0$.

b) $d_1: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + 4t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 3 + s \\ y = 1 - 3s \end{cases}$ (t, s là các tham số).

7.9 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(0; -2)$ và đường thẳng $\Delta: x + y - 4 = 0$.

a) Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ .

b) Viết phương trình đường thẳng a đi qua điểm $M(-1; 0)$ và song song với Δ .

c) Viết phương trình đường thẳng b đi qua điểm $N(0; 3)$ và vuông góc với Δ .

7.10 Trong mặt phẳng tọa độ, cho tam giác ABC có $A(1; 0)$, $B(3; 2)$ và $C(-2; -1)$.

a) Tính độ dài đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC .

b) Tính diện tích tam giác ABC .

7.11 Chứng minh rằng hai đường thẳng $d: y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $d': y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) vuông góc với nhau khi và chỉ khi $aa' = -1$.

7.12 Trong mặt phẳng tọa độ, một tín hiệu âm thanh phát đi từ một vị trí và được ba thiết bị ghi tín hiệu đặt tại ba vị trí $O(0; 0)$, $A(1; 0)$, $B(1; 3)$ nhận được cùng một thời điểm. Hãy xác định vị trí phát tín hiệu âm thanh.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: XÉT VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

{các bài toán xét vị trí tương đối của hai đường thẳng, tìm điều kiện (có chứa tham số m) để hai đường thẳng song song, cắt, trùng,}

1 PHƯƠNG PHÁP.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $d_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$. Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng này ta xét số nghiệm của hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \quad (0.2)$$

Nếu hệ (1.1) có duy nhất 1 nghiệm ta nói hai đường thẳng trên cắt nhau tọa độ giao điểm chính là nghiệm của hệ phương trình nói trên. Nếu hệ (1.1) vô nghiệm ta nói hai đường thẳng nói trên song song với nhau. Nếu hệ (1.1) nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì hai đường thẳng trên trùng nhau. Tuy nhiên để thuận tiện cho việc xét nhanh vị trí tương đối của hai đường thẳng ta chú ý nhận xét sau

Nhận xét. Nếu $a_2b_2c_2 \neq 0$ ta có

$$\text{a) } \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Leftrightarrow d_1 \cap d_2 = \{I\}$$

$$\text{b) } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \Leftrightarrow d_1 // d_2$$

$$\text{c) } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Leftrightarrow d_1 \equiv d_2$$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng lần lượt có phương trình $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 2$ và $6x - 2y - 8 = 0$

Câu 2: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: 2x + y + 15 = 0$ và $d_2: x - 2y - 3 = 0$.

Câu 3: Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $4x - 3y - 26 = 0$ và $3x + 4y - 7 = 0$.

Câu 4: Cho hai đường thẳng $d_1: mx + (m-1)y + 2m = 0$ và $d_2: 2x + y - 1 = 0$. Tìm m để $d_1 // d_2$.

Câu 5: Cho ba đường thẳng $d_1: mx + (m-1)y + 2m = 0, d_2: 4x - 3y - 26 = 0$ và $d_3: 3x + 4y - 7 = 0$ Tìm m để ba đường thẳng trên đồng quy.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: x - 2y + 1 = 0$ và $d_2: -3x + 6y - 10 = 0$.

A. Trùng nhau.

B. Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 2: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: 3x - 2y - 6 = 0$ và $d_2: 6x - 2y - 8 = 0$.

- A. Trùng nhau. B. Song song.
C. Vuông góc với nhau. D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 3: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$ và $d_2: 3x + 4y - 10 = 0$.

- A. Trùng nhau. B. Song song.
C. Vuông góc với nhau. D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 4: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 6t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = -8 + 4t' \end{cases}$.

- A. Trùng nhau. B. Song song.
C. Vuông góc với nhau. D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 5: Cho hai đường thẳng $(d_1): mx + y = m + 1, (d_2): x + my = 2$ cắt nhau khi và chỉ khi :

- A. $m \neq 2$. B. $m \neq \pm 1$. C. $m \neq 1$. D. $m \neq -1$.

Câu 6: Đường thẳng $(\Delta): 3x - 2y - 7 = 0$ cắt đường thẳng nào sau đây?

- A. $(d_1): 3x + 2y = 0$ B. $(d_2): 3x - 2y = 0$
C. $(d_3): -3x + 2y - 7 = 0$. D. $(d_4): 6x - 4y - 14 = 0$.

Câu 7: Giao điểm M của $(d): \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + 5t \end{cases}$ và $(d'): 3x - 2y - 1 = 0$. Tọa độ của M là

- A. $M\left(2; -\frac{11}{2}\right)$. B. $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$. C. $M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$. D. $M\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 8: Phương trình nào sau đây biểu diễn đường thẳng không song song với đường thẳng $(d): y = 2x - 1$?

- A. $2x - y + 5 = 0$. B. $2x - y - 5 = 0$. C. $-2x + y = 0$. D. $2x + y - 5 = 0$.

Câu 9: Hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 2t \end{cases}$ và $(d_2): 4x + 3y - 18 = 0$. Cắt nhau tại điểm có tọa độ:

- A. $(2; 3)$. B. $(3; 2)$. C. $(1; 2)$. D. $(2; 1)$.

Câu 10: Cho hai đường thẳng $(d_1): mx + y = m + 1, (d_2): x + my = 2$ song song nhau khi và chỉ khi

- A. $m = 2$. B. $m = \pm 1$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

Câu 11: Cho 4 điểm $A(1; 2), B(4; 0), C(1; -3), D(7; -7)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD .

- A. Song song. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.
C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 12: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $(\Delta_1): 3x + 4y - 1 = 0$ và $(\Delta_2): (2m - 1)x + m^2y + 1 = 0$ trùng nhau.

- A. $m = 2$ B. mọi m C. không có m D. $m = \pm 1$

Câu 13: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1: 3x - 4y + 15 = 0, d_2: 5x + 2y - 1 = 0$ và $d_3: mx - (2m - 1)y + 9m - 13 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm.

- A. $m = \frac{1}{5}$. B. $m = -5$. C. $m = -\frac{1}{5}$. D. $m = 5$.

Câu 14: Nếu ba đường thẳng $d_1: 2x + y - 4 = 0, d_2: 5x - 2y + 3 = 0$ và $d_3: mx + 3y - 2 = 0$ đồng quy

thì m nhận giá trị nào sau đây?

- A. $\frac{12}{5}$. B. $-\frac{12}{5}$. C. 12. D. -12.

Câu 15: Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1: 3x - 4y + 15 = 0$, $d_2: 5x + 2y - 1 = 0$ và $d_3: mx - 4y + 15 = 0$ đồng quy?

- A. $m = -5$. B. $m = 5$. C. $m = 3$. D. $m = -3$.

Câu 16: Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1: 2x + y - 1 = 0$, $d_2: x + 2y + 1 = 0$ và $d_3: mx - y - 7 = 0$ đồng quy?

- A. $m = -6$. B. $m = 6$. C. $m = -5$. D. $m = 5$.

Câu 17: Cho ΔABC với $A(1;3)$, $B(-2;4)$, $C(-1;5)$ và đường thẳng $d: 2x - 3y + 6 = 0$. Đường thẳng d cắt cạnh nào của ΔABC ?

- A. Cạnh AC . B. Không cạnh nào. C. Cạnh AB . D. Cạnh BC .

Câu 18: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau đây vuông góc $(\Delta_1): \begin{cases} x = 1 + (m^2 + 1)t \\ y = 2 - mt \end{cases}$ và

$$(\Delta_2): \begin{cases} x = 2 - 3t' \\ y = 1 - 4mt' \end{cases}$$

- A. $m = \pm\sqrt{3}$ B. $m = -\sqrt{3}$ C. $m = \sqrt{3}$ D. không có m

Câu 19: Cho 4 điểm $A(-3;1)$, $B(-9;-3)$, $C(-6;0)$, $D(-2;4)$. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và CD .

- A. $(-6;-1)$ B. $(-9;-3)$ C. $(-9;3)$ D. $(0;4)$

DẠNG 2: TÍNH GÓC, KHOẢNG CÁCH

{Xác định và tính góc giữa hai đường thẳng, khoảng cách từ điểm đến đường thẳng, ...}



PHƯƠNG PHÁP.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $d_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng được tính theo công thức.

$$\cos(d_1; d_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ và điểm $M_0(x_0; y_0)$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến đường thẳng Δ được tính theo công thức:

$$d(M_0; \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tính khoảng cách từ điểm $M(1;-1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 17 = 0$

Câu 2: Cho hai đường thẳng $d_1: 2x - 4y - 3 = 0$ và $d_2: 3x - y + 17 = 0$. Tính số đo góc giữa d_1 và d_2 .

- Câu 3:** Cho hai đường thẳng song $d_1: 5x - 7y + 4 = 0$ và $d_2: 5x - 7y + 6 = 0$. Phương trình đường thẳng song song và cách đều d_1 và d_2 là
- Câu 4:** Tính diện tích tam giác ABC với $A(3; -4)$, $B(1; 5)$, $C(3; 1)$ là
- Câu 5:** Cho đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; 0)$, $B(0; 4)$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên Oy sao cho diện tích tam giác MAB bằng 6
- Câu 6:** Xác định tất cả các giá trị của a để góc tạo bởi đường thẳng $\begin{cases} x = 9 + at \\ y = 7 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và đường thẳng $3x + 4y - 2 = 0$ bằng 45° .
- Câu 7:** Đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x + y - 3 = 0$ và $d_2: x - 2y + 1 = 0$ đồng thời tạo với đường thẳng $d_3: y - 1 = 0$ một góc 45° có phương trình:
- Câu 8:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(1; -1)$ và hai đường thẳng có phương trình $(d_1): x - y - 1 = 0, (d_2): 2x + y - 5 = 0$. Gọi A là giao điểm của hai đường thẳng trên. Biết rằng có hai đường thẳng (d) đi qua M cắt hai đường thẳng trên lần lượt tại hai điểm B, C sao cho ABC là tam giác có $BC = 3AB$ có dạng: $ax + y + b = 0$ và $cx + y + d = 0$, giá trị của $T = a + b + c + d$ là
- Câu 9:** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: 2x - y + 5 = 0$ và $d_2: x + y - 3 = 0$ cắt nhau tại I . Phương trình đường thẳng đi qua $M(-2; 0)$ cắt d_1, d_2 tại A và B sao cho tam giác IAB cân tại A có phương trình dạng $ax + by + 2 = 0$. Tính $T = a - 5b$.
- Câu 10:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 1)$, $B(-2; 4)$ và đường thẳng $\Delta: mx - y + 3 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm A, B .
- Câu 11:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi d là đường thẳng đi qua $M(4; 2)$ và cách điểm $A(1; 0)$ khoảng cách $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. Biết rằng phương trình đường thẳng d có dạng $x + by + c = 0$ với b, c là hai số nguyên. Tính $b + c$.
- Câu 12:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x - y + 1 = 0$ và hai điểm $A(2; 1)$, $B(9; 6)$. Điểm $M(a; b)$ nằm trên đường Δ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a + b$.
- Câu 13:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - 4y + 15 = 0$ và điểm $A(2; 0)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d để đoạn AM có độ dài nhỏ nhất.
- Câu 14:** Cho 3 điểm $A(-6; 3); B(0; -1); C(3; 2)$. Tìm M trên đường thẳng $d: 2x - y - 3 = 0$ mà $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất là
- Câu 15:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(2; 2)$, $B(1; -3)$, $C(-2; 2)$. Điểm M thuộc trục tung sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất có tung độ là?
- Câu 16:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x - y + 1 = 0$ và hai điểm $A(2; 1)$, $B(9; 6)$. Điểm $M(a; b)$ nằm trên đường Δ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a + b$ ta được kết quả là:
- Câu 17:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(2; 2)$ và trung điểm của BC là $I(-1; -2)$. Điểm $M(a; b)$ thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Tính $S = a + b$.

- Câu 18:** Trên mặt phẳng Oxy , cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Gọi $P(a; b)$ là giao điểm của AN và BD . Giá trị $2a + b$ bằng:
- Câu 19:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính BD . Gọi M , N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BC và BD ; gọi P là giao điểm của MN và AC . Biết đường thẳng AC có phương trình $x - y - 1 = 0$, $M(0; 4)$, $N(2; 2)$ và hoành độ điểm A nhỏ hơn 2. Tìm tọa độ các điểm P, A, B .
- Câu 20:** Đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, ($a \neq 0; b \neq 0$) đi qua $M(-1; 6)$ tạo với tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4. Tính $S = a + 2b$.